Fizica III – Electromagnetism

Aplicatii # 2
Legile campului electromagnetic

Prof.dr.ing. Gabriela Ciuprina gabriela@lmn.pub.ro

As.dr.ing. Mihai Popescu mihai_p@lmn.pub.ro

S.l..dr.ing. Sorin Lup sorin@lmn.pub.ro

Legile campului EM*

1. Aplicatii (concepte)
   - 1.1. Legea fluxului electric (Gauss)
   - 1.2. Legea inductiei electromagnetice (Faraday)
   - 1.3. Teorema lui Ampere (consecinta a legii circuitului magnetic)
2. Experimente virtuale
3. Experimente reale

*
Exista mai multe legi in afara de cele discutate aici, vedeti cursul 2.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

https://en.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss

Michael Faraday (1791-1867)

https://en.wikipedia.org/wiki/Michael_Faraday

André-Marie Ampère (1775-1836)

https://en.wikipedia.org/wiki/Andr%C3%A9-Marie_Amp%C3%A8re

1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

$$\boxed{\psi_\Sigma = q_{\mathcal{D}_\Sigma} \qquad [C]}$$

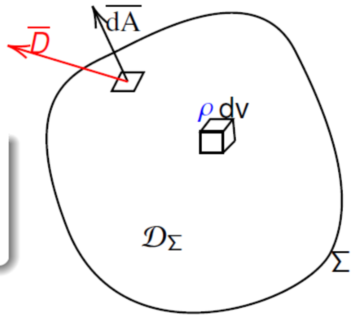
Legea fluxului electric (LFE) - enunţ

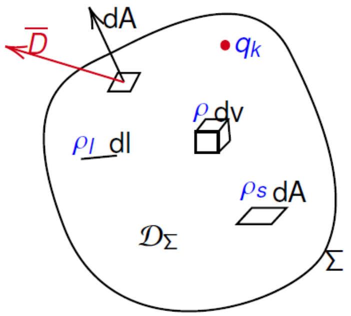
Fluxul electric prin **orice** suprafaţă închisă (Σ) este egal cu sarcina electrică din interiorul domeniului ($\mathcal{D}_\Sigma$) mărginit de acea suprafaţă.

E o lege generală, de stare.

LFE - forma matematică (globală/integrală)

$$\psi_\Sigma = q_{\mathcal{D}_\Sigma}$$





$$q_{\mathcal{D}_\Sigma} = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \rho_v \, dv + \int_S \rho_s \, dA + \int_C \rho_l \, dl + \sum_k q_k$$

LFE - forma matematică explicită (globală/integrală)

$$\int_\Sigma \overline{D} \cdot \overline{dA} = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \rho \, dv \qquad [C]$$

LFE - semnificaţie fizică

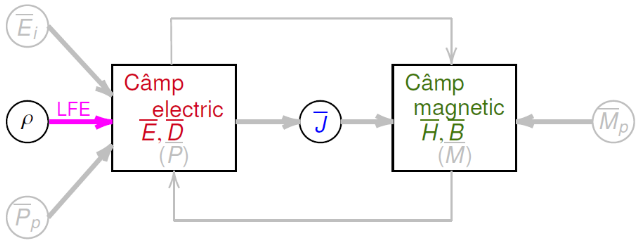
Se referă la legatura cauză $\Rightarrow$ efect:

$$q_{\mathcal{D}_\Sigma} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \psi_\Sigma \neq 0$$

Un corp electrizat produce în jurul lui un câmp electric.

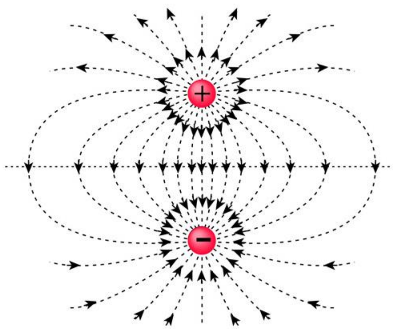
Obs: Fluxul electric printr-o suprafaţă închisă nu depinde de sarcina din exteriorul suprafeţei.

Legea fluxului electric în diagrama cauzală:

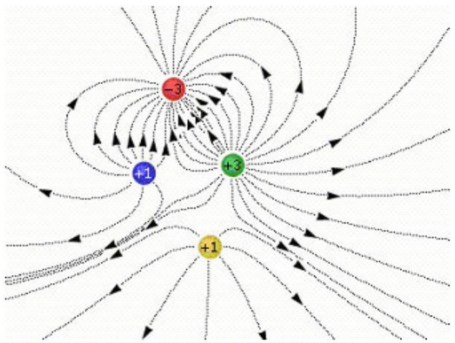


1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

- Liniile de câmp electric sunt curbe deschise care izvorăsc sarcinile pozitive şi se scurg în sarcinile negative.



Figură preluată de la http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/electric/imgele/edip2.png



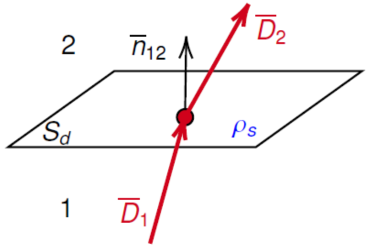
Figură preluată de la https://physics.stackexchange.com/questions/317989/electric-field-lines-can-be-taken-as-continuous-curves-in-a-charge-free-region

- Forma locală a legii, în puncte în care câmpul electric este suficient de neted (e derivabil spaţial).

$$\operatorname{div} \overline{D} = \rho_V$$

- Forma locală a legii pe suprafeţe de discontinuitate - în puncte în care câmpul electric nu este derivabil spaţial.

$$\overline{n}_{12} \cdot (\overline{D}_2 - \overline{D}_1) = \rho_s$$



Obs: Se notează $\operatorname{div}_s \overset{\text{not}}{=} \overline{n}_{12} \cdot (\overline{D}_2 - \overline{D}_1) \Rightarrow$

$$\operatorname{div}_s \overline{D} = \rho_s$$

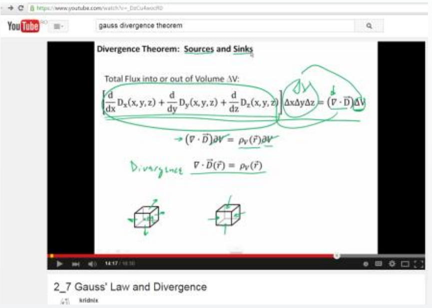
Se demonstrează!

Conservarea componentei normale a inducţiei electrice

Pe suprafeţe de discontinuitate neelectrizate, componenta normală a inducţiei electrice se conservă.

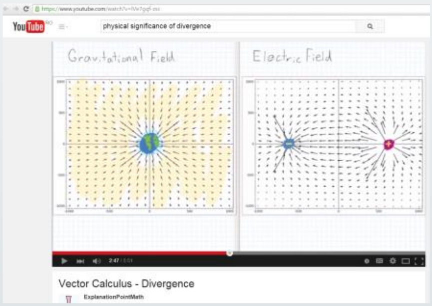
$$\rho_s = 0 \quad \Rightarrow D_{n1} = D_{n2}$$

Gauss law and divergence (20 min)



https://www.youtube.com/watch?v=_DzCu4wocR0

Divergence - sources and sinks (5 min)



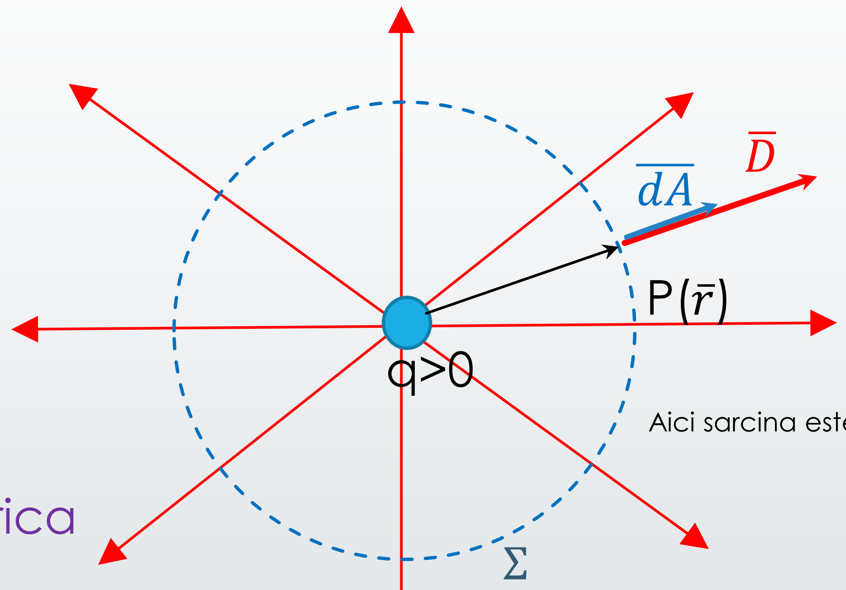
https://www.youtube.com/watch?v=lVe7gaf-zsc

1.1.a) o sarcina punctuala in vid.
1.1.b) un plan infinit extins incarcat cu sarcina
1.1.c) condensatorul plan parallel
1.1.d) condensatorul cilindric

1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.a) Campul unei sarcini punctuale q, aflata in vid

- LFE se poate aplica pentru calculul campului electric in problemele cu simetrie perfecta.
- Problemele cu simetrie perfecta – se recunosc dupa forma liniilor de camp.
- Simetriile pot fi: sferice (linii de cp sunt ca razele unei sfere intr-un sistem de coordonate sferic), carteziene (linii de camp drepte paralele cu axele unui sistem cartezian Oxyz), cilindrice (linii de cp sunt ca razele unei sfere intr-un sistem de coordinate cilindric).



Algoritmul metodei Gauss:

1) Se identifica tipul de simetrie
2) Se alege o suprafata inchisa Σ care: trece prin punctul de calcul si nu deranjeaza simetria problemei.
3) Se expliciteaza fluxul electric prin Σ, folosind considerente de simetrie.
4) Se calculeaza sarcina electrica din interiorul domeniului D_Σ marginit de aceasta suprafata.
5) Se aplica LFE, de unde rezulta modulul inductiei electrice. Orientarea ei este cunoscuta.

Aici sarcina este punctuala! q [C] ψ [C]

D [C/m²]

Se da: q > 0

Se cere: vectorul inductie electrica

1) Simetrie sferica
2) Alegem suprafata inchisa (sfera) care trece prin P si are centrul in originea sistemului sferic
3) Explicitam fluxul electric prin aceasta suprafata
4) Se calculeaza sarcina din interiorul suprafetei
5) Se aplica LFE si rezulta modulul inductiei electrice.

$$\psi_\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \int_\Sigma \overline{D}\cdot\overline{dA} = \int_\Sigma D\,dA\cos(0) = \int_\Sigma D\,dA = D\int_\Sigma dA = DA = D\,4\,\pi r^2$$

Vectorul inductie electrica si elemental de arie sunt paralele si orientate in acelasi sens

Din motive de simetrie, modulul inductiei electrice este constant pe o suprafata sferica, nu depinde de plasarea sa pe sfera

$$q_{D_\Sigma} = q$$

$$\text{LFE}: \psi_\Sigma = q_{D_\Sigma} \Rightarrow D\,4\,\pi\,r^2 = q \Rightarrow \boxed{D(r) = \frac{q}{4\,\pi r^2}}$$

