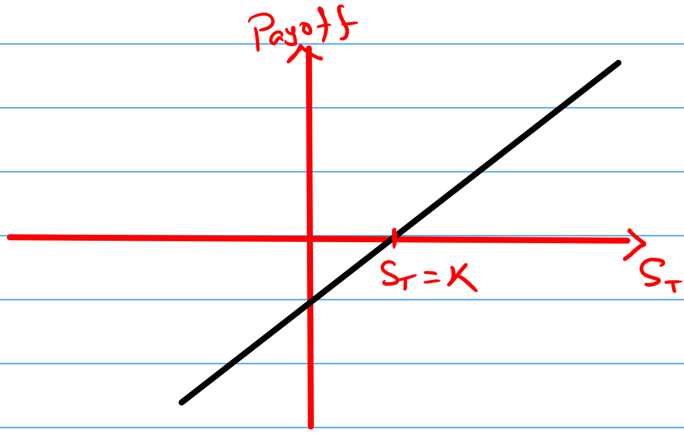
Forwards

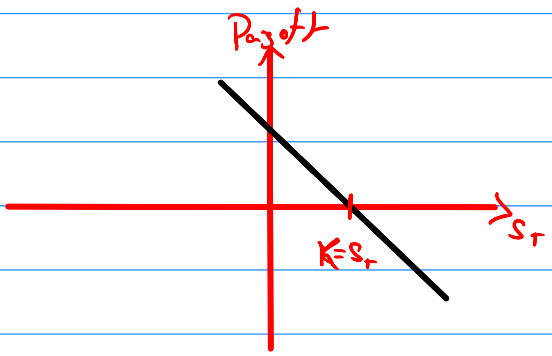
✓ Forwards sobre acciones que no pagan dividendos:

Payoff: $S_T - K$ → forward largo

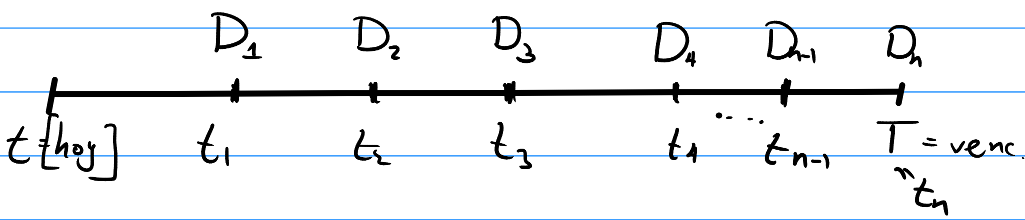


→ Payoff: $K - S_T$ → forward corto.

$\underset{100}{K} - \underset{50}{S_T} = 50$ Payoff P&L



→ Forwards sobre activos que pagan dividendos



$A(t) = \Big\{$ forward largo
invertir $Ke^{-r(T-t)}$ unidades de dinero

$\left(B(t,T) = e^{-r(T-t)}; \; \begin{array}{l} r \to \text{tasa continua} \\ T-t \} \text{ fracc. de tiempo.} \end{array} \right)$

Convenciones de conteo de días

¿$T-t$? 1 año 1.5 años 2 años.

2020
↓
1 año
↓
2021

→ 1-ene 2021
19-ago 2021

$\frac{30}{360}$ → $\frac{\#\text{meses}}{360\text{días}}$

$\frac{7\times 30+19}{360}$

$\boxed{\frac{Act}{360}}$ → $\frac{\#\text{días} \div 2 \text{ fechas naturales}}{360}$

$\frac{Act}{365}$ / $\frac{Act}{365.25}$

$\frac{Act}{Act}$ / $\frac{Business}{252}$

↓

$\frac{\#\text{ días hábiles} \div 2 \text{ fechas}}{252}$

1-ene-2020 19 ago 2021

t T

$\frac{\#\text{días}_{\text{nat.}}(t,T)}{360}$

→ Fwd sobre una acción que paga divs:

$A(t) = \begin{cases} \text{Fwd largo} \\ \text{Invertir } Ke^{-r(T-t)} \end{cases}$ → u.m. r cont. anual $T-t=\frac{Act}{360}$

