MODELAREA UNEI FUNTCȚII NECUNOSCUTE

Albu Claudiu-Vasile

Bistrischi Attila-Roland

Puia Sorin-Vlad

Grupa 30135

2023-2024

INTRODUCERE

Acest proiect implică modelarea unei funcții necunoscute neliniară și statice. Avem două setururi de date care conțin două intrări și o singură ieșire afectată de un zgomot aditiv, Gaussian și de medie 0.

Aproximatorul polinomial conceput trebuie să aiba gradul modificabil (notat in Matlab m). Prin urmare, este posibil să determinăm și să selectăm gradul care ne poate coduce la cea mai optimă performanță.

METODA DE REZOLVARE

Pentru obținerea aproximatorului liniar de grad configurabil, vom recurge la metoda regresiei liniare.

Sistemul de ecuații liniare:

$y(1) = \varphi_1(1)\theta_1 + \varphi_2(1)\theta_2 + \cdots + \varphi_n\,(1)\theta_n$

$y(2) = \varphi_1(2)\theta_1 + \varphi_2(2)\theta_2 + \cdots + \varphi_n\,(2)\theta_n$

…

$y(N) = \varphi_1(N)\theta_1 + \varphi_2(N)\theta_2 + \cdots + \varphi_n\,(N)\theta_n$

“y” ieșirea adevărată

“φ” regresor

“θ”parametru

Forma matriceală

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1(1) & \varphi_2(1) & \dots & \varphi_n(1) \\ \varphi_1(2) & \varphi_2(2) & \dots & \varphi_n(2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_1(k) & \varphi_2(k) & \dots & \varphi_n(k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$$

Fiecare element al matricei depinde de valorile celor două variabile de intrare. Pentru a calcula elementele matricei φ, care depind de cele două variabile de intrare x_1 și x_2, folosim următoarea relație:

"$\varphi_n(k) = x_1^i \cdot x_2^j$", unde i și j sunt numere întregi care variază de la 0 la gradul polinomului ales m. Cu condiția că suma lui i și j este mai mică sau egală cu m, se calculează fiecare element al matricei φ.

Formula recursivă pentru numărul de coeficineți este:

nr. coeficienți = nr.coeficienti·(m-1)+m+1

Pași de rezolvare

- Calcularea matricei de regresori pentru identificare și validare
- Obținerea regresorilor
- Calcularea erorii (MSE)

