



# Grafos

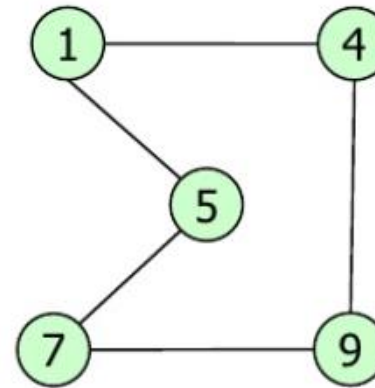
Estructura de Datos

# Grafo

- ▶ Es un conjunto de objetos llamados vértices o nodos unidos por enlaces llamados aristas o arcos, que permiten representar relaciones binarias entre elementos de un conjunto.
- ▶ Desde un punto de vista práctico, los grafos permiten estudiar las interrelaciones entre unidades que interactúan unas con otras.
- ▶ Por ejemplo, una red de computadoras puede representarse y estudiarse mediante un grafo, en el cual los vértices representan terminales y las aristas representan conexiones (las cuales, a su vez, pueden ser cables o conexiones inalámbricas).
- ▶ Prácticamente cualquier problema puede representarse mediante un grafo, y su estudio trasciende a las diversas áreas de las ciencias exactas y las ciencias sociales.

# Definición

- Un grafo  $G = (V, E)$
- $V$ , el conjunto de vértices o nodos
  - $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
  - Representan los objetos
- $E$ , el conjunto de arcos o aristas
  - Representan las relaciones
  - $E = \{v_i v_j, v_m v_n, \dots\}$  Vértices Adyacentes: 2 vértices unidos por un arco

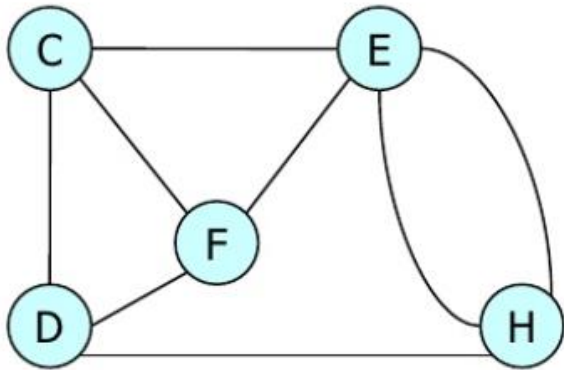


$V = \{1, 4, 5, 7, 9\}$

$E = \{(1,4), (4,9), (9,7), (7,5), (5,1), (4,1), (1,5), (5,7), (7,9), (9,4)\}$

# Grado de un grafo

- Grado de un NODO: Es el # de arcos que **inciden** en un vértice
- Caso especial (lazo): se considera 2



Grado (D) = 3      Grado (F) = 3  
Grado (H) = 3      Grado (C) = 3  
Grado (E) = 4

Grado del Grafo = 16 = 2 \* 8 arcos

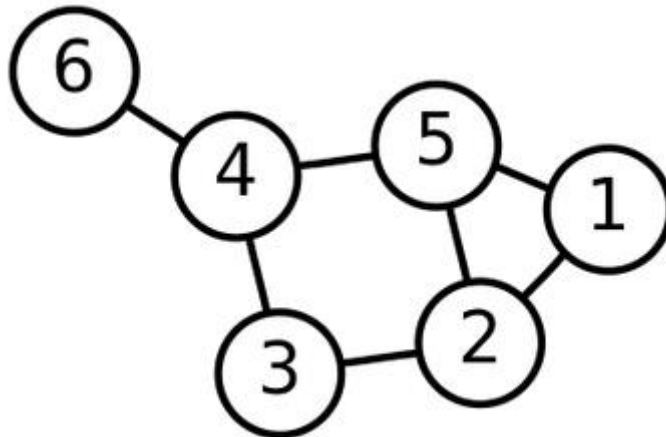
- Grado de un GRAFO: Suma de los grados de los vértices.

# Propiedades

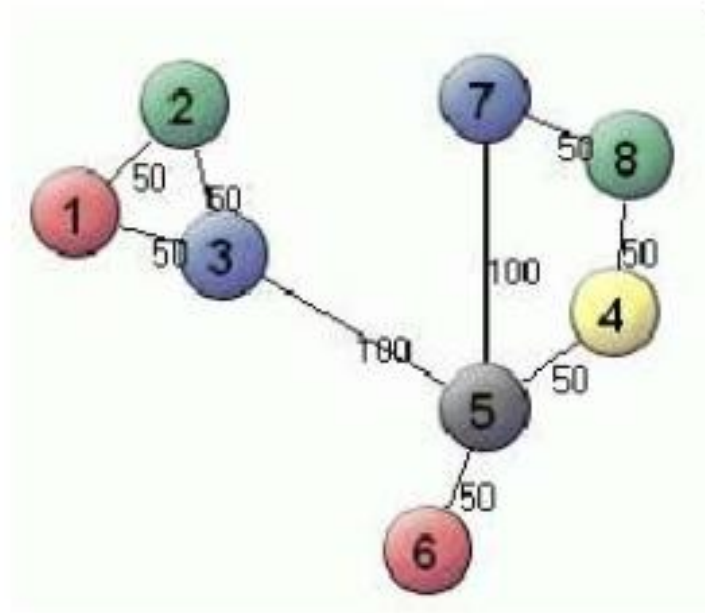
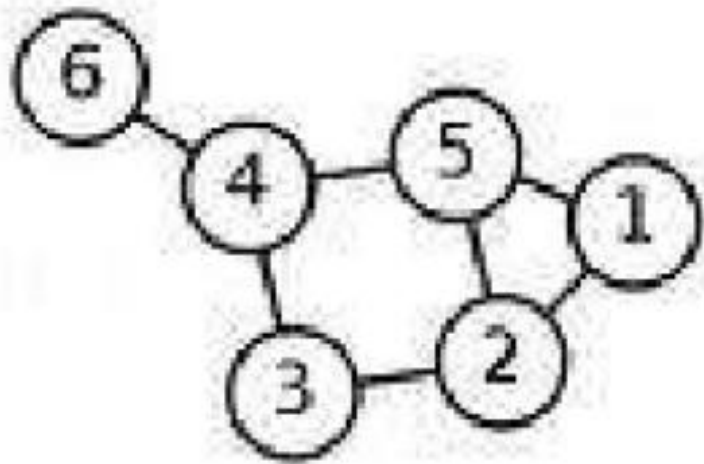
- ▶ **Adyacencia:** dos aristas son adyacentes si tienen un vértice en común, y dos vértices son adyacentes si una arista los une.
- ▶ **Incidencia:** una arista es incidente a un vértice si ésta lo une a otro.
- ▶ **Ponderación:** corresponde a una función que a cada arista le asocia un valor (costo, peso, longitud, etc.), para aumentar la expresividad del modelo. Esto se usa mucho para problemas de optimización, como el del vendedor viajero o del camino más corto.
- ▶ **Etiquetado:** distinción que se hace a los vértices y/o aristas mediante una marca que los hace unívocamente distinguibles del resto.

