Claudeth Hernández

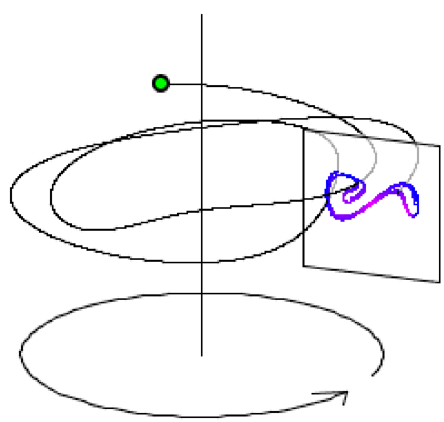
Oscilador de Duffing y Secciones de Poincaré

Actividad 11

---

1. Introducción

La ecuación de Duffing describe un oscilador amortiguado con un potencial mas complejo que el de un oscilador armónico simple ($\beta = \gamma = 0$).Se representa con un oscilador de resorte rígido que no obedece la ley de Hooke, y es ejemplo de un sistema dinámico que exhibe un comportamiento caótico. El oscilador de Duffing es un ejemplo de un fenómeno de resonancia dependiente de la frecuencia y que presenta un comportamiento de histeresis.

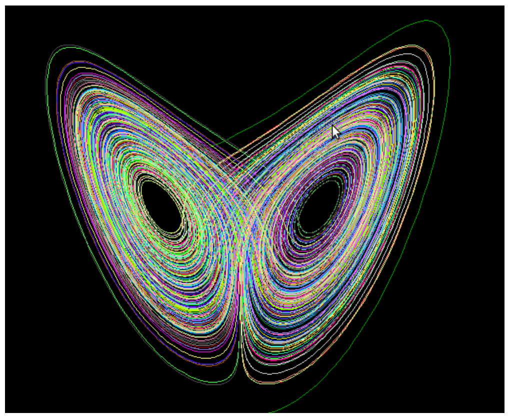


En el siguiente trabajo exploraremos la diversidad de tipos de movimientos que posee el oscilador de Duffing, dada la combinación de fenómenos de oscilación, forzamiento periódico y amortiguamiento.

2. Teoría del Caos

La Teoría del caos surgió en la segunda mitad del siglo XX y la persona que dio pie a ella fue el matemático y meteorólogo Edward Lorenz. En 1963 trabajó en unas ecuaciones con las que ambicionaba poder predecir el tiempo en la atmósfera, y trataba de ver gráficamente el comportamiento de sus ecuaciones mediante simulaciónes. Lorenz sorprendió cuando observó que pequeñas diferencias en los parámetros inciiales (Cosas tan simples como la cantidad de

decimales) conllevaban grandes diferencias en las predicciones que presentaba el modelo. De tal forma que cualquier perturbación, por más pequeña que sea, o error, en las condiciones iniciales del sistema puede tener una gran influencia sobre el resultado final.
De aquí surgió la teoría del Caos, una rama de las matemáticas, la física y otras ciencias que trata ciertos tipos de sistemas dinámicos. Aquellos sistemas cuyo estado evoluciona con el tiempo, con la particularidad de ser muy sensibles a las variaciones en las condiciones iniciales. Pequeñas variaciones en dichas condiciones iniciales pueden implicar grandes diferencias en el comportamiento futuro, haciendo complicada la predicción a largo plazo.



Edward Lorenz obtuvo una gráfica como resultado de representar sus ecuaciones. Esta fue llamada atractor de Lorenz y tiene dimensión fractal.

3. Metodología

En la actividad anterior usamos las bibliotécas de NumPy, SciPy y su función *odeint* para darle solución a la ecuación diferencial de Duffing. Obtuvimos las gráficas para diferentes valores de β. Ahora variaremos el parámetro de amplitud de forzamieno, γ, dandole valores desde 0.2 a 065.