$$\text{MSE}=\frac{1}{N}\sum_{i}^{N}(e(i)^2)\,,$$

unde $e=Y_{val}-\hat{Y}$

Y_{val} sunt datele de validare

$\hat{Y}$ este ieșirea aproximată

REZOLVARE

1. Calcularea matricei de regresori

1.1 Generarea matricei φ pentru identificare

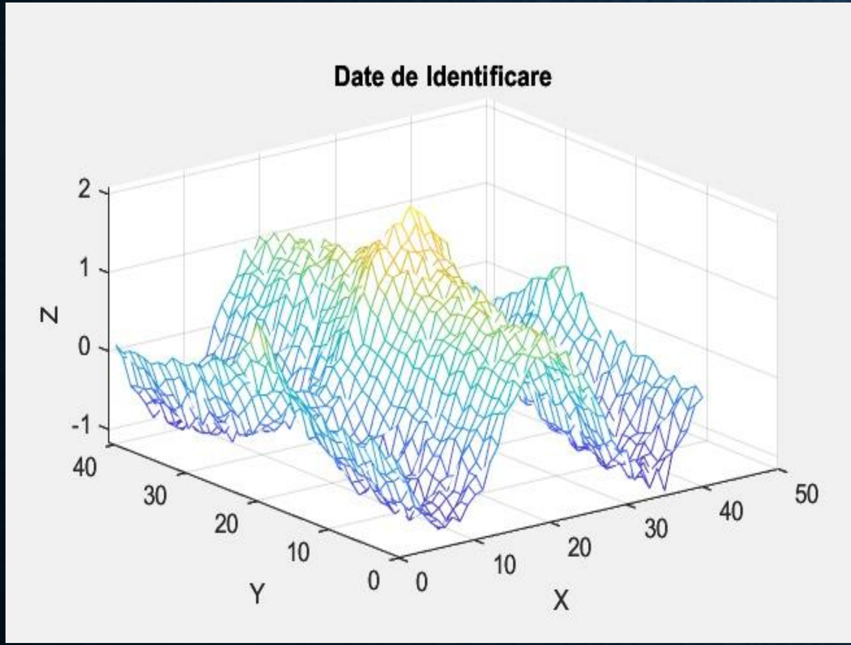

Fig 1

```
phi=zeros(N(1),m*2+m);
linie=1;
for l=1:N
    for i=1:N
        coloana=1;
        for k=1:m
            for j=1:m
                if (k+j)<=m+2
                    phi(linie,coloana)=X1(i)^(k-1)*X2(l)^(j-1);
                    coloana=coloana+1;
                end
            end
        end
        phi(linie,coloana)=X1(i)^m;
        coloana=coloana+1;
        phi(linie,coloana)=X2(i)^m;
        linie=linie+1;
    end
end
```