# Ejemplo

- ▶ La imagen es una representación del siguiente grafo:
- ▶  $V := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ▶  $E := \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$



# Ejemplo



# Por qué estudiar grafos?

- ▶ Porque permite estudiar interrelaciones entre elementos que interactúan con otros.
- ▶ Se puede aplicar algoritmos para resolver los diversos problemas.
- ▶ Se aplican en:
  - ▶ Ingeniería en Sistemas
  - ▶ Modelado de redes
  - ▶ Ingeniería industrial
  - ▶ Electrónica
  - ▶ Química
  - ▶ Geografía
  - ▶ Entre otras.



# Teoría de Grafos

Estructura de Datos

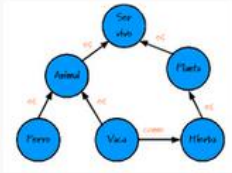
# Teoría de grafos

- ▶ La teoría de grafos (también llamada teoría de las gráficas) es un campo de estudio de las matemáticas y las ciencias de la computación.
- ▶ Estudia las propiedades de los grafos (también llamadas gráficas, que no se debe confundir con las gráficas que tienen una acepción muy amplia) estructuras que constan de dos partes, el conjunto de vértices, nodos o puntos; y el conjunto de aristas, líneas o lados que pueden ser orientados o no.
- ▶ También se conoce como análisis de redes.
- ▶ Actualmente ha tenido mayor preponderancia en el campo de la informática, las ciencias de la computación y telecomunicaciones.

# Aplicaciones

- ▶ Gracias a la teoría de grafos se pueden resolver diversos problemas como por ejemplo la síntesis de circuitos secuenciales, contadores o sistemas de apertura.
- ▶ Se utiliza para diferentes áreas por ejemplo, Dibujo computacional, en toda las áreas de Ingeniería.
- ▶ Los grafos se utilizan también para modelar trayectos como el de una línea de autobús a través de las calles de una ciudad, en el que podemos obtener caminos óptimos para el trayecto aplicando diversos algoritmos como puede ser el algoritmo de Floyd.
- ▶ Para la administración de proyectos, utilizamos técnicas como técnica de revisión y evaluación de programas (PERT) en las que se modelan los mismos utilizando grafos y optimizando los tiempos para concretar los mismos.

# Aplicaciones



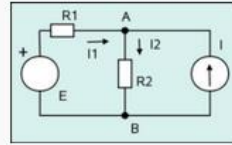
Mapas conceptuales



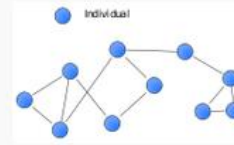
Plano de estaciones del metro.



Plano de autopistas.