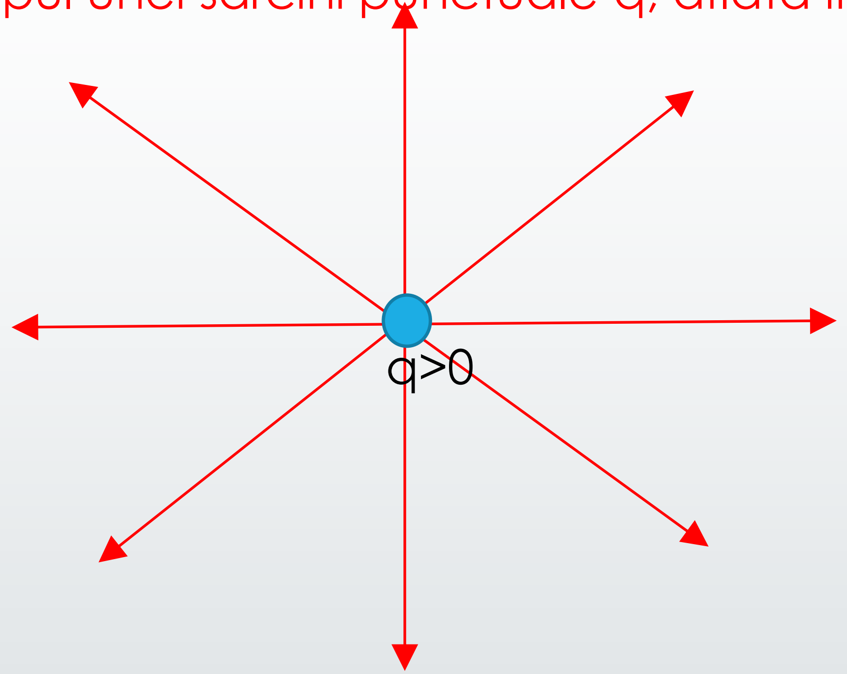
$$\boxed{\overline{D}(\bar{r}) = D(r)\frac{\bar{r}}{r}}$$

$$\overline{D}(\bar{r}) = \frac{q}{4\,\pi r^2}\frac{\bar{r}}{r}$$

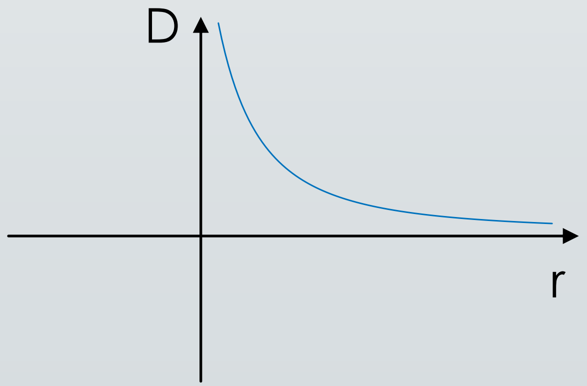
1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.a) Campul unei sarcini punctuale q, aflata in vid – rezultat:

$$\boxed{\bar{D}(\bar{r}) = D(r)\frac{\bar{r}}{r}}$$



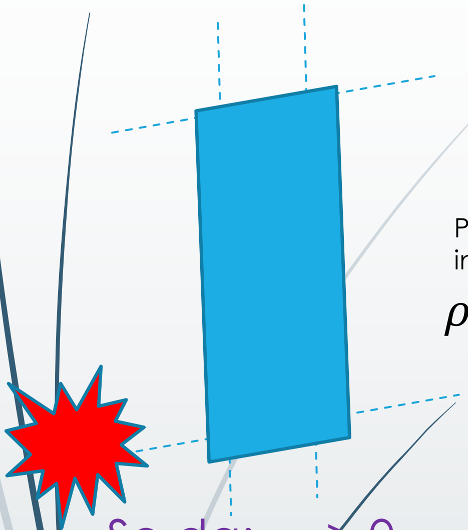
$$\boxed{D(r) = \frac{q}{4\,\pi r^2}}$$



- Comentati cazul r=0.
- Cum se calculeaza intensitatea campului electric?

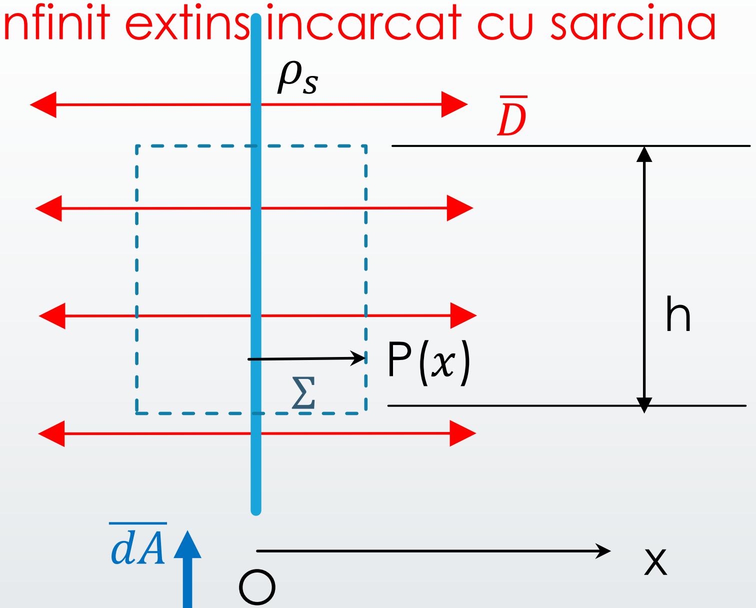
1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.b) Campul unui plan infinit extins incarcat cu sarcina



Planul este infinit extins si infint subtire.

ρ_s [C/m²]



1) Simetrie carteziana
2) Alegem suprafata inchisa (paralelipipedu) care trece prin P si este simetric fata de planul x=0 (unde este plasat planul incarcat)
3) Explicitam fluxul electric prin aceasta suprafata
4) Se calculeaza sarcina din interiorul suprafetei
5) Se aplica LFE si rezulta inductia.

Se da: $\rho_s > 0$

Se cere: vectorul inductie electrica

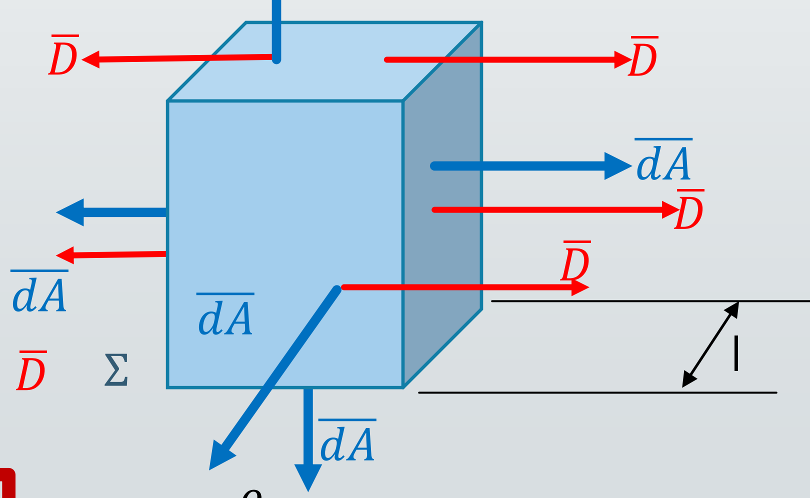
$$\psi_\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \int_\Sigma \overline{D} \cdot \overline{dA} = \sum_{k=1}^{6} \overline{D} \cdot \overline{dA} = 2\,DA$$

$$A = hl \qquad q_{D_\Sigma} = \rho_s A$$

Numai sarcina din interiorul domeniului conteaza

LFE : $\psi_\Sigma = q_{D_\Sigma}$ ⇒ $2\,DA = \rho_s A$

$$\boxed{D(x) = \frac{\rho_s}{2}} \qquad D(-x) = \frac{\rho_s}{2}$$



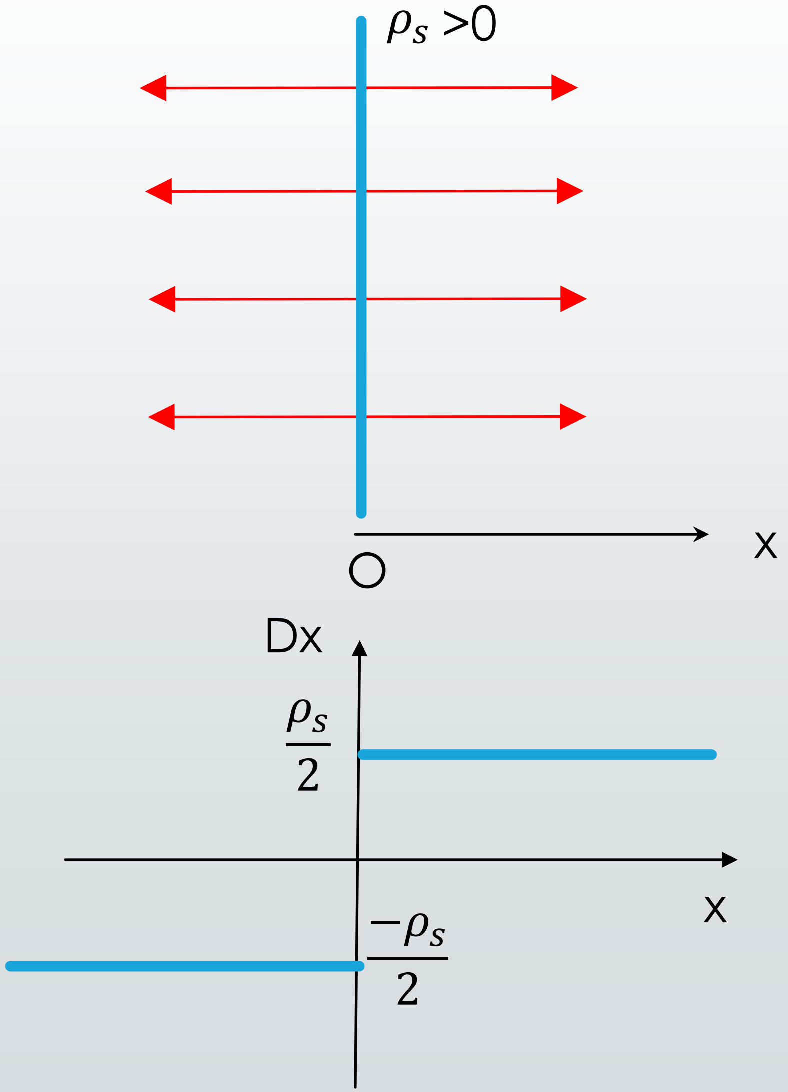
$$\boxed{\overline{D}(\overline{r}) = D_x \overline{\imath} \qquad D_x = \begin{cases} -\dfrac{\rho_s}{2}, & x < 0 \\ \dfrac{\rho_s}{2}, & x > 0 \end{cases}}$$

1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.b) Campul unui plan infinit extins incarcat cu sarcina - rezultat

$$\bar{D}(\bar{r}) = D_x \bar{i}$$

$$D_x = \begin{cases} -\dfrac{\rho_s}{2}, & x < 0 \\ \dfrac{\rho_s}{2}, & x > 0 \end{cases}$$



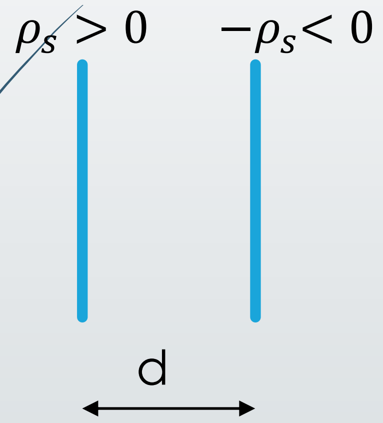
- Comentati cazul x=0.
- Cum se calculeaza intensitatea campului electric?

