Compra Barato y Vender Caro.

$f_t = S_t - Ke^{-r(T-t)} = 0$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{K = S_t e^{r(T-t)}}}$

Ejercicio Forwards

Supongamos que entramos en un forward largo sobre una acción que no paga divs cuyo vencimiento es en 3 meses. $\rightsquigarrow T$
Asumamos que queremos cerrar dicho contrato al precio fwd, donde la tasa de interés es del 5% continua anual $\rightsquigarrow r$ y el precio spot del subyacente es de \$40 $\rightsquigarrow S_t$

Calculamos el precio fwd: $\rightsquigarrow F_t = Ke^{r(T-t)}$

$$F_0 = 40e^{.05(3/12)} = \$40.50$$

Supongamos que el precio Fwd en mdo. es de \$43.00, determine una estrategia de arbitraje:

Precio fwd "sintético"

Vemos que $\overset{\text{Precio fwd}}{43}\ F_0^{mdo} > \overset{\text{Precio fwd}}{40.50}\ F_0$ } →Pactamos fwd corto con strike F_0^{mdo} →Pactamos fwd largo con strike F_0

Podemos entrar en un fwd corto de mdo y hacer una estrategia de réplica:
↳ para replicar el forward largo sintético.

en $t = 0$

$f^{mdo} = 0 \rightsquigarrow$ xq $K = F^{mdo}$

tenemos
- fwd corto
- una acción
- Deuda

{ Compramos S_t
Pedimos S_t en dinero prestado a tasa r.

↳ $S_t - S_t = 0 \rightarrow S_t - \underbrace{S_t e^{r(T-t)}}_{F_t} e^{-r(T-t)} = 0$

Contrato forward

$f_t \rightarrow$ Instrumento financiero derivado

$\hookrightarrow$ ex. $f_t = S_t - K e^{-r(T-t)}$

Precio forward

$F_t \rightarrow$ Strike tal que $f_t = 0$

$\downarrow$

al momento de pactar el contrato forward

$$\text{Si } K = F_t = S_t e^{r(T-t)}$$

$$\Rightarrow f_t = 0$$

Fwd largo

Pactamos f_t fijamos el strike del contrato (K)

Comprar el activo subyacente Pagando por él un strike (K)

$t \longrightarrow T$

Payoff $S_T - K$

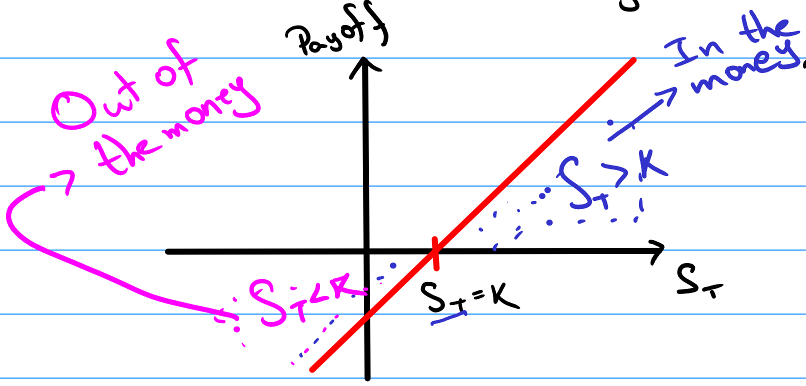

Diagrama de Payoff

en $t=T$ $\quad f^{mdo}=0$ xq $\quad K=F_t^{mdo}=\$43.00$

Por el fwd corto:

Vendemos S_T $\quad \Big\}\ F^{mdo}-S_T$

Recibimos F^{mdo}

esta cantidad es $\$40.50$

Por la réplica:

Tenemos S_T $\quad \Big\}\ S_T - F^{teo}$

Pagamos $S_0 e^{r(T-t)} = F^{teo}$

$$\underbrace{F^{mdo}-\cancel{S_T}+\cancel{S_T}-F^{teo}}$$

$$=43-40.5=\underline{\underline{2.5>0}}$$

Ahora, si $F^{mdo}=\$39$, determine una estrategia de arbitraje

$$\$39<\$40.5$$

$$F_t^{mdo}<F_t^{teo}$$

F_t^{mdo} BID

$\to F_t^{mdo}$ MID $\neq F_t^{teo}$

F_t^{mdo} OFFER

→ Vamos a pactar un fwd largo de mercado. (con strike de \$39)

→ Vamos a realizar un fwd corto "sintético" (con strike de \$40.5)

en $t=0$

$f_t^{mdo}=0$ xq el strike es el precio Fwd de mdo

$f_t^{teo}=Ke^{-r(T-t)}-S_t=S_t e^{r(T-t)}e^{-r(T-t)}-S_t$ vendemos en corto

inventivo

Vendo S_t en corto

Invierto la cantidad S_t (en pesos) a tasa r.

$$S_t - S_t = 0 \iff \underbrace{S_t e^{r(T-t)}}_{F_t} e^{-r(T-t)} - S_t = 0$$

$$\hookrightarrow F_t e^{-r(T-t)} - S_t = f_t = 0$$

Contrato fwd corto:

$$f_t = K e^{-r(T-t)} - S_t = -\left(S_t - K e^{-r(T-t)} \right)$$

$$\hookrightarrow S_t e^{r(T-t)} e^{-r(T-t)} = S_t$$

Tenemos

- → Fwd largo (mdo.)
- → Venta en corto
- → Inversión

en $t = T$ (3 meses)

- → Comprar el instrumento a \$39
- → Regresamos S_t por la venta en corto

↳ De nuestra inversión de S_t (\$40), recibimos $S_t e^{r(T-t)}$

$$= 40 e^{.05(3/12)} = 40.5$$

$$\cancel{S_T} - \$39 - \cancel{S_T} + 40.5 = 40.5 - 39 = \underline{1.5 > 0}$$

Revisen cap. 7 Hull

En resumen:

Supongamos que pactamos un forward largo/corto sobre un activo subyacente. a un plazo T. El precio spot del suby. es S_t. La tasa de interés es r.

Supongamos que $F_t^{teo} \neq F_t^{mdo}$

Si $F_t^{teo} > F_t^{mdo}$ $\quad K = F_t^{mdo}$

→ Compramos el contrato fwd largo f_t^{mdo}

→ Pacta f_t^{teo} → corto sintético, $K = S_t e^{r(T-t)}$

en $t = 0$ → Vender S_t en corto
Invertir S_t en pesos a tasa r

$f_t^{mdo} = 0$

$$f_t^{teo} = S_t - Ke^{-r(T-t)} = \cancel{S_t} - \cancel{S_t} e^{\cancel{r(T-t)}} e^{-r\cancel{(T-t)}} = 0$$

en $t = T$

$f_T^{mdo} = S_T - F_t^{mdo}$ } compramos S_T a precio F_t^{mdo}

Tenemos que regresar S_T por la venta en corto

Recibimos $\underbrace{S_t e^{r(T-t)}}_{F_{teo}}$ de la inversión

$$\cancel{S_T} - F_t^{mdo} - \cancel{S_T} + F_t^{teo} =$$

$$F_t^{teo} - F_t^{mdo} > 0 \quad xq \quad F_t^{teo} > F_t^{mdo}$$

Si $\overset{\downarrow}{F}{}_t^{teo} < \overset{\downarrow}{F}{}_t^{mdo}$

-> Pactar fwd de mercado corto

-> Pactar fwd teórico sintético largo

en $t=0$

$f^{mdo} = 0$

fwd sintético largo $\begin{cases} \text{-> Compramos } S_t \\ \text{-> Pedimos prestado } S_t \text{ a tasa } r \end{cases}$

$$S_t - S_t = 0$$

$$\hookrightarrow S_t - \underbrace{S_t e^{r(T-t)}}_{F_t^{teórico}} e^{-r(T-t)} = 0$$

en $t = T$

-> Por el fwd corto,

Vendemos S_T

Recibimos F_t^{mdo} $\Big\} F_t^{mdo} - S_T$

-> Por el lado del fwd sintético

Tenemos S_T

Pagamos $S_t e^{r(T-t)}$ $\Big\} S_T - S_t e^{r(T-t)} = S_T - F_t^{teo}$

Por ambas estrategias: $F_t^{mdo} - \cancel{S_T} + \cancel{S_T} - F_t^{teo} =$

$F_t^{mdo} - F_t^{teo} > 0$ xq $F_t^{mdo} > F_t^{teo}$

Proposición:

→ En un mercado "eficiente"

$$F_t^{teo} = F_t^{mdo}$$

Dem. por contradicción:

Suponer que $F_t^{teo} \neq F_t^{mdo}$ } x lo que vimos antes

$$\Rightarrow F_t^{teo} = F_t^{mdo}$$

(Financial Calculus / Baxter Rennie)

Ch. 1, Ch. 2