→ Estrategias de trading utilizando opciones

* Put - Spread
* Call - Spread
* Butterfly
* Straddle

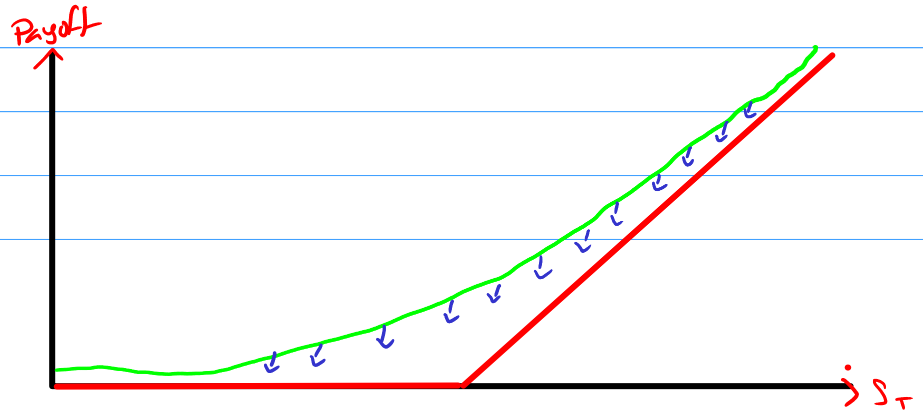
→ Calendar Spread : Sean $T_1 < T_2$ dos fechas de vencimiento.

$$\left\{ C\text{-}S = C(T_2, K) - C(T_1, K) \right.$$

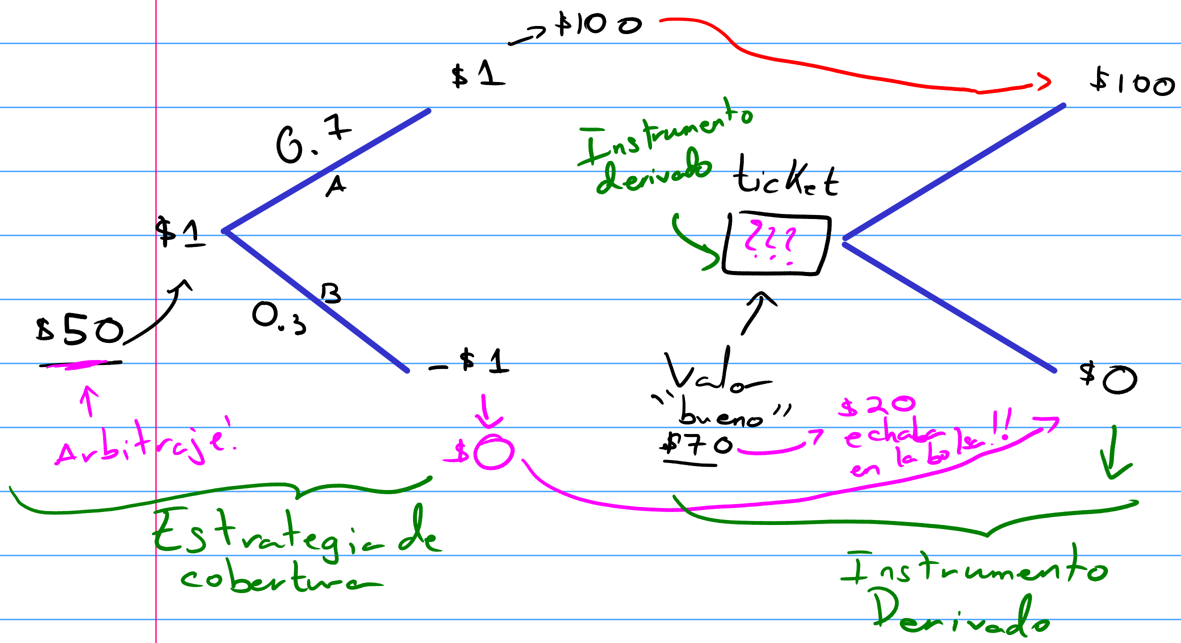
Payoff en T_1

→ Si tenemos $T_1 < T_2$

$$\Rightarrow \quad C(T_1, K) < C(T_2, K)$$
$$P(T_1, K) < P(T_2, K)$$



¿Cómo valuamos una opción?



