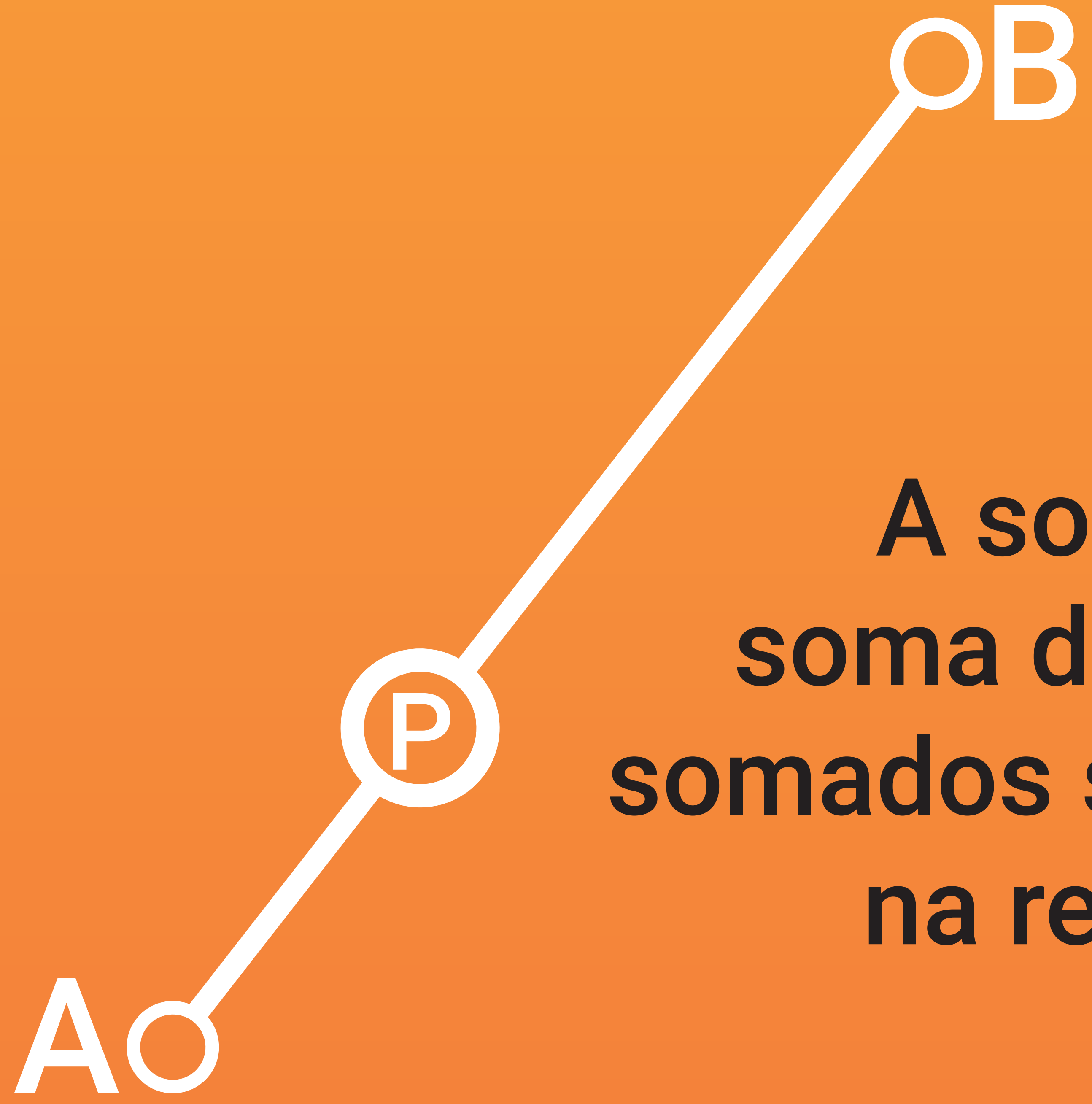
Coordenadas Baricêntricas
Resumo

André Soares - 2018.2
assf

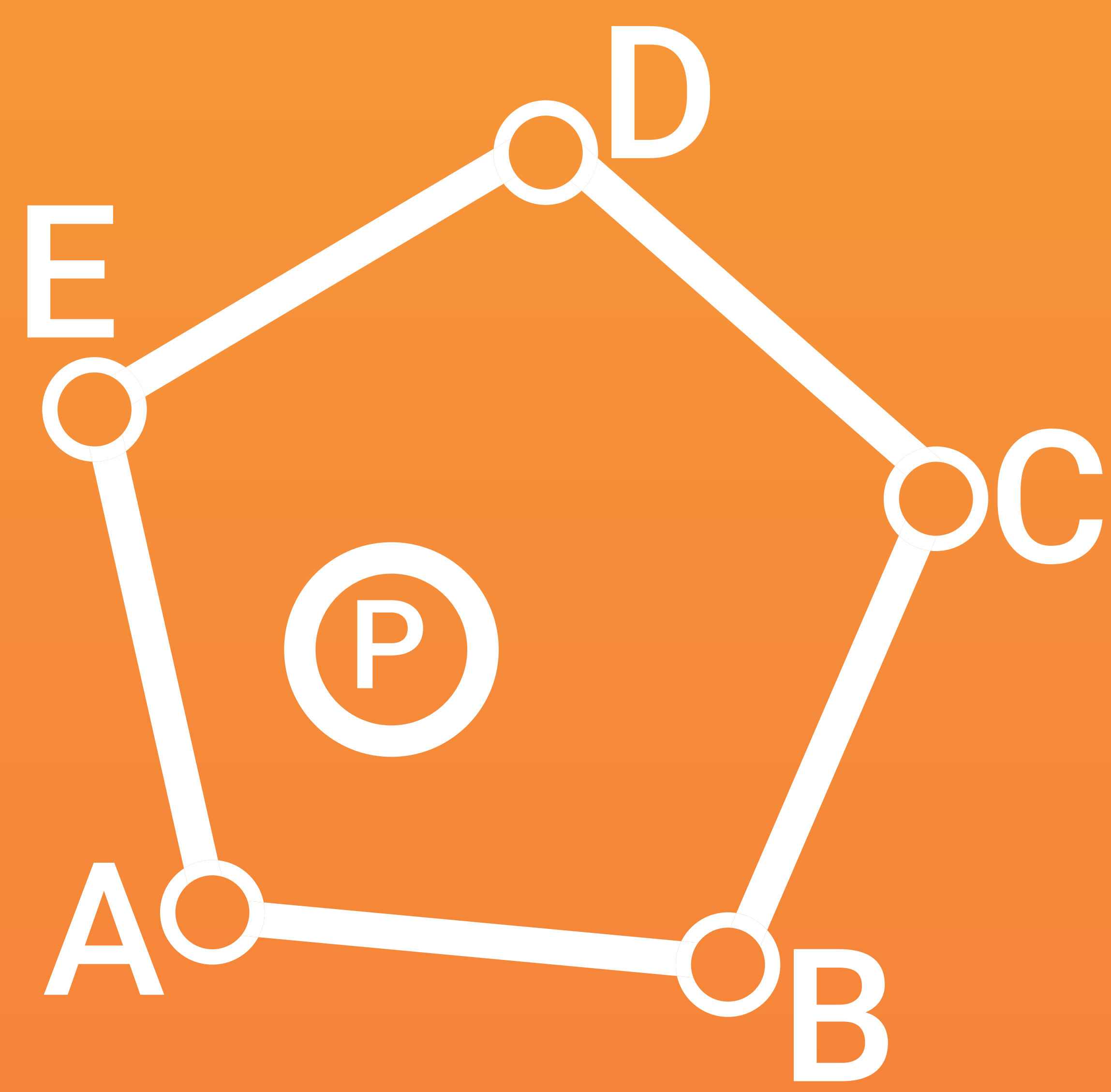


$$P = k^{1} * A + k^{2} * B$$

A soma baricêntrica de dois pontos é a soma de duas multiplicações cujos escalares somados são iguais a '1', resultando em um ponto na reta gerada pelos dois pontos dados.

Observação:

Caso os dois escalares estejam entre 0 e 1 (lembrando que a soma deverá ser igual a 1) o ponto está entre A e B, caso um valor seja negativo e o outro positivo, o ponto estará além de A, ou além de B.



$$P = k^1 * A + k^2 * B + \ldots + k^{o} * N$$

A soma baricêntrica de n pontos é a soma de multiplicações cujos escalares somados são iguais a ‘1’, resultando em um ponto.

Observação:

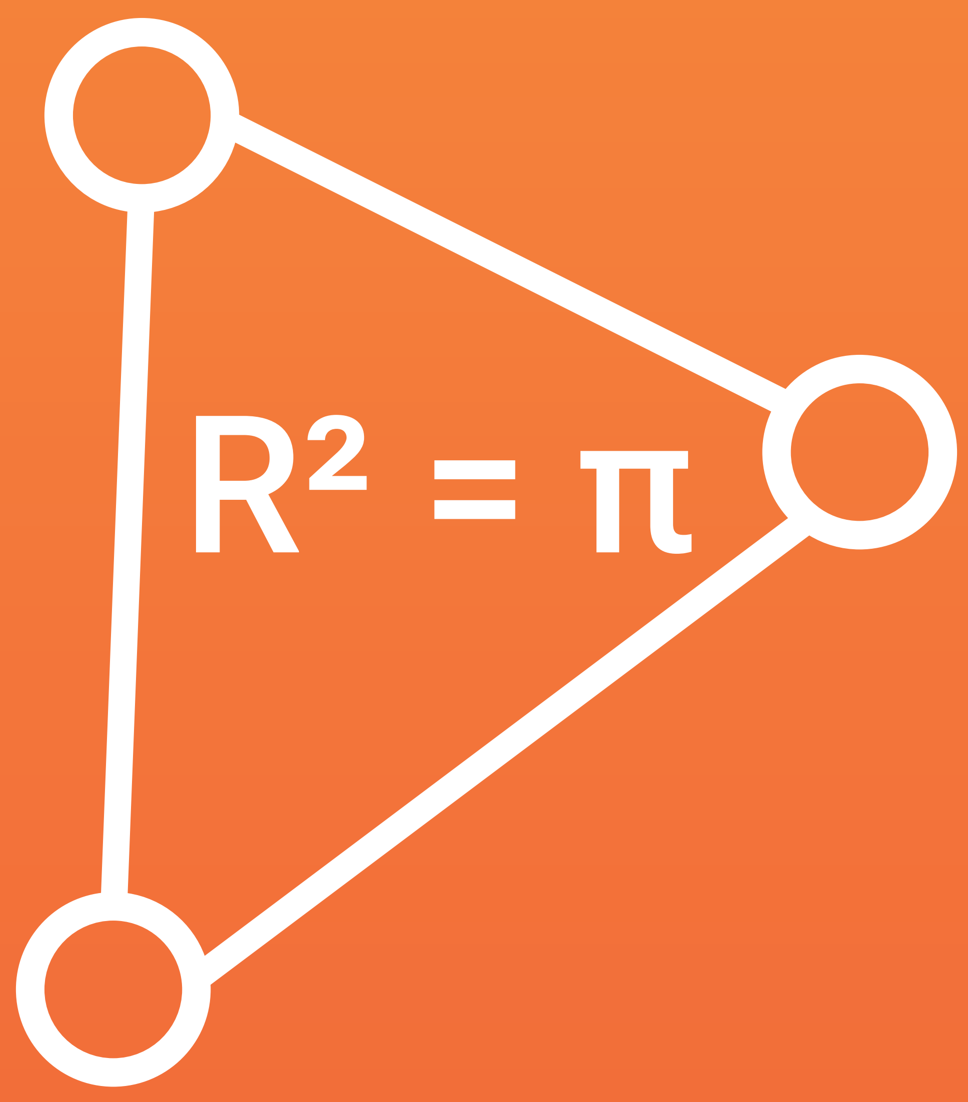
Caso os escalares estejam entre 0 e 1 (lembrando que a soma deverá ser igual a 1) o ponto está dentro do objeto gerado pelos pontos (seja um polígono no R^2 ou um objeto tridimensional no R^3.

Dicas:

