Primitive grafice

Mihai-Sorin Stupariu

Sem. I, 2022 - 2023

Vârfuri

Primitive grafice - generalități

Algoritmi de rasterizare Preliminarii, notații Algoritmii

 Culorile sunt obţinute combinând intensităţile de pe trei canale: R (red); G (green); B (blue) – Cubul RGB.

- Culorile sunt obţinute combinând intensităţile de pe trei canale: R (red); G (green); B (blue) – Cubul RGB.
- În OpenGL o culoare este indicată prin:

- Culorile sunt obţinute combinând intensităţile de pe trei canale: R (red); G (green); B (blue) – Cubul RGB.
- În OpenGL o culoare este indicată prin:
 - în OpenGL "vechi" folosind funcția

```
glColor* ( ); — "deprecated"
```

- Culorile sunt obţinute combinând intensităţile de pe trei canale: R (red); G (green); B (blue) – Cubul RGB.
- În OpenGL o culoare este indicată prin:
 - în OpenGL "vechi" folosind funcția

```
glColor* ( ); — "deprecated"
```

Sufixul * poate indica:

o dimensiunea n a spațiului de culori în care lucrăm, n=3 (RGB) sau n=4 (RGBA); A=factorul "alpha", legat de opacitate/transparență.

- Culorile sunt obţinute combinând intensităţile de pe trei canale: R
 (red); G (green); B (blue) Cubul RGB.
- În OpenGL o culoare este indicată prin:
 - în OpenGL "vechi" folosind funcția

```
glColor* ( ); — "deprecated"
```

- o dimensiunea n a spațiului de culori în care lucrăm, n=3 (RGB) sau n=4 (RGBA); A=factorul "alpha", legat de opacitate/transparență.
- o tipul de date utilizat, care poate fi:

```
i (integer) (i \in {0,1,...,255}) f (float)
```

d (double) (f,d
$$\in$$
 [0.0,1.0])

- Culorile sunt obţinute combinând intensităţile de pe trei canale: R
 (red); G (green); B (blue) Cubul RGB.
- În OpenGL o culoare este indicată prin:
 - în OpenGL "vechi" folosind funcția

```
glColor* ( ); — "deprecated"
```

- o dimensiunea n a spațiului de culori în care lucrăm, n=3 (RGB) sau n=4 (RGBA); A=factorul "alpha", legat de opacitate/transparență.
- o tipul de date utilizat, care poate fi:

```
i (integer) (i \in {0,1,...,255}) f (float)
```

- d (double) (f, $d \in [0.0, 1.0]$)
- o (opțional) posibila formă vectorială, indicată prin sufixul v.

- Culorile sunt obținute combinând intensitățile de pe trei canale: R (red); G (green); B (blue) - Cubul RGB.
- ▶ În OpenGL o culoare este indicată prin:
 - în OpenGL "vechi" folosind funcția

```
glColor* ( ); — "deprecated"
```

- o dimensiunea n a spațiului de culori în care lucrăm, n=3 (RGB) sau n = 4 (RGBA); A=factorul "alpha", legat de opacitate/transparență.
- tipul de date utilizat, care poate fi:

```
i (integer) (i \in \{0, 1, ..., 255\})
f (float)
```

- d (double) $(f, d \in [0.0, 1.0])$
- o (optional) posibila formă vectorială, indicată prin sufixul v.
- în OpenGL "nou": culorile sunt manevrate într-un mod asemănător vârfurilor (folosind VBO), odată cu acestea (atribute ale vârfurilor).