→ Parece ser que un precio razonable para mi instrumento derivado es una estrategia de cobertura cuyo valor a vencimiento sea igual que el payoff del instrumento derivado.

Primer modelo: Modelo Binomial.

→ En particular, veamos el modelo binomial de un periodo:

2 instrumentos: → Subyacente (S)
→ Bono (B)

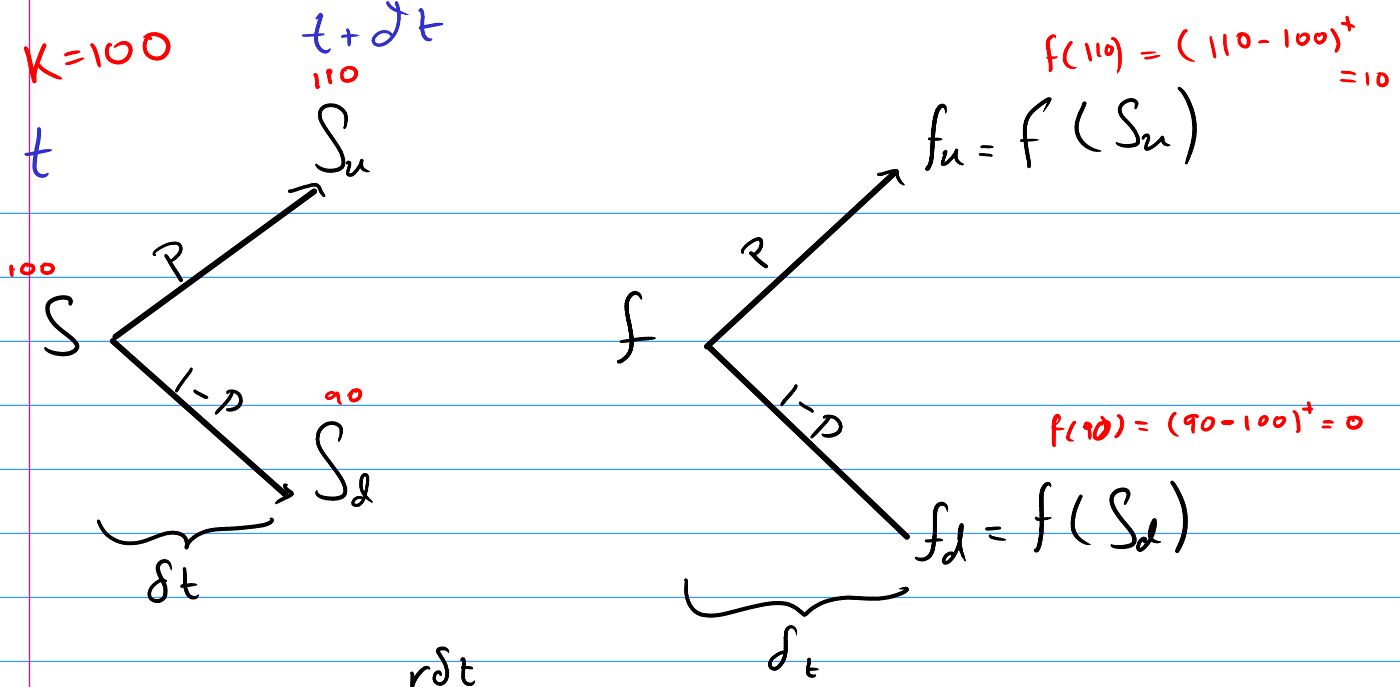
1 intrumento derivado: $f(S)$

Por ejemplo, si tenemos un call, a vencimiento:

$$f(S_T) = (S_T - K)^+$$

Put

$$f(S_T) = (K - S_T)^+$$



$$B \longrightarrow Be^{r\delta t}$$

Para el caso del modelo binomial de un periodo, ya conocemos el valor de $f(S_u)$ y de $f(S_d)$, porque como el valor del derivado a vencimiento es igual al payoff, podemos calcularlo para cualquier escenario.

