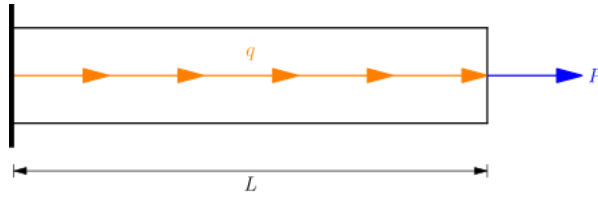


Ejemplo 1



Resolver

$$\begin{aligned} EA \frac{d^2 u}{dx^2} + q &= 0 \\ u(0) &= 0 \\ u'(L) &= \frac{P}{EA} \end{aligned}$$

Solución exacta

$$u(x) = \frac{P + qL}{EA} x - \frac{q}{2EA} x^2$$

Solución aproximada generalizada

La forma débil de la ecuación diferencial es

$$\int_0^L R(x) W(x) dx = \int_0^L \left(EA \frac{d^2 \hat{u}}{dx^2} + q \right) W dx = 0$$

multiplicando

$$\int_0^L W EA \frac{d^2 \hat{u}}{dx^2} dx + \int_0^L W q dx = 0$$

Usando el teorema de Gauss o integrando por partes

$$\left(W EA \frac{d\hat{u}}{dx} \right) \Big|_0^L - \int_0^L \frac{dW}{dx} EA \frac{d\hat{u}}{dx} dx + \int_0^L W q dx = 0$$

Reordenando

$$\int_0^L \frac{dW}{dx} EA \frac{d\hat{u}}{dx} dx = \int_0^L W q dx + \left(W EA \frac{d\hat{u}}{dx} \right) \Big|_0^L$$

Reemplazando $F = EA \frac{d\hat{u}}{dx}$

$$\int_0^L \frac{dW}{dx} EA \frac{d\hat{u}}{dx} dx = \int_0^L W q dx + (W F) \Big|_0^L$$