热统第三章作业

汪志诚著《热力学统计物理》（第五版）高等教育出版社

P105-108

习题 3.4，3.6，3.7，3.12，3.13，3.14，3.16，3.19

作业要求：提交纸质版作业（作业本或是 A4 纸装订，在醒目位置写好姓名+学号），在本章讲完后的下一周周三收作业，同时下发前一次作业

3.4 试由 $C_V>0$ 及 $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T<0$ 证明 $C_p>0$ 和 $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S<0$.

3.6 求证：

(a) $\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{V,n}=-\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_{T,V}$

(b) $\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_{T,n}=\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{T,p}$

3.7 求证：

$$\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{T,V}-\mu=-T\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{V,n}$$

3.12 以 c_α^β 表示在维持 β 相与 α 相两相平衡的条件下 1 mol β 相物质升高 1 K 所吸收的热量，称为 β 相的两相平衡摩尔热容. 试证明：

$$c_\alpha^\beta=c_p^\beta-\frac{L}{V_m^\beta-V_m^\alpha}\left(\frac{\partial V_m^\beta}{\partial T}\right)_p$$

如果 β 相是蒸气，可看作理想气体，α 相是凝聚相，上式可简化为

$$c_\alpha^\beta=c_p^\beta-\frac{L}{T}$$

并说明为什么饱和蒸气的热容有可能是负的.

3.13 试证明，相变潜热随温度的变化率为

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}T}=c_p^\beta-c_p^\alpha+\frac{L}{T}-\left[\left(\frac{\partial V_m^\beta}{\partial T}\right)_p-\left(\frac{\partial V_m^\alpha}{\partial T}\right)_p\right]\frac{L}{V_m^\beta-V_m^\alpha}$$

如果 β 相是气相，α 相是凝聚相，试证明上式可简化为

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}T}=c_p^\beta-c_p^\alpha$$

3.14 根据式(3.4.7)，利用上题的结果计及潜热 L 是温度的函数，但假设温度的变化范围不大，定压热容可以看作常量，证明蒸气压方程可以表为

$$\ln p=A-\frac{B}{T}+C\ln T$$

$$\frac{1}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T}=\frac{L}{RT^2} \tag{3.4.7}$$

3.16 将范氏气体在不同温度下的等温线的极大点 N 与极小点 J 联起来，可以得到一条曲线 NCJ，如图 3.16 所示（此处 V_m 为气体的摩尔体积）. 试证明这条曲线的方程为

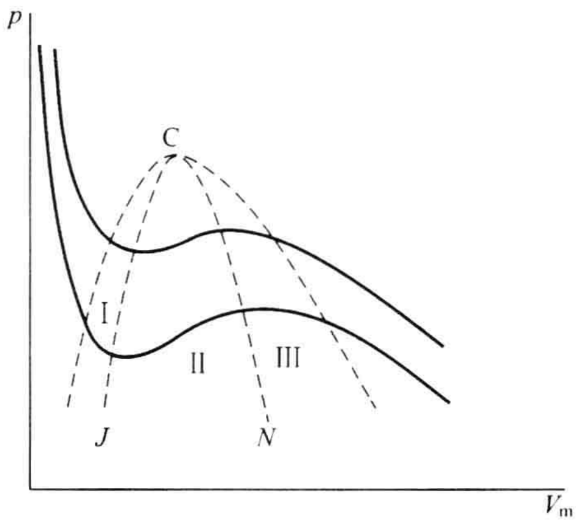

图 3.16

$$pV_m^3 = a(V_m - 2b)$$

并说明这条曲线划分出来的三个区域Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ的含义.

3.19 证明爱伦费斯特公式：

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\alpha^{(2)} - \alpha^{(1)}}{\kappa_T^{(2)} - \kappa_T^{(1)}}$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{c_p^{(2)} - c_p^{(1)}}{Tv(\alpha^{(2)} - \alpha^{(1)})}$$