Diseño de concreto reforzado por el método de ductilidad aplicado a la norma ACI-318

ClaudioVZ

20 de junio de 2016

Resumen

El presente trabajo describe la formulación del método de ductilidad o método inverso y su aplicación.

1. Viga simplemente reforzada

Equilibrio de fuerzas

$$0.85 f'_c a b = A_s f_y$$

Dividiendo entre $f'_c b d$

$$0.85 \frac{a}{d} = \rho \frac{f_y}{f'_c}$$

Despejando la cuantía geométrica

$$\rho = 0.85 \frac{a}{d} \frac{f'_c}{f_y} \tag{1}$$

Equilibrio de momentos

$$M_n = 0.85 f'_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Dividiendo entre $f'_c b d^2$

$$\frac{M_n}{f'_c b d^2} = 0.85 \frac{a}{d^2} \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

La anterior ecuación la denominaremos momento adimensional Q

$$Q = 0.85 \frac{a}{d^2} \left(d - \frac{a}{2} \right) \tag{2}$$

Factor de forma

$$\varphi = \frac{bh}{bh} = 1$$

Momento ultimo

$$M_u = 1.2 \left(M_{pp} + M_m \right) + 1.6 M_v$$

Momento debido al peso propio

$$M_{pp} = \frac{\gamma A L^2}{F}$$

Reemplazando

$$M_u = 1.2\frac{\gamma A L^2}{F} + 1.2M_m + 1.6M_v$$

El momento de diseño es

$$\phi M_n = 1.2\frac{\gamma A L^2}{F} + 1.2M_m + 1.6M_v$$

Reemplazando el momento nominal en función del momento adimensional

$$\phi Q f'_c b d^2 = 1.2\frac{\gamma A L^2}{F} + 1.2M_m + 1.6M_v$$

Despejando A

$$A = \frac{1.2M_m + 1.6M_v}{\phi\frac{Q f'_c b d^2}{\varphi h} - 1.2\frac{\gamma L^2}{F}}$$

Haciendo una conversión a las unidades comúnmente usadas

$$A = \frac{100^2\left(1.2C_m + 1.6C_v\right)}{100\phi\frac{Q f'_c b d^2 F}{\varphi h L^2} - 1.2\gamma} \tag{3}$$

Algoritmo para diseño

Datos : h en cm, r en cm, L en m, f'_c en kg/cm^2, f_y en kg/cm^2, γ en kg/m^3, C_m en kg/m, C_v en kg/m, ϵ_s, F
Resultado : b en cm, A_s en cm^2
inicio
- $d = h - r$
- $c = \frac{0.0003}{\varepsilon_s + 0.003} d$
- $a = \beta_1 c$
- $Q = 0.85\frac{a}{d^2}\left(d - \frac{a}{2}\right)$
- $\varphi = 1$
- $A = \frac{100^2\left(1.2C_m + 1.6C_v\right)}{100\phi\frac{Q f'_c d^2 F}{\varphi h L^2} - 1.2\gamma}$
- $b = \frac{A}{\varphi h}$
- $\rho = 0.85\frac{a}{d}\frac{f'_c}{f_y}$
- $A_s = \rho b d$

fin

Algoritmo 1: Viga simplemente reforzada

2. Viga T simplemente reforzada

Equilibrio de fuerzas

$$0.85 f'_c\left[a b_w + h_f\left(b - b_w\right)\right] = A_s f_y$$

Dividiendo entre $f'_c b_w d$, también se puede usar $f'_c b d$[1]

$$\frac{0.85}{d}\left[a + h_f\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\right] = \rho\frac{f_y}{f'_c}$$

La relación entre bases será

$$B = \frac{b}{b_w} \tag{4}$$

Reemplazando

$$\frac{0.85}{d}\left[a+h_f\left(B-1\right)\right]=\rho\frac{f_y}{f'_c}$$

Despejando la cuantía geométrica

$$\rho=0.85\frac{f'_c}{f_y d}\left[a+h_f\left(B-1\right)\right] \tag{5}$$

Equilibrio de momentos

$$M_n=0.85f'_c\Big[ab\Big(d-\frac{a}{2}\Big)+h_f\left(b-b_w\right)\Big(d-\frac{h_f}{2}\Big)\Big]$$

Dividiendo entre $f'_c b_w d^2$

$$Q=\frac{0.85}{d^2}\Big[a\Big(d-\frac{a}{2}\Big)+h_f\left(B-1\right)\Big(d-\frac{h_f}{2}\Big)\Big] \tag{6}$$

Factor de forma, también se puede usar bh[1]

$$\varphi=\frac{b_w\left(h-h_f\right)+bh_f}{b_w h}=1+\frac{h_f}{h}\left(B-1\right) \tag{7}$$

Algoritmo para diseño

Datos : h_f en cm, h en cm, r en cm, B, L en m, f'_c en kg/cm^2, f_y en kg/cm^2, γ en kg/m^3, C_m en kg/m, C_v en kg/m, ϵ_s, F

Resultado: b en cm, A_s en cm^2

inicio

$d=h-r$

$c=\frac{0.0003}{\varepsilon_s+0.003}d$

$a=\beta_1 c$

$Q=\frac{0.85}{d^2}\Big[a\Big(d-\frac{a}{2}\Big)+h_f\left(B-1\right)\Big(d-\frac{h_f}{2}\Big)\Big]$

$\varphi=1+\frac{h_f}{h}\left(B-1\right)$

$A=\frac{100^2\left(1.2C_m+1.6C_v\right)}{100\phi\frac{Qf'_c d^2 F}{\varphi h L^2}-1.2\gamma}$