Fig 2

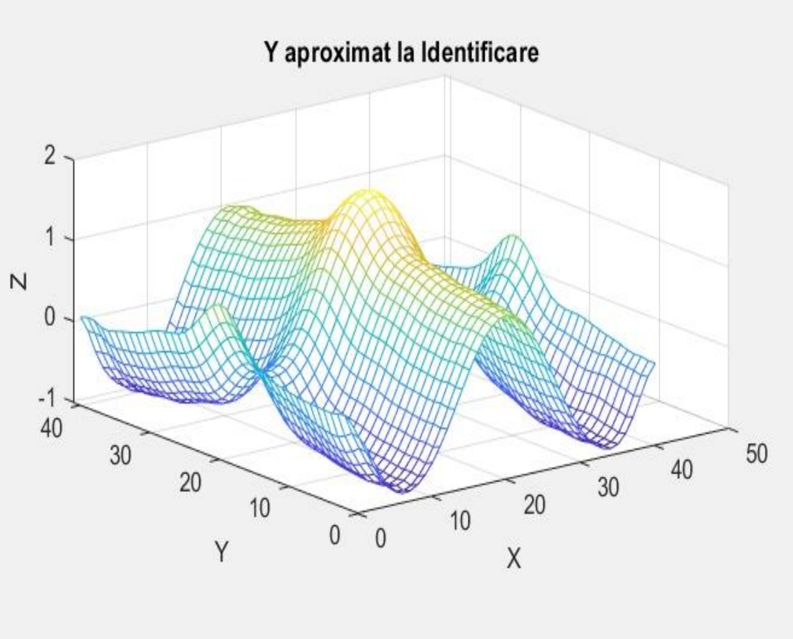

Fig 3

- 1.2 Generarea matricei φ pentru validare

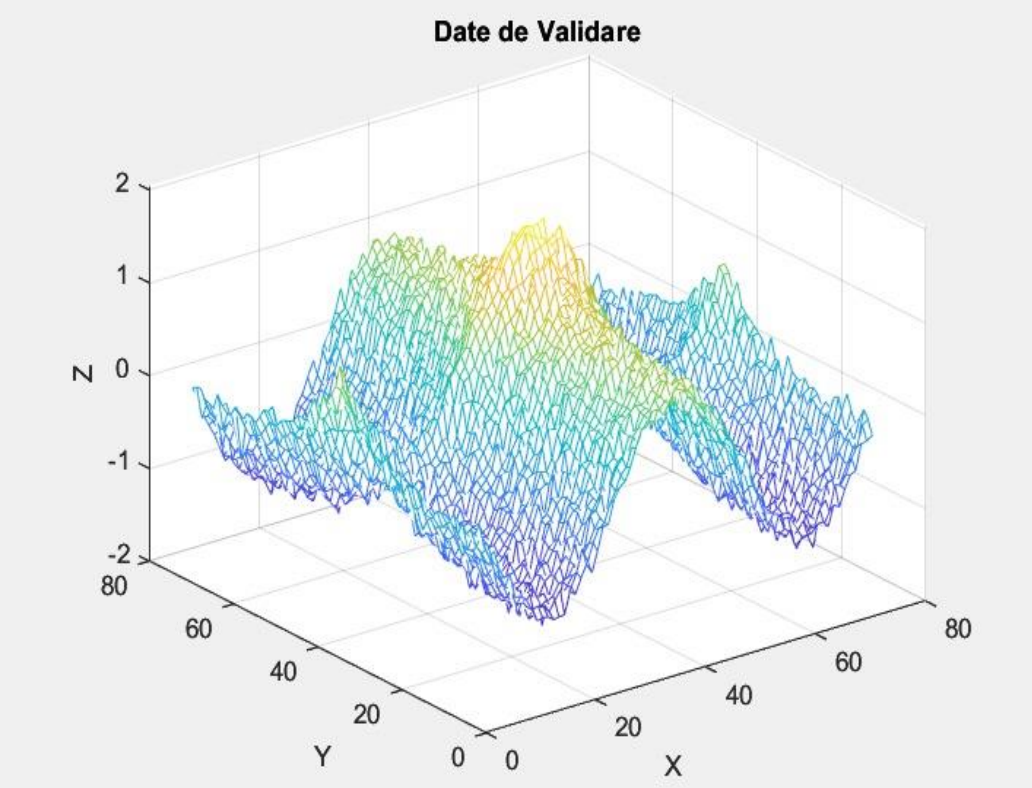

Fig 4

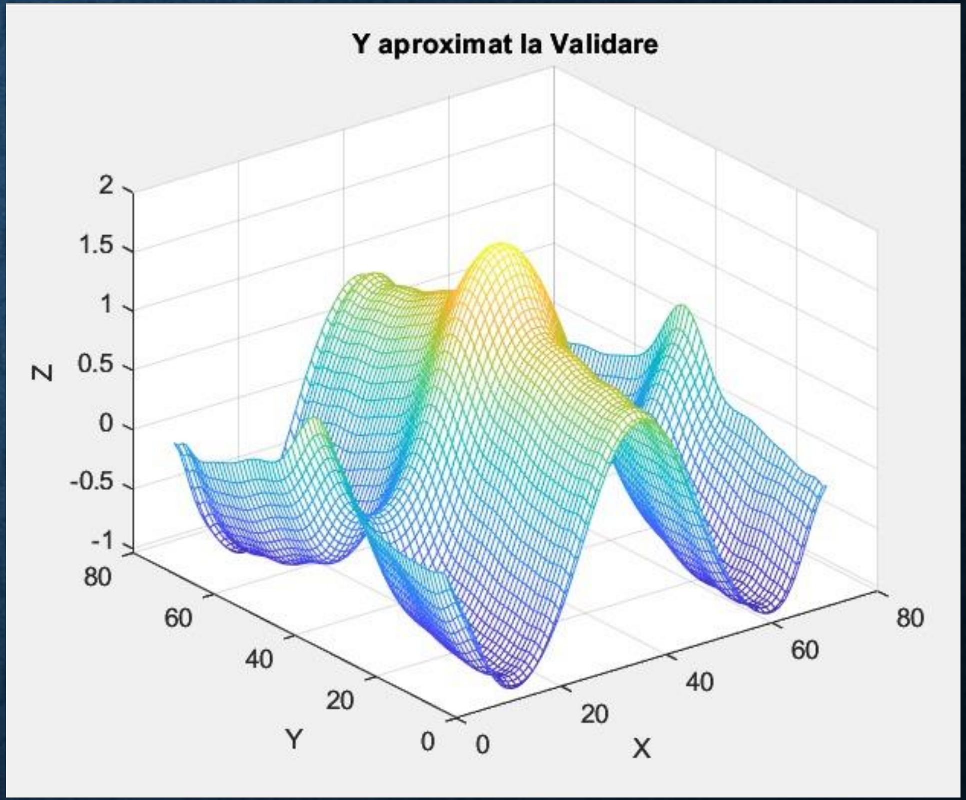

Fig 5

2. Obținerea regresorilor

Înmultirea matricei de regresori φ cu vectori de parametri θ pentru obținerea regresorilor.

Am folosit “reshape”(fig 6)

Eroarea la validare(fig 7)

```
Yval_vector=reshape(Yval,Nval(1)*Nval(2),1);
y_hat_val=phival*teta;
y_hat_val_3d=reshape(y_hat_val,Nval(1),Nval(2));
```

Fig 6

```
e=Yval_vector-y_hat_val;
EMP=1/length(e)*sum(e.^2);
fprintf("Eroare Medie Patratica pentru gradul %d este: %f\n",m,EMP);
```

Fig 7

3. Calcularea erorii (MSE)

Cea mai mică eroare este la polinomul de grad 16 (MSE=0.006716).