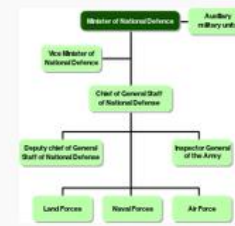
Circuito eléctrico



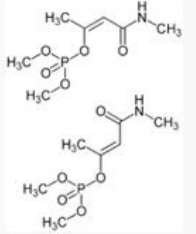
Sociograma de una red social



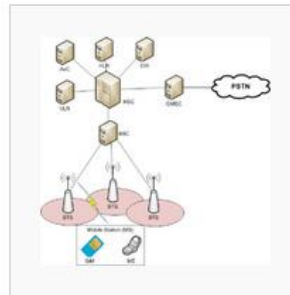
Topología de red de computadores



Organigramas



Ismeros

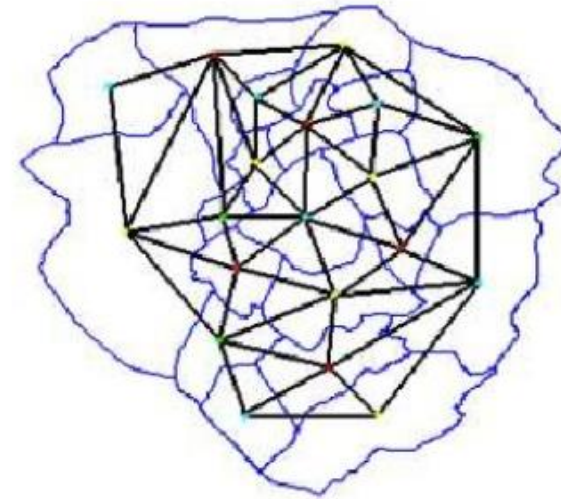
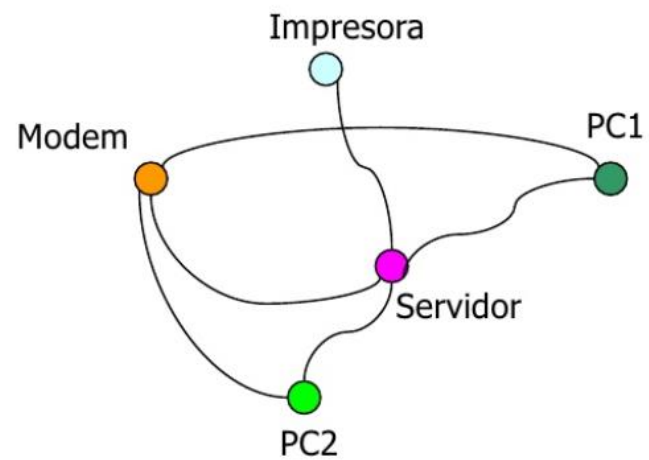
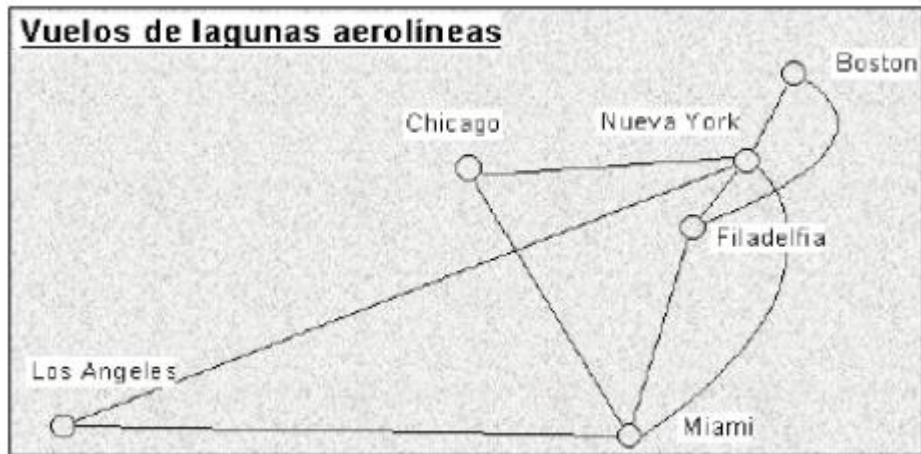


Arquitectura de redes de telefonía móvil



Draws de eliminación directa (ej: tenis)

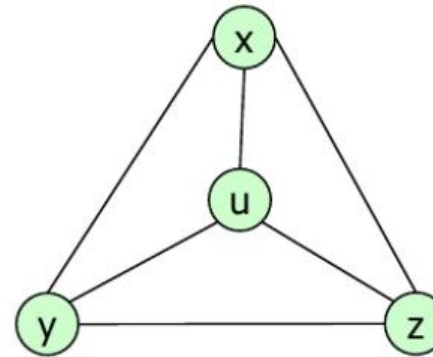
# Aplicaciones



# Tipos de grafos

## □ Grafo **Regular**

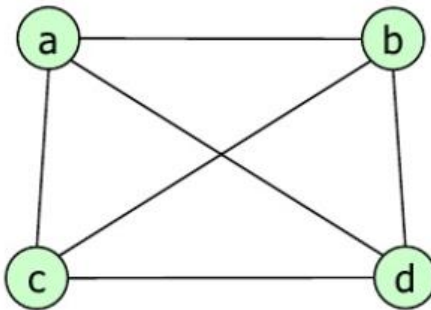
- Todos los vértices tienen el mismo grado
- Si el grado es  $k$ , el grafo es  $k$ -regular



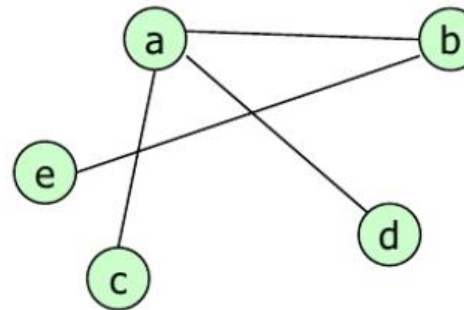
Grafo 3 - regular

## □ Grafo **Completo**

- Tiene una arista entre cualquier par de vértices



Grafo completo



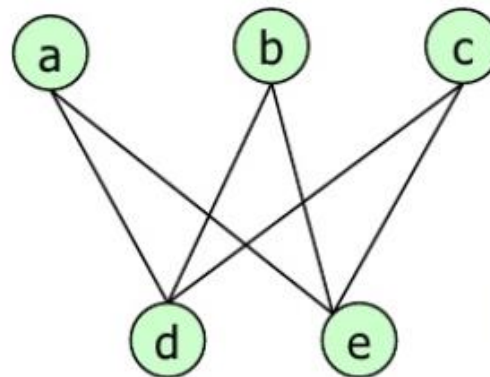
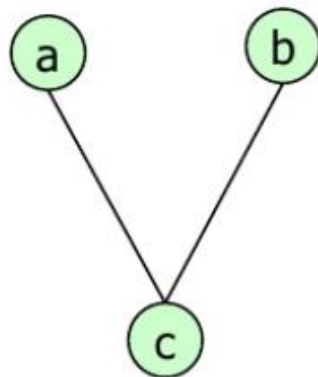
Grafo **No** completo



# Tipos de grafos

## ▣ Grafo **Bipartito**

- ▣ “Bipartito” significa que tiene 2 partes
- ▣  $G = \{ V1 \cup V2, E \}$
- ▣ Sus vértices son la unión de dos grupos de vértices bajo las siguientes condiciones:
  - ▣  $V1$  y  $V2$  son conjuntos disjuntos
  - ▣ Cada arista del Grafo une un vértice de  $V1$  con uno de  $V2$
  - ▣ No existen aristas uniendo vértices del mismo conjunto  $V1$  o  $V2$

