

Tema 3 - Metode numerice Interpolare

Data publicării: 22.04.2013

Data și ora ultimei modificări: 22.04.2013, 15:00

Termenul de predare: 11.05.2013, 23:55

**Responsabili temă: Adelina Vidovici (adelina.vidovici@cti.pub.ro)
Andrei Vasiliu (andrei.vasiliu2211@cti.pub.ro)**

Descriere generală

Scopul acestei teme este familiarizarea studenților cu o serie de metode de interpolare.

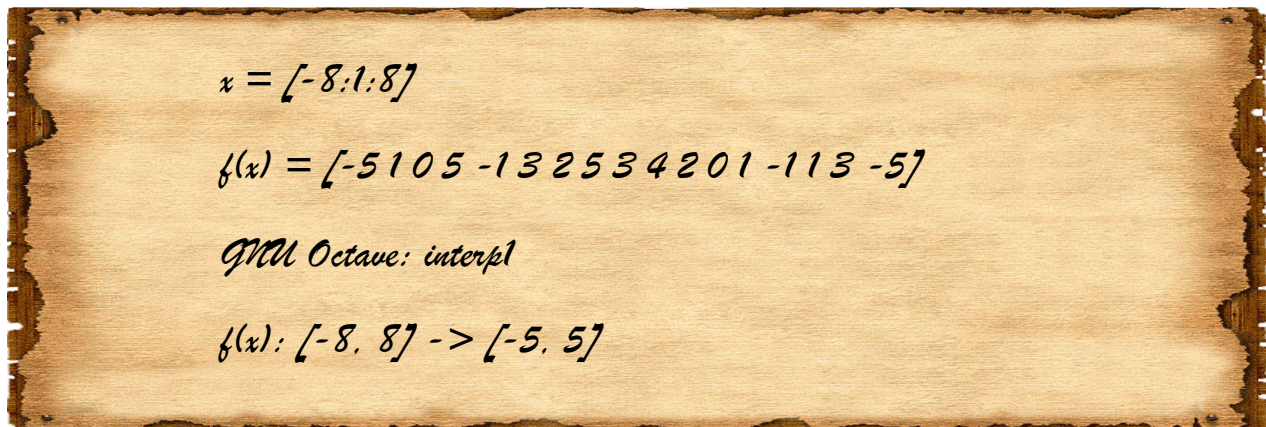
Prima parte a temei vizează implementarea metodelor de interpolare expuse în cadrul cursului de Metode Numerice în cazul continuu prin intermediul limbajului GNU Octave, în final, provocând "rezolvitorii" să descopere o metodă proprie de interpolare care să le poarte numele în viitorul apropiat. Pentru fiecare metodă în parte vom studia cât de rapid converge la creșterea numărului de puncte ce formează suportul interpolării.

Cea de-a doua parte vizează realizarea unui grafic cu ajutorul GNU Octave compus din graficele mai multor funcții de două variabile.

Anunț important - Prințesa a fost răpită de la castel!

În aceste zile frumoase de primăvară, prințesa Edotem a fost răpită din castelul Eremun de către un necunoscut. Pentru a salva prințesa din ghearele infractorului, detectivii au nevoie de câteva indicii pentru a putea demara investigația. Toate informațiile pe care aceștia le cunosc până acum se află scrise pe papirusurile trimise de către prințesă cu porumbelul ei călător.

Partea I - Descifrarea primului papirus



Descriere: Aplicând funcția "interp1" asupra punctelor descrise de prințesă, vom calcula valoarea funcției într-un număr mare de puncte (vom alege $np=500$), acestea reprezentând valorile de referință cu care vom compara rezultatele obținute cu funcțiile de interpolare pentru evaluarea erorii.

Pentru generarea celor 500 de valori x vom folosi funcția `linspace` după cum urmează:
 $x = \text{linspace}(x_{\min}, x_{\max}, np)$, rezultatul fiind un vector linie x care conține np valori echidistante în intervalul $[x_{\min}, x_{\max}]$.

De asemenea, putem calcula eroarea obținută prin aproximarea cu un anumit interpolant cu ajutorul formulei de mai jos.

$$E[p(x), nsi] = \sqrt{\frac{x_{max} - x_{min}}{np} * \sum_{i=1}^{np} (f(x_i) - p_{nsi}(x_i))^2}$$

Vom crește progresiv numărul de noduri din suportul de interpolare, după cum urmează:
 $nsi = 10, 20, 30, 40, 50, 100, 150, 200, 250, 300$.

Pentru fiecare valoare a lui nsi se va calcula eroarea $E[p(x), nsi]$. Se va scrie o funcție GNU Octave care va returna valoarea lui nsi pentru care interpolantul calculat converge. În cazul în care interpolantul nu converge pentru niciuna din valorile nsi se va returna Inf.

Un interpolant $p(x)$ converge dacă $E[p(x), nsi]$ este o funcție descrescătoare de la un anumit pas. (după parcurgerea unui număr inițial de pași.). Condiția de oprire care se impune este ca diferența dintre eroarea de la pasul anterior și eroarea la pasul curent să fie o valoare pozitivă mai mică decât o valoare eps primită ca parametru.