$b_w=\frac{A}{\varphi h}$

$b=b_w B$

$\rho=0.85\frac{f'_c}{f_y d}\left[a+h_f\left(B-1\right)\right]$

$A_s=\rho b_w d$

fin

Algoritmo 2: Viga T simplemente reforzada

3. Viga doblemente reforzada

Equilibrio de fuerzas

$$0.85f'_c\left(ab-A'_s\right)+A'_s f_y=A_s f_y$$

Dividiendo entre bd

$$0.85f'_c\frac{a}{d}+\rho'\left(f_y-0.85\right)=\rho f_y$$

La relación entre cuantías será

$$P=\frac{\rho}{\rho'} \tag{8}$$

Reemplazando y despejando la cuantía geométrica

$$\rho' = \frac{0.85 f'_c a}{d\big[f_y(P-1) + 0.85 f'_c\big]} \tag{9}$$

Equilibrio de momentos

$$M_n = 0.85 f'_c(ab - A'_s)\left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s f_y(d - d')$$

Dividiendo entre $f'_c b d^2$

$$Q = \frac{0.85}{d}\left[\left(\frac{a}{d} - \rho'\right)\left(d - \frac{a}{2}\right) + \rho' \frac{f_y}{f'_c}(d - d')\right] \tag{10}$$

Algoritmo para diseño

Datos : h en cm, r en cm, P, L en m, f'_c en kg/cm^2, f_y en kg/cm^2, γ en kg/m^3, C_m en kg/m, C_v en kg/m, ϵ_s, F

Resultado: b en cm, A_s en cm^2

inicio

$d = h - r$

$c = \frac{0.0003}{\varepsilon_s + 0.003} d$

$a = \beta_1 c$

$\rho' = \frac{0.85 f'_c a}{d\left[f_y\left(P-1\right)+0.85 f'_c\right]}$

$Q = \frac{0.85}{d}\left[\left(\frac{a}{d} - \rho'\right)\left(d - \frac{a}{2}\right) + \rho' \frac{f_y}{f'_c}\left(d - d'\right)\right]$

$\varphi = 1$

$A = \frac{100^2\left(1.2C_m + 1.6C_v\right)}{100\phi \frac{Q f'_c d^2 F}{\varphi h L^2} - 1.2\gamma}$

$b = \frac{A}{\varphi h}$

$A'_s = \rho' b d$

$A_s = P A'_s$

fin

Algoritmo 3: Viga doblemente reforzada

4. Viga T doblemente reforzada

Equilibrio de fuerzas

$$0.85 f'_c\big[ab_w - A'_s + h_f(b - b_w)\big] + A'_s f_y = A_s f_y$$

Dividiendo entre $b_w d$

$$0.85 \frac{f'_c}{d}\left[a\frac{b}{b_w} + h_f\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\right] + \rho'(f_y - 0.85 f'_c) = \rho f_y$$

Reemplazando la relación de bases y cuantías, luego despejando la cuantía

$$\rho' = \frac{0.85 f'_c\big[aB + h_f(B - 1)\big]}{d\big[f_y(P-1) + 0.85 f'_c\big]} \tag{11}$$

Equilibrio de momentos

$$M_n = 0.85 f'_c\left[(ab - A'_s)\left(d - \frac{a}{2}\right) + h_f(b - b_w)\left(d - \frac{h_f}{2}\right)\right] + A'_s f_y(d - d')$$

Dividiendo entre $f'_c b_w d^2$

$$Q = \frac{0.85}{d}\left[\left(\frac{a}{d}\frac{b}{b_w} - \rho'\right)\left(d - \frac{a}{2}\right) + \frac{h_f}{d}\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\left(d - \frac{h_f}{2}\right)\right] + \rho'\frac{f_y}{f'_c}\left(1 - \frac{d'}{d}\right)$$

Reemplazando la relación de bases

$$Q = \frac{0.85}{d}\left[\left(\frac{a}{d}B - \rho'\right)\left(d - \frac{a}{2}\right) + \frac{h_f}{d}(B - 1)\left(d - \frac{h_f}{2}\right)\right] + \rho'\frac{f_y}{f'_c}\left(1 - \frac{d'}{d}\right) \tag{12}$$

Algoritmo para diseño

Datos : h_f en cm, h en cm, r en cm, B, P, L en m, f'_c en kg/cm^2, f_y en kg/cm^2, γ en kg/m^3, C_m en kg/m, C_v en kg/m, ϵ_s, F

Resultado : b en cm, A_s en cm^2

inicio

$d = h - r$

$c = \frac{0.0003}{\varepsilon_s + 0.003}d$

$a = \beta_1 c$

$\rho' = \frac{0.85 f'_c\left[aB + h_f\left(B-1\right)\right]}{d\left[f_y\left(P-1\right) + 0.85 f'_c\right]}$

$Q = \frac{0.85}{d}\left[\left(\frac{a}{d}B - \rho'\right)\left(d - \frac{a}{2}\right) + \frac{h_f}{d}(B - 1)\left(d - \frac{h_f}{2}\right)\right] + \rho'\frac{f_y}{f'_c}\left(1 - \frac{d'}{d}\right)$

$\varphi = 1 + \frac{h_f}{h}\left(B - 1\right)$

$A = \frac{100^2\left(1.2C_m + 1.6C_v\right)}{100\phi\frac{Q f'_c d^2 F}{\varphi h L^2} - 1.2\gamma}$

$b_w = \frac{A}{\varphi h}$

$b = b_w B$

$A'_s = \rho' b_w d$

$A_s = P A'_s$

fin

Algoritmo 4: Viga T doblemente reforzada

5. Aplicación

Referencias

[1] Diego Miramontes De León. Método directo de diseño por peso mínimo de secciones de concreto reforzado en flexión. 2013.