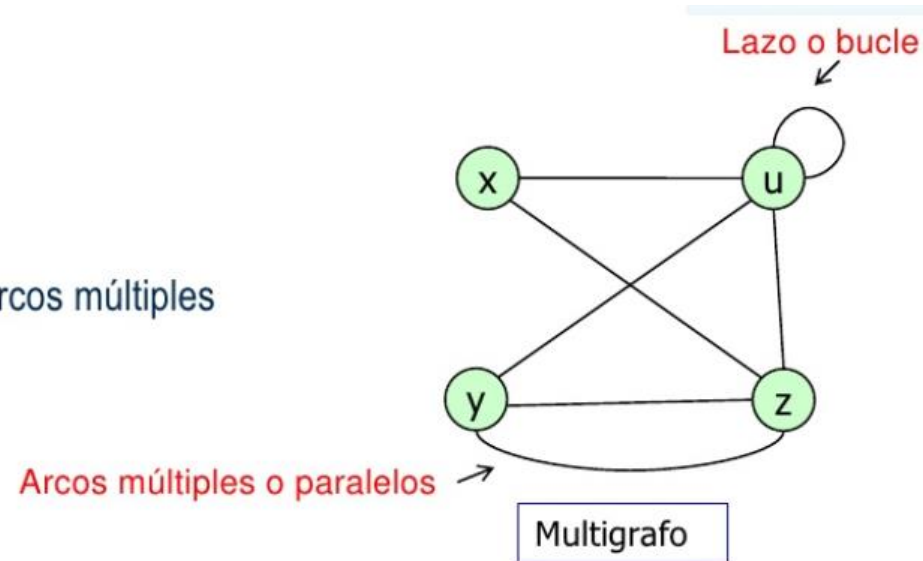


Grafos Bipartitos

# Tipos de grafos

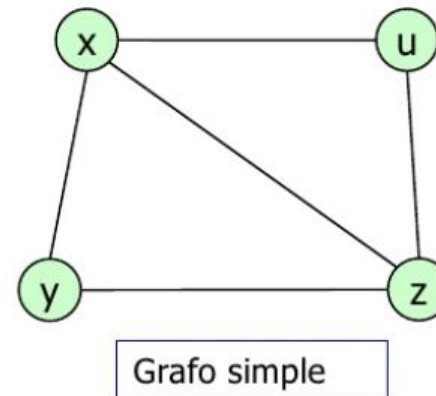
## ▣ Multigrafo

- ▣ Es un grafo que tiene arcos múltiples (paralelos) o lazos



## ▣ Grafo Simple

- ▣ Es un grafo o digrafo que no tiene bucles y que no es un multigrafo





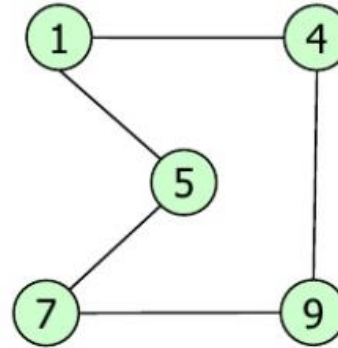
# Tipos de grafos (dirección)

## □ Grafos no dirigidos

- Si los pares de nodos de los arcos no son ordenados

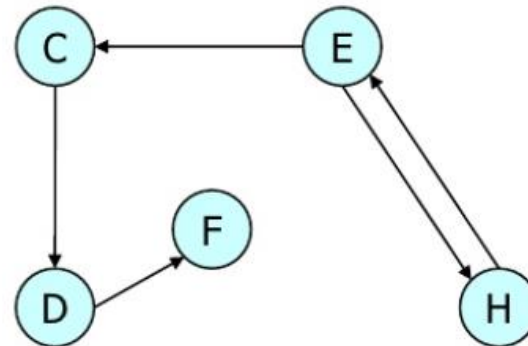
El arco se puede recorrer en ambos sentidos

Ej.:  $u-v$



## □ Grafos dirigidos o Digrafos

- Si los pares de nodos que forman arcos son ordenados, de tal forma que el arco se puede recorrer en un solo sentido. Ej.:  $(u \rightarrow v)$



