

Seminar 2

(S2.1) Arătați, pe rând, următoarele:

- (i) \mathbb{N}^* este numărabilă.
- (ii) \mathbb{Z} este numărabilă.
- (iii) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ este numărabilă.

(S2.2) Demonstrați că orice mulțime infinită are o submulțime numărabilă.

(S2.3) Demonstrați că orice submulțime infinită a unei mulțimi numărabile este numărabilă.

(S2.4) Demonstrați că o mulțime A este cel mult numărabilă dacă și numai dacă există o funcție injectivă de la A la o mulțime numărabilă (pe care o putem lua ca fiind \mathbb{N}).

(S2.5) Demonstrați următoarele:

- (i) Produsul cartezian a două mulțimi cel mult numărabile este cel mult numărabil.
- (ii) Reuniunea a două mulțimi cel mult numărabile este cel mult numărabilă.