

热统第六章作业

汪志诚著《热力学统计物理》（第五版）高等教育出版社

P188-189

习题 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6

作业要求：提交纸质版作业（作业本或是 A4 纸装订，在醒目位置写好姓名+学号），在本章讲完后的下一周周三收作业，同时下发前一次作业。

6.1 试根据式(6.2.13)证明,在体积 V 内,在 ε 到 $\varepsilon+d\varepsilon$ 的能量范围内,三维自由粒子的量子态数为

$$D(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon$$

6.2 试证明,对于一维自由粒子,在长度 L 内,在 ε 到 $\varepsilon+d\varepsilon$ 的能量范围内,量子态数为

$$D(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2L}{h} \left(\frac{m}{2\varepsilon} \right)^{1/2} d\varepsilon$$

6.3 试证明,对于二维自由粒子,在面积 L^2 内,在 ε 到 $\varepsilon+d\varepsilon$ 的能量范围内,量子态数为

$$D(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2\pi L^2}{h^2} m d\varepsilon$$

6.4 在极端相对论情形下,粒子的能量动量关系为 $\varepsilon = cp$. 试求在体积 V 内,在 ε 到 $\varepsilon+d\varepsilon$ 的能量范围内三维粒子的量子态数.

$$\left[\text{答: } D(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{4\pi V}{(ch)^3} \varepsilon^2 d\varepsilon \right]$$

6.5 设系统含有两种粒子,其粒子数分别为 N 和 N' . 粒子间的相互作用很弱,可以看作是近独立的. 假设粒子可以分辨,处在一个个体量子态的粒子数不受限制. 试证明,在平衡状态下两种粒子的最概然分布分别为

$$a_l = \omega_l e^{-\alpha - \beta \varepsilon_l}$$

和

$$a'_l = \omega'_l e^{-\alpha' - \beta \varepsilon'_l}$$

其中 ε_l 和 ε'_l 是两种粒子的能级, ω_l 和 ω'_l 是能级的简并度.

[提示:系统的微观状态数等于第一种粒子的微观状态数 Ω 与第二种粒子的微观状态数 Ω' 的乘积 $\Omega \cdot \Omega'$]

讨论:如果把一种粒子看作是一个子系统,系统由两个子系统组成. 以上结果表明,互为热平衡的两个子系统具有相同的 β .

6.6 同上题,如果粒子是玻色子或费米子,结果如何?