$V = \{C, D, E, F, H\}$

$E = \{(E,H), (H,E), (E,C), (C,D), (D,F)\}$

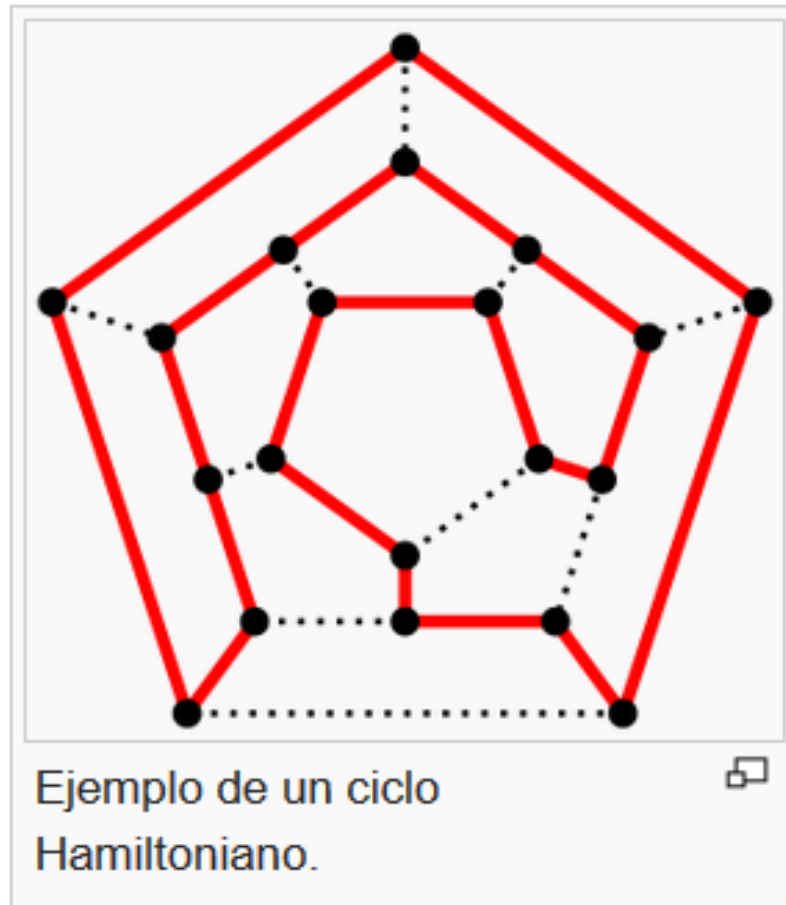
# Problemas de teoría de grafos

## ► Ciclos y caminos hamiltonianos

- Un ciclo es una sucesión de aristas adyacentes, donde no se recorre dos veces la misma arista, y donde se regresa al punto inicial. Un ciclo hamiltoniano tiene además que recorrer todos los vértices exactamente una vez (excepto el vértice del que parte y al cual llega).
- Por ejemplo, en un museo grande (al estilo del Louvre), lo idóneo sería recorrer todas las salas una sola vez, esto es buscar un ciclo hamiltoniano en el grafo que representa el museo (los vértices son las salas, y las aristas los corredores o puertas entre ellas).
- Se habla también de Camino hamiltoniano si no se impone regresar al punto de partida, como en un museo con una única puerta de entrada. Por ejemplo, un caballo puede recorrer todas las casillas de un tablero de ajedrez sin pasar dos veces por la misma: es un camino hamiltoniano.

# Problemas de teoría de grafos

## ► Ciclos y caminos hamiltonianos



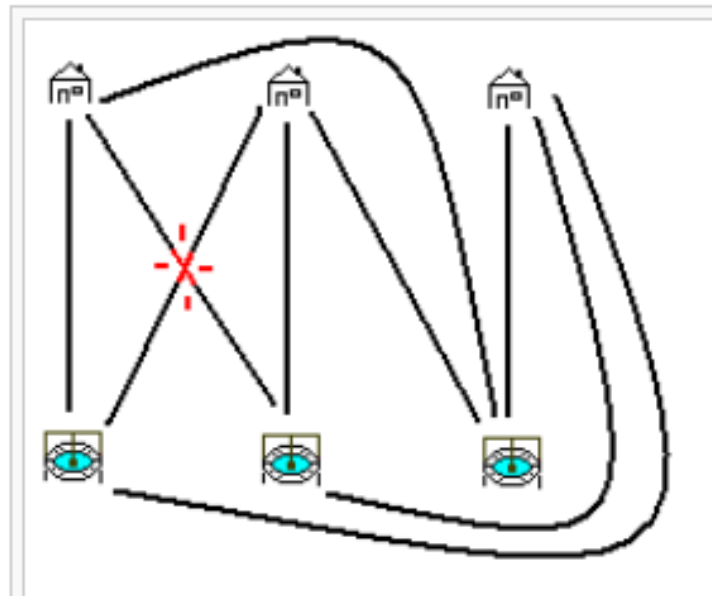
# Problemas de teoría de grafos

## ► Grafos planos

- Cuando un grafo o multigrafo se puede dibujar en un plano sin que dos segmentos se corten, se dice que es plano.
- Un juego muy conocido es el siguiente: Se dibujan tres casas y tres pozos. Todos los vecinos de las casas tienen el derecho de utilizar los tres pozos. Como no se llevan bien en absoluto, no quieren cruzarse jamás. ¿Es posible trazar los nueve caminos que juntan las tres casas con los tres pozos sin que haya cruces?
- Cualquier disposición de las casas, los pozos y los caminos implica la presencia de al menos un cruce.

# Problemas de teoría de grafos

## ► Grafos planos



Un grafo es **plano** si se puede dibujar sin cruces de aristas. El problema de las tres casas y los tres pozos tiene solución sobre el toro, pero no en el plano.

# Problemas de teoría de grafos

- ▶ **Teorema de los cuatro colores**

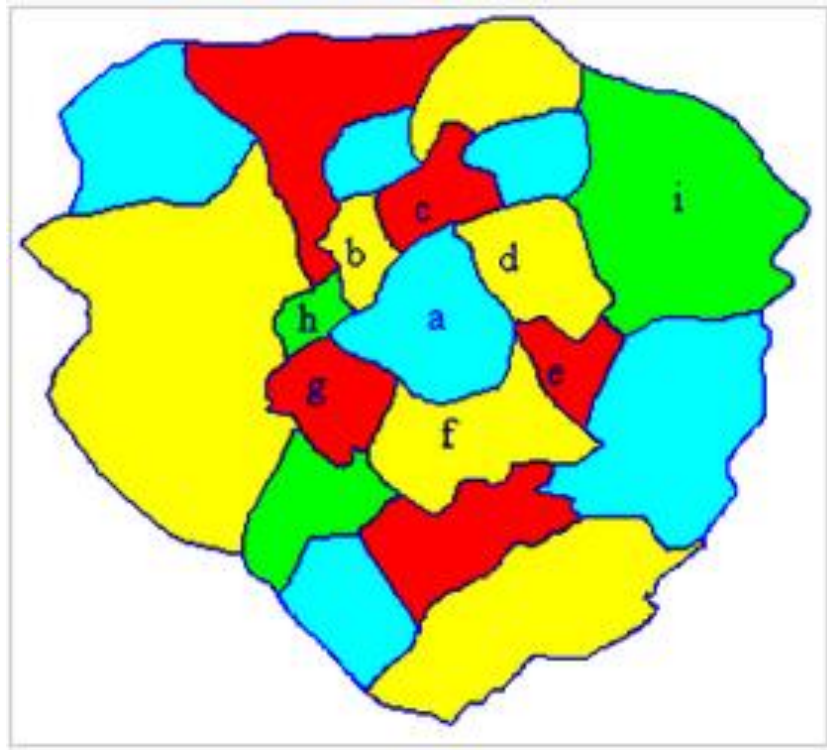
- ▶ Otro problema famoso relativo a los grafos:

- ▶ ¿Cuántos colores son necesarios para dibujar un mapa político, con la condición obvia que dos países adyacentes no puedan tener el mismo color?

- ▶ Se supone que los países son de un solo pedazo, y que el mundo es esférico o plano.

