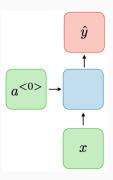
# Aprendizaje profundo

REDES RECURRENTES

Gibran Fuentes-Pineda Noviembre 2020

#### Tareas uno a uno



#### Tareas uno a muchos

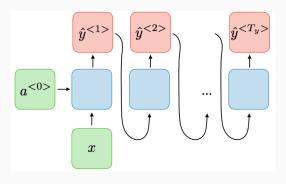
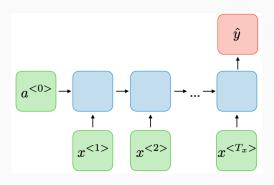
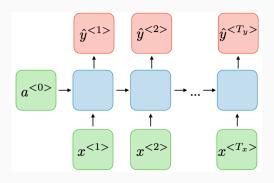


Imagen tomada de Amidi. Recurrent Neural Networks cheatsheet

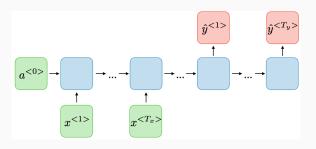
#### Tareas muchos a uno



#### Tareas muchos a muchos



### Tareas muchos a muchos con tiempos distintos



#### Redes recurrentes

· Redes con retro-alimentación en sus conexiones

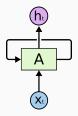
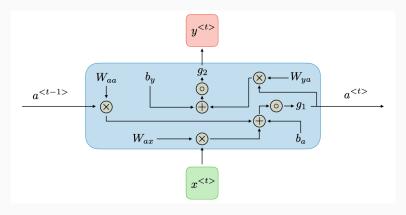


Imagen tomada de Colah 2015 (http://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/)

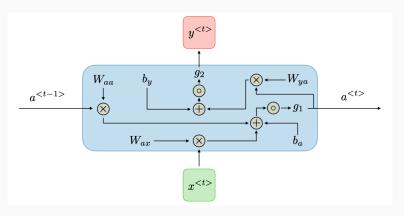
#### Elementos básicos

- 1. Entradas en cada instante de tiempo  $t(\mathbf{x}^{[t+1]})$
- 2. Estados en cada instante de tiempo  $t(\mathbf{h}^{[t+1]})$
- 3. Salidas en cada instante de tiempo  $t(\mathbf{y}^{[t+1]})$



# Tipos de retroalimentación

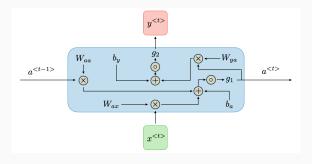
- 1. Salida anterior  $(y^{[t]})$
- 2. Estado anterior  $(\mathbf{h}^{[t]})$
- 3. Salida y estado anterior  $(\mathbf{h}^{[t]} \text{ y } \mathbf{y}^{[t]})$



#### Celda recurrente básica

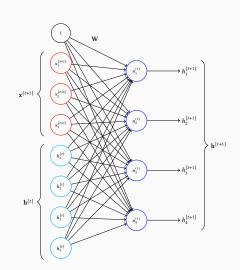
• Capa que procesa el estado anterior y la entrada actual para generar un nuevo estado y la salida

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^{[t+1]} &= \phi(\mathbf{W}_{hh} \cdot \mathbf{h}^{[t]} + \mathbf{W}_{hx} \cdot \mathbf{x}^{[t+1]} + \mathbf{b}_h) \\ \hat{\mathbf{y}}^{[t+1]} &= \phi(\mathbf{W}_{yh} \cdot \mathbf{h}^{[t+1]} + \mathbf{b}_y) \end{aligned}$$



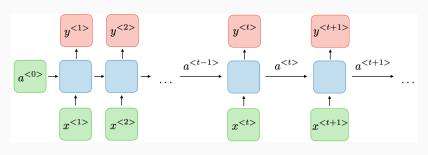
## Celda recurrente básica: otra perspectiva

$$\mathbf{h}^{[t+1]} = \sigma \left( \mathbf{W}_h \cdot \underbrace{\left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]}\right]}_{\text{Concatenation}} + \mathbf{b}_h \right)$$