Task 1.1 - Interpolarea cu funcții spline liniare

10p

Precizare: Pentru implementarea interpolării cu funcții spline liniare se vor folosi condițiile de interpolare Hermite

Fișier: SplineL.m

Task 1.2 - Interpolarea cu funcții spline cubice

30p

1.2.1 Interpolarea cu functii spline cubice, naturale

15p

Fișier: SplineN.m

1.2.2 Interpolarea cu functii spline cubice, tensionate

15p

Derivatele la capetele intervalului vor fi calculate astfel:

$$f'_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$f'_{nsi} = \frac{f(x_{nsi}) - f(x_{nsi-1})}{x_{nsi} - x_{nsi-1}}$$

Fișier: SplineT.m

Task 1.3 - Polinomul de aproximare trigonometric

10p

Fișier: Trig.m

Task 1.4 - Analiza. Identificarea locației prințesei

20p

1.4.1 Analiza metodelor de interpolare.

10p

Descriere: În cadrul fișierului readme trebuie să efectuați o analiză a metodelor de interpolare implementate, menționând dacă metoda converge și cât de rapid converge în comparație cu celelalte metode, evidențiind metoda cu cele mai performante rezultate. Analiza va cuprinde și o explicație aferentă rezultatelor obținute. Pentru analiza, se vor analiza cazuri pentru diferite valori ale lui ϵ : 0.3, 0.1, 0.05, 0.025.

Fișier: Readme

1.4.2 Identificarea locației

10p

Descriere: Identificarea locației se va face pe baza unui grafic în care vom suprapune graficul funcției obținute cu `interp1` în cele n_p puncte cu graficele funcțiilor obținute prin interpolarea de tip spline (task 1.1, 1.2.1, 1.2.2). Pentru a realiza acest grafic, vom folosi programul GNU Octave. (Sugestii: `hold on`, `plot`)

Fișier: Locatie.m, fișier GNU Octave ce conține funcția care va genera graficul cu formele de relief descrise de prințesă.

Task 1.5 – Bonus

20p

Descriere: Propuneți o variantă proprie de interpolare pe care să o aplicați asupra funcției obținute în urma aplicării `interp1` asupra punctelor de pe papirus și rezolvați task-ul 1.4.1 incluzând și graficul pentru metoda proprie descoperită.

Fișier: Bonus.m

Partea a II-a - Descifrarea celui de-al doilea papyrus

Task 2 - Identificarea răpitorului

30p

$$f1 = \left(\frac{x}{7}\right)^2 * \sqrt{\frac{||x| - 3|}{|x| - 3}} + \left(\frac{y}{3}\right)^2 * \sqrt{\frac{\left|y + \frac{3 * \sqrt{33}}{7}\right|}{y + \frac{3 * \sqrt{33}}{7}}} - 1,$$

$$x \in [-8, 8], \quad y \in \left[-\frac{3 * \sqrt{33}}{7}, 6 - \frac{4 * \sqrt{33}}{7}\right]$$

$$f2 = \left|\frac{x}{2}\right| - \left(\frac{3 * \sqrt{33} - 7}{112}\right) * x^2 - 3 + \sqrt{1 - (||x| - 2| - 1)^2} - y,$$

$$x \in [-4, 4]$$

$$f3 = 9 * \sqrt{\frac{|(|x| - 1) * (|x| - 0.75)|}{(1 - |x|) * (|x| - 0.75)}} - 8 * |x| - y,$$

$$x \in [-1, -0.75] \cup [0.75, 1], \quad y \in [-5, 5]$$

$$f4 = 3 * |x| + 0.75 * \sqrt{\frac{|(|x| - 0.75) * (|x| - 5)|}{(0.75 - |x|) * (|x| - 5)}} - y,$$

$$x \in [-0.75, 0.75], \quad y \in [2.25, 5]$$

$$f5 = 2.25 * \sqrt{\frac{|(x - 0.5) * (x + 0.5)|}{(0.5 - x) * (0.5 + x)}} - y,$$

$$x \in [-0.5, 0.5], \quad y \in [-5, 5]$$

$$f6 = \frac{6\sqrt{10}}{7} + (1.5 - 0.5 * |x|) * \sqrt{\frac{||x| - 1|}{|x| - 1}} - \frac{6\sqrt{10}}{14} * \sqrt{4 - (|x| - 1)^2} - y,$$

$$x \in [-3, -1] \cup [1, 3], \quad y \in [-5, 5]$$

GNU Octave: plot

Descriere: Pentru identificarea răpitorului, prințesa a scris pe papirus o serie de 6 funcții prin care realizează "portretul" infractorului. Pentru a afla cine a răpit prințesa de la castel, va trebui să construiți un singur grafic care să conțină toate cele 6 funcții.

Fișier: Rapitor.m, fișier GNU Octave ce conține funcția care va genera graficul cu semnalmentele răpitorului.

Detalii legate de evaluare

În arhiva *.zip (denumită sub forma: GrupaSERIE_NumePrenume_Tema3MN.zip) se vor găsi toate fișierele .m necesare rezolvării temei, însoțite de un Readme în care să fie descrisă modalitatea de implementare a fiecărei funcții în parte, concluziile desprinse din analiza efectuată.

În cadrul fiecărui fișier .m este necesară existența comentariilor care să indice parametrii primiți de către funcție și valorile întoarse, precum și comentarii aferente oricăror alte operații neintuitive. Arhiva conține opțional graficele obținute la punctele 1.4.1 și 2, însă conține în mod obligatoriu fișierele .m care generează graficele. Absența din arhivă a fișierului Readme atrage după sine o depunere de 10p din punctajul total obținut.

Arhiva va fi încărcată pe cs.curs.pub.ro la secțiunea Tema 3 - Upload.