

热统第十章作业

汪志诚著《热力学统计物理》（第五版）高等教育出版社

P330-332

习题 10.8, 10.10

作业要求：提交纸质版作业（作业本或是 A4 纸装订，在醒目位置写好姓名+学号），在本章讲完后的下一周周三收作业，同时下发前一次作业。

10.8 三维布朗颗粒在各向同性介质中运动，朗之万方程为

$$\frac{dp_i}{dt} = -\gamma p_i + F_i(t), \quad i = 1, 2, 3$$

其涨落力满足

$$\overline{F_i(t)} = 0, \overline{F_i(t) F_j(t')} = 2m\gamma kT \delta_{ij} \delta(t-t')$$

试证明，经过时间 t 布朗颗粒位移平方的平均值为

$$\overline{[\mathbf{x} - \mathbf{x}(0)]^2} = \sum_i \overline{[x_i - x_i(0)]^2} = \frac{6kT}{m\gamma} t$$

10.10 考虑布朗颗粒在铅直方向的运动。取 z 轴（向上）沿铅直方向，朗之万方程为

$$m \frac{dv_z}{dt} = -\alpha v_z - mg + F_z(t)$$

(a) 试证明，达到定常状态后，布朗颗粒的平均速度为

$$\overline{v_z} = -\frac{mg}{\alpha}$$

(b) 达到定常状态后，布朗颗粒的流量为零，即

$$J_z = -D \frac{dn}{dz} + n \overline{v_z} = 0$$

其中 $n(z)$ 为布朗颗粒的密度。试由此导出达到定常状态布朗颗粒按高度的分布。

[答： $n = n_0 e^{-\frac{mg}{kT} z}$]