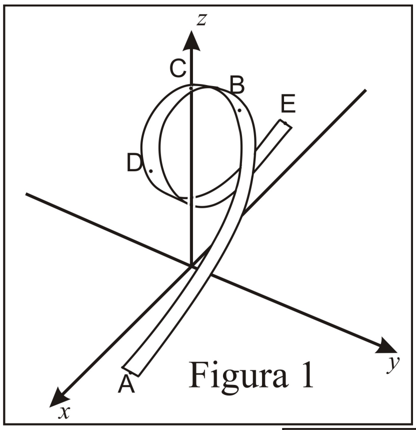
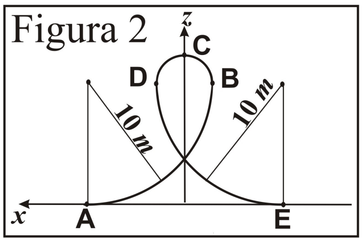
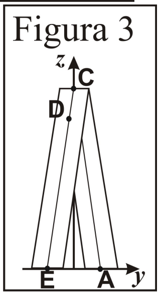
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro de Informática
Processamento Gráfico - 2018.2
Lista de exercícios 1

Nome: ____ **Identificação:** ____________________

1. Considere as figuras a seguir:





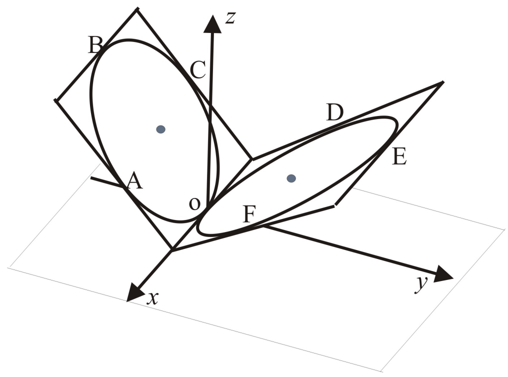


Pretende-se fazer, via operadores afins, a animação de um carro que percorre um trilho formando um laço coloidal (de uma montanha russa). Na Figura 1 ilustra-se o laço como um todo, em que o carro deve percorrer os trechos em sequência: AB, BC, CD e DE. Esses trechos são arcos de três circunferências que sofreram um pequeno cisalhamento, como ilustrados nas Figuras 2 e 3. Os trechos AB e DE são arcos cisalhados de circunferências de raio 10 m, enquanto BC e CD são arcos cisalhados de uma circunferência de raio 2 m. As posições dos pontos são: $A = (8, 2, 0)$, $B = (-2, \frac{1}{3}, 10)$, $C = (0, 0, 12)$, $D = (2, -\frac{1}{3}, 10)$ e $E = (-8, -2, 0)$. Nesta simulação os ângulos de rotação serão de 30^o para cada quadro da animação. Encontre as matrizes dos operadores afins mais adequados para esta simulação.

2. Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição que vai estar esta extremidade do antebraço, após haver rotações antihorárias de 30^o no "ombro" e de 60^o no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas.

3. Considere a transformação afim $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que: $T(0,0) = (-10, 20)$, $T(10, 20) = (-10, 50)$ e $T(20, 10) = (20, 20)$. Se $T(50, 30) = (a, b)$ marque $|a + b|$:

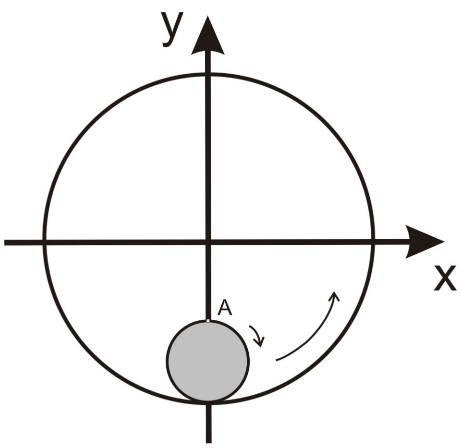
4. Considere a figura a seguir:



