Securitatea Sistemelor Informatice

- Curs 3.1 -
Securitate computațională

Adela Georgescu

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Anul universitar 2022-2023, semestrul I

Securitate perfectă

- Primul curs: Sisteme de criptare istorice (substituție, Vigenere etc.) care pot fi sparte cu efort computațional foarte mic

Securitate perfectă

- Primul curs: Sisteme de criptare istorice (substituție, Vigenere etc.) care pot fi sparte cu efort computațional foarte mic

- Cursul de azi: Scheme perfect sigure care rezistă în fața unui adversar cu putere computațională nelimitată

Securitate perfectă

- Primul curs: Sisteme de criptare istorice (substituție, Vigenere etc.) care pot fi sparte cu efort computațional foarte mic
- Cursul de azi: Scheme perfect sigure care rezistă în fața unui adversar cu putere computațională nelimitată
- Insă...limitările sunt inevitabile

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste $\mathcal{M}$, pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m | C = c] = Pr[M = m]$$

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste $\mathcal{M}$, pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m | C = c] = Pr[M = m]$$

- $Pr[M = m]$ - probabilitatea *a priori* ca Alice să aleagă mesajul m;

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste $\mathcal{M}$, pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m | C = c] = Pr[M = m]$$

- $Pr[M = m]$ - probabilitatea *a priori* ca Alice să aleagă mesajul m;
- $Pr[M = m | C = c]$ - probabilitatea *a posteriori* ca Alice să aleagă mesajul m, chiar dacă textul criptat c a fost văzut ;

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor $\mathcal{M}$ este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste $\mathcal{M}$, pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m | C = c] = Pr[M = m]$$

- $Pr[M = m]$ - probabilitatea *a priori* ca Alice să aleagă mesajul m;
- $Pr[M = m | C = c]$ - probabilitatea *a posteriori* ca Alice să aleagă mesajul m, chiar dacă textul criptat c a fost văzut ;
- securitate perfectă - dacă Oscar afla textul criptat nu are nici un fel de informație în plus decât dacă nu l-ar fi aflat.

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție echivalentă

O schemă de criptare (Enc, Dec) este perfect sigură dacă pentru orice mesaje $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ cu $|m_0| = |m_1|$ și $\forall c \in \mathcal{C}$ următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m_0 | C = c] = Pr[M = m_1 | C = c]$$

unde $k \in \mathcal{K}$ este o cheie aleasă uniform.

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție echivalentă

O schemă de criptare (Enc, Dec) *este perfect sigură dacă pentru orice mesaje* $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ *cu* $|m_0| = |m_1|$ *și* $\forall c \in \mathcal{C}$ *următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[M = m_0 | C = c] = Pr[M = m_1 | C = c]$$

unde $k \in \mathcal{K}$ *este o cheie aleasă uniform.*

- fiind dat un text criptat, este imposibil de ghicit dacă textul clar este m_0 sau m_1

Securitate perfectă (Shannon 1949)

Definiție echivalentă

O schemă de criptare (Enc, Dec) *este perfect sigură dacă pentru orice mesaje* $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ *cu* $|m_0| = |m_1|$ *și* $\forall c \in \mathcal{C}$ *următoarea egalitate este îndeplinită:*

$$Pr[M = m_0 | C = c] = Pr[M = m_1 | C = c]$$

unde $k \in \mathcal{K}$ *este o cheie aleasă uniform.*

- fiind dat un text criptat, este imposibil de ghicit dacă textul clar este m_0 sau m_1
- cel mai puternic adversar nu poate deduce nimic despre textul clar dat fiind textul criptat

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

- Patentat in 1917 de Vernam (mai poartă denumirea de Cifrul Vernam)
- Algoritmul:
  1. Fie $l > 0$ iar $\mathcal{M} = \mathcal{C} = \mathcal{K} = \{0,1\}^l$
  2. Cheia k se alege cu distribuție uniformă din spațiul cheilor $\mathcal{K}$
  3. **Enc**: dată o cheie $k \in \{0,1\}^l$ și un mesaj $m \in \{0,1\}^l$, întoarce $c = k \oplus m$.
  4. **Dec**: dată o cheie $k \in \{0,1\}^l$ și un mesaj criptat $c \in \{0,1\}^l$, întoarce $m = k \oplus c$.