# Problemas de teoría de grafos

- Teorema de los cuatro colores

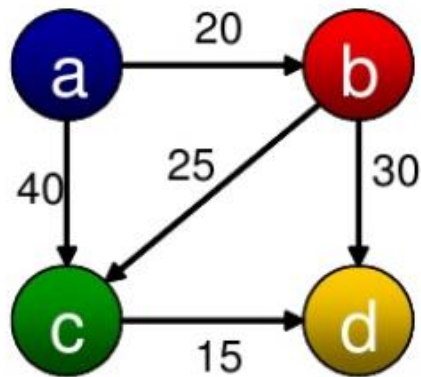


Mapa coloreado con 4-colores.

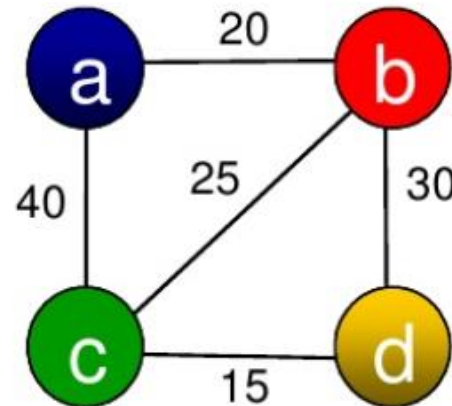
# Grafos ponderados

## ▣ Costo o Factor de Peso

- ▣ Valor que se puede asociar con un arco
- ▣ Depende de lo que el grafo represente
- ▣ Si los arcos de un grafo tienen un costo: Grafo valorado o ponderado



Grafo Dirigido con  
Costo



Grafo No Dirigido con  
Costo

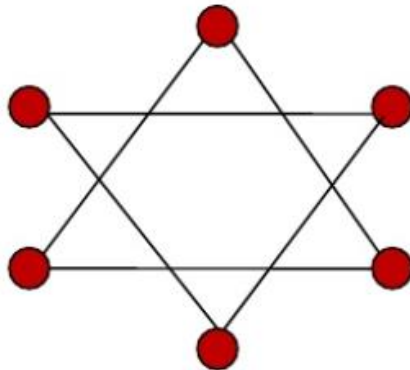
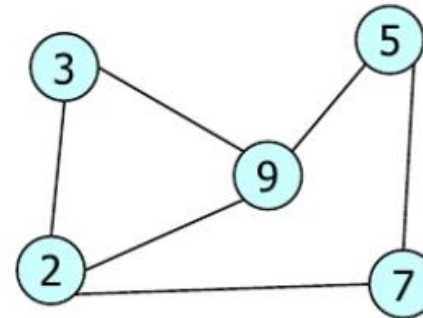


# Conectividad

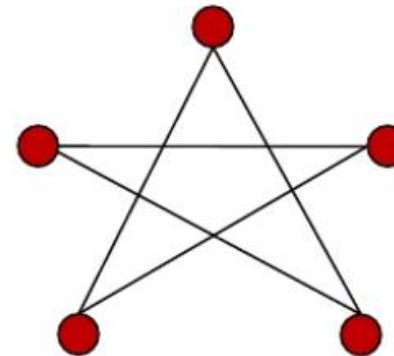
## □ Grafo Conexo

□ Existe un **camino** entre cualquier par de nodos

Grafo conexo



Grafo inconexo



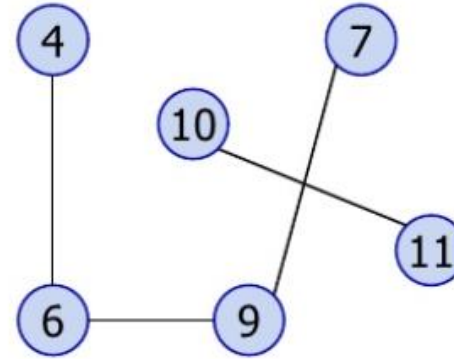
Grafo conexo

# Recorridos de Grafos

Estructura de Datos

# Trayectorias

- Camino / recorrido
  - Un camino  $P$  desde  $u$  hasta  $v$  en el grafo  $G$  es una secuencia finita de vértices que empieza en  $u$  y acaba en  $v$ .
  - Cada par de vértices consecutivos son adyacentes
- Longitud de camino
  - El número de arcos que lo forman
- Camino Simple
  - Todos los nodos que lo forman son distintos (no se repite nodos)

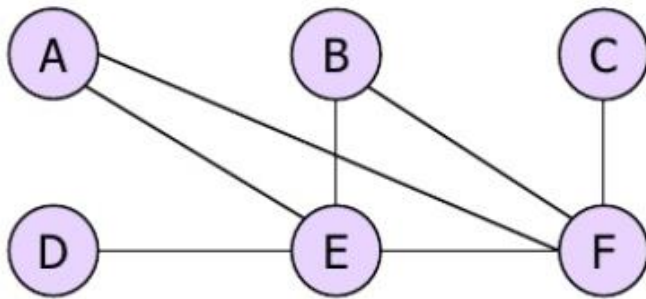


Camino entre 4 y 7  
 $T1 = \{4, 6, 9, 7\}$

Longitud: 3

# Trayectorias

- Ciclo / Circuito (camino cerrado)
  - Es un camino que inicia y termina en el mismo nodo
  - No se recorre dos veces por la misma arista