A figura mostra dois círculos de raio 1 em planos inclinados. O círculo OABC está no plano $z = -y$, com centro no ponto $(0, -1, 1)$, e o círculo ODEF está no plano $z = y$, com centro no ponto (0,1,1). Pretende-se simular um carro que percorre os dois círculos passando pelos pontos na sequência: OABCOFEDO, com transformações afins, com passos angulares de $\frac{\pi}{6}$. Encontre as matrizes em coordenadas homogêneas que representam as transformações.

5. Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a transformação afim que mapeia o paralelogramo $P_1P_2P_3P_4$ no quadrado $Q_1Q_2Q_3Q_4$, tal que $T(P_i) = Q_i$, para $i \in \{1, ..., 4\}$, e $P_1 = (-1, 1)$, $P_2 = (0, 2)$, $P_3 = (0, 1)$, $P_4 = (-1, 0)$, $Q_1 = (1, -1)$, $Q_2 = (1, 0)$, $Q_3 = (0, 0)$ e $Q_4 = (0, -1)$. Se $T(10, 15) = (a, b)$, então marque $a + b$.

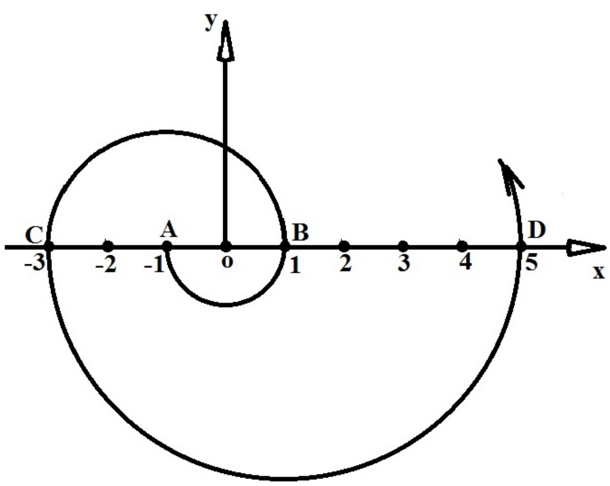
6. A figura a seguir apresenta uma vista superior do plano XY do $\mathbb{R}^3$, com um círculo maior de raio 100 e um círculo menor de raio 25:



Pretende-se fazer uma animação em que o círculo menor se desloca rolando na parede interna do círculo maior, sem deslizar, no sentido indicado na figura. Encontre a matriz do operador linear que permite encontrar a posição do ponto A num tempo t em seg, sabendo-se que o círculo menor completa uma volta em torno da parede interna do círculo maior em 360 segundos.

7. Considere dois operadores afins do $\mathbb{R}^2$: T e S tais que: $T(1,0) = \mathbf{p_1}$, $T(1,1) = \mathbf{p_2}$ e $T(0,3) = \mathbf{p_3}$, enquanto $S(\frac{1}{2}\mathbf{p_1} + \frac{1}{2}\mathbf{p_2}) = (1,0)$, $S(\mathbf{p_2}) = (1,1)$, $S(\frac{1}{2}\mathbf{p_2} + \frac{1}{2}\mathbf{p_3}) = (2,1)$. Se $S \circ T(1,10) = (a,b)$, marque $a+b$.