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0		1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1		0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:		1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- avantaj - criptare și decriptare rapide

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- avantaj - criptare și decriptare rapide
- dezavantaj - cheia foarte lungă (la fel de lungă precum textul clar)

Un exemplu de cifru sigur - One Time Pad (OTP)

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	$\oplus$
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

- avantaj - criptare și decriptare rapide
- dezavantaj - cheia foarte lungă (la fel de lungă precum textul clar)
- Este OTP sigur?

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul
- incoveniente practice (stocare, transmitere)

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul
- incoveniente practice (stocare, transmitere)
- cheia trebuie să fie folosită o singură dată - one time pad - de ce?

Teoremă

Schema de criptare OTP este perfect sigură.

- securitatea perfecta nu este imposibilă dar...
- cheia trebuie să fie la fel de lungă precum mesajul
- incoveniente practice (stocare, transmitere)
- cheia trebuie să fie folosită o singură dată - one time pad - de ce?

Exercițiu Ce se întâmplă dacă folosim o aceeași cheie de două ori cu sistemul OTP ?

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) *de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor* $\mathcal{M}$ *și un spațiu al cheilor* $\mathcal{K}$*. Atunci* $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$*.*

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor $\mathcal{M}$ și un spațiu al cheilor $\mathcal{K}$. Atunci $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Demonstrație

Intuitie:

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor $\mathcal{M}$ și un spațiu al cheilor $\mathcal{K}$. Atunci $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Demonstrație

Intuitie:

- *Pentru orice text criptat, se încearcă decriptarea lui cu toate cheile posibile din $\mathcal{K}$ și se obține o listă de cel mult $|\mathcal{K}|$ elemente*

Limitările securității perfecte - optimalitate OTP

Teoremă

Fie o schemă (Enc, Dec) *de criptare perfect sigură peste un spatiu al mesajelor* $\mathcal{M}$ *și un spațiu al cheilor* $\mathcal{K}$. *Atunci* $|\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$.

Demonstrație

Intuitie:

- *Pentru orice text criptat, se încearcă decriptarea lui cu toate cheile posibile din* $\mathcal{K}$ *și se obține o listă de cel mult* $|\mathcal{K}|$ *elemente*
- *Dacă* $|\mathcal{K}| < |\mathcal{M}|$ *unele mesaje nu sunt pe listă - contradicție cu securitatea perfectă (vezi definiția)*

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;
- Majoritatea construcțiilor criptografice moderne $\rightarrow$ securitate computațională;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Am vazut scheme de criptare care pot fi demonstrate ca fiind sigure în prezența unui adversar cu putere computațională nelimitată;
- Se mai numesc și informational-teoretic sigure;
- Adversarul nu are suficientă informație pentru a efectua un atac;
- Majoritatea construcțiilor criptografice moderne $\rightarrow$ securitate computațională;
- Schemele moderne *pot fi sparte* dacă un atacator are la dispoziție suficient spațiu și putere de calcul.

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?
- Raspuns: datorită limitărilor practice!

Securitate perfectă vs. Criptografie computațională

- Securitatea computațională mai slabă decât securitatea informațional-teoretică;
- Prima se bazează pe prezumpții de securitate; a doua este necondiționată;
- Întrebare: de ce renunțăm la securitatea perfectă?
- Raspuns: datorită limitărilor practice!
- Preferăm un compromis de securitate pentru a obține construcții practice.

Securitate computațională

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**
     Exemplu: Un atacator care realizeaza un atac prin forta bruta peste spatiul cheilor și testeaza o cheie/ciclu de ceas
     - calculator desktop - se pot testa aprox. 2^{57} chei/an

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**
     Exemplu: Un atacator care realizeaza un atac prin forta bruta peste spatiul cheilor și testeaza o cheie/ciclu de ceas
     - calculator desktop - se pot testa aprox. 2^{57} chei/an
     - supercalculator - se pot testa aprox. 2^{80} chei/an

Securitate computațională

- Ideea de bază: principiul 1 al lui Kerckhoffs

  Un cifru trebuie să fie practic, dacă nu matematic, indescifrabil.