$\beta = +1 \qquad \alpha = 1{,}0$

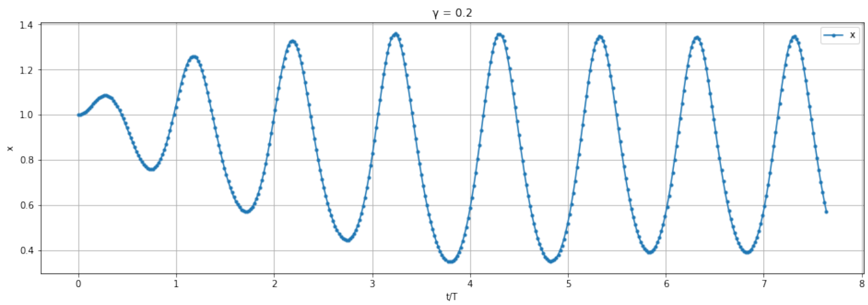
$\delta = 0{,}1 \qquad \omega = 0 \text{ a } 2$

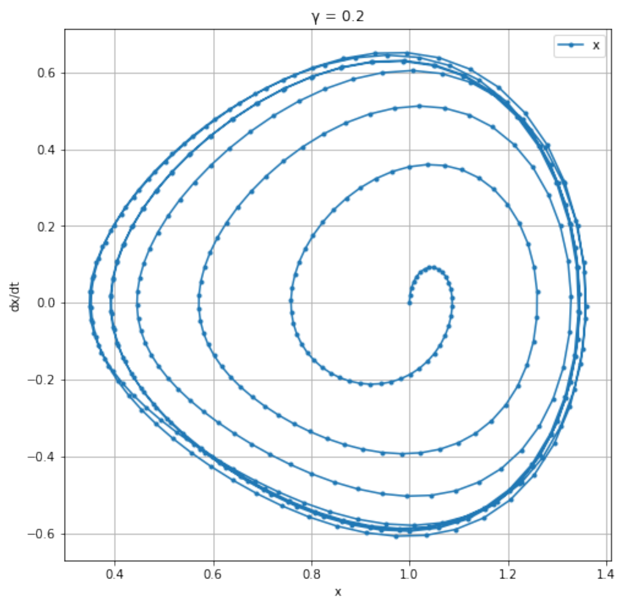
$\gamma = [0{,}2,\ \ 0{,}35,\ \ 0{,}45,\ \ 0{,}55,\ \ 0{,}65]$

Elegimos los valores anteriores para poder apreciar como va variando la gráfica a medida que el valor de γ va acercandose a 0.65.

