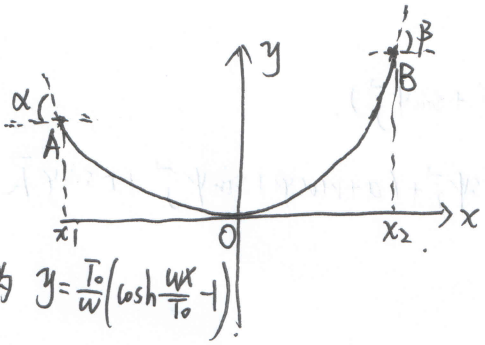
四. 解：如图，以绳最低点为原点，竖直向上为y轴正方向，建立坐标系.



从教材中推导可知绳方程为 $y=\frac{T_0}{w}\left(\cosh\frac{wx}{T_0}-1\right)$

其中 T_0 为绳在O点的张力，w为绳单位长度重量.

设悬挂点A.B横坐标分别为 x_1，x_2. 不妨设 $\beta>\alpha$.

$y'=\sinh\left(\frac{w}{T_0}x\right)$.

$$\begin{cases} y'\big|_{x=x_1}=\sinh\frac{wx_1}{T_0}=-\tan\alpha \\ y'\big|_{x=x_2}=\sinh\frac{wx_2}{T_0}=\tan\beta. \end{cases}$$

注意负号.

$y_A=\frac{T_0}{w}\cosh\frac{wx_1}{T_0}-1$，$y_B=\frac{T_0}{w}\cosh\frac{wx_2}{T_0}-1$.

$\cosh\frac{wx_1}{T_0}=\sqrt{1+\sinh^2\frac{wx_1}{T_0}}=\frac{1}{\cos\alpha}$，$\cosh\frac{wx_2}{T_0}=\sqrt{1+\sinh^2\frac{wx_2}{T_0}}=\frac{1}{\cos\beta}$.

绳在B处张力 T_B 满足 $\begin{cases} T_B\cos\beta=T_0 \\ T_B\sin\beta=wl_2, \end{cases}$ A处张力 T_A 满足 $\begin{cases} T_A\cos\alpha=T_0 \\ T_A\sin\alpha=wl_1. \end{cases}$

其中 l_1，l_2 分别为绳子OA段与OB段长度.

$$\therefore \begin{cases} \frac{w}{T_0}l_2=\tan\beta \\ \frac{w}{T_0}l_1=\tan\alpha \end{cases} \Rightarrow \frac{w}{T_0}(l_1+l_2)=\frac{w}{T_0}\cdot 2l=\tan\alpha+\tan\beta.$$

$$\therefore \frac{T_0}{w}=\frac{2l}{\tan\alpha+\tan\beta}.$$

$$\therefore \Delta h=y_B-y_A=\frac{T_0}{w}\left(\frac{1}{\cos\beta}-\frac{1}{\cos\alpha}\right)=\frac{2l}{\tan\alpha+\tan\beta}\left(\frac{1}{\cos\beta}-\frac{1}{\cos\alpha}\right)$$

$$=\frac{2l(\cos\alpha-\cos\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$=\frac{2l\cdot 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}}{2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$=2l\sin\frac{\beta-\alpha}{2}\sec\frac{\alpha+\beta}{2}.$$