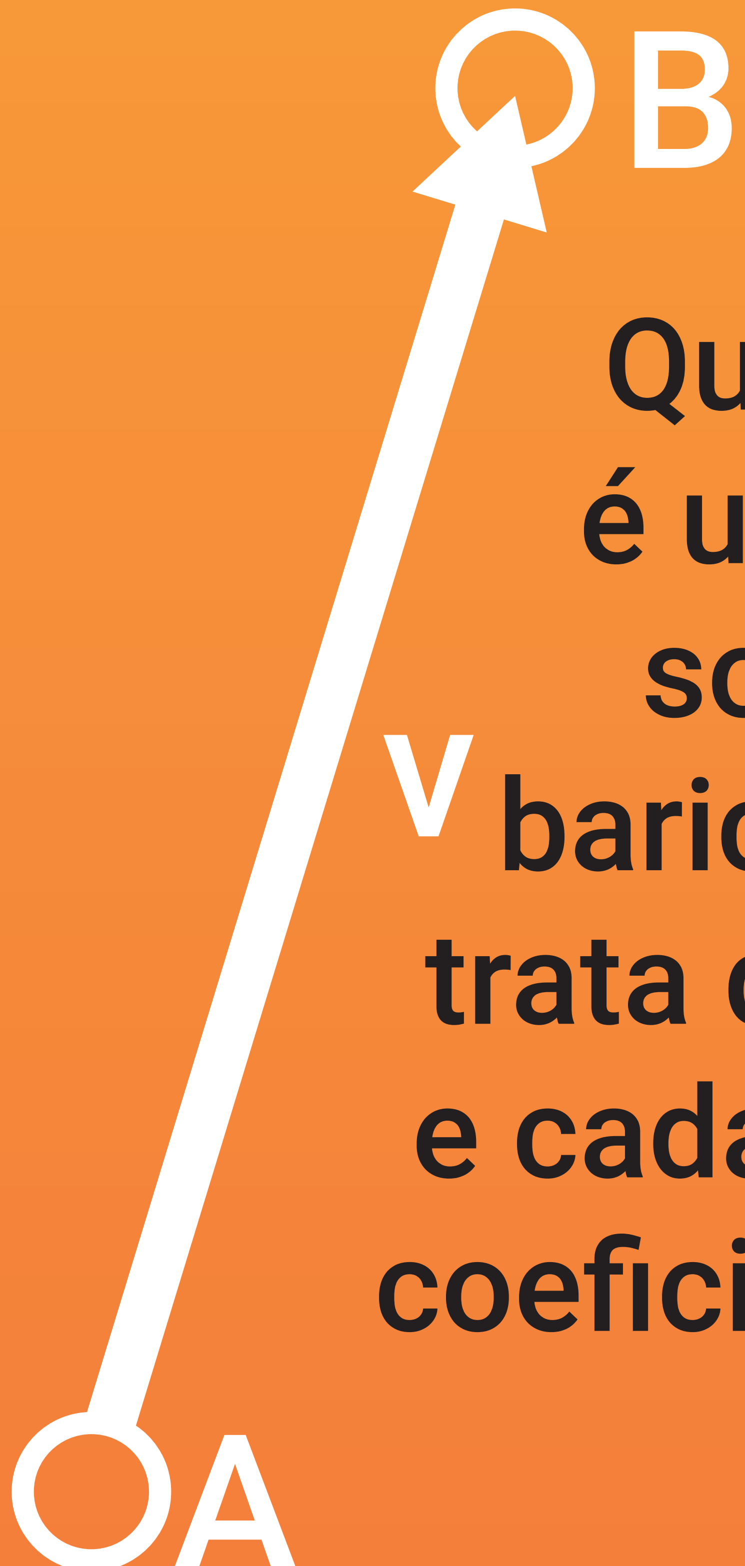
A soma baricêntrica de 1 ponto é ele mesmo, já que os fatores a serem multiplicados precisam resultar em 1 quando somados.

$$P = k*P$$

$$k + 0 = k = 1$$



2 pontos distintos definem uma reta, 3 pontos não colineares definem um plano (R^2), 4 pontos não coplanares definem um espaço tridimensional (R^3), sendo assim não é necessário mais do que tal quantidade para obter qualquer ponto daquele espaço estudado.