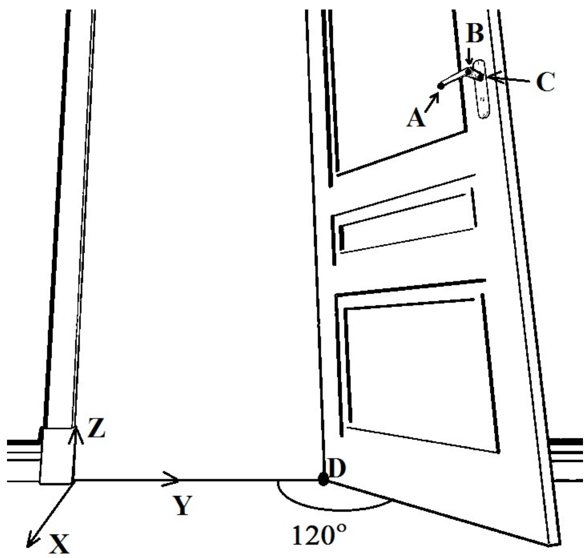
8. A figura a seguir apresenta uma vista superior do plano XY do $\mathbb{R}^3$, com uma curva espiral formada pela combinação de semi-círculos de raios que dobram cada vez que a curva corta o eixo OX:



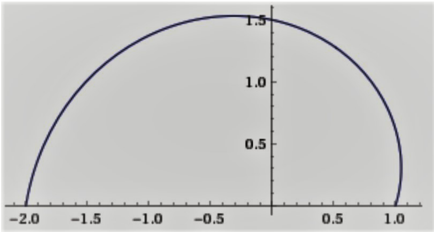
Note que os centros mudam de posição também. Pretende-se simular uma partícula que parte do ponto A e segue pela espiral até B, depois até C, e assim sucessivamente. Para a simulação poder ser feita com operadores afins, a partícula é registrada em sequência a cada arco de 30^o do semicírculo em que se encontra, num tempo t. Encontre as matrizes do operador afim que permitem indicar a posição da partícula no tempo t, em coordenadas homogêneas.

9. Considere o operador afim $T_C : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que: $T_C(0,0) = (1,1)$, $T_C(1,0) = (2,1)$ e $T_C(1,1) = (3,2)$. Encontre a matriz em coordenadas homogêneas de T_C e marque a soma dos elementos da matriz.

10. A figura a seguir mostra uma porta aberta (120°) cuja largura é 1m. O ponto C está a $0,95m$ do eixo da porta, e está a uma altura de $1,5m$ e o eixo da maçaneta BC tem $0,05m$ de comprimento. Pretende-se produzir uma animação do fechamento da porta com operadores afins. A animação começa com a maçaneta sendo girada em torno do eixo BC no sentido anti-horário de um ângulo de 60°. Só então a porta começa a girar em torno do seu eixo até completar os 120°, e então a maçaneta volta à posição normal. Apresente as matrizes dos operadores que podem ser utilizados para acompanhar o ponto A durante os três movimentos, cada movimento executado em 10 passos.



11. Seja T um operador afim do $\mathbb{R}^2$ tal que $T(A) = (1,0)$, $T(B) = (1,-1)$ e $T(C) = (2,3)$. Sabe-se que $B = (1,-1)$ e $C = (1,1)$ e que a origem é o baricentro do triângulo ABC. Se $T(4,10) = (a,b)$, então marque $a+b$.

12. 

A figura mostra uma trajetória de uma partícula, que deve iniciar no ponto (1,0) e finalizar no ponto (-2,0). A curva pode ser descrita da seguinte forma: um ponto qualquer da curva é tal que se o vetor que se extrai da origem ao ponto forma um ângulo de θ radianos, então a distância do ponto à origem é de $\frac{\theta}{\pi}+1$. Pretende-se simular a dinâmica da partícula com transformações afins. Exiba as matrizes em coordenadas homogêneas das transformações afins que fornecem a posição da partícula uma vez dado o ângulo θ.

13. Considere uma transformação afim T tal que: $T(A) = (1,1)$, $T(B) = (-1,0)$ e $T(C) = (2,-3)$, com $A = (-1,2)$ e $B = (-2,-2)$. Sabe-se que as coordenadas baricêntricas de $T(0,0)$ com relação à origem, $T(A)$ e $T(B)$ são respectivamente, 2, 2 e -3. Marque a alternativa que exibe o ponto C: