CP III Matematica Numerica

Claudia Olavarrieta Martinez

February 28, 2020

Ejercicio 1

a) $e^{3i\pi/2} = cos(3\pi/2) + isen(3\pi/2)$

b) $e^{17i\pi} = cos(17i\pi) + isen(17i\pi)$

c) $4cos(2\pi kt) = 2(e^{i2\pi kt} + e^{-i2\pi kt})$

d) $6sin(2\pi kt) = 6/2i(e^{i2\pi kt} + e^{-i2\pi kt})$

Ejercicio 2

a) $u * v = 0 * 2i + i * 0 + 2i * (-i) = 2$
$v * w = 2i * 0 + 0 * i + -i * \frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i} = -i * \frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i}$
$u * w = 2i * 0 + 0 * i + \frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i} = \frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i}$

b) $|u| = \sqrt{(i^2 + 2i^2)} = \sqrt{5}i$
$|v| = \sqrt{(2i^2 + -i^2)} = \sqrt{5}i$
$|w| = \sqrt{i^2 + (\frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i})^2}$

c) $d(u,v) = \sqrt{(-2i)^2 + (i^2) + (2i + i)^2} = \sqrt{14}i$
$d(u,w) = \sqrt{(2i - (\frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i})^2}$
$d(v,w) = \sqrt{(2i)^2 + (-i)^2 + (-i - \frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i})^2} = \sqrt{-5 + (-i - \frac{1}{2}e^{-(\pi/2)i})^2}$

d) Al calcular el determinante de la matriz compuesta por los vectores dispuestos en columna, el resultado de este es distinto de cero, por tanto los vectores con linealmente independientes en un espacio de dimension 3 por lo que representan una base de C^3

In [2]:
```python
import math
import numpy as np
A = [[0,2j,0],[1j,0,1j],[2j,-1j,1/2*math.e**(-math.pi/2j)]]

print(np.linalg.det(A))
```

```
(6.123233995736765e-17-2.9999999999999996j)
```

Ejercicio 3 Desarrollo en serie de seno, coseno y la funcion exponencial .

$$sen(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + ...$$

$$cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^4}{4!} + ...$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$$

Sustituyamos x por ix en la funcion exponencial:

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2!} - \frac{ix^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{ix^5}{5!}...$$

$$e^{ix} = (1 - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^4}{4!} + ...) + i(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + ...)$$

$$e^{ix} = cos(x) + isen(x)$$

Ejercicio 4 $e^{ix} = cos(x) + isen(x)$
$e^{-ix} = cos(-x) + isen(-x) = cos(x) - isen(x)$
Coseno:

$$2cos(x) = e^{ix} + e^{-ix} \quad cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

Seno:

$$2sen(x) = e^{ix} - e^{-ix} \quad sen(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2}$$

Ejercicio 5 $0 \leq j, i \leq N - 1$
Base Canonica: $e_j(n) = 1 : n = j$
$e_j(n) = 0 : n \neq j$
Producto Vectorial: $< e_i, e_j >= \sum_{n=0}^{N-1} e_j(n)e_i(n)$
$\forall n$ si $i \neq je_j(n) = 0$ o $e_i(n) = 0$ entonces $< e_i, e_j >= 0$
Si $i = j = n$ entonces $e_j(n) = 1$ y $e_i(n) = 1$ entonces $< e_j, e_i >= 1$
Luego los vectores son ortonormales, por lo tanto son linealmente independientes y como la cantidad de vectores es igual a la dimension del espacio, entonces, los vectores representan una base.