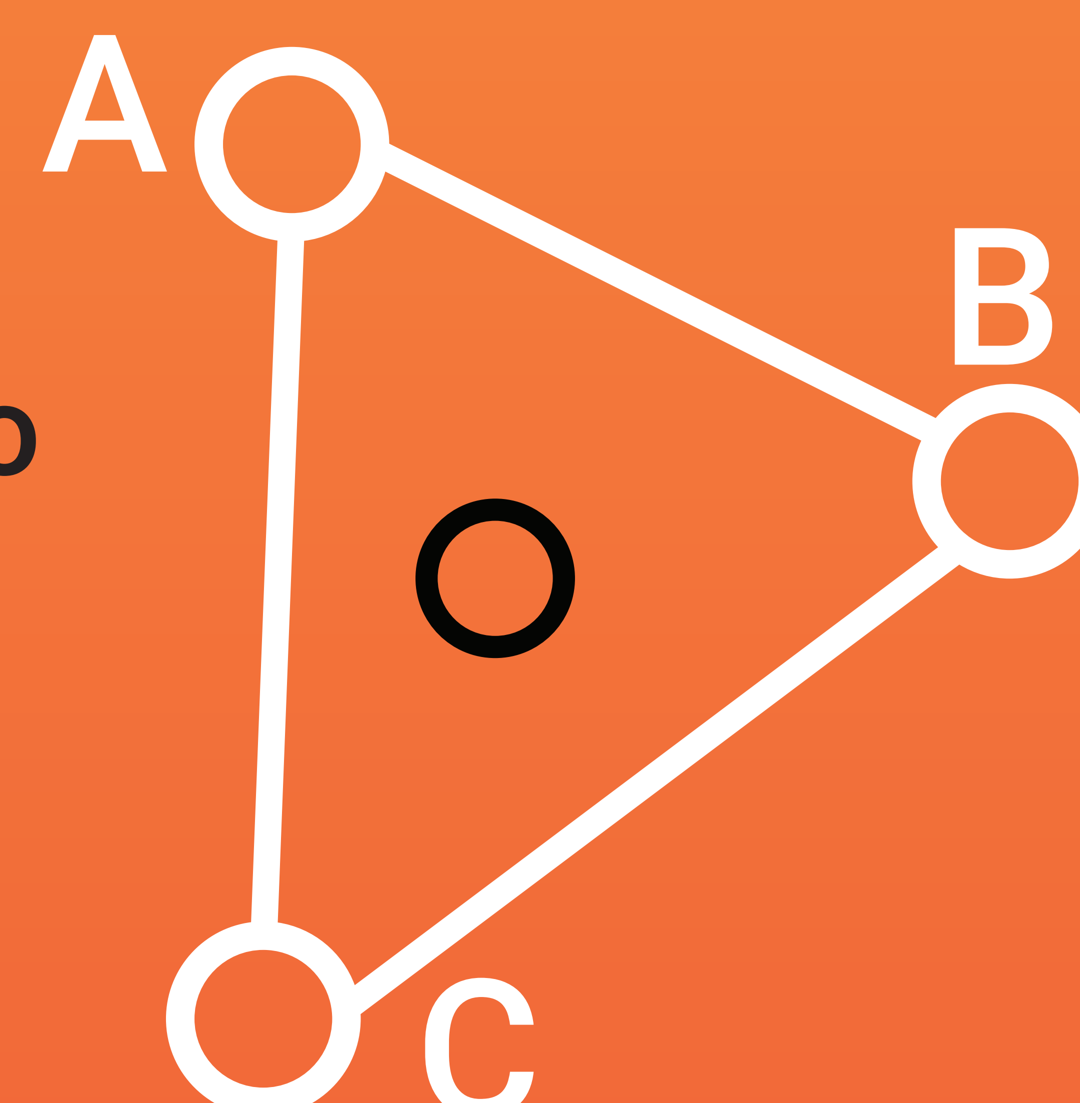


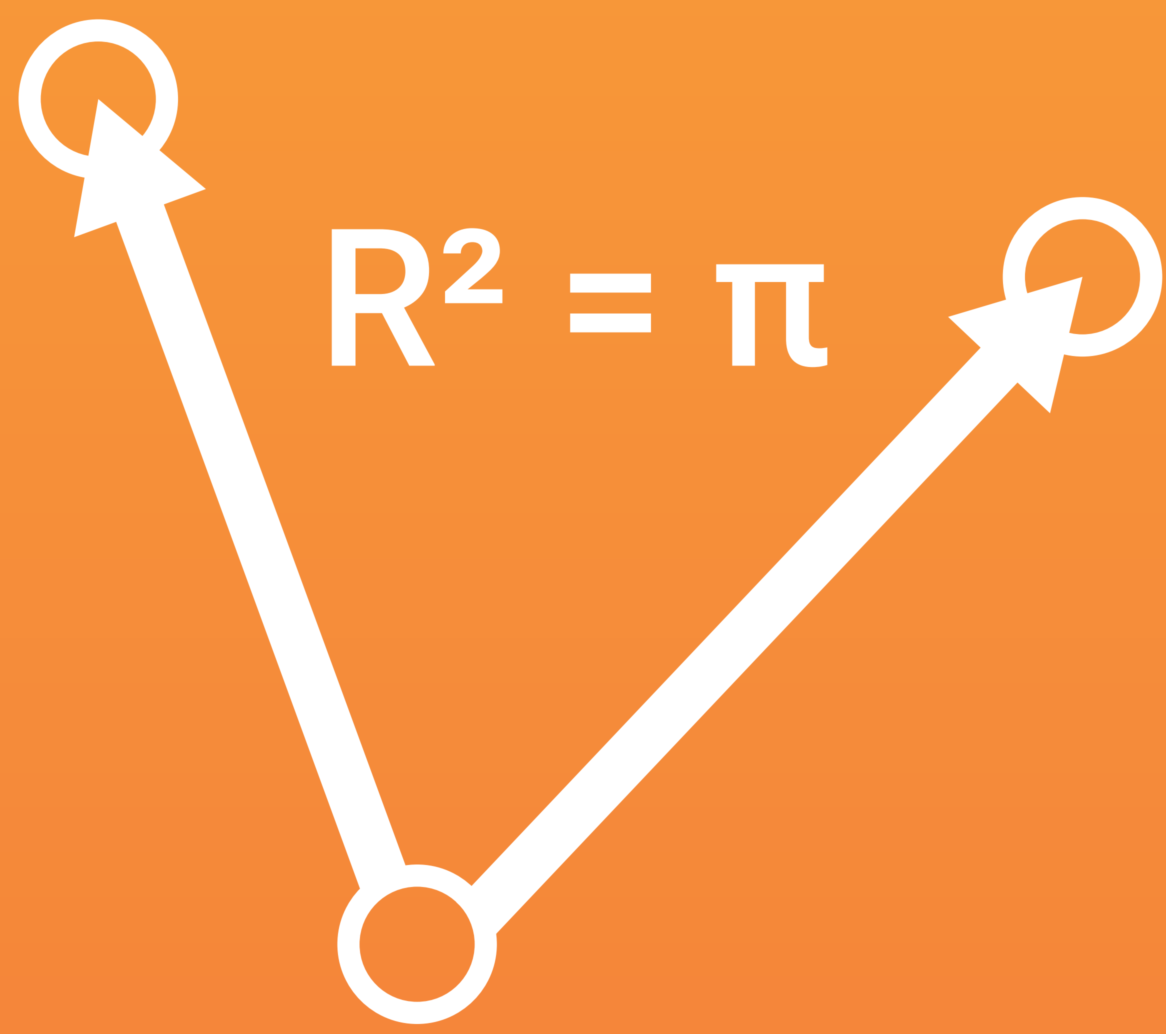
Quando falamos de vetores é um pouco diferente, já que soma de seus coeficientes baricêntricos é 0, pois como se trata de uma subtração de pontos e cada ponto tem a soma de seus coeficientes baricêntricos igual a 1; 1-1=0.

$$A = k^1P^1 + k^2P^2$$
$$B = q^1P^1 + q^2P^2$$
$$1 = q^1 + q^2$$
$$1 = k^1 + k^2$$
$$v = B - A$$
$$v = k^1P^1 + k^2P^2 - (q^1P^1 + q^2P^2)$$
$$0 = k^1 + k^2 - (q^1 + q^2)$$

O baricentro de um triângulo é obtido através da soma dos pontos do triângulo com os coeficientes iguais a 1/3.