$A(T) = \begin{cases} S_T - K \\ K \end{cases} = \underline{S_T}$

$$B(t)\left\{ \text{Compramos } S_t \right.$$

$$B(t_1) = S_{t_1} + D_{t_1} \; ; \; B(t_2) = S_{t_2} + D_{t_1} + D_{t_2}$$

$$B(T) = S_T + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} D_{t_i}}_{\text{flujos de dinero que vamos recibiendo}} \qquad (D_{t_i} := D_i)$$

$$B^*(t)\left\{ \begin{array}{l} \text{Compramos } S_t \\ \text{Pedir prestado } D_i e^{-r(t_i - t)} \text{ para } t_1, t_2, t_3, \dots t_n \\ \quad \hookrightarrow -\sum_{i=1}^{n} D_i e^{-r(t_i - t)} \end{array} \right.$$

$$B^*(t) = S_t - \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-r(t_i - t)}$$

$$B^*(t_1) = S_{t_1} + \cancel{D_1} - \cancel{D_1} - \sum_{i=2}^{n} D_i e^{-r(t_i - t)}$$

$$\boxed{B^*(T) = S_T}$$

Dado que $A(T) = S_T = B^*(T)$

Por un argumento de no arbitraje:

$$A(t) = f_t + K e^{-r(T-t)} = S_t - \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-r(t_i - t)}$$

$$\iff f_t = S_t - \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-r(t_i - t)} - K e^{-r(T-t)}$$

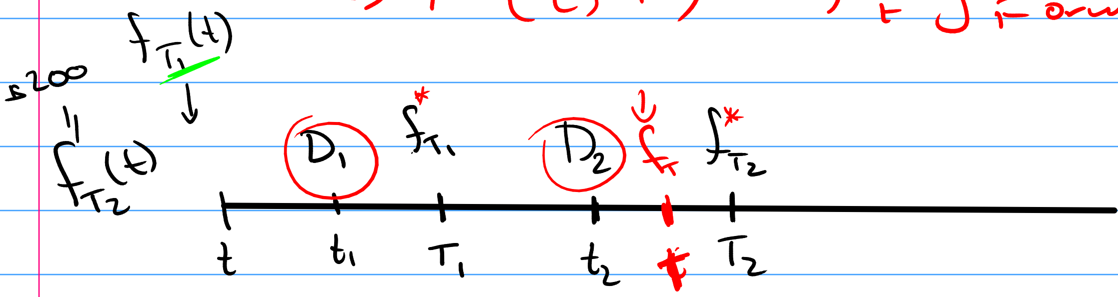
Podemos pactar un forward costo cero?

Si:

$$f_t = 0 \iff S_t - \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-r(t_i-t)} - K e^{-r(T-t)} = 0$$

$$\boxed{\iff K = e^{r(T-t)}\left[S_t - \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-r(t_i-t)}\right]} \quad T > t_i$$

$\to F(t,T) \to F_t \Big\}$ Precio Forward.



$$\$200 = S_t - D_1 e^{-r(t_1-t)} - \boxed{D_2}\, e^{-r(t_2-t)} - K e^{-r(T_2-t)}$$

10 pts → Supongamos que un cliente decide comprar un Forward sobre la acción de AMZN, dicha acción no paga dividendos.

Datos:

$S_t = \$50$ $\quad r = 2\%$ anual comp. forma continua

$K = \$45$ $\quad T = 1y$

2 pts → Determina el valor del contrato Forward

$$f_t = (50 - 45e^{-.02(1)}) = 5.89$$

3 pts. → Determina el precio forward del contrato.

$$F_t = 50e^{.02(1)} = 51.01$$

-> Suponer que el precio que vemos en pantalla es de $7 dlls por el contrato forward. Diseña una estrategia de arbitraje dada la información mencionada.

