DISCIPLINA: ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
PROFESSOR: GILSON

LISTA DE EXERCÍCIOS REFERENTE À 1ª UNIDADE

QUESTÕES

1ª) Resolva cada um dos seguintes sistemas por eliminação de Gauss-Jordan.

a) $$\begin{array}{rrrl} x1 & +x2 & +2x3 & =8 \\ -x1 & -2x2 & +3x3 & =1 \\ 3x1 & -7x2 & +4x3 & =10 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{rrrl} 2x1 & +2x2 & +2x3 & =0 \\ -2x1 & +5x2 & +2x3 & =1 \\ 8x1 & +x2 & +4x3 & =-1 \end{array}$$

c) $$\begin{array}{rrrl} & -2b & +3c & =1 \\ 3a & +6b & -3c & =-2 \\ 6a & +6b & +3c & =5 \end{array}$$

d) $$\begin{array}{rrrrl} 2I1 & -I2 & +3I3 & +4I4 & =9 \\ I1 & & -2I3 & +7I4 & =11 \\ 3I1 & -3I2 & +I3 & +5I4 & =8 \\ 2I1 & +I2 & +4I3 & +4I4 & =10 \end{array}$$

2ª) Considere as matrizes:

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C=\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad D=\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E=\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Calcule os seguintes (quando possível).

a) AB
b) $(DA)^T$
c) $B^T(CC^T - A^TA)$
d) BA
e) (3E)D

3ª) Expresse a equação matricial como um sistema de equações lineares.

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

4ª) Determine a inversa da matriz A, onde $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ usando operações sobre linhas para encontrar A^{-1}. Ou seja, produzir a matriz da forma $[A/I]$, até determinar $[I/A^{-1}]$.

5ª) Sejam as matrizes:

$A=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 4 & 4\end{bmatrix}$ e $C=\begin{bmatrix}6 & 4\\ -2 & -1\end{bmatrix}$. Verificar que $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

6ª) Resolva a equação matricial em X.

$$X\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 3 & 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ -3 & 1 & 5\end{bmatrix}$$

7ª) Calcule o determinante das matrizes dadas reduzindo a matriz à forma escalonada por linhas.

$$a)\begin{bmatrix}3 & 6 & -9\\ 0 & 0 & -2\\ -2 & 1 & 5\end{bmatrix} \qquad b)\begin{bmatrix}2 & 1 & 3 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 3\end{bmatrix}$$

8ª) Seja

$$A=\begin{bmatrix}4 & -1 & 1 & 6\\ 0 & 0 & -3 & 3\\ 4 & 1 & 0 & 14\\ 4 & 1 & 3 & 2\end{bmatrix}$$

Encontre a) M_{13} e C_{13} b) M_{21} e C_{21}

9ª) Calcule det(A) usando uma expansão em co-fatores ao longo de alguma linha ou coluna de sua preferência.

$$A=\begin{bmatrix}3 & 3 & 0 & 5\\ 2 & 2 & 0 & -2\\ 4 & 1 & -3 & 0\\ 2 & 10 & 3 & 2\end{bmatrix}$$

10ª) Resolva o sistema de equações abaixo usando a regra de Cramer.

$$\begin{aligned} x - 4y + z &= 6\\ 4x - y + 2z &= -1\\ 2x + 2y - 3z &= -20\end{aligned}$$

11ª) Encontre a inversa da matriz abaixo usando a matriz adjunta.

$$A=\begin{bmatrix}2 & 5 & 5\\ -1 & -1 & 0\\ 2 & 4 & 3\end{bmatrix}$$

Esboce os seguintes vetores com ponto inicial na origem:

(a) $\mathbf{v}_1 = (3, 6)$ (b) $\mathbf{v}_2 = (-4, -8)$ (c) $\mathbf{v}_3 = (-4, -3)$ (d) $\mathbf{v}_4 = (5, -4)$ (e) $\mathbf{v}_5 = (3, 0)$

(f) $\mathbf{v}_6 = (0, -7)$ (g) $\mathbf{v}_7 = (3, 4, 5)$ (h) $\mathbf{v}_8 = (3, 3, 0)$ (i) $\mathbf{v}_9 = (0, 0, -3)$

Encontre os componentes do vetor de ponto inicial P_1 e ponto final P_2.

(a) $P_1(4, 8)$, $P_2(3, 7)$ (b) $P_1(3, -5)$, $P_2(-4, -7)$ (c) $P_1(-5, 0)$, $P_2(-3, 1)$

(d) $P_1(0, 0)$, $P_2(a, b)$ (e) $P_1(3, -7, 2)$, $P_2(-2, 5, -4)$ (f) $P_1(-1, 0, 2)$, $P_2(0, -1, 0)$

Sejam $\mathbf{u} = (-3, 1, 2)$, $\mathbf{v} = (4, 0, -8)$ e $\mathbf{w} = (6, -1, -4)$. Encontre os componentes de

(a) $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ (b) $6\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$ (c) $-\mathbf{v} + \mathbf{u}$ (d) $5(\mathbf{v} - 4\mathbf{u})$ (e) $-3(\mathbf{v} - 8\mathbf{w})$ (f) $(2\mathbf{u} - 7\mathbf{w}) - (8\mathbf{v} + \mathbf{u})$

Encontre a norma de $\mathbf{v}$.

(a) $\mathbf{v} = (4, -3)$ (b) $\mathbf{v} = (2, 3)$ (c) $\mathbf{v} = (-5, 0)$

(d) $\mathbf{v} = (2, 2, 2)$ (e) $\mathbf{v} = (-7, 2, -1)$ (f) $\mathbf{v} = (0, 6, 0)$

Encontre a distância entre P_1 e P_2.

(a) $P_1(3, 4)$, $P_2(5, 7)$ (b) $P_1(-3, 6)$, $P_2(-1, -4)$

(c) $P_1(7, -5, 1)$, $P_2(-7, -2, -1)$ (d) $P_1(3, 3, 3)$, $P_2(6, 0, 3)$

Sejam $\mathbf{u} = (2, -2, 3)$, $\mathbf{v} = (1, -3, 4)$ e $\mathbf{w} = (3, 6, -4)$. Em cada parte calcule a expressão dada.

(a) $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|$ (b) $\|\mathbf{u}\| + \|\mathbf{v}\|$ (c) $\|-2\mathbf{u}\| + 2\|\mathbf{u}\|$

(d) $\|3\mathbf{u} - 5\mathbf{v} + \mathbf{w}\|$ (e) $\frac{1}{\|\mathbf{w}\|}\mathbf{w}$ (f) $\left\|\frac{1}{\|\mathbf{w}\|}\mathbf{w}\right\|$