$$Bar = (1/3)A + (1/3)B + (1/3)C$$



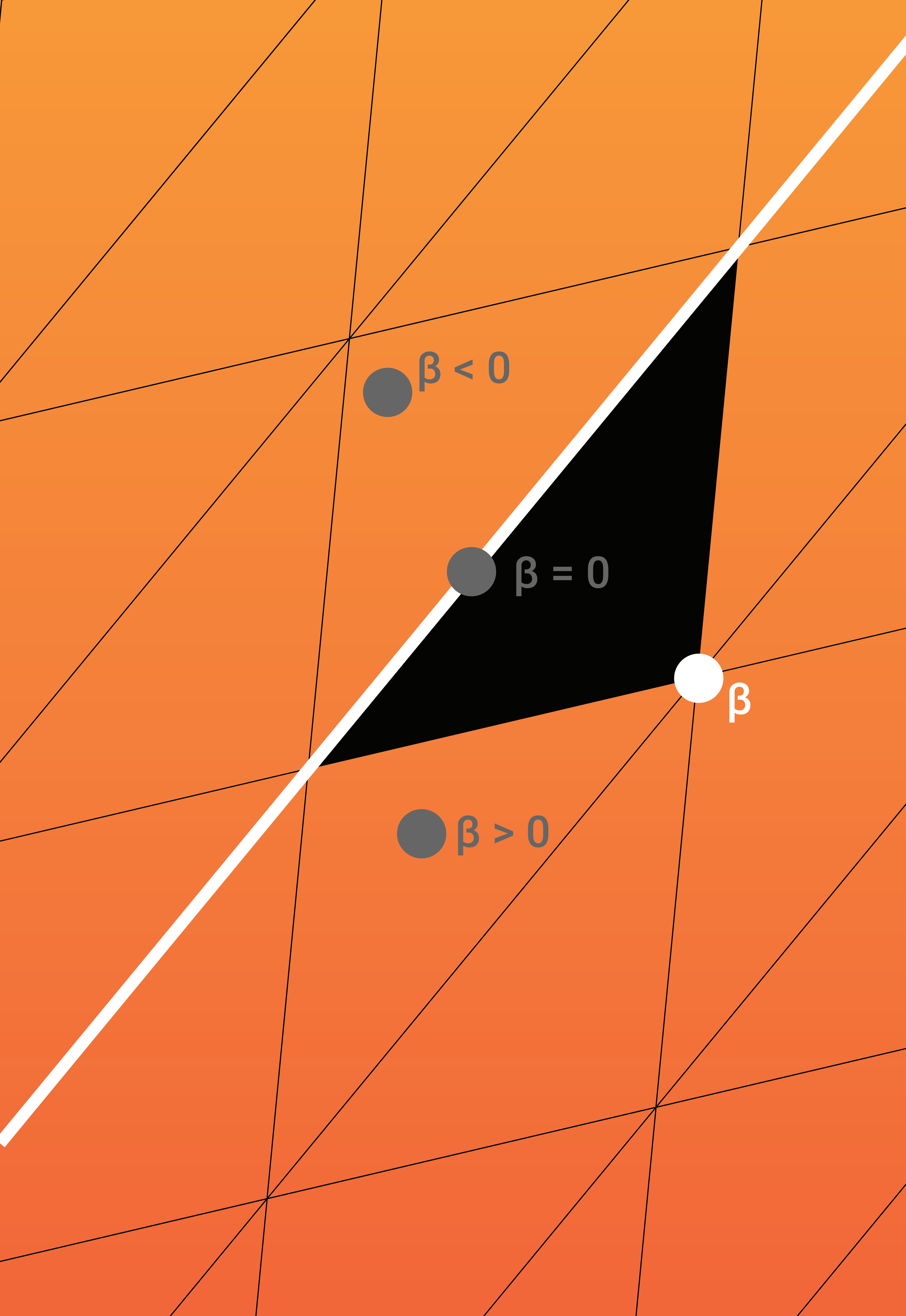


Como é possível definir um plano a partir de 3 pontos não colineares? Se tomarmos um deles como origem, a partir dos outros dois formamos dois vetores distintos que servem de base para todo o R^2, a mesma lógica se aplica ao R^1 (reta), e R^3 (“mundo”).

Porém, o grid do R^2 quando se trata de soma baricêntrica é bem diferente do R^2 da física, por exemplo, pois como se tratam de 3 variáveis (pontos), temos 3 eixos. Além disso, como a soma precisa resultar em 1, pelo menos 1 valor será positivo.

$$P = \alpha P^1 + \beta P^2 + \gamma P^3$$
$$1 = \alpha + \beta + \gamma$$

Esse é o grid baricêntrico, sendo o coeficiente do seu primeiro ponto (escolha sua) o alfa, do segundo o beta, e do terceiro o gama.
Caso os três valores sejam positivos, o ponto está dentro do triângulo, caso um deles seja 0, o ponto está em um dos segmentos de reta do triângulo, dois coeficientes 0; significa que você está num dos pontos suporte.
Caso 1 ou 2 (nunca os 3 fatores serão negativos) sejam negativos, o ponto está fora do triângulo.



O coeficiente será negativo ou positivo usando como parâmetro a reta oposta ao ponto que representa o coeficiente, caso o ponto a ser calculado o fator baricêntrico esteja do mesmo lado do ponto que representa aquele fator, o coeficiente será positivo, caso esteja do lado contrário, será negativo, caso esteja na reta, será 0.

$$1 = \alpha + \beta + \gamma$$

$$P = \alpha P^1 + \beta P^2 + \gamma P^3$$
$$1 = \alpha + \beta + \gamma$$

Usando estes fatores baricêntricos podemos definir um sistema de coordenadas, chamado de baricêntrico, onde suas coordenadas são alfa, beta e gama.
O cálculo das coordenadas baricêntricas é feito por dois métodos principalmente; área de triângulos e sistema de equações.