-> "Comprar barato y vender caro"

$f_t^* = \$7 > f_t = \$5.89$ $\quad f_t^* = \$5$

forward largo "sintético"

-> Vendemos fwd a $7

-> Compramos Acción de Amzn a $50

-> Pedir prestado $45e^{-.02(1)}$

Hoy

$+\$7 - \$50 + 45e^{-.02(1)}$

$= \$7 - (50 - 45e^{-.02(1)}) = \$7 - \$5.89 = \underline{1.11}$

Dentro de un año:

-> ~~Vender~~ S_T

-> ~~Recibimos $4~~5

Se tuvo una ganancia de $1.11 sin riesgo y certera.

-> Tenemos ~~S_T~~ x7 la compramos hace un año

-> ~~Tenemos una deuda de~~ $45

-> A vencimiento, ambas estrategias se netean sin importar las condiciones del mercado

Forwards sobre acciones que $\underbrace{\text{pagan dividendos}}_{\text{dividend yield.}}$ de forma continua.

→ Sea f_t un forward largo donde compramos S_T a un precio pactado K.

$$A(t)\begin{cases}\text{fwd largo} \\ \text{Invertir } Ke^{-r(T-t)}\end{cases} \qquad B(t)\begin{cases}\text{Compra } S_t e^{-\delta(T-t)} \\ \hookrightarrow \delta := \text{dividend yield.}\end{cases}$$

$$A(T) = S_T - \cancel{K} + \cancel{K} \qquad B(T) = S_T$$

$$\rightarrow A(t) = f_t + Ke^{-r(T-t)} = S_t e^{-\delta(T-t)}$$

$$\Leftrightarrow f_t = S_t e^{-\delta(T-t)} - Ke^{-r(T-t)}$$

$$f_t = 0 \Leftrightarrow$$

$$S_t e^{-\delta(T-t)} = Ke^{-r(T-t)}$$

$$K = F_t = S_t e^{(r-\delta)(T-t)}$$

Forwards de Tipo de Cambio / Forwards de FX.

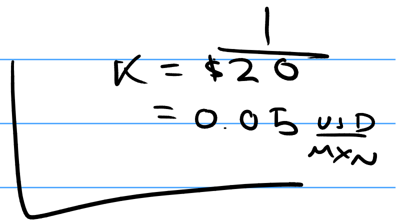
Supongamos que una empresa quisiera comprar dólares en un futuro;

Podemos comprar un forward tal que compremos dólares en un futuro a un tipo de cambio pactado el día de hoy.

El payoff del forward de TC. FX

$$\text{Payoff} = N^{MXN}\left(\overset{\swarrow 0.04\,\frac{USD}{MXN}}{S_T} - K\right)$$

$$.06\,\tfrac{USD}{MXN} \rightsquigarrow .05$$



$N^{MXN} \to$ Nocional en pesos

$S_T \to$ T.C. $\left(\frac{USD}{MXN}\right)$ en T

$K \to$ T.C. pactado (Strike)

Valoración de Forwards de FX

$A(t)$ { Fwd largo donde compro dólares a un tipo de cambio K ↳ con pesos.

$$\underbrace{N^{MXN} \cdot K}_{N^{USD}}\, e^{-r_{MXN}(T-t)}$$

↳ Invierto esta cantidad

$$A(T) = \underset{N^{MXN} S_T}{N^{USD}} - \cancel{N^{MXN} \cdot K} + \cancel{N^{MXN} K} = N^{MXN} S_T \quad (*)$$

tener esta cantidad de dólares

$$B(t) = \underbrace{N^{MXN} S_t}_{USD} \rightsquigarrow \underbrace{N^{MXN} S_t}_{N^{USD}}\, e^{-r_{USD}(T-t)}$$

$$B(T) = N^{USD} = N^{MXN}(S_t) \quad (*)$$

Por no arbitraje:

$$f_t + N^{MXN} K e^{-r_{MXN}(T-t)} = N^{MXN} S_t e^{-r_{USD}(T-t)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{f_t = N^{MXN}\left(S_t e^{-r_{USD}(T-t)} - K e^{-r_{MXN}(T-t)}\right)}$$

$$f_t = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad S_t e^{-r_{USD}(T-t)} \cdot e^{r_{MXN}(T-t)} = K$$

$$\boxed{K = F_t = S_t e^{(r_{MXN} - r_{USD})(T-t)}}$$