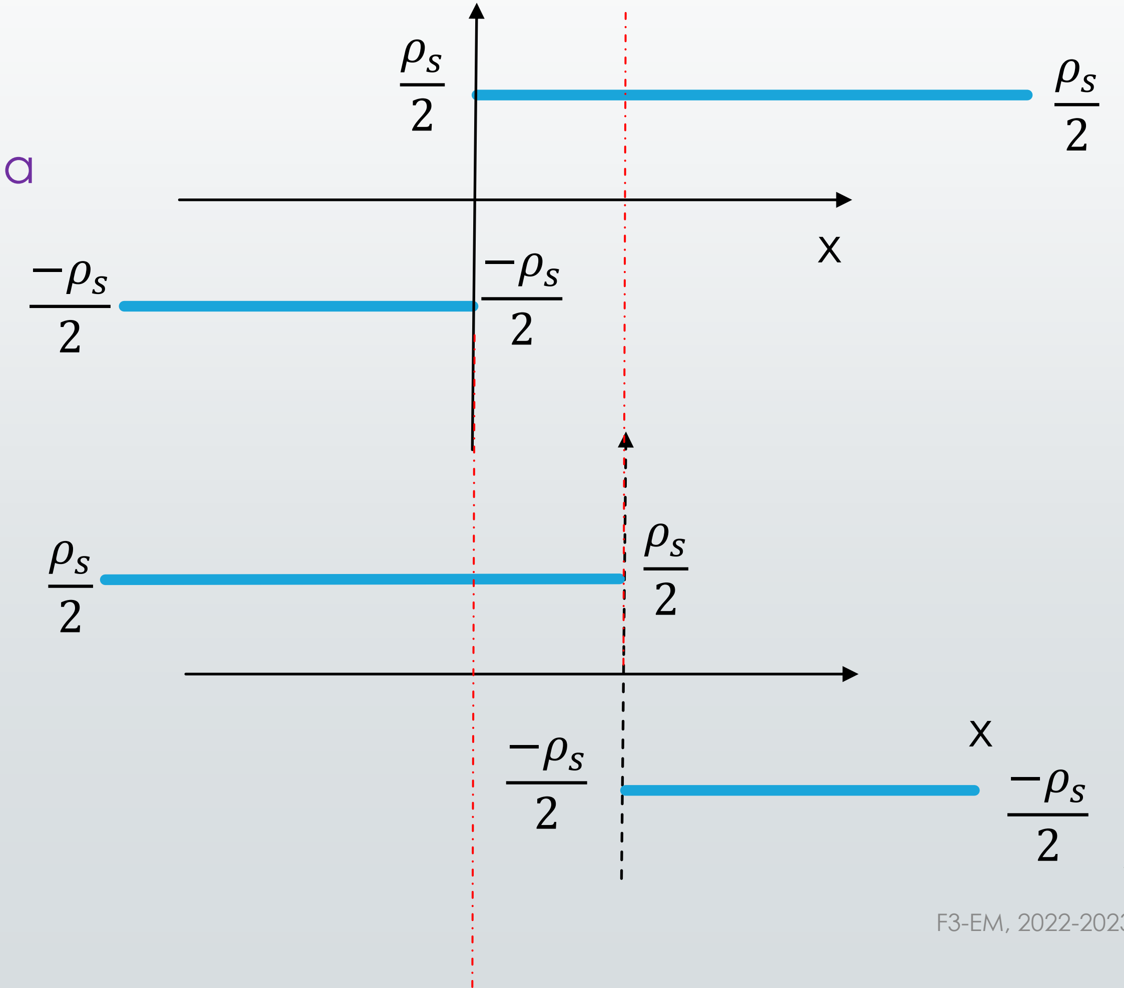
1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.c) Condensatorul plan paralel

Doua plane paralele, infinit extinse, incarcate cu sarcini egale si de semne contrare, situate la distanta d unul de celalalt.

Se dau: $\rho_s > 0$ si distanta d
Se cere: vectorul inductie electrica

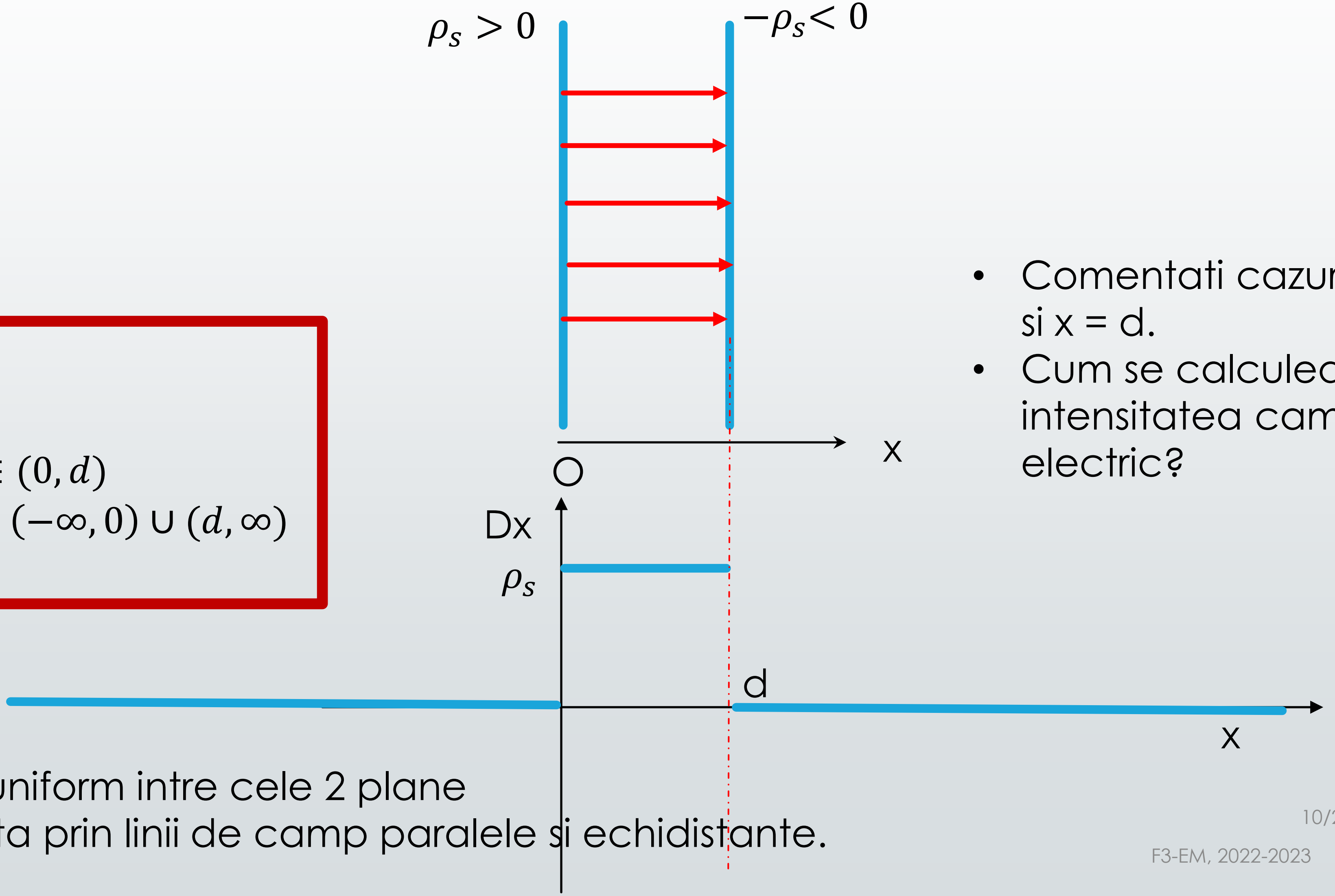




Rezolvarea o vom face prin superpozitie.
(Se poate aplica daca mediile sunt liniare)

1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.c) Condensatorul plan paralel - rezultat



$$\bar{D}(\bar{r}) = D_x \bar{\imath}$$

$$D_x = \begin{cases} \rho_s, & x \in (0, d) \\ 0, & x \in (-\infty, 0) \cup (d, \infty) \end{cases}$$

- Comentati cazurile x=0 si x = d.
- Cum se calculeaza intensitatea campului electric?

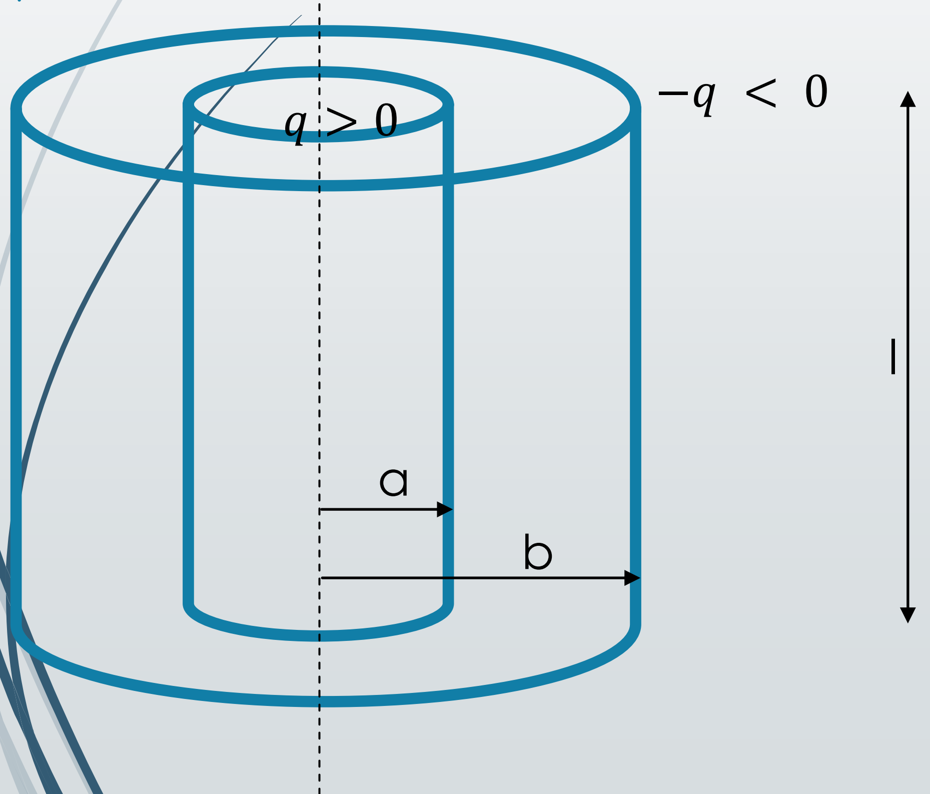
Campul este uniform intre cele 2 plane
=> Se reprezinta prin linii de camp paralele si echidistante.

1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.d) Condensatorul cilindric

Doi cilindri coaxiali, foarte lungi fata de razele lor, incarcati superficial cu sarcina, sarcini egale si de semne contrare, unul de raza a si celalalt de raza b.

Se dau: $q > 0$ si distantele a, b, l.
Se cere: vectorul inductie electrica



Vom neglija efectele de capat, ne vom imagina campul ca si cum cilindri ar fi infinit extinsi.
In acest caz, simetria nu poate fi decat cilindrica, liniile de camp electric sunt ca razele unui cilindru.

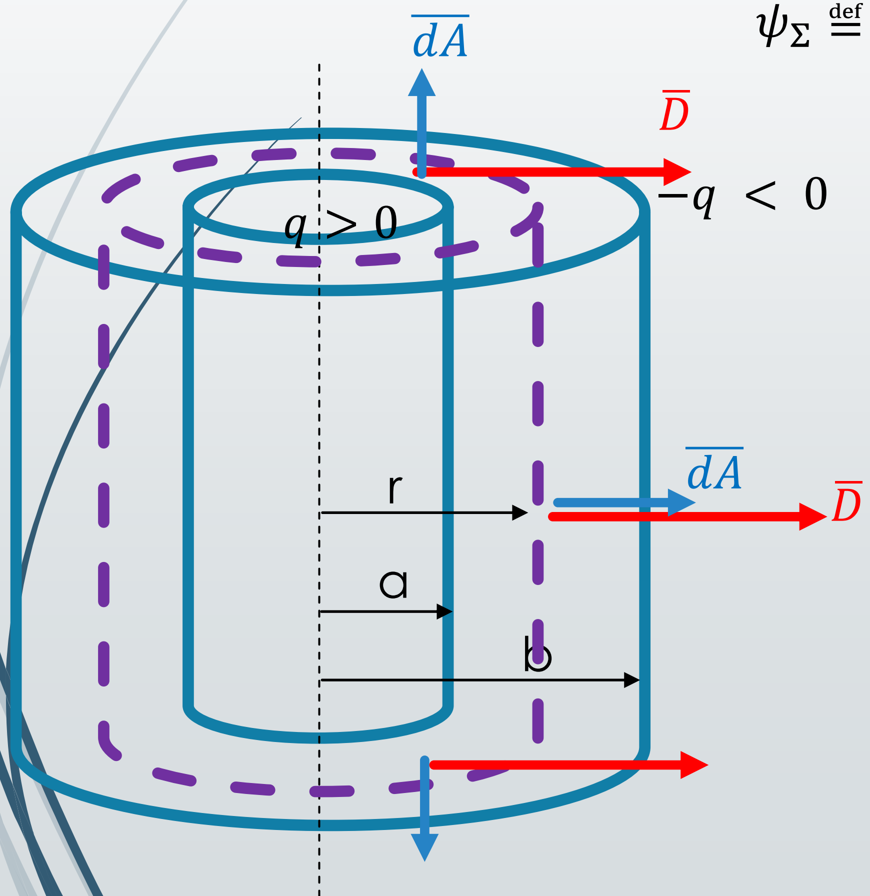
Suprfata inchisa (fictive) pe care vom aplica LFE trebuie sa fie un cilindru coaxial cu cei doi cilindri. O vom lua de exact aceeasi inaltime pentru a simplifica rationamentul.