- Culorile sunt obţinute combinând intensităţile de pe trei canale: R
 (red); G (green); B (blue) Cubul RGB.
- În OpenGL o culoare este indicată prin:
 - în OpenGL "vechi" folosind funcția

```
glColor* ( ); — "deprecated"
```

- dimensiunea n a spațiului de culori în care lucrăm, n = 3 (RGB) sau
 n = 4 (RGBA); A=factorul "alpha", legat de opacitate/transparență.
- o tipul de date utilizat, care poate fi:

```
i \text{ (integer) } (i \in \{0, 1, \dots, 255\})
```

- f (float)
- $\texttt{d} \; (\mathsf{double}) \; (\texttt{f}, \texttt{d} \in [0.0, 1.0])$
- o (opțional) posibila formă vectorială, indicată prin sufixul v.
- în OpenGL "nou": culorile sunt manevrate într-un mod asemănător vârfurilor (folosind VBO), odată cu acestea (atribute ale vârfurilor).
- elementul comun este faptul că, în ambele cazuri, culorile conțin informații legate de canalele R, G, B, precum și de canalul A (factorul α, legat de opacitate).

Vârfuri - funcții pentru indicare

Primitivele grafice sunt trasate cu ajutorul **vârfurilor** (*entități abstracte, a nu fi confundate cu punctele!*). În OpenGL un vârf este definit:

Vârfuri - funcții pentru indicare

Primitivele grafice sunt trasate cu ajutorul **vârfurilor** (*entități abstracte, a nu fi confundate cu punctele!*). În OpenGL un vârf este definit:

• în OpenGL "vechi" cu ajutorul funcției

```
glVertex* ( ); — "deprecated"
```

Vârfuri - funcții pentru indicare

Primitivele grafice sunt trasate cu ajutorul **vârfurilor** (*entități abstracte, a nu fi confundate cu punctele!*). În OpenGL un vârf este definit:

în OpenGL "vechi" cu ajutorul funcției

```
glVertex* ( ); — "deprecated"
```

în OpenGL "nou":
 vârfurile sunt stocate în matrice;
 împachetate în VAO (Vertex Array Objects);
 trimise plăcii grafice sub formă de VBO (Vertex Buffer Objects).

Unui vârf îi sunt asociate:

- Unui vârf îi sunt asociate:
 - coordonate (fac parte din definiție),

- Unui vârf îi sunt asociate:
 - coordonate (fac parte din definiție),
 - o culoare (v. secţiunea Culori...),

- Unui vârf îi sunt asociate:
 - coordonate (fac parte din definiție),
 - o culoare (v. secțiunea Culori...),
 - o normală (legată de funcții de iluminare),

- Unui vârf îi sunt asociate:
 - coordonate (fac parte din definiție),
 - o culoare (v. secţiunea Culori...),
 - o normală (legată de funcții de iluminare),
 - coordonate de texturare

- Unui vârf îi sunt asociate:
 - coordonate (fac parte din definiție),
 - o culoare (v. secţiunea Culori...),
 - o normală (legată de funcții de iluminare),
 - coordonate de texturare
- În OpenGL "vechi": pentru o anumită caracteristică, este considerată valoarea curentă a respectivei caracteristici. Altfel spus, ea trebuie indicată în codul sursă înaintea vârfului.

Funcții pentru primitive

Vârfurile sunt utilizate pentru trasarea *primitivelor grafice*. Funcțiile folosite sunt diferite pentru cele două moduri de randare:

 în OpenGL "vechi", o funcție de tipul glVertex () poate fi apelată într-un cadru de tip

(unde * reprezintă tipul de primitivă generat);

Funcții pentru primitive

Vârfurile sunt utilizate pentru trasarea *primitivelor grafice*. Funcțiile folosite sunt diferite pentru cele două moduri de randare:

• în OpenGL "vechi", o funcție de tipul glVertex () poate fi apelată într-un cadru de tip

```
glBegin (*);
glEnd;

- "deprecated"
```

(unde * reprezintă tipul de primitivă generat);

• în OpenGL "nou" este utilizată o funcție de tipul

```
glDrawArrays (GLenum mode, GLint first, GLint count);
unde
   mode: tipul primitivei;
   first: primul vârf;
```

count: câte vârfuri se iau în considerare.