- Sunt de interes mai mare schemele care practic nu pot fi sparte deși nu beneficiază de securitate perfectă;
  1. Adversari **limitați computațional/eficienti/timp polinomial**
     Exemplu: Un atacator care realizeaza un atac prin forta bruta peste spatiul cheilor și testeaza o cheie/ciclu de ceas
     - calculator desktop - se pot testa aprox. 2^{57} chei/an
     - supercalculator - se pot testa aprox. 2^{80} chei/an
     - supercalculator, varsta universului - 2^{112} chei

Securitate computațională

2. Adversarii pot efectua un atac cu succes cu o **probabilitate foarte mică**;
Exemplu: un adversar află textul clar cu probabilitate 2^{-60} într-un an

- sunt șanse mai mari ca Alice și Bob să fie loviți de fulger în aceeași perioadă de timp

Securitate computațională

2. Adversarii pot efectua un atac cu succes cu o **probabilitate foarte mică**;
Exemplu: un adversar află textul clar cu probabilitate 2^{-60} într-un an

- sunt șanse mai mari ca Alice și Bob să fie loviți de fulger în aceeași perioadă de timp
- un eveniment cu prob. $2^{60}/sec$. se produce o dată la un miliard de ani

Indistinctibilitate perfectă

- Pentru securitatea perfectă am dat două definitii echivalente, a doua sublinia ideea de indistinctibilitate: adversarul nu poate distinge între criptările a două mesaje diferite
- Vom defini indistinctibilitatea pe baza unui experiment $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare

Indistinctibilitate perfectă

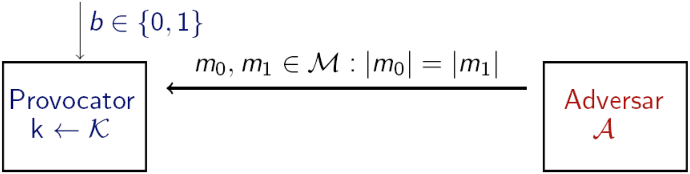
- Pentru securitatea perfectă am dat două definitii echivalente, a doua sublinia ideea de indistinctibilitate: adversarul nu poate distinge între criptările a două mesaje diferite
- Vom defini indistinctibilitatea pe baza unui experiment $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare
- Personaje participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**.

Indistinctibilitate perfectă

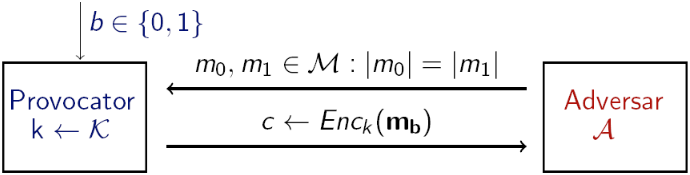
- Pentru securitatea perfectă am dat două definitii echivalente, a doua sublinia ideea de indistinctibilitate: adversarul nu poate distinge între criptările a două mesaje diferite
- Vom defini indistinctibilitatea pe baza unui experiment $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare
- Personaje participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**.
- Trebuie să definim capabilitățile adversarului: el poate vedea **un singur text criptat cu o anume cheie**, fiind un adversar *pasiv* care poate rula atacuri în timp polinomial, si nu are nici o alta interactiune cu Alice sau Bob

Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$

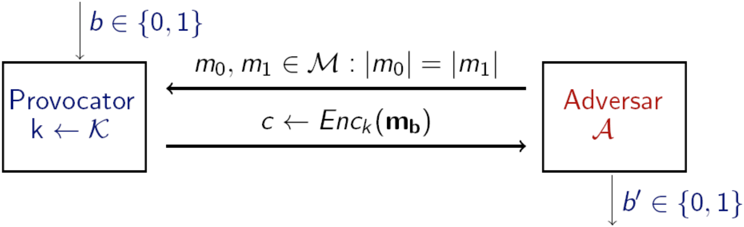
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