### Despliegue de celdas

• Una celda recurrente para una secuencia de *T* valores, se puede desplegar en *T* capas con parámetros idénticos



#### Red neuronal con celdas recurrentes

- Típicamente contiene celdas recurrentes en conjunto con otras capas
- La salida de una celda puede alimentar otras capas u otras celdas
- · Un clasificador simple

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^{[t+1]} &= \sigma \left( \mathbf{W}_h \cdot \left[ \mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_h \right) \\ \hat{\mathbf{y}}^{[t+1]} &= softmax \left( \mathbf{W}_{yh} \cdot \mathbf{h}^{[t+1]} + \mathbf{b}_y \right) \end{aligned}$$

## Ejemplo: modelo de lenguaje a nivel símbolo

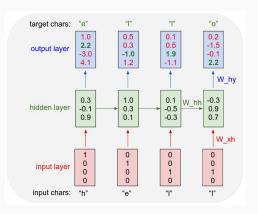
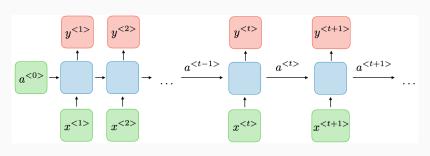


Imagen tomada de Karpathy 2015 (http://karpathy.github.io/2015/05/21/rnn-effectiveness/)

### Modelando dependencias a corto plazo

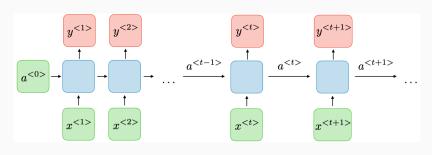
- En teoría una red recurrente básica puede modelar dependencias a corto y largo plazo
  - Siegelmann y Sontag mostraron que las redes recurrentes son Turing completas<sup>1</sup>



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Siegelmann and Sontag. On The Computational Power Of Neural Nets, 1995.

## El problema de la memoria a largo plazo

 En práctica es muy difícil entrenarlas para tareas con dependencias a largo plazo



## Memorias a corto y largo plazo

 Agregan elementos internos a la celda básica que permiten capturar dependencias a corto y largo plazo

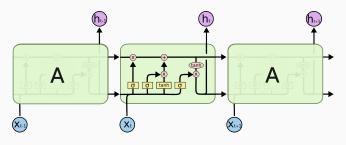


Imagen tomada de Colah 2015 (http://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/)

## LSTM: salida de la capa anterior

 Agrega o elimina elementos del estado anterior de la celda C<sup>[t]</sup> basado en transformación de la entrada actual x<sup>[t+1]</sup> y el estado oculto anterior h<sup>[t]</sup>

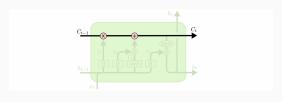
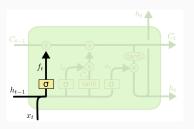


Imagen tomada de Colah 2015 (http://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/)

### LSTM: compuerta de olvido

• Determina qué olvidar del estado de la celda  $\mathbf{C}^{[t]}$  y en qué proporción a partir de la entrada actual  $\mathbf{x}^{[t+1]}$  y estado oculto anterior  $\mathbf{h}^{[t]}$ 

$$\mathbf{f}^{[t+1]} = \sigma\left(\mathbf{W}_f \cdot \left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]}\right] + \mathbf{b}_f\right)$$

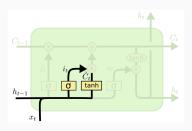


 $Imagen\ tomada\ de\ Colah\ 2015\ (http://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/)$ 

#### LSTM: computerta de entrada

• Determina qué agregar al estado de la celda  $\mathbf{C}^{[t]}$  y en qué proporción a partir de la entrada actual  $\mathbf{x}^{[t+1]}$  y estado oculto anterior  $\mathbf{h}^{[t]}$ 

$$\begin{split} & \mathbf{i}^{[t+1]} = \sigma \left( \mathbf{W}_i \cdot \left[ \mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_i \right) \\ & \hat{\mathbf{C}}^{[t+1]} = \tanh \left( \mathbf{W}_C \cdot \left[ \mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_C \right) \end{split}$$

