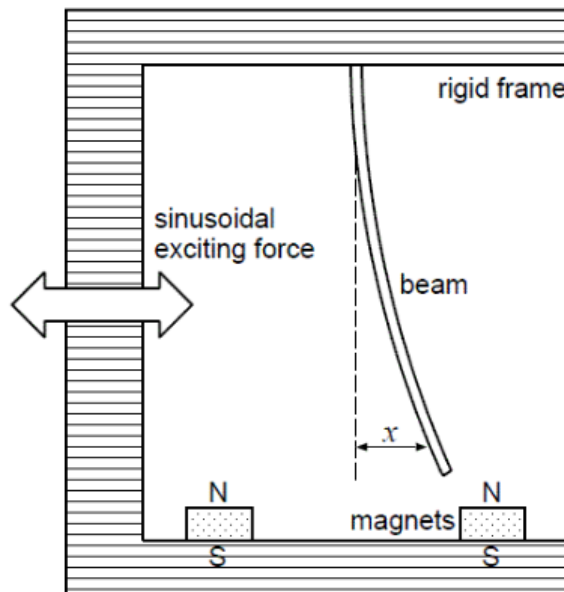


1. Introducción

La ecuación de Duffing, es una ecuación diferencial no lineal que describe el movimiento de un oscilador con amortiguamiento, con coeficiente de elasticidad no lineal y al cual se le aplica un forzamiento periódico.

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad (1)$$

donde α (rigidez) , β (no linealidad) , γ (amplitud de forzamiento), δ (amortiguamiento) y ω (frecuencia de forzamiento) son constantes. Un arreglo físico para esta ecuación se muestra en la siguiente figura.



2. Metodología

La manera en la que suele resolverse este tipo de ecuaciones diferenciales es utilizando métodos numéricos. El método que se abordó fue un Runge-Kutta de orden cuatro. La biblioteca SciPy de Python nos facilitará dar solución a la ecuación gracias a su función *odeint*. Los valores que se le dieron a cada coeficiente de la ecuación fueron:

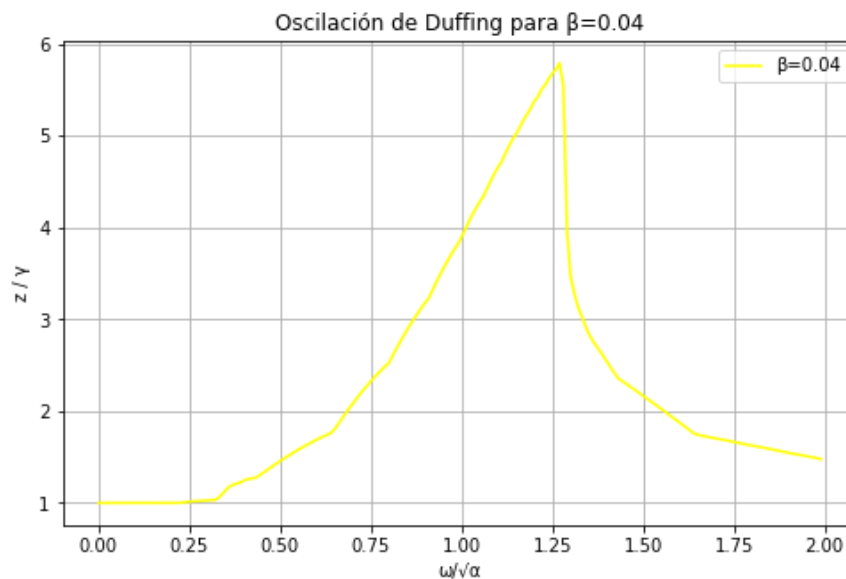
$$\gamma = 1,0 \quad \alpha = 1,0$$

$$\delta = 0,1 \quad \omega = 0 \text{ a } 2$$

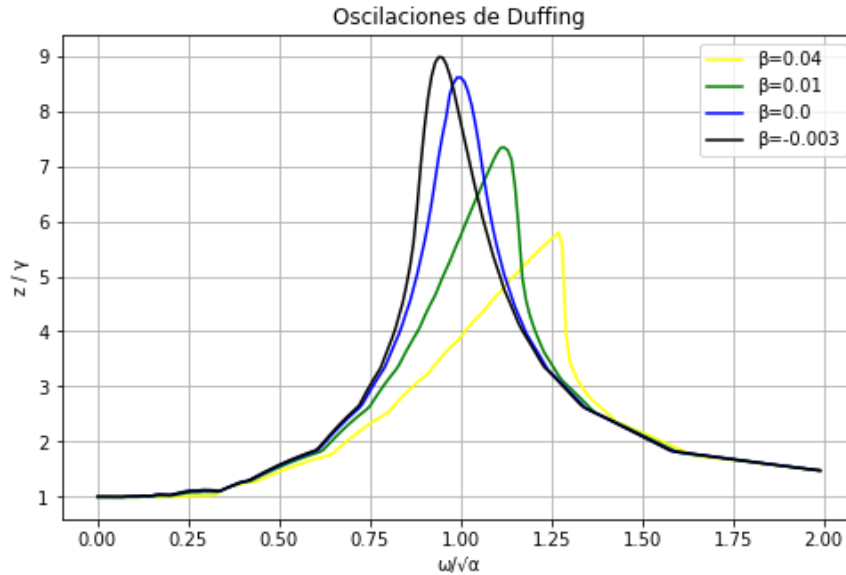
$$\beta = [0,04, 0,01, 0,0, -0,003]$$

3. Resultados

Se obtuvo una gráfica referente a $\beta = 0,04$ con $\alpha = \gamma = 1,0$



Se logró también una gráfica con diferentes valores de beta.



Puede apreciarse como va variando dependiendo del valor de β que se introduzca.

3.1. Histéresis

La histéresis es el fenómeno de inercia por el cual un material ofrece resistencia a un cambio, ya que tiene tendencia a conservar sus propiedades. Esta resistencia se manifiesta haciendo que el proceso de variación sea distinto en un sentido contrario.

La ecuación de Duffing es un ejemplo de un sistema dinámico que se comporta de manera caótica. La ecuación de Duffing presenta en su frecuencia de respuesta el fenómeno de salto de resonancia, que es un tipo de frecuencia en el comportamiento de histéresis.

4. Conclusión

La solución de sistemas de ecuaciones diferenciales son de vital importancia en física y el análisis numérico es una herramienta indispensable para poder abordar el problema. La ventaja que tiene python es que aparte de que sus librerías que ahorran gran parte del trabajo, SciPy tiene funciones como odeint especializadas en este tipo de problemáticas. A su vez esto tiene repercusión en física porque nos permite modelar sistemas físicos muy interesantes como la ecuación de Duffing.