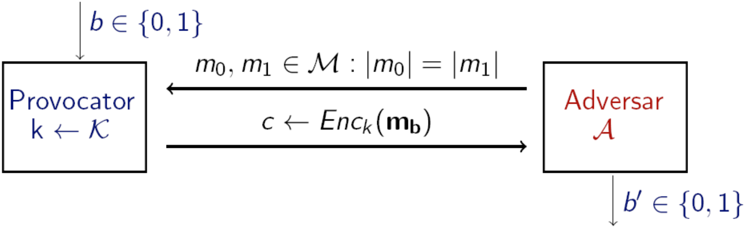
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



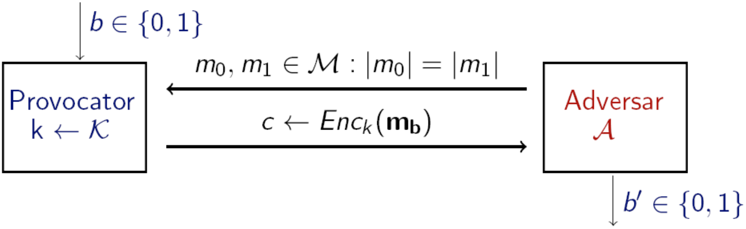
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$

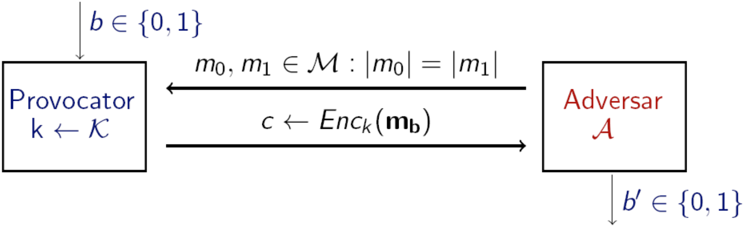


Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

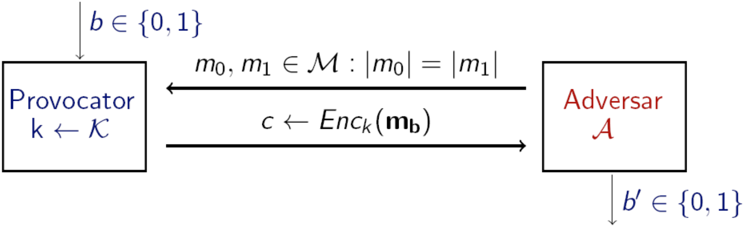
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.
- Schema π este *perfect indistinctibilă* dacă

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] = \frac{1}{2}$$

Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.
- Schema π este *perfect indistinctibilă* dacă

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] = \frac{1}{2}$$

- Reamintim ca indistinctibilitatea perfectă este doar o definitie alternativa pentru securitatea perfectă

Securitate computațională

- Vom relaxa securitatea perfectă cu privire la indistinctibilitate
- Vom prezenta două abordări: concretă și asimptotică

Securitate computațională concretă

O schemă de criptare este (t, ϵ)-indistinctibila dacă orice adversar care rulează în timp cel mult t

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon$$

Securitate computațională concretă

O schemă de criptare este (t, ϵ)-indistinctibila dacă orice adversar care rulează în timp cel mult t

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon$$

- probabilitatea de succes a adversarului $\leq \epsilon$
- adversarul ruleaza in timp $\leq t$

Securitate computațională concretă

O schemă de criptare este (t, ϵ)-indistinctibila dacă orice adversar care rulează în timp cel mult t

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi} = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon$$

- probabilitatea de succes a adversarului $\leq \epsilon$
- adversarul ruleaza in timp $\leq t$
- dezavantaj: am dori sa avem scheme in care utilizatorul isi poate ajusta nivelul de securitate dorit