Camino A y A

$P = \{A, E, B, F, A\}$



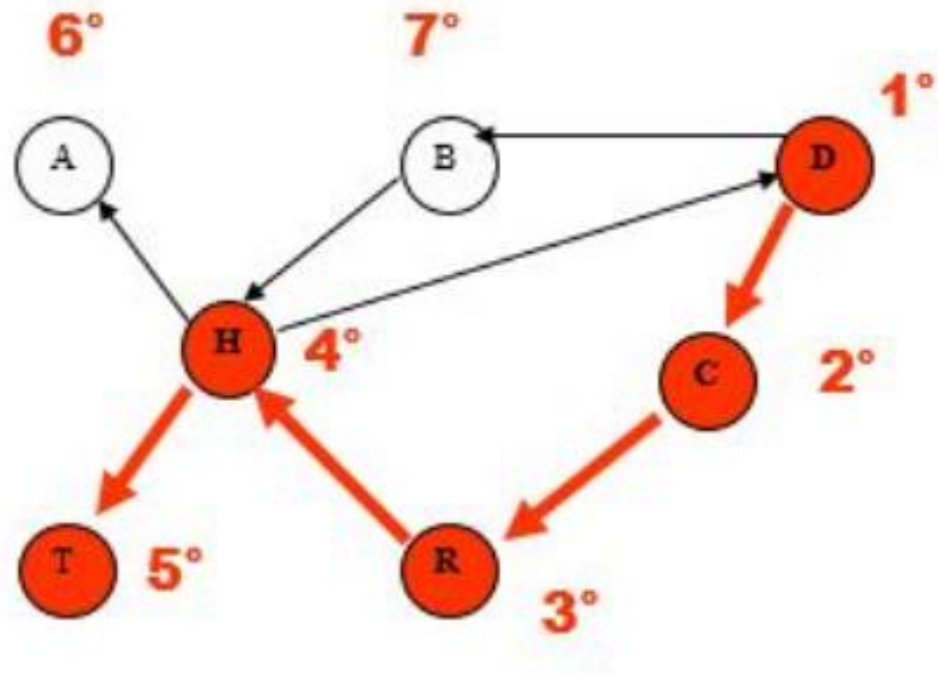
# Recorridos en grafos

- ▶ Recorrer un grafo significa tratar de alcanzar todos los nodos que estén relacionados con uno que se llama de salida.
- ▶ Existen dos técnicas para recorrer un grafo:
  - ▶ Recorrido en anchura (BFS)
  - ▶ Recorrido en profundidad (DFS)

# Recorrido en profundidad (DFS)

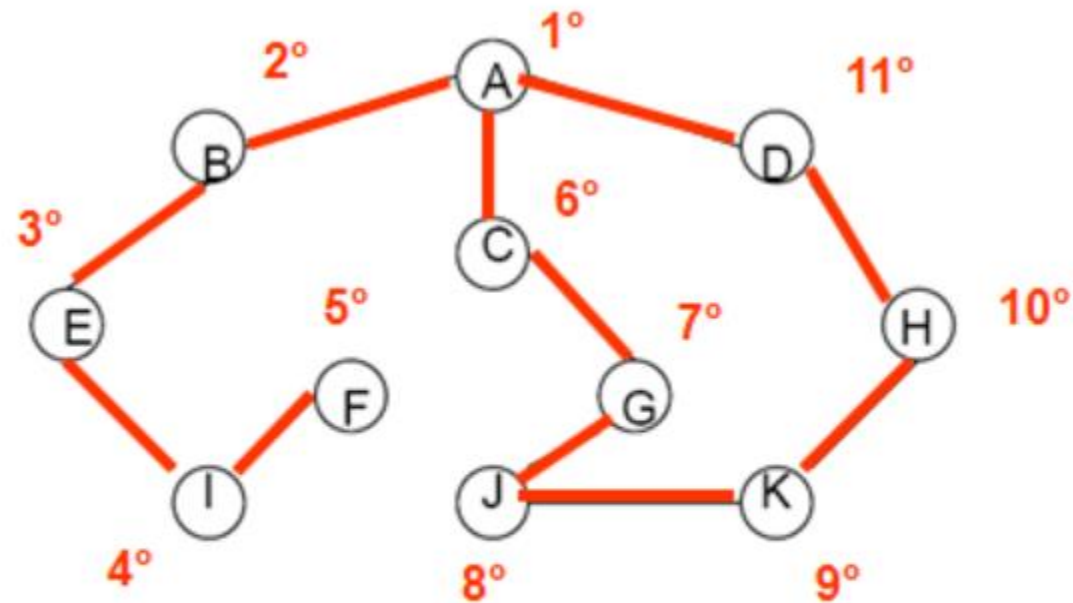
- ▶ Recorrido DFS (Depth First Search)
- ▶ Trata de buscar los caminos que parten desde el nodo de salida hasta que ya no es posible avanzar más.
- ▶ Cuando ya no puede avanzar más sobre el camino elegido, se regresa en busca de caminos alternativos, que no se estudiaron previamente.
- ▶ La búsqueda en profundidad empieza por un vértice  $V$  del grafo  $G$ ;  $V$  no visitado; así hasta que no haya más vértices no visitados.