Trebuie sa consideram 3 cazuri, in functie de unde este pus punctul de calcul.

1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.d) Condensatorul cilindric

Cazul 1: $r \in (a, b)$



$$\psi_\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \int_\Sigma \overline{D} \cdot \overline{dA} = \int_{\text{Slat}} D\, dA \cos(0) = \int_{\text{Slat}} D\, dA = D \int_{\text{Slat}} dA = DA = D\, 2\,\pi r l$$

Numai pe suprafata laterala a cilindrului fluxul este nenul. Pe aceasta suprafata laterala vectorul inductie si elementul de arie sunt paraleli si de acelasi sens.

Din motive de simetrie, modulul inductiei electrice este constant pe o suprafata laterala a suprafetei de calcul

$$q_{D_\Sigma} = q$$

$$\psi_\Sigma = q_{D_\Sigma} \Rightarrow D\, 2\,\pi r\, l = q \Rightarrow D(r) = \frac{q}{2\,\pi r l}$$

$$\boxed{\overline{D}(\overline{r}) = D(r)\frac{\overline{r}}{r}}$$

$$\overline{D}(\overline{r}) = \frac{q}{2\,\pi r l}\frac{\overline{r}}{r}$$

1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.d) Condensatorul cilindric

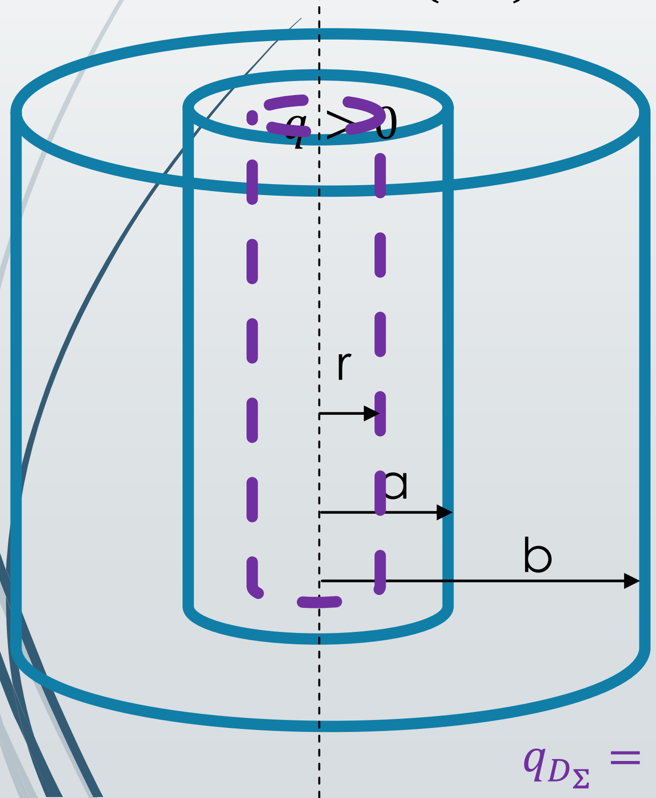
$$\psi_\Sigma \overset{\text{def}}{=} \int_\Sigma \overline{D} \cdot \overline{dA} = \cdots . = D\ 2\,\pi r\ l$$

$q_{D_\Sigma} = 0$

$\psi_\Sigma = q_{D_\Sigma}$

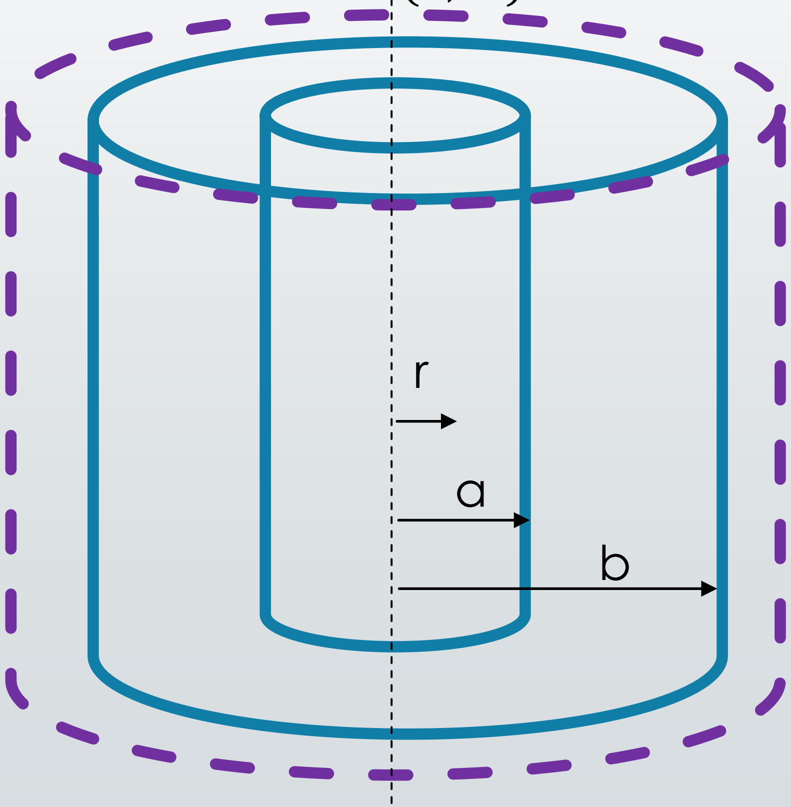
$\Rightarrow D\ 2\,\pi r\ l = 0 \Rightarrow D = 0$

Cazul 2: $r \in (0, a)$



$q_{D_\Sigma} = 0$

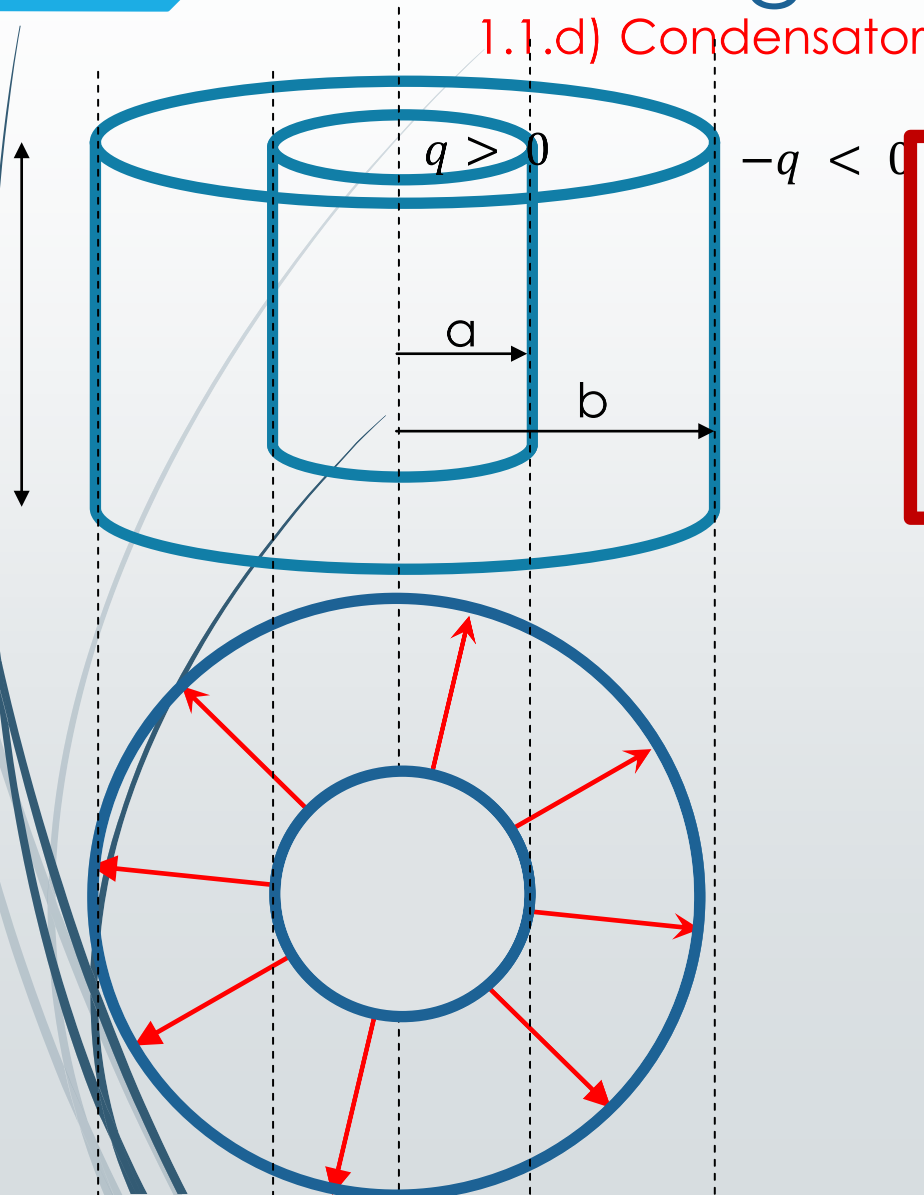
Cazul 3: $r \in (b, \infty)$



$q_{D_\Sigma} = q - q = 0$

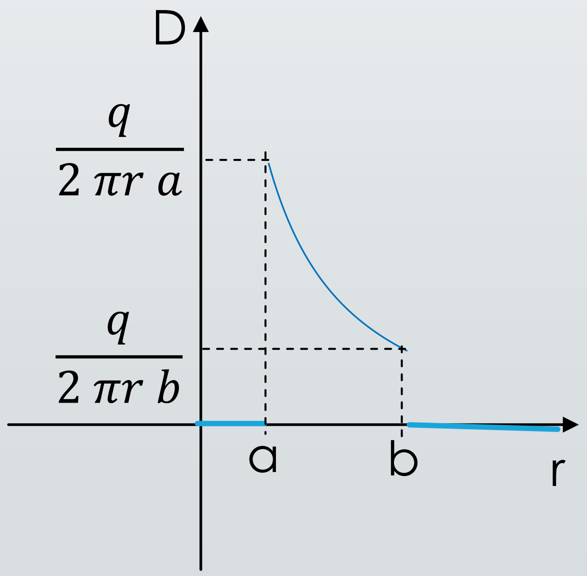
1.1. Legea fluxului electric - aplicatii

1.1.d) Condensatorul cylindric - rezultat

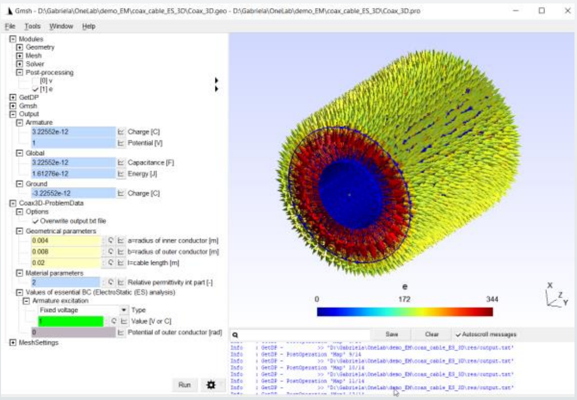


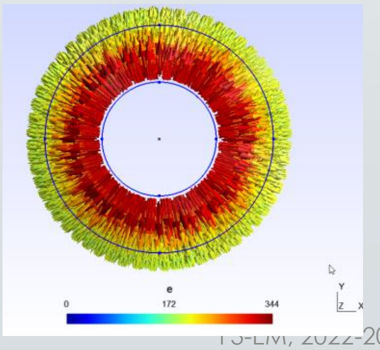
$$\bar{D}(\bar{r}) = D(r)\frac{\bar{r}}{r}$$

$$D(r) = \begin{cases} \dfrac{q}{2\,\pi r\, l}, & r \in (a, b) \\ 0, & r \in [0, a) \cup (b, \infty) \end{cases}$$



- Comentati cazurile r=a si r = b.
- Cum se calculeaza intensitatea campului electric?