► Puncte: GL_POINTS

► Puncte: GL_POINTS

Segmente de dreaptă: GL_LINES, GL_LINE_STRIP, GL_LINE_LOOP

- Puncte: GL POINTS
- ► Segmente de dreaptă: GL_LINES, GL_LINE_STRIP, GL_LINE_LOOP
- ► Triunghiuri: GL_TRIANGLES, GL_TRIANGLE_STRIP, GL_TRIANGLE FAN

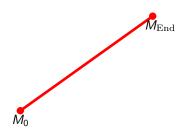
- Puncte: GL POINTS
- ► Segmente de dreaptă: GL_LINES, GL_LINE_STRIP, GL_LINE_LOOP
- ► Triunghiuri: GL_TRIANGLES, GL_TRIANGLE_STRIP, GL_TRIANGLE_FAN
- Dreptunghiuri: GL_QUADS, GL_QUAD_STRIP

- Puncte: GL POINTS
- Segmente de dreaptă: GL_LINES, GL_LINE_STRIP, GL_LINE_LOOP
- Triunghiuri: GL_TRIANGLES, GL_TRIANGLE_STRIP, GL_TRIANGLE_FAN
- Dreptunghiuri: GL_QUADS, GL_QUAD_STRIP
- ► Poligoane (convexe!): GL_POLYGON

Motivație și problematizare

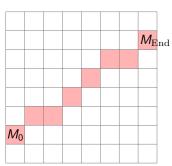
"Continuu"

"Grafica vectorială"



$$\begin{aligned} M_0 &= (x_0, y_0), M_{\text{End}} = (x_{\text{End}}, y_{\text{End}}) \\ x_0, y_0, x_{\text{End}}, y_{\text{End}} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

"Discret" "Grafica rasterială"



$$M_0 = (x_0, y_0), M_{\mathrm{End}} = (x_{\mathrm{End}}, y_{\mathrm{End}})$$

 $x_0, y_0, x_{\mathrm{End}}, y_{\mathrm{End}} \in \mathbb{N}(\mathbb{Z})$

Motivație și problematizare

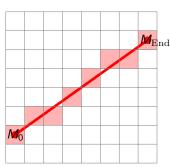
"Continuu"

"Grafica vectorială"



$$\begin{aligned} M_0 &= (x_0, y_0), M_{\text{End}} = (x_{\text{End}}, y_{\text{End}}) \\ x_0, y_0, x_{\text{End}}, y_{\text{End}} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

"Discret" "Grafica rasterială"



$$\begin{aligned} M_0 &= (x_0, y_0), M_{\mathrm{End}} = (x_{\mathrm{End}}, y_{\mathrm{End}}) \\ x_0, y_0, x_{\mathrm{End}}, y_{\mathrm{End}} \in \mathbb{N}(\mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Ce este un algoritm de rasterizare?

Un algoritm de rasterizare are ca efect reprezentarea grafică a unei primitive într-un sistem de reprezentare de tip grilă (monitor), care este format dintr-o structură discretă de pixeli. Pentru un segment, un algoritm de rasterizare are ca:

Input: Coordonatele $x_0, y_0, x_{\operatorname{End}}, y_{\operatorname{End}} \in \mathbb{N}$ ($\in \mathbb{Z}$) ale extremităților segmentului care urmează să fie reprezentat - altfel spus, pixelii ințial $M_0 = (x_0, y_0)$, respectiv final $M_{\operatorname{End}} = (x_{\operatorname{End}}, y_{\operatorname{End}})$.

Ce este un algoritm de rasterizare?

Un algoritm de rasterizare are ca efect reprezentarea grafică a unei primitive într-un sistem de reprezentare de tip grilă (monitor), care este format dintr-o structură discretă de pixeli. Pentru un segment, un algoritm de rasterizare are ca:

Input: Coordonatele $x_0, y_0, x_{\rm End}, y_{\rm End} \in \mathbb{N}$ ($\in \mathbb{Z}$) ale extremităților segmentului care urmează să fie reprezentat - altfel spus, pixelii ințial $M_0 = (x_0, y_0)$, respectiv final $M_{\rm End} = (x_{\rm End}, y_{\rm End})$.