# Recorrido en profundidad (DFS)



El recorrido en profundidad es  $G=\{D, C, R, H, T, A, B\}$

# Recorrido en profundidad (DFS)



**Recorrido de un grafo en profundidad**

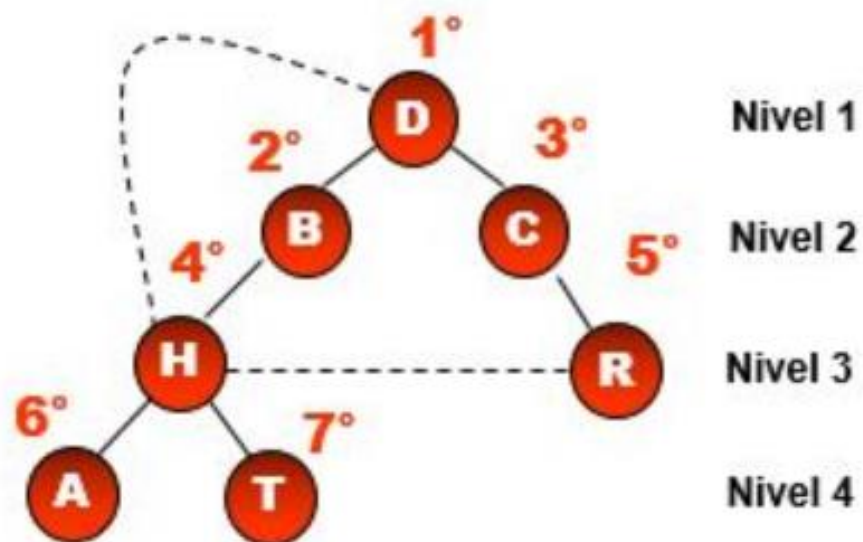
**Solución: A-B-E-I-F-C-G-J-K-H-D**



# Recorrido en anchura (BFS)

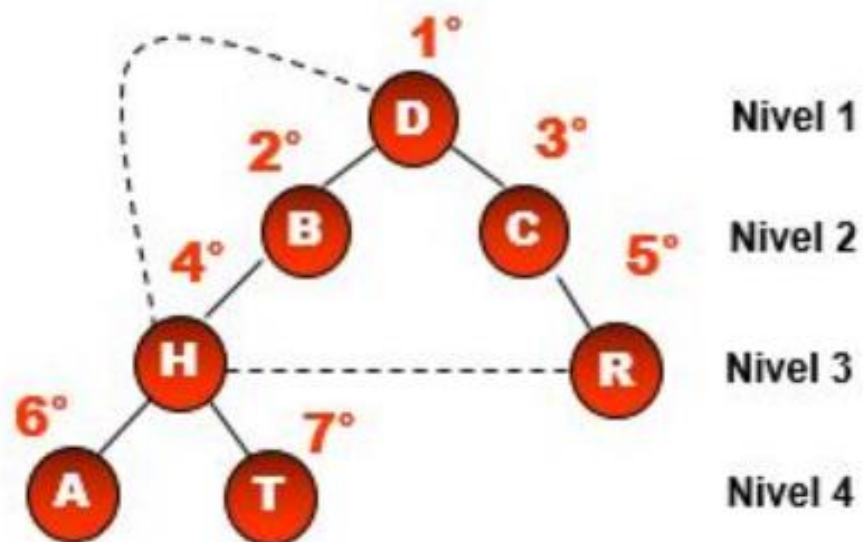
- ▶ Recorrido BFS (Breadth First Search)
- ▶ Supone recorrer el grafo, a partir de un nodo dado, en niveles, es decir, primero los que están a una distancia de un arco del nodo de salida.
- ▶ Después los que están a dos arcos de distancia y así sucesivamente hasta alcanzar todos los nodos a los que se pudiese llegar desde el nodo salida.
- ▶ Este método comienza visitando el vértice de partida A, luego visitar los adyacentes que no estuvieron ya visitados. Así sucesivamente con los adyacentes.
- ▶ Éste método utiliza una cola como estructura auxiliar en la que se mantienen los vértices que se vayan a procesar posteriormente.

# Recorrido en anchura (BFS)



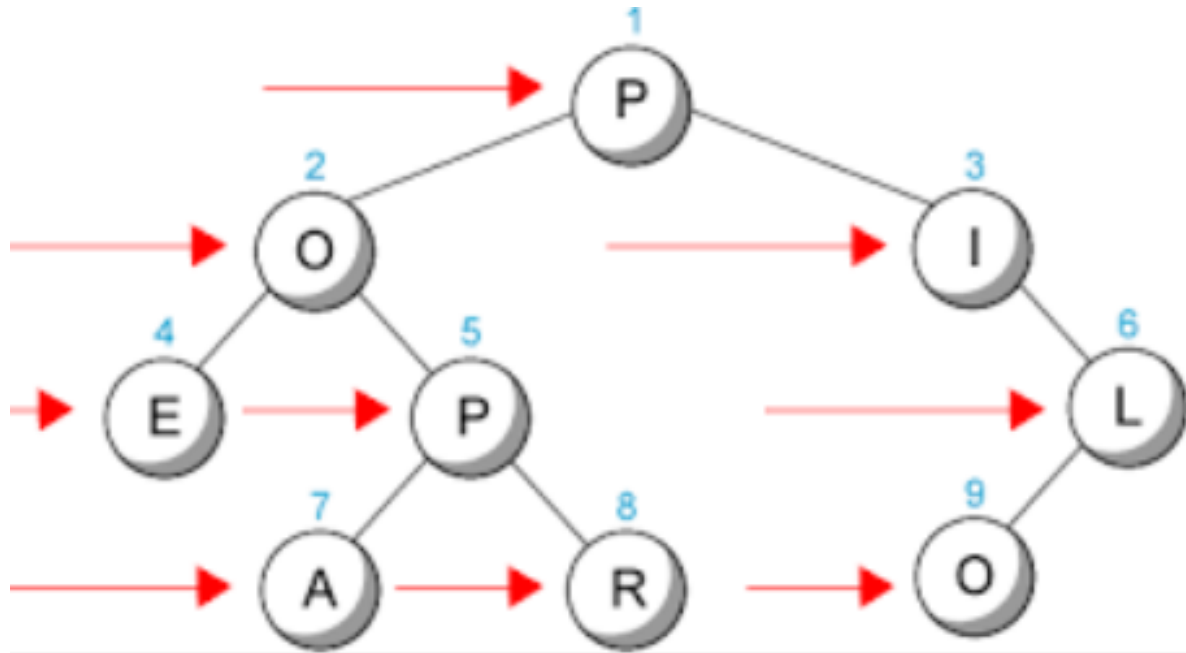
Recorrido desde Vertice por anchura desde vertice  $D = \{D, B, C, H, R, A, T\}$

# Recorrido en anchura (BFS)



Recorrido desde Vertice por anchura desde vertice D = {D, B, C, H, R, A, T}

# Recorrido en anchura (BFS)



El recorrido en profundidad es  $G=\{P, O, I, E, P, L, A, R, O\}$

**GRACIAS**

The background features abstract, overlapping geometric shapes in various shades of blue, ranging from light sky blue to deep navy blue. These shapes are primarily located on the right side of the image, creating a modern, dynamic feel. The word "GRACIAS" is centered in a bold, light blue sans-serif font.