

## 第二章 补充作业

**习题 2.1.** 设  $(X, Y)$  是二维连续随机变量，且  $E(X)$  存在。证明：  $E(X) = E[E(X|Y)]$ ，其中  $E(X|Y)$  是给定  $Y$  的条件下  $X$  的数学期望。

**习题 2.2.** 考虑两个连续随机变量  $X$  和  $Y$ ，其联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & x^2 + y^2 \leq R^2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (a) 求边缘概率密度函数  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ 。
- (b) 求条件概率密度函数  $f(x|Y=y)$  和  $f(y|X=x)$ 。
- (c) 验证所得到的条件概率密度函数和边缘概率密度函数满足贝叶斯定理。
- (d) 判断  $X$  和  $Y$  是否相互独立。

**习题 2.3.** 设随机变量  $X$  服从参数为  $\nu$  的泊松分布，求  $E[X]$  和  $V[X]$ 。

**习题 2.4.** 假设  $X$  和  $Y$  分别服从参数为  $\nu_x$  和  $\nu_y$  的泊松分布，且相互独立。求  $Z = X + Y$  的概率质量函数。