Output: Pixelii selectați pentru a trasa segmentul de la M_0 la M_{End}

Ipoteze / restricții

Raționamentele se pot adapta la restul situațiilor/cazurilor. Ipoteze (simplificatoare) făcute:

Ip. 1 Intuitiv: "deplasarea se face înspre dreapta/sus"

$$x_{\mathrm{End}} > x_{0}, \quad y_{\mathrm{End}} > y_{0} \Leftrightarrow$$

 $\Leftrightarrow \Delta x > 0, \quad \Delta y > 0.$

Ipoteze / restricții

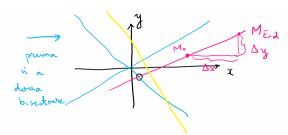
Raționamentele se pot adapta la restul situațiilor/cazurilor. Ipoteze (simplificatoare) făcute:

lp. 1 Intuitiv: "deplasarea se face înspre dreapta/sus"

$$x_{\rm End} > x_0$$
, $y_{\rm End} > y_0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \Delta x > 0$, $\Delta y > 0$.

Ip. 2 Intuitiv: "dreapta trasată prin origine şi paralelă cu dreapta suport este situată sub prima bisectoare"

$$\Leftrightarrow \Delta x > \Delta y > 0$$
.



Ecuația dreptei care unește punctele M_0 și M_{End}

$$y = mx + n. (1)$$

Ecuația dreptei

Ecuația dreptei care unește punctele M_0 și M_{End}

$$y = mx + n. (1)$$

Elemente importante: panta m și coeficientul n, care poate fi exprimat în funcție de pantă și de coordonatele lui M_0

$$y_0 = mx_0 + n \implies m = y_0 - mx_0 \implies m = y_0 - \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot x_0$$

Ecuația dreptei

Ecuația dreptei care unește punctele M_0 și $M_{
m End}$

$$y = mx + n. (1)$$

Elemente importante: panta m și coeficientul n, care poate fi exprimat în funcție de pantă și de coordonatele lui M_0

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
 (panta)
 $y_0 = mx_0 + m \implies m = y_0 - mx_0 \implies m = y_0 - \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot x_0$

Concluzie: În cazul continuu avem

$$y = mx + n \stackrel{NOT}{=} f(x).$$

Varianta 1 - înlocuire în ecuația dreptei

Algoritm

- Initializare $x_0, y_0 = f(x_0), m, n$

- Initializare $x_0, y_0 = f(x_0), m, n$
- Pasul $k \rightarrow k+1 \ (k \ge 0)$

- Initializare $x_0, y_0 = f(x_0), m, n$
- Pasul $k \rightarrow k+1$ $(k \ge 0)$

$$x_{k+1} \leftarrow x_k + 1$$

```
- Initializare x_0, y_0 = f(x_0), m, n
```

- Pasul
$$k o k+1$$
 $(k \ge 0)$

$$x_{k+1} \leftarrow x_k + 1$$

 $f(x_{k+1}) \leftarrow m \cdot x_{k+1} + n // \text{ formula (1)}$

```
- Initializare x_0, y_0 = f(x_0), m, n
- Pasul k \rightarrow k+1 \ (k \ge 0)
      x_{k+1} \leftarrow x_k + 1
       f(x_{k+1}) \leftarrow m \cdot x_{k+1} + n // \text{ formula } (1)
      y_{k+1} \leftarrow \text{round}(f(x_{k+1}))
```

```
- Initializare x_0, y_0 = f(x_0), m, n
- Pasul k \rightarrow k+1 \ (k \ge 0)
      x_{k+1} \leftarrow x_k + 1
      f(x_{k+1}) \leftarrow m \cdot x_{k+1} + n // formula (1)
      y_{k+1} \leftarrow \text{round}(f(x_{k+1}))
```

Calcule...