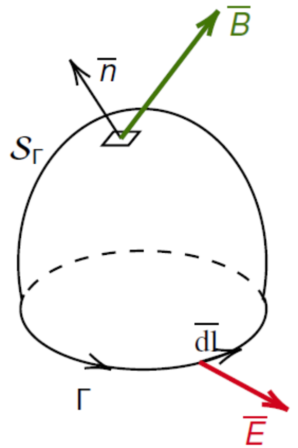




1.2. Legea inductiei electromagnetice - aplicatii

Legea inducţiei electromagnetice (LIE) - enunţ

Tensiunea electrică de-a lungul **oricărei** curbe închise (Γ) este egală cu viteza de scădere a fluxului magnetic care trece printr-o suprafaţă deschisă, arbitrară S_Γ care este mărginită de curba Γ.



Este o lege generală, de evoluţie.

LIE - forma matematică (globală/integrală)

$$u_\Gamma = -\frac{d\varphi_{S_\Gamma}}{dt}$$

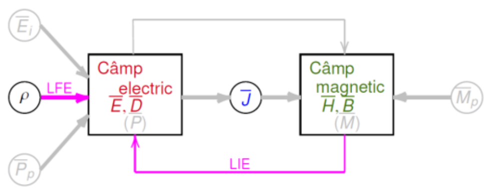
LIE - forma matematică explicită (globală/integrală)

$$\oint_\Gamma \overline{E}\cdot\overline{dl} = -\frac{d}{dt}\int_{S_\Gamma}\overline{B}\cdot\overline{dA} \qquad [V]$$

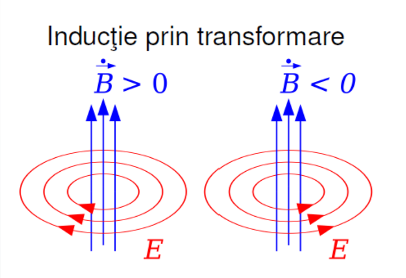
LIE - semnificaţie fizică

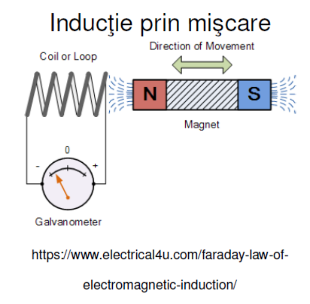
Un câmp magnetic variabil în timp produce câmp electric.

Obs: Câmpul magnetic este pe o suprafaţă deschisă (flux magnetic), iar efectul apare pe frontiera acestei suprafeţe (tensiune electrică), doar dacă fluxul magnetic care trece prin acea suprafaţă variază in timp.

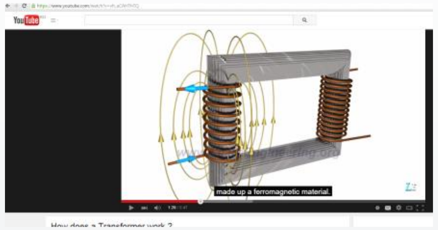


- Liniile câmpului electric indus sunt curbe **închise**, care înconjoară liniile câmpului magnetic inductor; sensul lor depinde şi de modul de variaţie al câmpului magnetic.



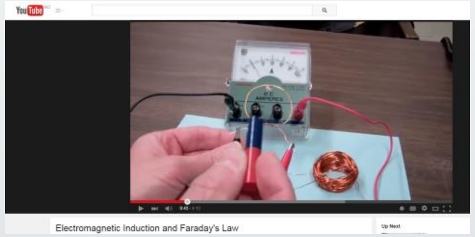


How does a Transformer work ? (5 min)



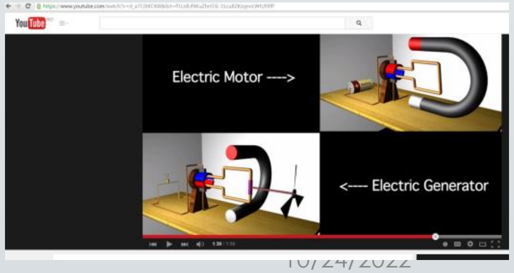
https://www.youtube.com/watch?v=vh_aCAHThTQ

Electromagnetic Induction and Faraday's Law (4 min)



https://www.youtube.com/watch?v=vwIdZjjd8fo

Motors and Generators



https://www.youtube.com/watch?v=d_aTC0iKO68&list=PLUdUNKuZhnS5I-31cu82KzgnvLWtLR9fP

1.2. Legea inductiei electromagnetice - aplicatii

$$\mathrm{rot}\,\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} - \mathrm{rot}(\overline{B} \times \overline{v})$$

$$\mathrm{rot}\,(\overline{E} + \overline{B} \times \overline{v}) = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} - \nabla \times (\overline{B} \times \overline{v})$$

$$\nabla \times (\overline{E} + \overline{B} \times \overline{v}) = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$$

Grad - Grad, Div, Curl (7 min)

https://www.youtube.com/watch?v=ynzRylL2atU

- Forma locală a legii pe suprafețe de discontinuitate imobile.

$$\overline{n}_{12} \times (\overline{E}_2 - \overline{E}_1) = \overline{0}$$

Obs: Pentru a face relația similară cu forma locală anterioară, se notează $\mathrm{rot}_s \overline{E} \overset{\mathrm{not}}{=} \overline{n}_{12} \times (\overline{E}_2 - \overline{E}_1) \Rightarrow$

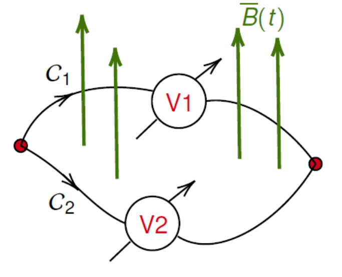
$$\mathrm{rot}_s \overline{E} = \overline{0}$$

Se demonstrează.
În cazul suprafețelor de discontinuitate mobile: $\mathrm{rot}_s (\overline{E} + \overline{B} \times \overline{v}) = \overline{0}$

Conservarea componentei tangențiale a intensității câmpului electric

Pe suprafețe de discontinuitate imobile, componenta tangențială a intensității câmpului electric se conservă.

$$\overline{E}_{t1} = \overline{E}_{t2}$$



$$u_1 = \int_{C_1} \overline{E} \cdot \mathrm{d}\overline{l}$$

$$u_2 = \int_{C_2} \overline{E} \cdot \mathrm{d}\overline{l}$$

$$u_2 - u_1 = -\frac{\mathrm{d}\varphi_{S_\Gamma}}{\mathrm{d}t}$$

$$u_1 \neq u_2$$

Definiție

Regim staționar = regim în care nu există variații în timp.

Observații:

- corpurile sunt imobile;
- formal: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- TPE este particularizarea LIE în regim staționar.

Teorema potențialului electric staționar - enunț

În regim staționar, tensiunea electrică pe orice curbă închisă este zero.

Forma globală/integrală

$$u_\Gamma = 0$$

Forma globală/integrală explicită

$$\oint_\Gamma \overline{E} \cdot \mathrm{d}\overline{l} = 0$$

Forma locală

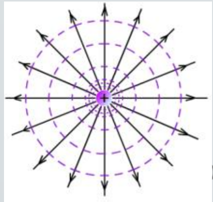
$$\mathrm{rot}\,\overline{E} = \overline{0} \quad \Rightarrow \quad \exists V \quad \overline{E} = -\mathrm{grad}\,V$$

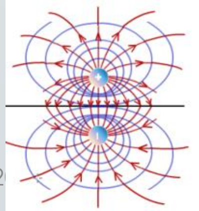
$$\overline{E} = -\mathrm{grad}\,V$$

$$\overline{E} = -\nabla V$$

- V - potențial electric staționar [V]
- Se spune că $\overline{E}$ este irotațional. Un câmp irotațional se poate exprima ca fiind gradientul unui câmp scalar.

$$\overline{E} \cdot \overline{n} = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}n}$$

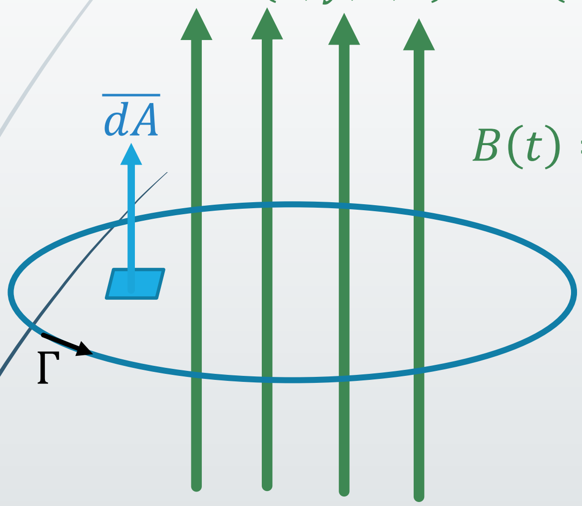




1.2. Legea inductiei electromagnetice - aplicatii

1.2.a) principiul transformatorului

$\bar{B}(x,y,z,t) = B(t)\bar{k}$



$B(t) = B_m \sin(\omega t)$

Camp magnetic uniform (in spatiu) si variabil in timp.

Γ – o curba inchisa, planara, planul ei fiind perpendicular pe liniile de camp magnetic. Aria suprafetei delimitate de spira este A. Consideram orientarea curbei ca in figura.

Tensiunea electromotoare (t.e.m) indusa este, conform LIE:

$$u_\Gamma(t) = -\frac{d\phi_{S_\Gamma}}{dt}$$

$$\phi_{S_\Gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{S_\Gamma} \bar{B} \cdot \overline{dA} = \int_{S_\Gamma} B\, dA \cos(0) = \int_{S_\Gamma} B\, dA = \mathrm{B} \int_{S_\Gamma} dA = BA$$

Vectorul inductie mg si elemental de arie sunt paralele si orientate in acelasi sens

Campul inductiei mg este uniform (valorea nu depinde de punctul din spatiu).

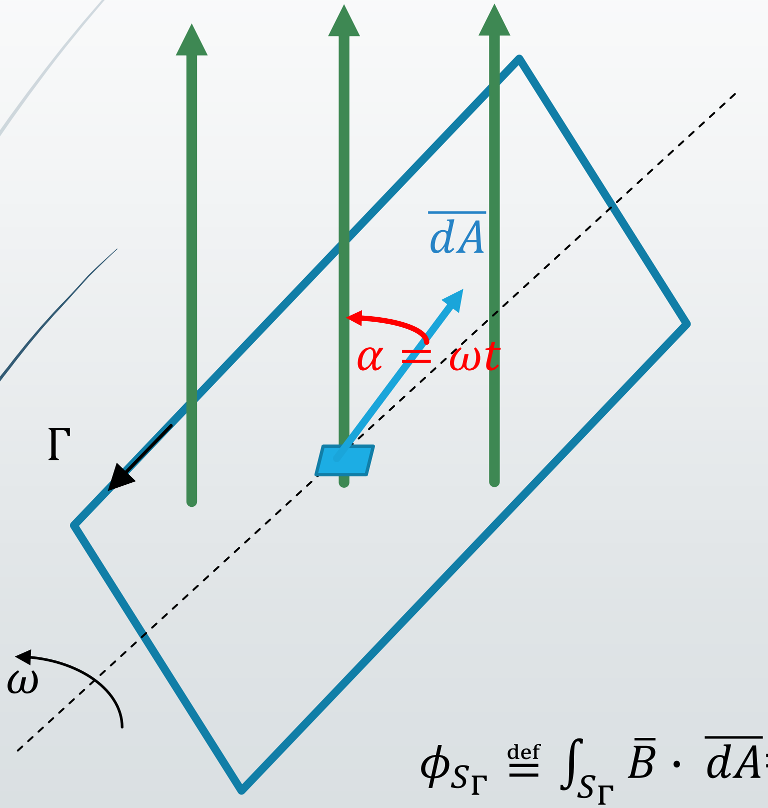
$$\phi_{S_\Gamma}(t) = AB_m \sin(\omega t) \longrightarrow u_\Gamma(t) = -A\omega B_m \cos(\omega t)$$

Obs: fenomenul de IE apare oricum, curba poate fi doar un obiect matematic.
Daca spira se "materializeaza" (este de exemplu un conductor inchis) atunci in ea apare un current.