Securitate computațională asimptotică

- parametru de securitate n atât pentru schema de criptare cât și pentru părțile oneste și adversar
  - poate fi vazut ca lungimea cheii
  - timpul în care rulează adversarul și probabilitatea lui de succes sunt funcții de n
  - este cunoscut adversarului
  - permite utilizatorului să își aleagă nivelul de securitate dorit - este fixat la momentul inițializării schemei de criptare

Securitate computațională asimptotică

- Se impune o nouă modalitate de a defini securitatea:

Definiție

O schemă de criptare este indistinctibila dacă pentru orice adversar PPT, exista o functie neglijabila ϵ așa încat

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \epsilon(n)$$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)
  - ϵ ne-neglijabiă în n dacă $\exists p(n) : \epsilon(n) > 1/p(n)$

Neglijabil și ne-neglijabil

- în practică: ϵ este scalar și
  - ϵ ne-neglijabil dacă $\epsilon \geq 1/2^{30}$
  - ϵ neglijabil dacă $\epsilon \leq 1/2^{80}$
- în teorie: ϵ este funcție $\epsilon : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ și $p(n)$ este o funcție polinomială în n (ex.: $p(n) = n^d$, d constantă)
  - ϵ ne-neglijabiă în n dacă $\exists p(n) : \epsilon(n) > 1/p(n)$
  - ϵ neglijabilă în n dacă $\forall p(n), \exists n_d$ a.î. $\forall n \geq n_d : \epsilon(n) \leq 1/p(n)$

Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?

Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?
  - pentru $n \leq 40$, atunci un adversar care rulează în 40^3 minute (adica 6 saptamani) sparge schema cu probabilitate 1

Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?
  - pentru $n \leq 40$, atunci un adversar care rulează în 40^3 minute (adica 6 saptamani) sparge schema cu probabilitate 1
  - pentru $n = 50$, atunci un adversar care rulează în 50^3 minute (adica aproximativ 3 luni) sparge schema cu probabilitate aprox. $1/1000$ (ar putea sa nu fire acceptabil)

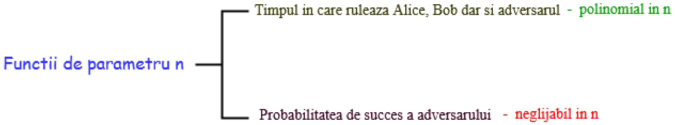
Valori concrete pentru n

Presupunem ca pentru o schema de criptare concreta, un adversar care ruleaza in timp n^3 minute reuseste sa sparga schema cu probabilitate $2^{40} * 2^{-n}$.

- Ce valori alegem pentru n la implementare?
  - pentru $n \leq 40$, atunci un adversar care rulează în 40^3 minute (adica 6 saptamani) sparge schema cu probabilitate 1
  - pentru $n = 50$, atunci un adversar care rulează în 50^3 minute (adica aproximativ 3 luni) sparge schema cu probabilitate aprox. $1/1000$ (ar putea sa nu fire acceptabil)
  - pentru $n = 500$, atunci un adversar care rulează în 200 de ani sparge schema cu probabilitate aprox. 2^{-500} (acceptabil)

Important de reținut!

- Parametrul de securitate *n* este public cunoscut si parte din schema
- Input-urile pentru toti algoritmii, inclusiv adversarul, sunt polinomiale in *n*
- Tipic, *n* este lungimea cheii secrete (de ex. $n = 128$, 256 etc.)



Criptarea simetrică - redefinită

Definiție

Un sistem de criptare simetric definit peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$*, cu:*

- $\mathcal{K}$ *= spațiul cheilor*
- $\mathcal{M}$ *= spațiul textelor clare (mesaje)*
- $\mathcal{C}$ *= spațiul textelor criptate*

este un triplet $(\mathrm{Gen}, \mathrm{Enc}, \mathrm{Dec})$*, unde:*

1. $\mathrm{Gen}(1^n)$*: este algoritmul probabilistic de generare a cheilor care întoarce o cheie k conform unei distribuții*
2. Enc*: primește o cheie k și un mesaj* $m \in \{0,1\}^*$ *și întoarce* $c \leftarrow Enc_k(m)$
3. Dec*: primește cheia k și textul criptat și întoarce m sau "eroare".*