Paso 1, construimos un portafolio que contenga S y B.

$L_t = \phi S + \psi B$; ϕ y ψ cantidades

Paso 2, nosotros queremos que dicho portafolio cumpla que su valor replique al payoff de f (portafolio de réplica / portafolio de cobertura) a vencimiento.

$$L_{t+\delta t} = \phi S_u + \psi B e^{r\delta t} = f(S_u)$$

$$L_{t+\delta t} = \phi S_d + \psi B e^{r\delta t} = f(S_d)$$

A $\quad L_{t+\delta t} = \phi S_u + \psi B e^{r\delta t} = f(S_u) \qquad P$

B $\quad L_{t+\delta t} = \phi S_d + \psi B e^{r\delta t} = f(S_d) \qquad 1-P$

Tenemos dos incógnitas:
→ ϕ y ψ, las cuales nos van a determinar los pesos de mi portafolio de cobertura.
→ Pero! También tenemos dos ecuaciones!

$$\phi(S_u - S_d) = f_u - f_d$$

$$\phi = \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d}$$

$$\psi = B^{-1} e^{-r\delta t}\left(f_u - \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d} S_u\right)$$

Entonces, podemos sustituir dichos valores en nuestra ecuación $L_t = \phi S + \psi B$ y obtenemos lo siguiente:

$$L_t = \underbrace{S\left(\frac{f_u - f_d}{S_u - S_d}\right) + e^{-r\delta t}\left(f_u - \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d} S_u\right)}_{\text{Valor de } L_t}$$

Vamos a definir a $q = \dfrac{S e^{r\delta t} - S_d}{S_u - S_d}$

$$L_t = \underbrace{S\left(\frac{f_u - f_d}{S_u - S_d}\right) + e^{-r\delta t}\left(f_u - \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d} S_u\right)}_{\text{Valor de } L_t}$$

Vamos a definir a $q = \dfrac{S e^{r\delta t} - S_d}{S_u - S_d}$

$$L_t = e^{-r\delta t}\left[\frac{e^{r\delta t} S f_u - e^{r\delta t} S f_d}{S_u - S_d} + \frac{f_u(S_u - S_d) - S_u(f_u - f_d)}{S_u - S_d}\right]$$

$$L_t = e^{-r\delta t}\left[f_u\cdot\left(\frac{S e^{r\delta t} + \cancel{S_u} - S_d - \cancel{S_u}}{S_u - S_d}\right) + f_d\cdot\left(\frac{-e^{r\delta t} S + S_u}{S_u - S_d}\right)\right]$$

$$L_t = e^{-r\delta t}\left[f_u\left(\underbrace{\frac{e^{r\delta t} - S_d}{S_u - S_d}}_{q}\right) + f_d\left(1 - \underbrace{\frac{e^{r\delta t} - S_d}{S_u - S_d}}_{q}\right)\right]$$

$$\Rightarrow L_t = \underbrace{e^{-r\delta t}\left[q f_u + (1-q) f_d\right]}_{e^{-r\delta t}\mathbb{E}^*\left[f_{t+\delta t}\right]}$$