$$f(x_{k+1}) = m \cdot x_{k+1} + m = m (x_k+1) + m =$$

$$= m \cdot x_k + m + m =$$

$$= m \cdot x_k + m + m = f(x_k) + m$$

$$f(x_k)$$

Varianta 2 - algoritmul Digital Differential Analyzer (DDA)

Algoritm

```
- Iniţializare x_0, y_0 = f(x_0), m

- Pasul k \to k+1 (k \ge 0)

x_{k+1} \leftarrow x_k + 1

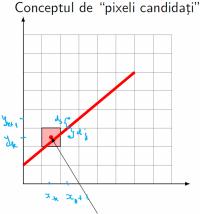
f(x_{k+1}) \leftarrow f(x_k) + m // formula (1), calculele anterioare
```

 $y_{k+1} \leftarrow \text{round}(f(x_{k+1}))$

Exemplu

$$f(x_{k+1}) = f(x_k) + m$$
 $M_0 = (10, 20), M_{\text{End}} = (20, 28)$
 $\Delta x = 10, \Delta y = 8, m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8}{10} = 0.8$

Varianta 3 - algoritmul lui Bresenham. Idei fundamentale



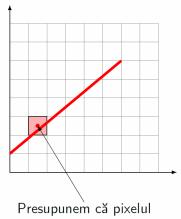
Presupunem că pixelul (x_k, y_k) a fost selectat. Care este pixelul următor?

Algoritmul lui Bresenham. Observație

Varianta originală (1965) avea în vedere în special segmentele de dreaptă. Folosind conceptul de vector tangent, algoritmul poate fi adaptat și aplicat și în cazul altor curbe (v. art 1977)!



Algoritmul lui Bresenham. Factorul de decizie



Presupunem ca pixelul (x_k, y_k) a fost selectat. Care este pixelul următor?

$$d_{s} = y_{k}+1 - f(x_{k}+1)$$
ordenate
ordenate
centrului pixelului pot de pe
$$d_{s} = f(x_{k}+1) - y_{k}$$

$$d_{s} = y_{k}+1 - m \cdot x_{k} - m - m$$

$$d_{j} = m \cdot x_{k} + m + m - y_{k}$$

$$d_{s} = y_{k} + m + m - y_{k}$$

Algoritmul lui Bresenham. Semnul factorului de decizie Ne interesează semnul numărului $d_i - d_s \in \mathbb{Q}$

$$d_{3}-d_{3} = 2m(x_{k}+1) - 2y_{k} + 2m - 1 =$$

$$= \frac{\Delta y}{2\Delta y(x_{k}+1)} - 2y_{k} \cdot \Delta x + 2m\Delta x - \Delta x$$

$$\Delta x \quad \Delta x > 0$$

$$\forall = 2\Delta y + 2\Delta x m - \Delta x$$
Deri: sumul lui dj. -ds este semul lui pk
$$p_{k} = 2\Delta y + 2\Delta x + 2$$

Algoritmul lui Bresenham. Parametrul de decizie

Semnul lui $d_i - d_s$ este semnul **parametrului de decizie**

$$p_k \stackrel{DEF}{=} 2\Delta y \cdot x_k - 2\Delta x \cdot y_k + \gamma$$

Dacă
$$p_k < 0 \Rightarrow d_j < d_s \Rightarrow$$
 se alege pixelul $(x_k + 1, y_k)$

Dacă
$$p_k \ge 0 \Rightarrow d_j \ge d_s \Rightarrow$$
 se alege pixelul $(x_k + 1, y_k + 1)$

