Laborator 11

4. Prove the Modus Ponens (8), Contrapositive (9), Shunting (10), and (a) and (b) below:

(a) X||(!X ==> Y) = X||Y
(b) X ==> Y &&Z = (X ==> Y)&&(X ==> Z)

- **Modus Ponens (8): X && (X ==> Y) = X && Y**

Începem cu partea stângă: X && (X ==> Y)
Înlocuim (X ==> Y) cu (!X || Y) pe baza Implicației (7) deci, X && (!X || Y)
Aplicăm legea Distribuției (6), obținem (X && !X) || (X && Y)
X && !X este întotdeauna fals, deci obținem false || (X && Y)
false || orice este întotdeauna orice, deci obținem X && Y, care este partea dreaptă.

- **Contrapositiva (9): X ==> Y = !Y ==> !X**

Începem cu partea stângă: X ==> Y
Înlocuim (X ==> Y) cu (!X || Y) pe baza Implicației (7) deci, !X || Y
Aplicăm legea lui De Morgan (4), obținem !(X && !Y), care este echivalent cu !Y ==> !X, care este partea dreaptă.

- **Shunting (10): X && Y ==> Z = X ==> (!Y || Z)**

Începem cu partea stângă: X && Y ==> Z
Înlocuim (X && Y ==> Z) cu !(X && Y) || Z pe baza Implicației (7) deci, !(X && Y) || Z
Aplicăm legea lui De Morgan (3), obținem (!X || !Y) || Z Care este echivalent cu X ==> (!Y || Z), care este partea dreaptă.

- **(a) X || (!X ==> Y) = X || Y**

Începem cu partea stângă: X || (!X ==> Y)
Înlocuim (!X ==> Y) cu (X || Y) pe baza Implicației (7) deci, X || (X || Y)
Aplicăm legea Asociativității (2), obținem (X || X) || Y
X || X este întotdeauna X, deci obținem X || Y, care este partea dreaptă.

- **(b) X ==> Y && Z = (X ==> Y) && (X ==> Z)**

Începem cu partea stângă: X ==> Y && Z
Înlocuim (X ==> Y && Z) cu !X || (Y && Z) pe baza Implicației (7) deci, !X || (Y && Z)
Aplicăm legea Distribuției (5), obținem (!X || Y) && (!X || Z), care este echivalent cu (X ==> Y) && (X ==> Z), care este partea dreaptă.