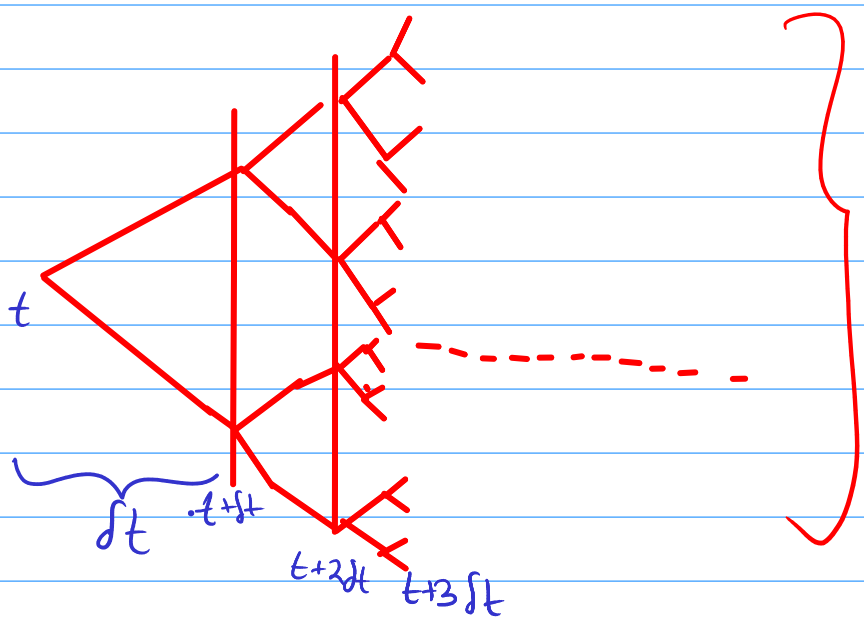
Tarea:

Demostrar lo siguiente:

-> $q \in (0, 1)$

-> Utilizando el árbol binomial a un periodo, encuentren el valor de L_t cuando $f(S_T) = (S_T - K)$ } forward largo.

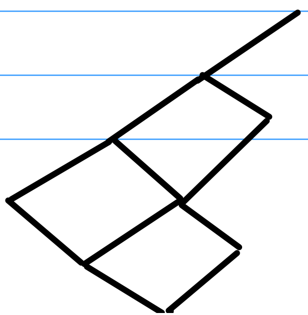
Modelo binomial multiperiodo



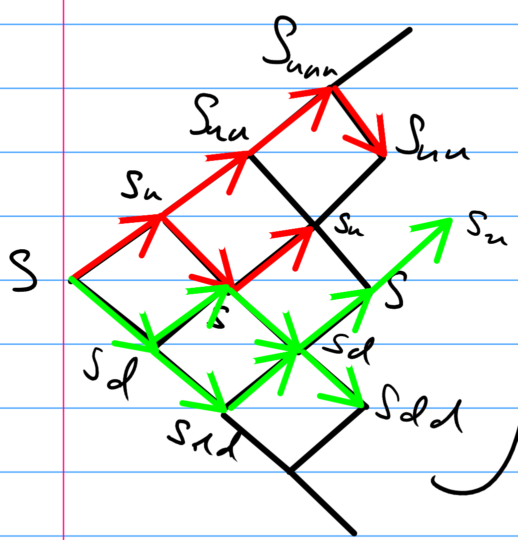
El problema con este árbol es que a tiempo $t+n\delta t$, tenemos 2^n posibilidades de valores.