In fig.8 am afisat erorile medii patratice ale polinoamelor pana la gradul 30.

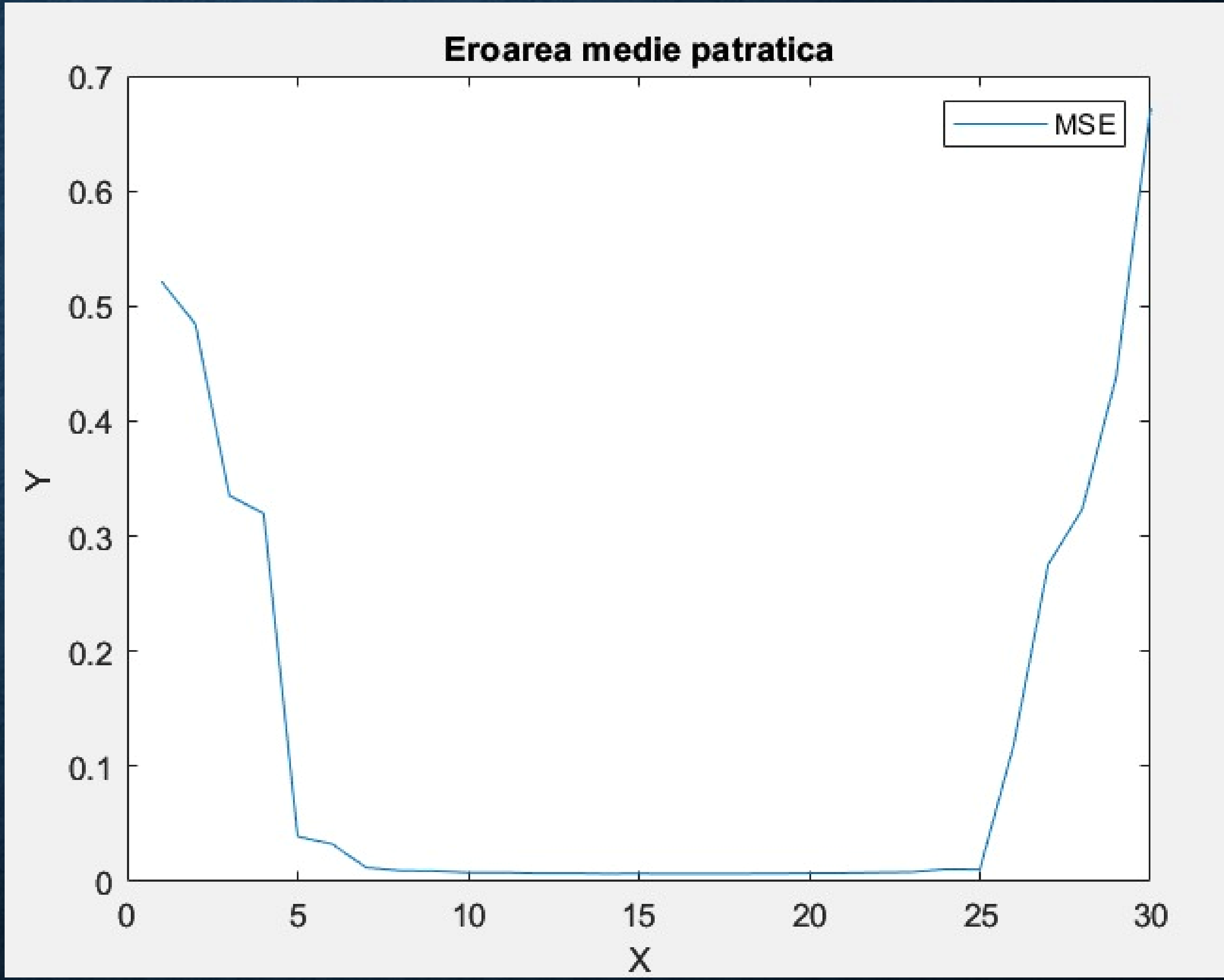

Fig 8

COCLUZIE

Utilizând acest aproximator polinomial, creat cu ajutorul metodei regresiei liniare, este posibil să obținem aproximări decente. Însă, este deosebit de important alegerea gradului potrivit (în cazul nostru 16) pentru a obtine erori reduse.