1.2. Legea inductiei electromagnetice - aplicatii

1.2.b) principiul generatorului de tensiune alternativa

$\bar{B}(x, y, z, t) = B\,\bar{k}$



Camp magnetic uniform (in spatiu) si variabil in timp.

O spira planara, planul ei fiind perpendicular pe liniile de camp magnetic.
Aria suprafetei delimitate de spira este A.
Consideram orientarea curbei care urmareste conturul spirei ca in figura.
Spira se roteste cu viteza unghiulara ω in jurul axei sale.
Pe curba inchisa care urmareste conturul spirei se induce o tensiune.

$$\phi_{S_\Gamma} \stackrel{\text{def}}{\equiv} \int_{S_\Gamma} \bar{B} \cdot \overline{dA} = \int_{S_\Gamma} B\, dA \cos(\alpha) = \mathrm{B} \cos(\alpha) \int_{S_\Gamma} dA = BA\cos(\alpha) = BA\cos(\omega t)$$

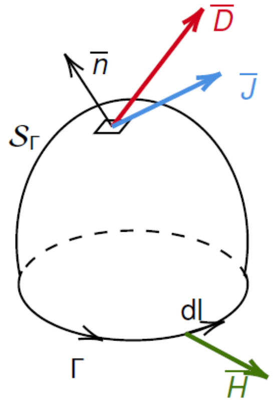
$$u_\Gamma(t) = -\frac{d\phi_{S_\Gamma}}{dt} = -BA\omega \sin(\omega t)\,.$$

La un moment de timp fixat, in orice punct al suprafetei, normala face acelasi unghi cu directia campului magnetic.

1.3. Teorema lui Ampere (legea circuitului magnetic)- aplicatii

Legea circuitului magnetic (LCM) - enunţ

Tensiunea magnetică de-a lungul **oricărei** curbe închise (Γ) este egală cu suma dintre intensitatea curentului electric care trece printr-o suprafaţă deschisă, arbitrară $\mathcal{S}_\Gamma$ care este mărginită de curba Γ şi viteza de variaţie a fluxului electric prin $\mathcal{S}_\Gamma$.



Este o lege generală, de evoluţie.

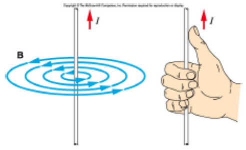
LCM - forma globală/integrală

$$u_{m_\Gamma} = i_{\mathcal{S}_\Gamma} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathcal{S}_\Gamma}}{\mathrm{d}t}$$

LCM - forma globală explicită

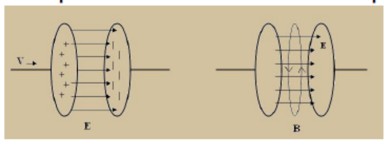
$$\oint_\Gamma \overline{H} \cdot \overline{\mathrm{d}l} = \int_{\mathcal{S}_\Gamma} \overline{J} \cdot \overline{\mathrm{d}A} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{S}_\Gamma} \overline{D} \cdot \overline{\mathrm{d}A} \qquad [\mathrm{A}]$$

Câmpul magnetic produs de un corp în stare electrocinetică



(https://physics.stackexchange.com/users/59168/muno),

Câmpul magnetic produs de un câmp electric variabil în timp



http://agni.phys.iit.edu/ vpa/electromagnetic.html

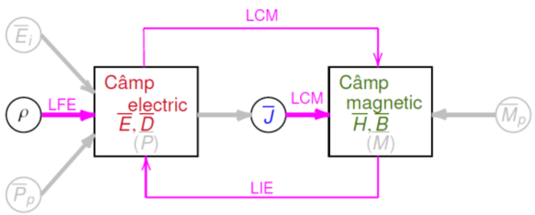
LCM - consecinţe (calitativ)

- Liniile câmpului magnetic produs de un curent electric sunt curbe **închise**, care înconjoară liniile de curent; sensul lor depinde de sensul curentului.
- Liniile câmpului magnetic indus sunt curbe **închise**, care înconjoară liniile câmpului electric inductor; sensul lor depinde şi de modul de variaţie al câmpului electric.

LCM - semnificaţie fizică

1. Un corp în stare electrocinetică produce în jurul lui un câmp magnetic.
2. Un câmp electric variabil în timp produce câmp magnetic.

LCM în diagrama cauzală:



Definiţie

Regim staţionar = regim în care nu există variaţii în timp.

Observaţii:

- corpurile sunt imobile;
- formal: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- TA este particularizarea LCM în regim staţionar.

Teorema lui Ampère - enunţ

În regim staţionar, tensiunea magnetică de-a lungul **oricărei** curbe închise (Γ) este egală cu intensitatea curentului electric care trece printr-o suprafaţă deschisă, arbitrară $\mathcal{S}_\Gamma$ care este mărginită de curba Γ.

1.3. Teorema lui Ampere (legea circuitului magnetic)- aplicatii

Teorema lui Ampère

Forma globală/integrală

$$u_{m_\Gamma} = i_{S_\Gamma}$$

Forma globală/integrală explicită

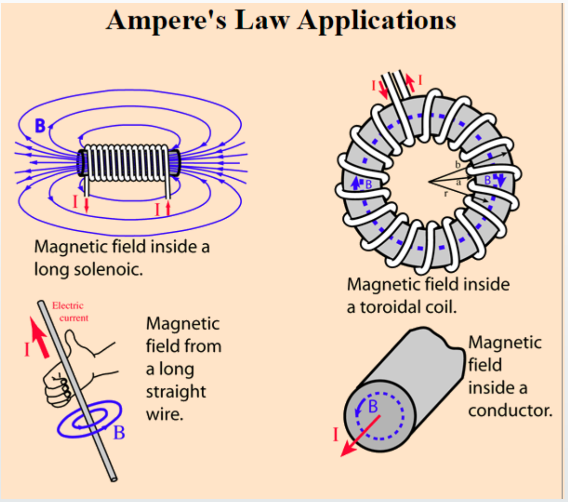
$$\oint_\Gamma \overline{H} \cdot \overline{\mathrm{dl}} = \int_{S_\Gamma} \overline{J} \cdot \overline{\mathrm{dA}}$$

Forma locală

$$\mathrm{rot}\,\overline{H} = \overline{J}$$

Forma locală pe suprafeţe de discontinuitate

$$\mathrm{rot}_s\,\overline{H} = \overline{J}_s \qquad \Leftrightarrow \qquad \overline{n}_{12} \times (\overline{H}_2 - \overline{H}_1) = \overline{J}_s$$



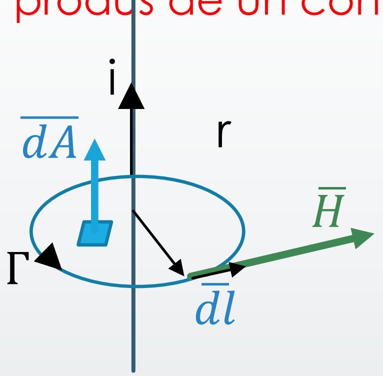
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/amplaw.html

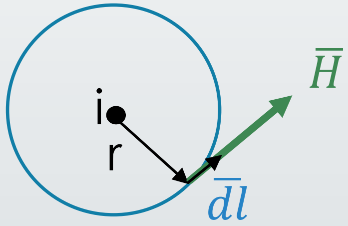
1.3.a) campul magnetic produs de un conductor filiform parcurs de curent;
1.3.b) campul produs de un conductor cylindric parcurs de current uniform distribuit;
1.3.c) campul magnetic al cablului coaxial in regim stationar.

1.3. Teorema lui Ampere (legea circuitului magnetic)- aplicatii

1.3.a) campul magnetic produs de un conductor filiform parcurs de curent;

- TA se poate aplica pentru calculul campului magnetic in problemele cu simetrie perfecta.
- Problemele cu simetrie perfecta – se recunosc dupa forma liniilor de camp.
- Simetriile pot fi: carteziene (linii de camp drepte paralele cu axele unui sistem cartezian Oxyz sau cilindrice (linii de cp sunt cercuri coaxiale).





Algoritmul metodei Ampere:
1) Se identifica tipul de simetrie
2) Se alege o curba inchisa Γcare: trece prin punctul de calcul si nu deranjeaza simetria problemei.
3) Se expliciteaza tensiunea magnetica de-a lungul cubei Γ, folosind considerente de simetrie.
4) Se calculeaza intensitatea curentului care strabate suprafata deschisa S_Γ care se sprijina pe curba.
5) Se aplica TA, de unde rezulta modulul intensitatii campului magnetic. Orientarea ei este cunoscuta.

Se da: I > 0

Se cere: vectorul intesitatii campului magnetic

1) Simetrie cilindrica
2) Alegem curba inchisa (cerc) care trece prin P si are centrul pe axa sistemului cilindric
3) Explicitam tensiunea magnetica de-a lungul acestei curbe
4) Se calculeaza curentul prin suprafata care se sprijina pe curba. Atentie la orientari.
5) Se aplica TA si rezulta modulul intensitatii campului magnetic.

$$u_\Gamma \overset{\text{def}}{=} \int_\Gamma \overline{H}\cdot\overline{dl} \underset{\overline{H}\uparrow\uparrow\,\overline{dl}}{=} \int_\Gamma H\,dl\cos(0) \underset{\text{simetrie}}{=} \int_\Gamma H\,dl = H\int_\Gamma dl = H\,2\pi r$$

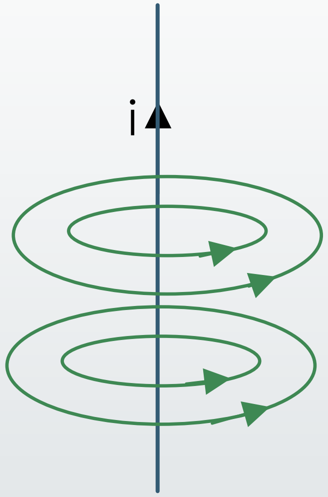
$i_{S_\Gamma} = i$ (pentru ca orientarea dA este la fel ca i)

TA : $u_\Gamma = i_{S_\Gamma}$ ⇒ $H\,2\,\pi\,r = i$ ⇒ $\boxed{H(r) = \dfrac{i}{2\,\pi\,r}}$ $\boxed{\overline{H}(\overline{r}) = H(r)\overline{u_\phi}}$

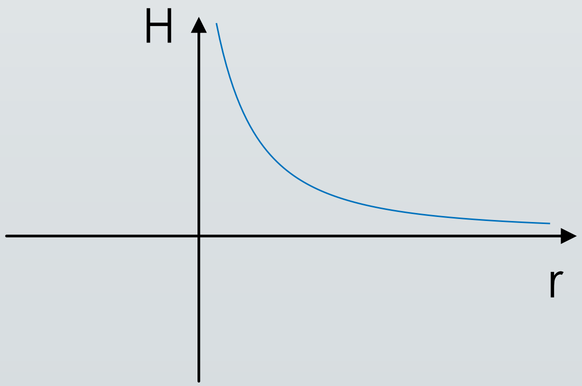
1.3. Teorema lui Ampere (legea circuitului magnetic)- aplicatii

1.3.a) campul magnetic produs de un conductor filiform parcurs de curent - rezultat

$$\boxed{\bar{H}(\bar{r}) = H(r)\overline{u_\phi}}$$



$$\boxed{H(r) = \frac{i}{2\,\pi\,r}}$$

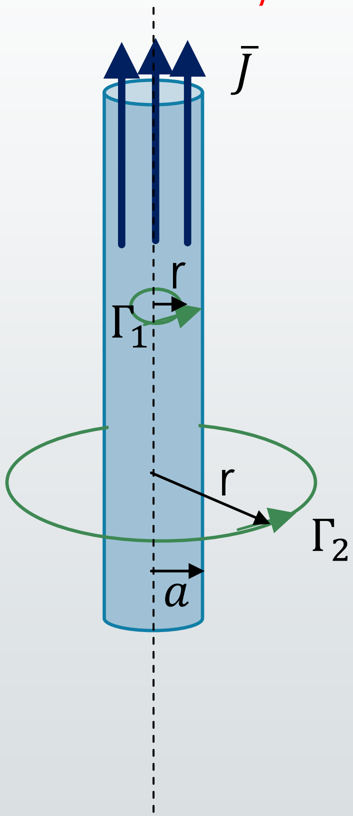


- Comentati cazul r=0.
- Cum se calculeaza inductia campului magnetic?

