

TEMA 3 SEMINAR  
POPESCU PAULLO ROBERTTO KARLOSS  
- DECEMBRIE 2021 -

## Exercițiul 6

Știm că, o echipă poate transfera maxim un jucător, iar dacă transferă un jucător trebuie să primească unul. Căutăm suma preturilor transferurilor maxime. Modelăm problema ca una de cuplaj maxim de cost minim.

Vom face un cuplaj între 2 mulțimi a câte  $n$  noduri, prima mulțime reprezentând echipele care transferă jucători, iar cea de-a doua echipele în care se transferă jucători. Vom crea muchii de la  $a_i$  (echipă care se află în prima mulțime de noduri) către  $b_i$  (echipă care se află în a doua mulțime) cu costul  $p_i$  și cuplajul 1. Conectăm destinația cu nodurile din a doua mulțime prin muchii de cost 0 și cuplaj 1.

Dacă am obține un cuplaj perfect, acesta ar fi egal cu  $n$ . Cum o echipă nu poate transfera mai mult decât un jucător (nu poate fi cuplată cu mai multe noduri), fiecare nod ar fi cuplat cu een singur alt nod, ar fi transferat un jucător la o singură altă echipă.



Cuplajul muchiilor din a doua multime către destinatie este 1, deci o echipă ar fi primit un jucător de la o singură altă echipă. Altfel, am ști că fiecare echipă a transferat și a primit o echipă.

Vom adăuga în rețea o muchie de la fiecare echipă din prima multime la aceeași echipă din a doua multime cu costul 0 și cuplajul 1 (ne asigurăm că echipele în urma transferurilor vor avea același număr de jucători). Astfel vom obține mereu cuplaj perfect.

Putem folosi algoritmul lui Bellman Ford pentru a obține costul minim,  $C_{\min}$ , iar transferurile efectuate le putem determina din matricea cuplajului final.

### Exercițiul 7

Vom modela această problemă folosind o rețea de flux maxim pe un graf bipartit. Luăm 2 noduri  $s$ -sursă și  $t$ -destinație. Pereche dintre o muchie care a dansat va fi reprezentată printr-o muchie de flux ce intră în  $t$ . Vom avea 2 multimi,  $F$  și  $B$ , fete și băieți.

Vom adăuga câte o muchie de la  $s$  la fiecare nod din  $F$  cu capacitatea  $k$  (avem  $k$  runde de dans, deci fiecare fată trebuie să danseze de  $k$  ori).



Câte o muchie de la fiecare nod din  $B$  la  $t$  cu capacitatea  $k$  (avem  $k$  runde de dans, deci fiecare băiat trebuie să danseze de  $k$  ori).

Câte o muchie de la o fată  $f_i$  la un băiat  $b_j$  cu capacitatea 1, pentru că perechea poate fi într-o singură rundă de dans, dacă fata, respectiv băiatul vor să danseze unul cu celălalt, altfel ignorăm. Nu putem cupla o fată cu un băiat cu care nu vrea să danseze și invers.

Coregrafia de dans s-a putut realiza dacă fluxul maxim transmis prin rețea este  $n \cdot k$  (în fiecare din cele  $k$  runde au dansat câte  $n$  fete și  $n$  băieți). Putem afla coregrafia prin crearea unui graf bipartit, unde vom trasa muchii pentru muchiile saturate <sup>(perechi)</sup> din graful anterior, apoi căutăm cuplajul maxim pe graf, afișăm perechile cuplajului, iar după eliminăm aceste muchii și continuăm.