Modelando las obs.

Descomponer los ruidos blancos

ARMA

$$\underbrace{X_t - \phi X_{t-1}}_{\text{Autoregresiva}} = \underbrace{Z_t + \psi Z_{t-1}}_{\text{Medias móviles}} \rightarrow X_t = Z_t + \psi Z_{t-1}$$

$$X_t = \phi X_{t-1} + \psi Z_{t-1} + Z_t$$

$$\rightarrow X_t - \phi X_{t-1} = Z_t \} AR(1)$$

Supongamos que tenemos un proceso $AR(1)$, que se define de la siguiente forma:

$$X_t = \phi X_{t-1} + Z_t, \quad Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \phi^2, \quad \rho(2) = \phi^2$$

$$\rho(h) = \phi^h$$

$\rightarrow$ Esto viene del hecho que:

$$X_t = \phi X_{t-1} + Z_t = \phi [\phi X_{t-2} + Z_{t-1}] + Z_t$$

$$= \phi [\phi [X_{t-3} + Z_{t-2}] + Z_{t-1}] + Z_t$$

$\rightarrow$ La medida de correlación para el caso de un Proceso $AR(1)$ "carga" con mucha información intermedia:

Influye la información de

$$Corr(X_t, X_{t-h}) \rightarrow X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}, \ldots, X_{t-h+1}$$

$$\hookrightarrow \phi \underline{X_{t-1}} + Z_t \rightarrow \phi X_{t-2} + Z_t$$

Para solucionar ésto, se crea una nueva medida, la que toma el nombre de "Función de autocorrelación Parcial" ó PACF.

$$PACF = Cor\left(X_t, X_{t+K} \mid X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+K-1}\right)$$

$$\phi_{K,K} \rightarrow PACF(K)$$

$$\phi_{K+1,K+1} = \frac{\rho_{K+1} - \sum_{j=1}^{K} \phi_{K,j}\,\rho_{K+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^{K} \phi_{K,j}\,\rho_j}$$

$$\phi_{K+1,j} = \phi_{K,j} - \phi_{K+1,K+1} \cdot \phi_{K,K+1-j} \quad ; \quad j = 1, \dots, K$$