热统第二章作业

汪志诚著《热力学统计物理》（第五版）高等教育出版社

P73-75

习题 2.2，2.3，2.4，2.6，2.8，2.9，2.13，2.15，2.18，2.20

作业要求：提交纸质版作业（作业本或是 A4 纸装订，在醒目位置写好姓名+学号），在本章讲完后的下一周周三收作业，同时下发前一次作业

2.2 设一物质的物态方程具有以下的形式：

$$p=f(v)T$$

试证明其内能与体积无关.

2.3 求证：

(a) $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_H<0$；

(b) $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U>0$.

2.4 已知$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T=0$，求证$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T=0$.

2.6 水的体胀系数 α 在 0 ℃$<t<$4 ℃时为负值. 试证明在这温度范围内，水在绝热压缩时变冷（其它液体和所有气体在绝热压缩时都升温）.

2.8 实验发现，一气体的压强 p 与比体积 v 的乘积及内能密度 u 都只是温度 T 的函数，即

$$pv=f(T),u=u(T)$$

试根据热力学理论，讨论该气体的物态方程可能具有什么形式.

［答：$pv=CT$，其中 C 是一个常量］

2.9 证明

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T=T\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V,\quad \left(\frac{\partial C_p}{\partial p}\right)_T=-T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p$$

并由此导出

$$C_V=C_V^0+T\int_{V_0}^{V}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V \mathrm{d}V$$

$$C_p=C_p^0-T\int_{p_0}^{p}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p \mathrm{d}p$$

根据以上两式证明，理想气体的定容热容和定压热容只是温度 T 的函数.

2.13 一弹簧在恒温下的恢复力 F_x 与其伸长 x 成正比，即 $F_x=-Ax$. 今忽略弹簧的热膨胀，试证明弹簧的自由能 F、熵 S 和内能 U 的表达式分别为

$$F(T,x)=F(T,0)+\frac{1}{2}Ax^2$$

$$S(T,x)=S(T,0)-\frac{x^2}{2}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}T}$$

$$U(T,x)=U(T,0)+\frac{1}{2}\left(A-T\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}T}\right)x^2$$

2.15 假设太阳是黑体，根据下列数据求太阳表面的温度.

单位时间内投射到地球大气层外单位面积上的太阳辐射能量为 $1.35\times10^3\ \mathrm{J\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}}$（该值称为太阳常量），太阳的半径为 $6.955\times10^8\,\mathrm{m}$，太阳与地球的平均距离为 $1.495\times10^{11}\,\mathrm{m}$.

［答：5 760 K］

2.18 如图 2.8 所示，电介质的介电常量 $\varepsilon(T)=\dfrac{D}{E}$ 与温度有关. 试求电路为闭路时电介质的热容与充电后再令电路断开后的热容之差.

$\left[\text{答}: C_E-C_D=-VT\dfrac{D^2}{\varepsilon^3}\left(\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}T}\right)^2\right]$

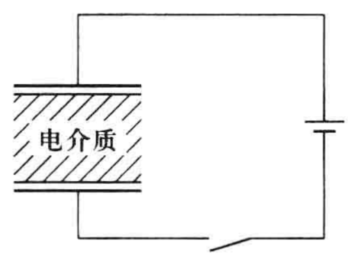

图 2.8

2.20 已知顺磁物质遵从居里定律：

$$M=\frac{C}{T}H$$

若维持物质的温度不变，使磁场由 0 增至 H，求磁化过程释出的热量.

$\left[\text{答}: Q=-\dfrac{CV}{T}\dfrac{\mu_0 H^2}{2}\right]$