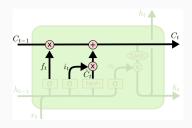


#### LSTM: nuevo estado

• El nuevo estado de la celda se obtiene como una combinación de la salida de la compuerta de olvido  $\mathbf{f}^{(t)}$  y las salidas  $\mathbf{i}^{[t+1]}$  y  $\tilde{\mathbf{C}}^{[t+1]}$  de la compuerta de entrada

$$C^{[t+1]} = f^{[t+1]} \odot C^{[t]} + i^{[t+1]} \odot \tilde{C}^{[t+1]}$$

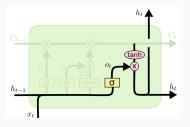
donde ⊙ denota el producto de Hadamard



## LSTM: computerta de salida

• El siguiente estado oculto  $\mathbf{h}^{[t+1]}$  se obtiene como una combinación de la entrada actual  $\mathbf{x}^{[t+1]}$ , el estado oculto anterior  $\mathbf{h}^{[t]}$  y el nuevo estado de la celda  $\mathbf{C}^{[t+1]}$ 

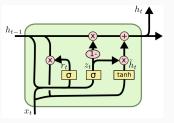
$$\begin{split} o^{[t+1]} &= \sigma \left( W_o \cdot \left[ h^{[t]}, x^{[t+1]} \right] + b_o \right) \\ h^{[t+1]} &= o^{[t+1]} \odot \tanh \left( C^{[t+1]} \right) \end{split}$$



#### **Gated Recurrent Unit**

· Combina compuertas de olvido y entrada en una sóla

$$\begin{split} \mathbf{z}^{[t+1]} &= \sigma \left( \mathbf{W}_{\mathbf{z}} \cdot \left[ \mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_{\mathbf{z}} \right) \\ \mathbf{r}^{[t+1]} &= \sigma \left( \mathbf{W}_{\mathbf{r}} \cdot \left[ \mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_{\mathbf{r}} \right) \\ \tilde{\mathbf{h}}^{[t+1]} &= \tanh \left( \mathbf{W}_{\mathbf{h}} \cdot \left[ \mathbf{r}^{[t+1]} \odot \mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_{\mathbf{h}} \right) \\ \mathbf{h}^{[t+1]} &= \left( 1 - \mathbf{z}^{[t+1]} \right) \odot \mathbf{h}^{[t]} + \mathbf{z}^{[t+1]} \odot \tilde{\mathbf{h}}^{[t+1]} \end{split}$$



# Retropropagación en el tiempo

· Pérdida en el tiempo

$$\mathcal{L}\left(\hat{\mathbf{y}},\mathbf{y}\right) = \sum_{t=1}^{T} \mathcal{L}(\hat{\mathbf{y}}^{[t]},\mathbf{y}^{[t]})$$

Retropropagación

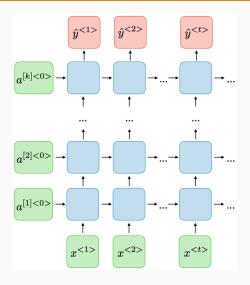
$$\frac{\partial \mathcal{L}^{[T]}}{\partial \theta} = \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial \mathcal{L}^{[t]}}{\partial \theta}$$

$$\mathbf{a}_{t} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t}} f \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+1}} g \xrightarrow{\mathbf{y}_{t+1}} g$$

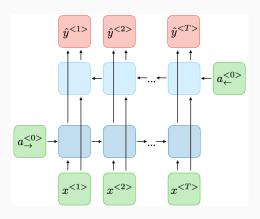
$$\mathbf{y} \text{ unfold through time } \mathbf{y}$$

$$\mathbf{a}_{t} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+1}} f_{1} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+1}} f_{2} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+2}} f_{3} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+3}} g \xrightarrow{\mathbf{y}_{t+3}} g$$

# Redes recurrentes apiladas



### **RNR Bidireccional**



### Modelos secuencia a secuencia

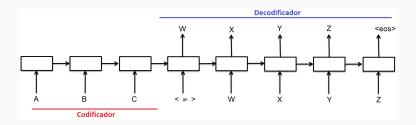


Imagen derivada de https://www.tensorflow.org/tutorials/seq2seq