$2^{10} \to 2^{64}$

-> Vamos a asumir primero que tenemos un árbol que recombina valores



→ Lattice trees



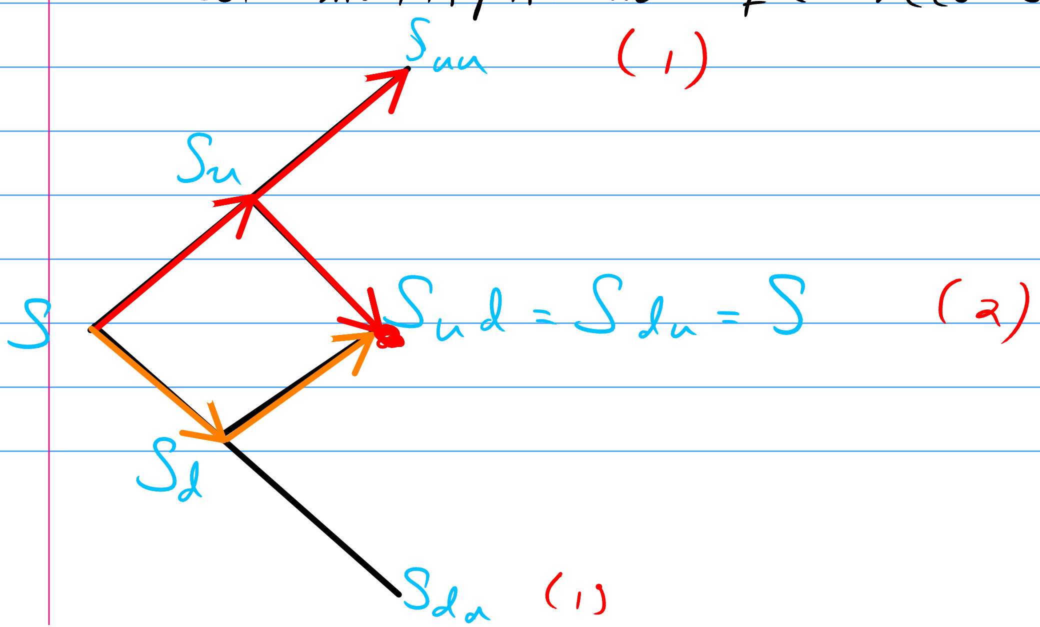
Árbol que recombina valores.

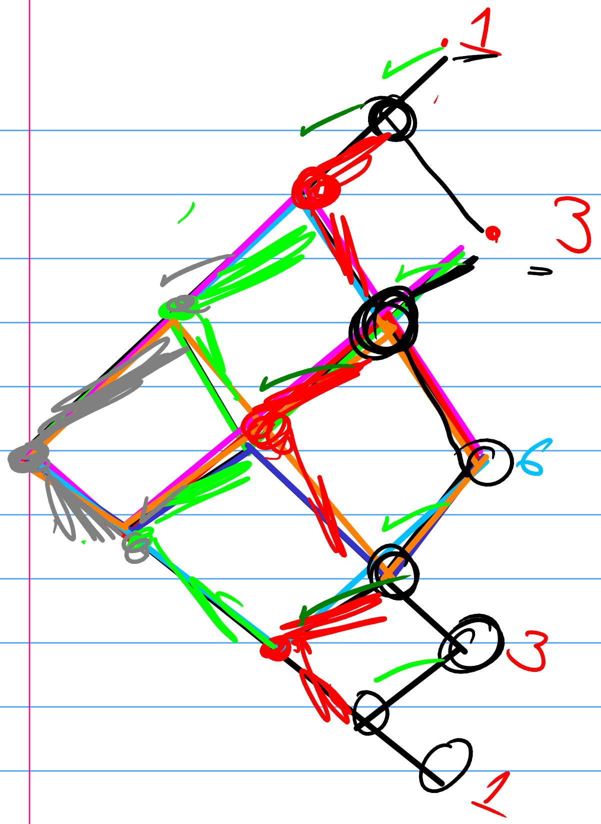
Además, usaremos el supuesto que este árbol es multiplicativo.

$$S_u = u \cdot S \qquad S_{uu} = u^2 S$$
$$S_d = d \cdot S \qquad S_{dd} = d^2 S$$

$$S_{ud} = S_{du} = u d S = S \Leftrightarrow u = \frac{1}{d} \Leftrightarrow d = \frac{1}{u}$$

El nombre completo de este modelo es "árbol multiplicativo que recombina valores."





1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1