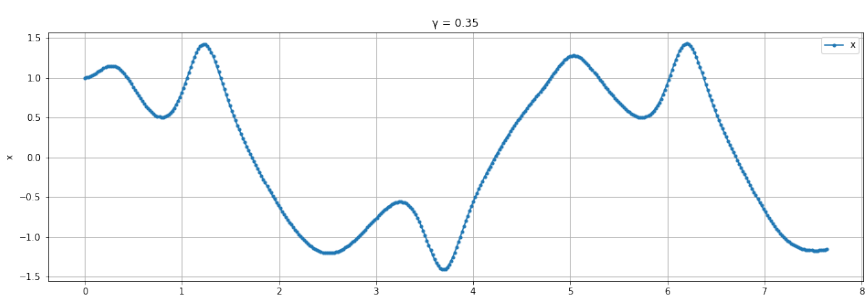
4. Resultados

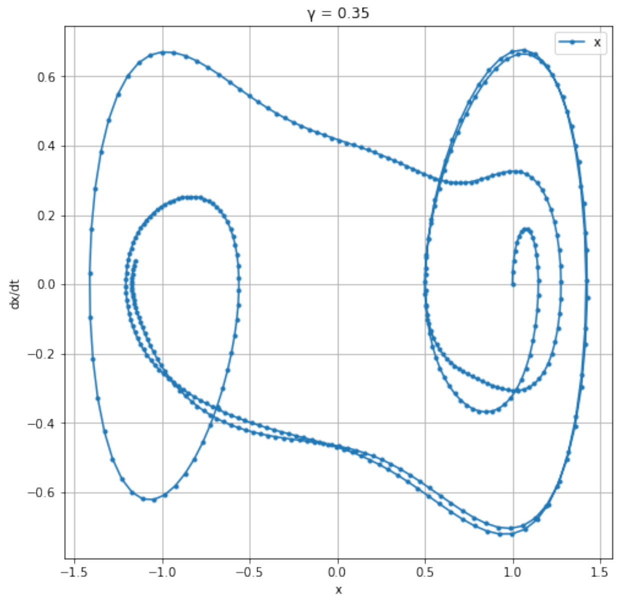
Se obtuvieron 10 gráficas en total.
Para $\gamma = 0,2$