1.3. Teorema lui Ampere (legea circuitului magnetic)- aplicatii

1.3.b) campul produs de un conductor cilindric parcurs de curent uniform distribuit;

Se da: J
Raza a
Se cere: vectorul intesitatii campului magnetic



Cazul 1: r < a

Explicitarea tensiunii magnetice este exact ca la firul infinit subtire, infinit extins.

$$u_\Gamma \stackrel{\text{def}}{=} \int_\Gamma \bar{H}\cdot\overline{dl} = \cdots = H\,2\,\pi\,r$$

$$i_{S_\Gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{S_\Gamma} \bar{J}\cdot\overline{dA} = \int_{S_\Gamma} J\;dA = J\int_{S_\Gamma} dA = J\,\pi\,r^2$$

TA : $u_\Gamma = i_{S_\Gamma}$ ➡ $H\,2\,\pi\,r = J\,\pi\,r^2$ ➡ $H(r) = \dfrac{J\,r}{2}$

Cazul 2: r > a

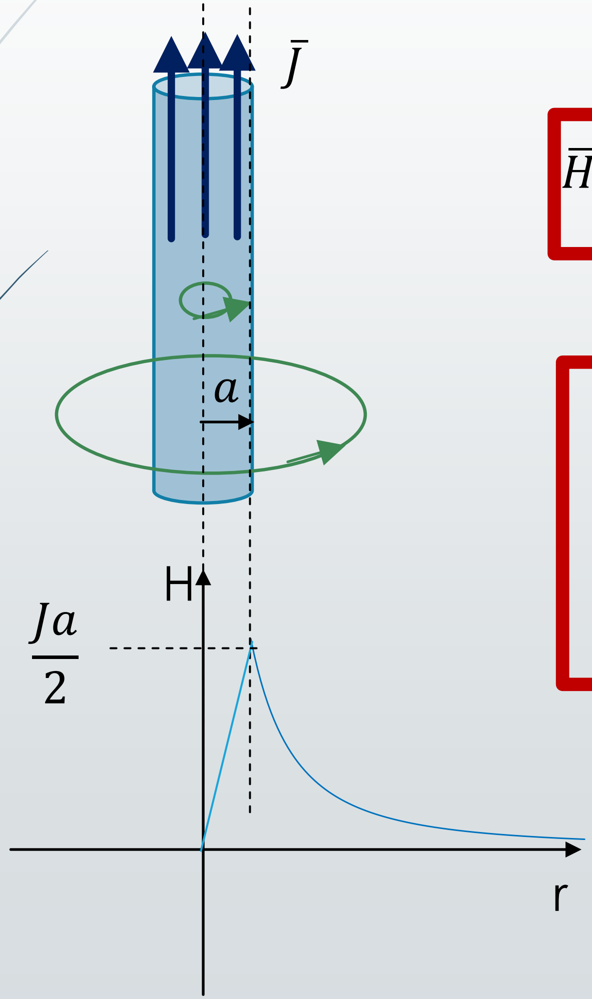
$$u_\Gamma \stackrel{\text{def}}{=} \int_\Gamma \bar{H}\cdot\overline{dl} = \cdots = H\,2\,\pi\,r$$

$$i_{S_\Gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{S_\Gamma} \bar{J}\cdot\overline{dA} = \int_{S_\Gamma} J\;dA = J\int_{\text{Disc de raza a}} dA = J\,\pi\,a^2$$

TA : $u_\Gamma = i_{S_\Gamma}$ ➡ $H\,2\,\pi\,r = J\,\pi\,a^2$ ➡ $H(r) = \dfrac{J\,a^2}{2\,r}$

1.3. Teorema lui Ampere (legea circuitului magnetic)- aplicatii

1.3.b) campul produs de un conductor cilindric parcurs de curent uniform distribuit - rezultat



$$\boxed{\bar{H}(\bar{r}) = H(r)\overline{u_\phi}}$$

Daca notam curentul total prin conducor

$$i \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\text{Disc de raza a}} \bar{J} \cdot \overline{dA} = J\,\pi\,a\text{^}2$$

$$\boxed{H(r) = \begin{cases} \frac{Jr}{2}, & r < a \\ \frac{J\,a^2}{2\,r}, & r \geq a \end{cases}}$$

$$\boxed{H(r) = \begin{cases} \frac{i\,r}{2\,\pi\,a^2}, & r < a \\ \frac{i}{2\,\pi\,r}, & r \geq a \end{cases}}$$

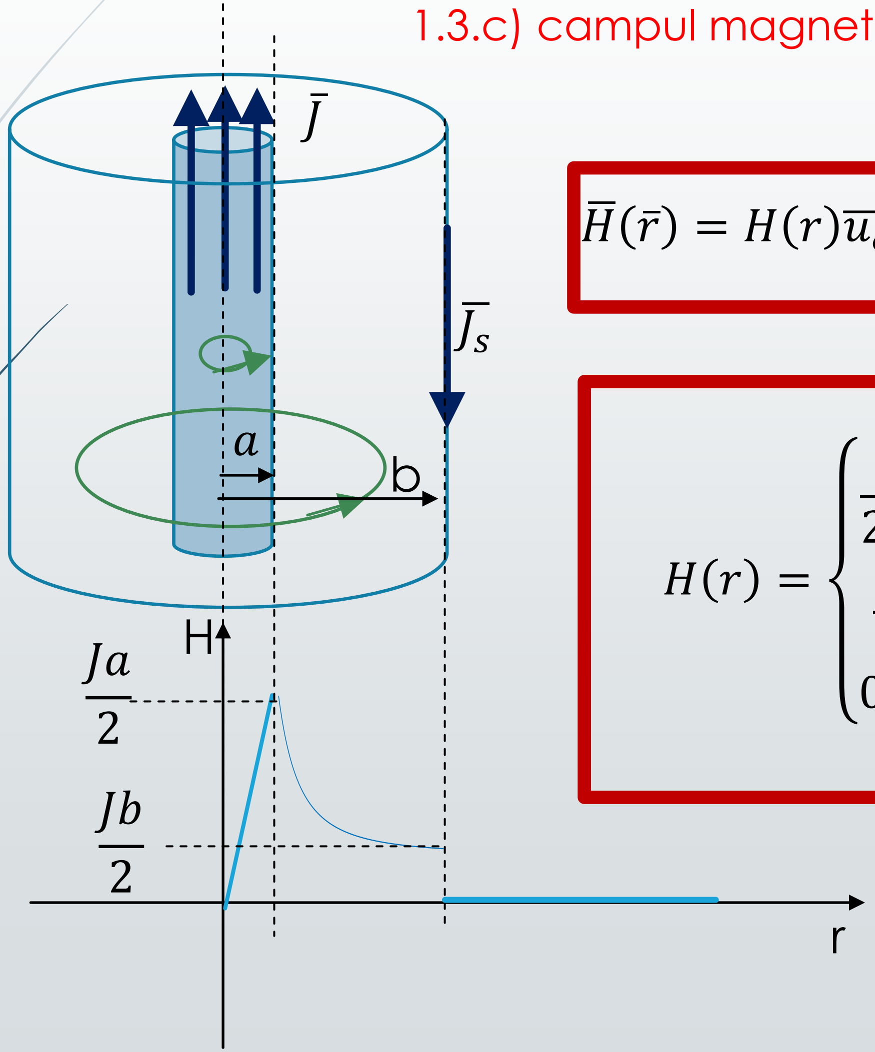
Pentru r > a, campul create este ca si cum ar fi campul unui conductor filiform parcurs de curentul total i.

- Analizati cazul r = a.
- Cum se calculeaza inductia magnetica?

1.3. Teorema lui Ampere (legea circuitului magnetic)- aplicatii

1.3.c) campul magnetic al cablului coaxial in regim stationar - rezultat.

Se da: J, Js
Raza a,b
unde
$J\,\pi\,a^2 = J_s\,2\pi b$
Se cere: vectorul intesitatii campului magnetic



$$\boxed{\bar{H}(\bar{r}) = H(r)\overline{u_\phi}}$$

$$\boxed{H(r) = \begin{cases} \dfrac{i\,r}{2\,\pi\,a^2}, & r \in [0,a) \\ \dfrac{i}{2\,\pi\,r}, & r \in [a,b) \\ 0, & r \in (b,\infty) \end{cases}}$$

Demonstratia e similara cazului Anterior pentru r < a si a < r < b. Pentru r > b, curentul in membrul drept al TA este nul (justificati!) si in consecinta campul pentru r > b este nul.

2. Legile EM – experimente virtuale

Model onelab de la (Il aveti si pe moodle)

https://gitlab.onelab.info/doc/tutorials/-/wikis/Electrostatics

Campul electrostatic al unei linii microstrip

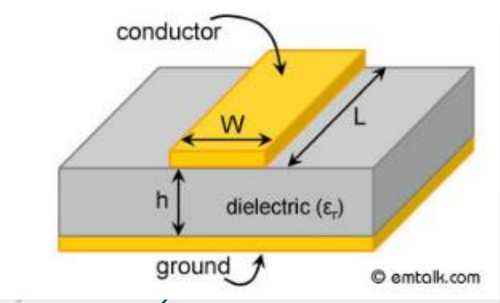
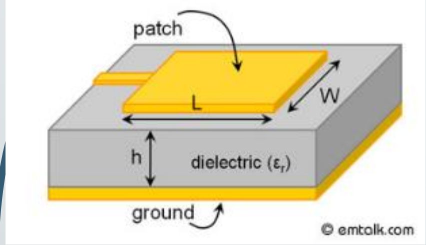
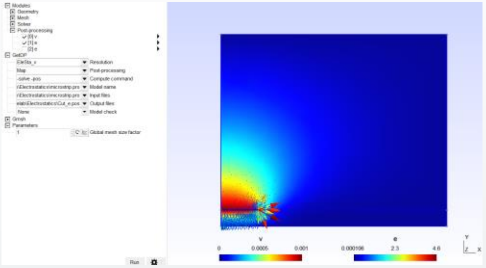
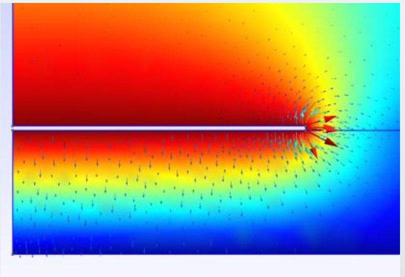


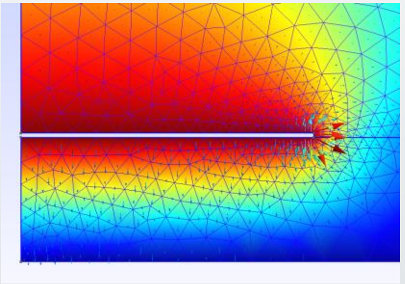
Figura preluata de la https://www.emtalk.com/mscalc.php

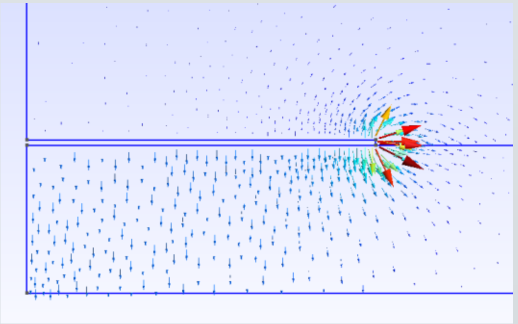
O astfel de linie intra in componenta antenelor microstrip folosite in aplicatii GPS, RFID, etc











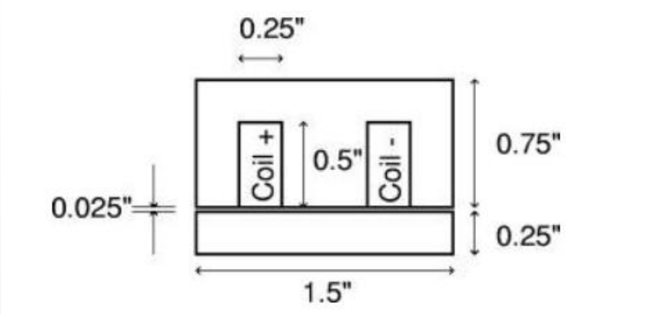
Spectrul potentialului V – culori
Spectrul intensitatii campului electric – vectori.

