## 第四章 补充作业

**习题 4.1.** 在宇称守恒的条件下某可观测量 x 的取值大于零和小于零的概率均为 0.5。现在对 x 作了 1000 次观测,其中 560 次 x>0, 440 次 x<0。根据这组观测,试问宇称守恒的假设合理吗?请用假设检验给出显著性水平  $\alpha=0.05$  下的结论。

**习题 4.2.** 设  $x_1, x_2, ..., x_n$  是来自  $N(\mu, 1^2)$  的样本,考虑如下假设检验问题:

$$H_0: \mu = 2$$
 vs  $H_1: \mu = 3$ .

检验的拒绝域选为  $W = \{\overline{x} \geq 2.6\}$ 。

- (a) 当n=20时, 求该检验犯第一类错误和第二类错误的概率;
- (b) 如果要使得该检验犯第二类错误的概率  $\beta \leq 0.01$ ,则 n 最小应该取多少?
- (c) 证明: 当  $n \to \infty$  时,  $\alpha \to 0$  且  $\beta \to 0$ 。

习题 4.3. 设  $x_1, x_2, \ldots, x_n$  是来自正态总体  $N(\mu, 2^2)$  的样本,考虑如下假设检验问题:

$$H_0: \mu = 6$$
 vs  $H_1: \mu \neq 6$ .

检验的拒绝域取为  $W=\{|\overline{x}-6|\geq c\}$ 。 试求 c 使得检验的显著性水平为 0.05,并求该检验在  $\mu=6.5$  处犯 第二类错误的概率。取 n=16。

**习题 4.4.** 根据某理论,观测到流星表示幸运事件。根据以往的统计,某人每年平均观测到 10 颗流星。2022 年某人观测到 5 颗流星。我们能据此说 2022 年对于这个人来说不是幸运年吗?请在  $\alpha=0.05$  的显著性水平下给出结论。

**习题 4.5.** 如果对某个假设进行了几个独立的显著性检验,给出了显著性水平  $P_1$ ,  $P_2$ ,..., $P_n$ , 总的显著性水平不能通过将这些概率相乘得到。为什么呢?

如果 X 是在 0 和 1 之间均匀分布的随机变量,证明  $-2\ln X$  是自由度为 2 的  $\chi^2$  变量。我们可以利用这个结果来合并独立的显著性检验的结果。如果三个检验的显著性水平分别为 0.145、0.263 和 0.087,我们应当如何评估总的显著性?