

1. (15') 简要阐述以下概念：洛仑兹变换、正则变换、泊松括号、惯性椭球、相对性原理。
2. (15') 设一保守体系有 n 个自由度，从相空间的哈密顿变分原理出发，推导给出体系的正则方程，并说明其与拉格朗日方程的等价性。
3. (15') 通过具体计算说明：为什么系统随空间转动所做无穷小变换是无穷小正则变换？为什么其生成元是角动量？
4. (15') 有一均匀正圆锥体，质量为 m ，高度为 h ，顶角为 2α ，该圆锥体在一水平面上绕其顶点做无滑滚动，已知其几何对称轴以恒定的角速度 ω 绕铅垂轴转动。若锥体的顶点固定于水平面上，给出体系运动的动能；若锥体的顶点固定于铅垂轴上某点，使其几何对称轴平行于水平面，给出体系运动的动能。
5. (20') 有一质点运动的哈密顿量为

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{\omega^2 q^2}{2} + \lambda \left(\frac{p^2}{2} + \frac{\omega^2 q^2}{2} \right)^2, \quad \omega > 0, \lambda > 0$$

- 1) 利用正则变换将正则变量 (q, p) 变换成 (Q, P) ，使新变量 Q 在变换后的哈密顿量中为循环坐标，通过求解变换后的哈密顿量，给出系统运动的解 $q(t)$, $p(t)$ 。
- 2) 基于哈密顿量 $H(q, p)$ ，利用哈密顿—雅可比方法求解系统运动的解 $q(t)$, $p(t)$ 。

6. (20') 如图所示, 一个复摆系统由两个边长为 L 、质量为 m , 且处于同一平面的正方形薄板构成, 其中, 一个板绕固定点 O 在铅垂面内摆动, 另一板绕 P 点在铅垂面摆动, P 点为绕 O 摆动的板的一个端点, 1) 给出体系的哈密顿量; 2) 利用正则方程, 给出系统的运动方程, 并分析系统的平衡位置及其稳定性; 3) 求体系在稳定平衡附近作小摆动时的本征频率和简正模式。