Algoritmul lui Bresenham. Parametrul de decizie - rescriere

Evaluăm $p_{k+1} - p_k =$

$$= 2\Delta y \cdot x_{k+1} + 2\Delta x \cdot y_{k+1} + y_{k} - 2\Delta y \cdot x_{k} + 2\Delta x \cdot y_{k} + y_{k+1} - y_{k} = \begin{cases} 0 & \text{if } k < 0 \\ 1 & \text{if } k \neq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2\Delta y & \text{doca} & \text{if } k < 0 \text{ (adica} & \text{if } k \neq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2\Delta y - 2\Delta x & \text{doca} & \text{if } k \neq 0 \text{ (adica} & \text{if } k \neq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2\Delta y - 2\Delta x & \text{doca} & \text{if } k \neq 0 \text{ (adica} & \text{if } k \neq 0 \end{cases}$$

Algoritmul lui Bresenham. Parametrul de decizie - rescriere

Evaluăm

$$p_0 = 2\Delta y \cdot x_0 - 2\Delta x \cdot y_0 + \gamma =$$

$$=2\Delta y\cdot x_0-2\Delta x\cdot \big(m\cdot x_0+n\big)+2\Delta y+2\Delta x\cdot n-\Delta x\Rightarrow$$

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x$$
.

Algoritm

- Calcul preliminar $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y - \Delta x$

- Calcul preliminar $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y \Delta x$
- Pasul $k \to k+1$ $(k \ge 0)$. // Pp. că avem $x_k, y_k, p_k \in \mathbb{Z}$

- Calcul preliminar $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y \Delta x$
- Pasul k o k+1 $(k \ge 0)$. // Pp. că avem $x_k, y_k, p_k \in \mathbb{Z}$ Dacă $p_k < 0$ (''stagnare pe orizontală'')

```
- Calcul preliminar \Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y - \Delta x
```

- Pasul
$$k \to k+1$$
 $(k \ge 0)$. // Pp. că avem $x_k, y_k, p_k \in \mathbb{Z}$ Dacă $p_k < 0$ (''stagnare pe orizontală'')
$$x_{k+1} \leftarrow x_k + 1$$

$$y_{k+1} \leftarrow y_k$$

$$p_{k+1} \leftarrow p_k + 2\Delta y$$

```
- Calcul preliminar \Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y - \Delta x
- Pasul k \to k+1 (k \ge 0). // Pp. că avem x_k, y_k, p_k \in \mathbb{Z}
Dacă p_k < 0 (''stagnare pe orizontală'')
x_{k+1} \leftarrow x_k + 1
y_{k+1} \leftarrow y_k
p_{k+1} \leftarrow p_k + 2\Delta y
Dacă p_k > 0 (''în sus'')
```

```
- Calcul preliminar \Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y - \Delta x
- Pasul k \to k+1 (k \ge 0). // Pp. că avem x_k, y_k, p_k \in \mathbb{Z}
Dacă p_k < 0 (''stagnare pe orizontală'')
x_{k+1} \leftarrow x_k + 1
y_{k+1} \leftarrow y_k
p_{k+1} \leftarrow p_k + 2\Delta y
Dacă p_k \ge 0 (''în sus'')
x_{k+1} \leftarrow x_k + 1
y_{k+1} \leftarrow y_k + 1
p_{k+1} \leftarrow p_k + 2\Delta y - 2\Delta x
```

Algoritmul lui Bresenham. Exemplu

$$M_0 = (10, 20), M_{\text{End}} = (20, 28)$$

$$x_0 = 10, y_0 = 20, x_{\text{End}} = 20, y_{\text{End}} = 28.$$

$$\Delta x = 10, \Delta y = 8$$

$$p_0 = 2 \Delta y - \Delta x = 6$$

$$2\Delta y = 16$$

$$2\Delta y - 2\Delta x = -4$$

$$\frac{k}{x_0} = \frac{1}{x_0} = \frac$$

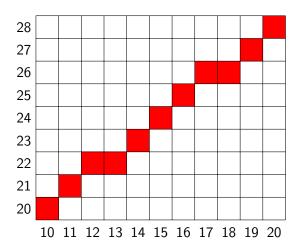


Figura: **Algoritmul DDA / algoritmul lui Bresenham.** Pixelii selectați pentru a uni punctele (10, 20) și (20, 28) sunt colorați cu roșu.