PS: Existem outros métodos.

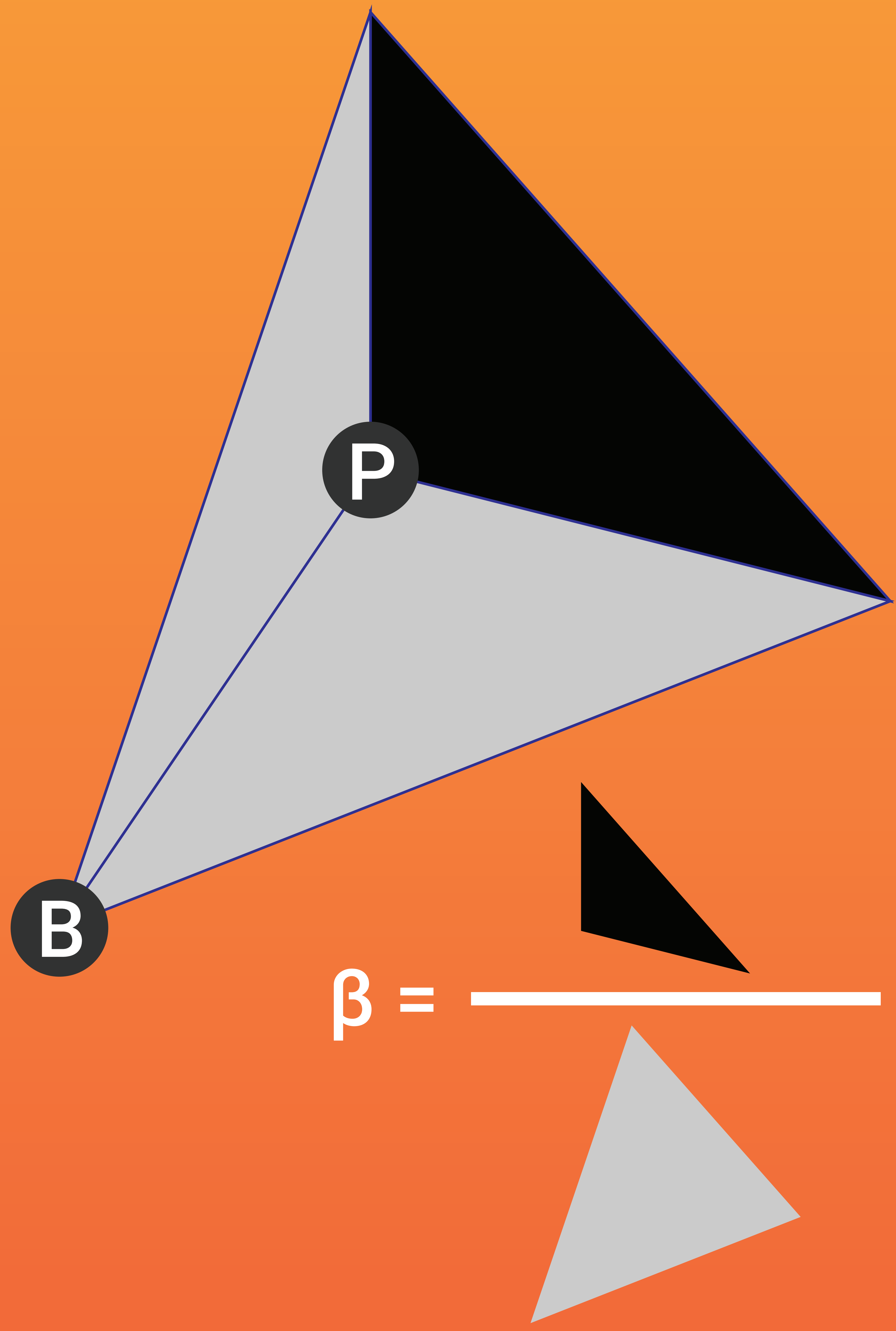
$P = (4,5)$ $A = (1,1)$
$B = (2,1)$ $C = (3,3)$

$$P = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 1 \\ \alpha + 2\beta + 3\gamma = 4 \\ \alpha + \beta + 3\gamma = 5 \end{cases}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

A resolução por sistema
de equações pode ser
feita normalmente
ou pela transformação
para matriz e escalonando
além de substituições
obviamente.



A resolução por área de triângulos é feita da seguinte maneira:
Divide-se a área do triângulo oposto ao ponto que define aquele coeficiente, pela área do triângulo todo.