Obs: modelul este 2D, si tine cont de simetrii.
Obs liniile de camp vs. liniile echipotentiale.

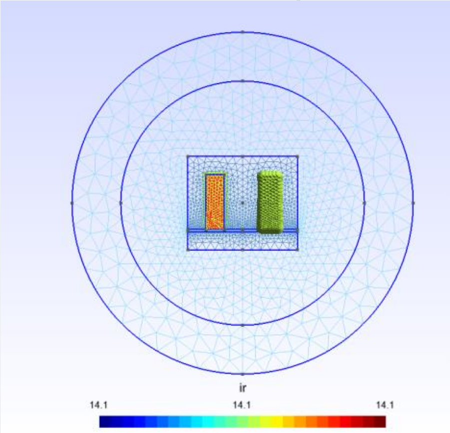
2. Legile EM – experimente virtuale

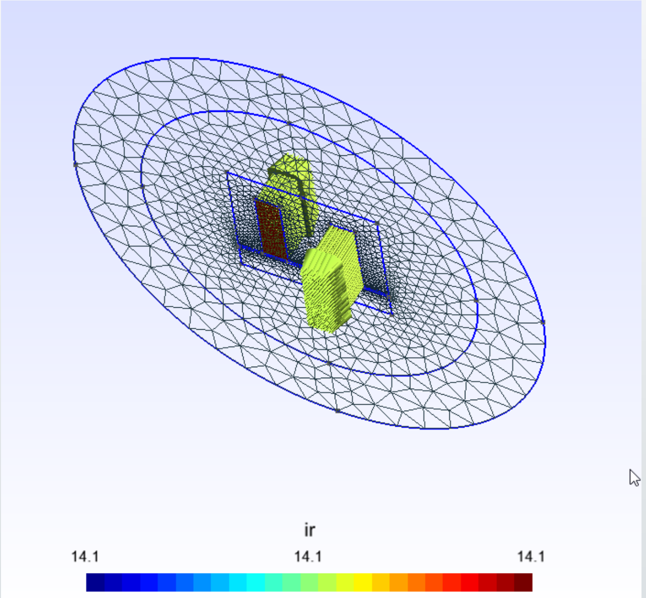
Model onelab de la https://gitlab.onelab.info/doc/models/-/wikis/Inductor

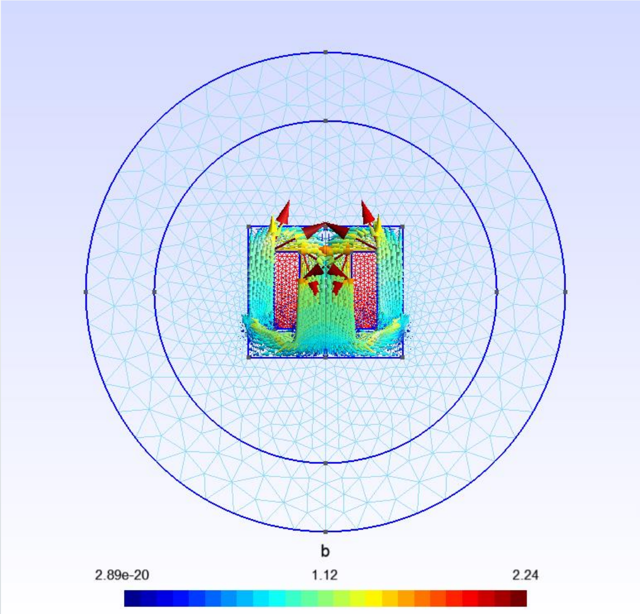
Inspirat de https://www.femm.info/wiki/InductanceExample

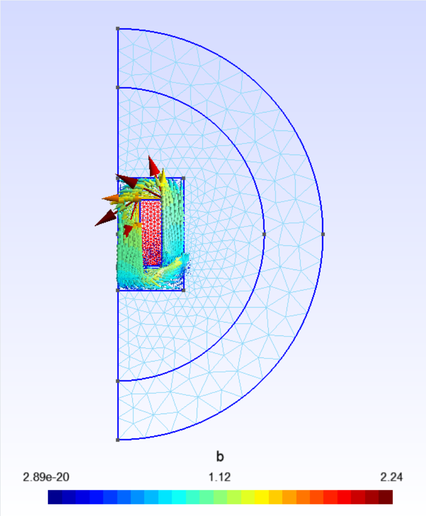


Regim magnetic stationar







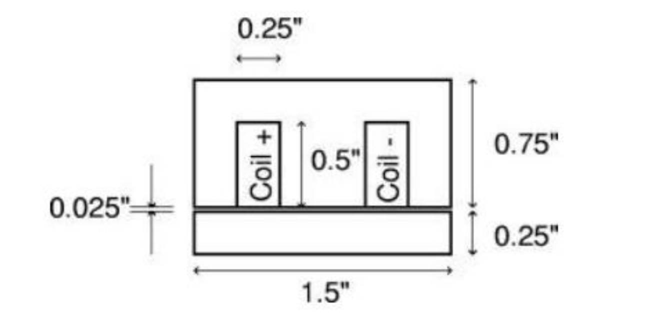


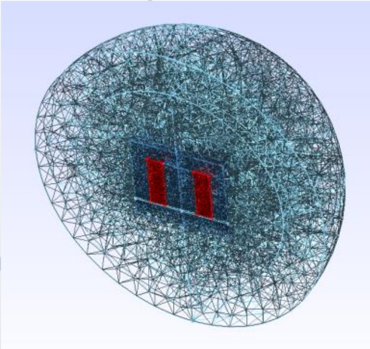
Obs – directia curentului si spectrul campului magnetic.
Modelul este 2D si ar putea fi simplificat, folosind doar jumatate din geometria 2D.
De ce credeti ca liniile de camp sunt desenate doar in miez (vedeti curs 2 – legea B-H)?

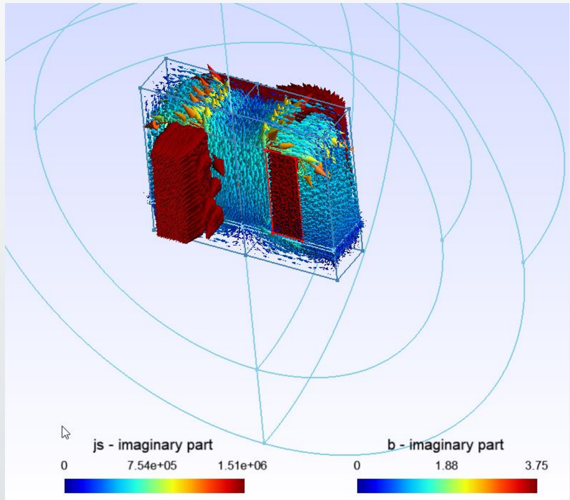
3. Legile EM – experimente virtuale

Model onelab de la https://gitlab.onelab.info/doc/models/-/wikis/Inductor

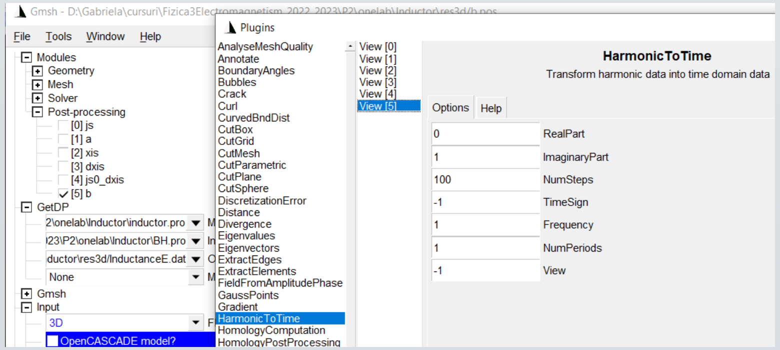
Inspirat de https://www.femm.info/wiki/InductanceExample



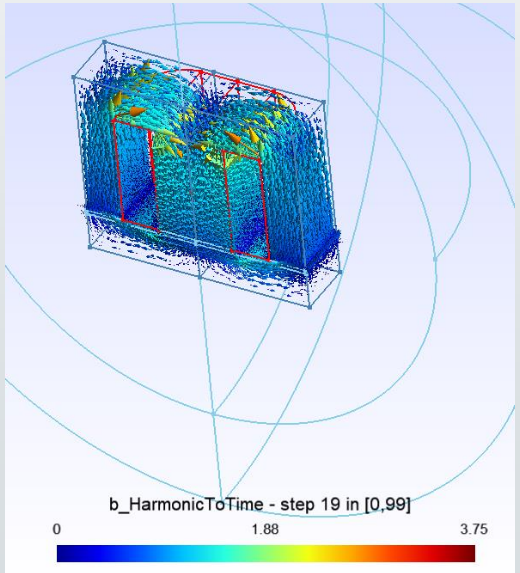


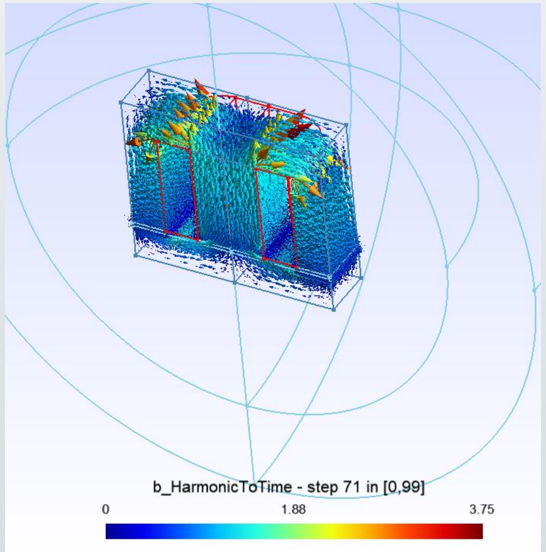


Model 3D, pe ½ (si un model ¼ este posibil).



Regim variabil in timp (MQS, rezolvare in frecventa, 50 Hz)





3. Legile campului EM – experimente reale

Sunt descrise intr-o prezentare separata.

Vor fi demonstrate in cadrul sedintei urmatoare.

4. Notare

- Rezolvati quiz-ul P2.

- Pentru bonus (pana in saptamana 14)
  - – crearea unor figuri/animatii proprii illustrative pentru cursul de EM, folosind coduri proprii si instrumente software mai performante, de exemplu https://vtk.org/, https://www.paraview.org/
  - - realizarea unor experimente virtuale/reale care sa ilustreze conceptele discutate.