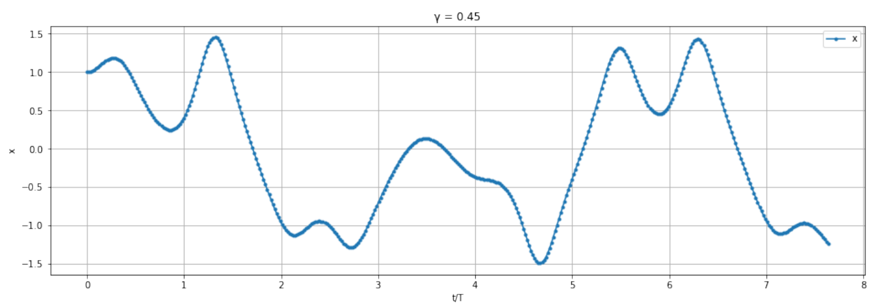


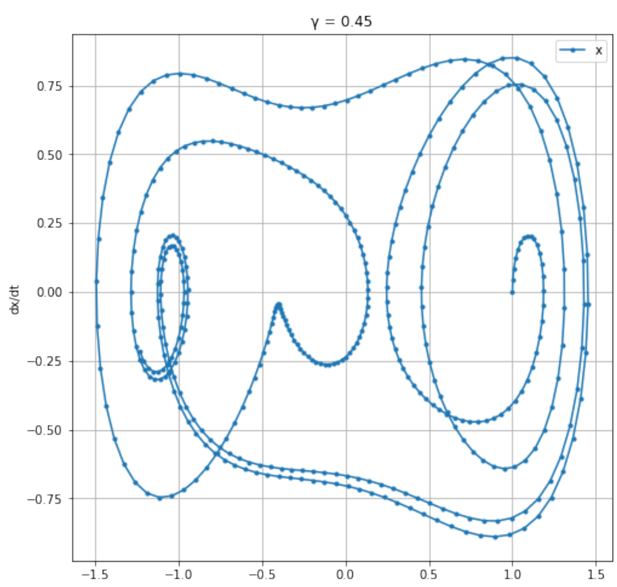
para $\gamma = 0,35$



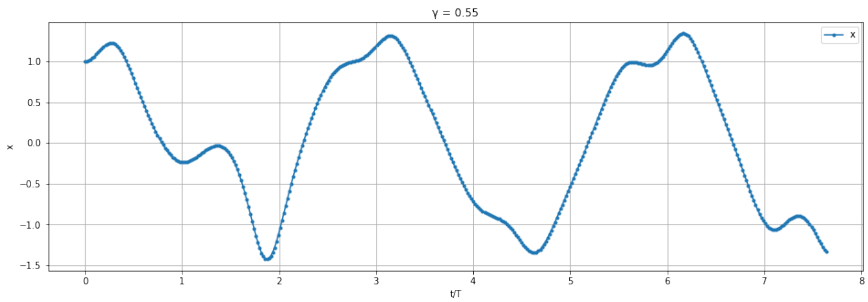


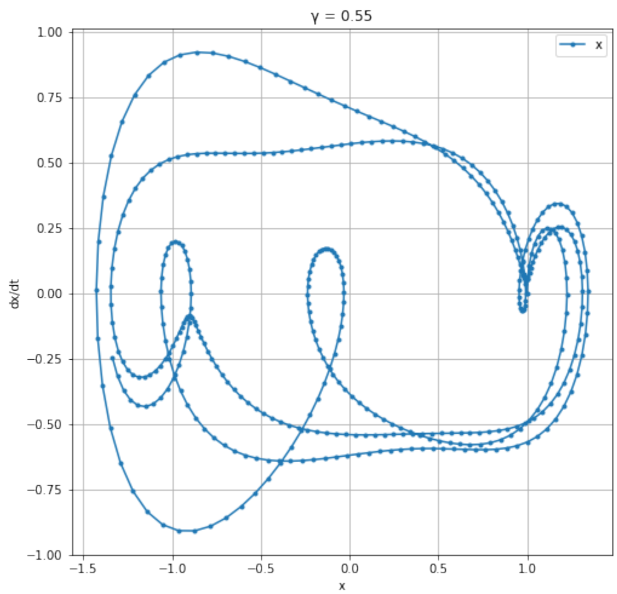
para $\gamma = 0{,}45$



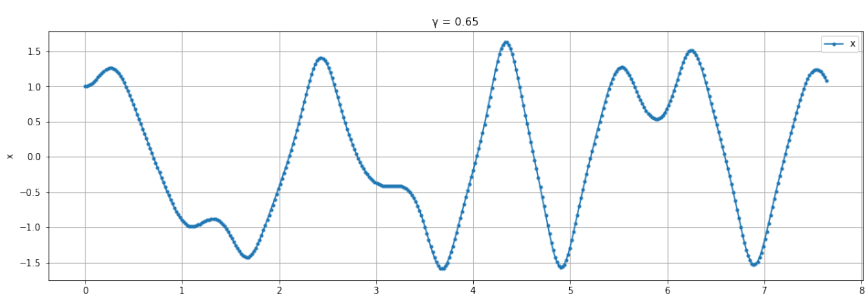


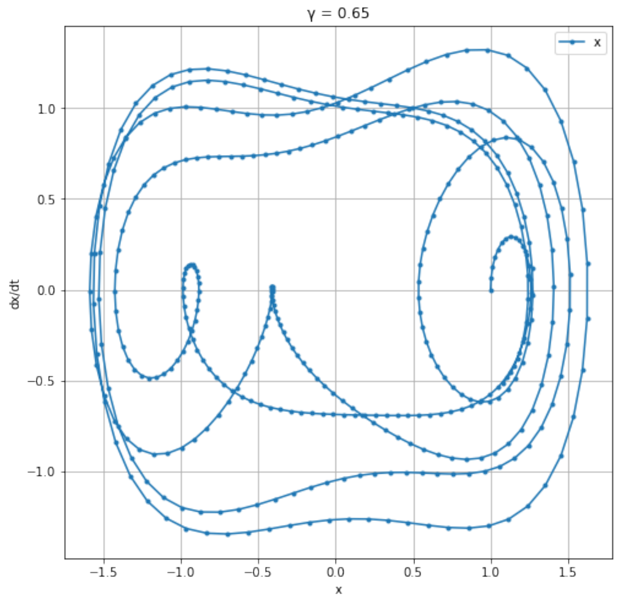
Para $\gamma = 0{,}55$





finalmente, para $\gamma = 0{,}55$





5. Conclusión

Puede observarse como a medida que vamos aumentando la amplitud del forzamiento, γ, el comportamiento se va cambiando cada vex mas. Las variaciones que hemos estado haciendo han sido muy pequeñas. Por lo tanto podemos afirmar que efectiivamente el sistema oscilatorio de Duffing se comporta como un sistema caotico.

6. Bibliografía

- Grafene Theme. (2019). TEORÍA DEL CAOS. 2019, de APRENDÉMOS MATEMÁTICAS Sitio web: http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodperv/fractales/teoria-del-caos/