2021秋 赵鹏巍 理力A

1、用哈密顿原理推导哈密顿正则方程，并证明哈密顿正则方程与拉格朗日方程的等价性.(10')

2、证明哈密顿量是系统关于时间的无穷小正则变换的生成元.(10')

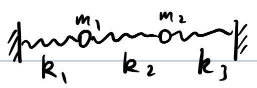
3、写出一维情形(x,t)下的Lorentz变换和伽利略变换表达式，并证明波动方程 $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=0$ 在Lorentz变换下不变，在伽利略变换下改变。(10')

4、一圆锥高 h，顶角 2α，质量 m. 试计算以下情形的动能：(20')

① 放置于水平面上，以 ω 的角速度纯滚动；

② 对称轴与水平面平行，顶点固定，沿着底面与地面的接触点以 ω 的角速度纯滚.

5、用哈-雅方程求解初速度为 $\vec{v}_0=v_0(\cos\alpha,\sin\alpha,0)$ 的斜抛运动. 要求给出哈密顿主函数的形式，求出物体的坐标随时间的变化关系以及物体轨迹.(15')

6、

$m_1=m,\ m_2=4m;\ k_1=k,\ k_2=4k,\ k_3=28k.$

当两球位于平衡位时，各弹簧均为原长 a.
试计算小振动的简正频率，简正模式以及运动的一般解.
设初态时 m_1 偏离平衡位的位移为 b，m_2 位于平衡位置，将二者从静止释放，求 m_2 回到平衡位的时间.(15')

7、阻尼振动的哈密顿函数：$H=\frac{1}{2m}(p^2e^{2\gamma t}+m^2\omega^2q^2e^{-2\gamma t})$
试找一合适的正则变换将其化为不含时的谐振子形式，并求 $p(t)$，$q(t)$.(20')