Regresia segmentată și cauzalitatea

De la observație la inferență cauzală

Claudiu Papasteri

Prezentarea

Urmăriți prezentarea pe:

https://quarto.org/docs/presentations/

sau scanând codul

Download:

Prezentarea pdf

Codul din Github

Un pattern fără context (1)

▶ click pentru a vedea codul

Investigați codul:

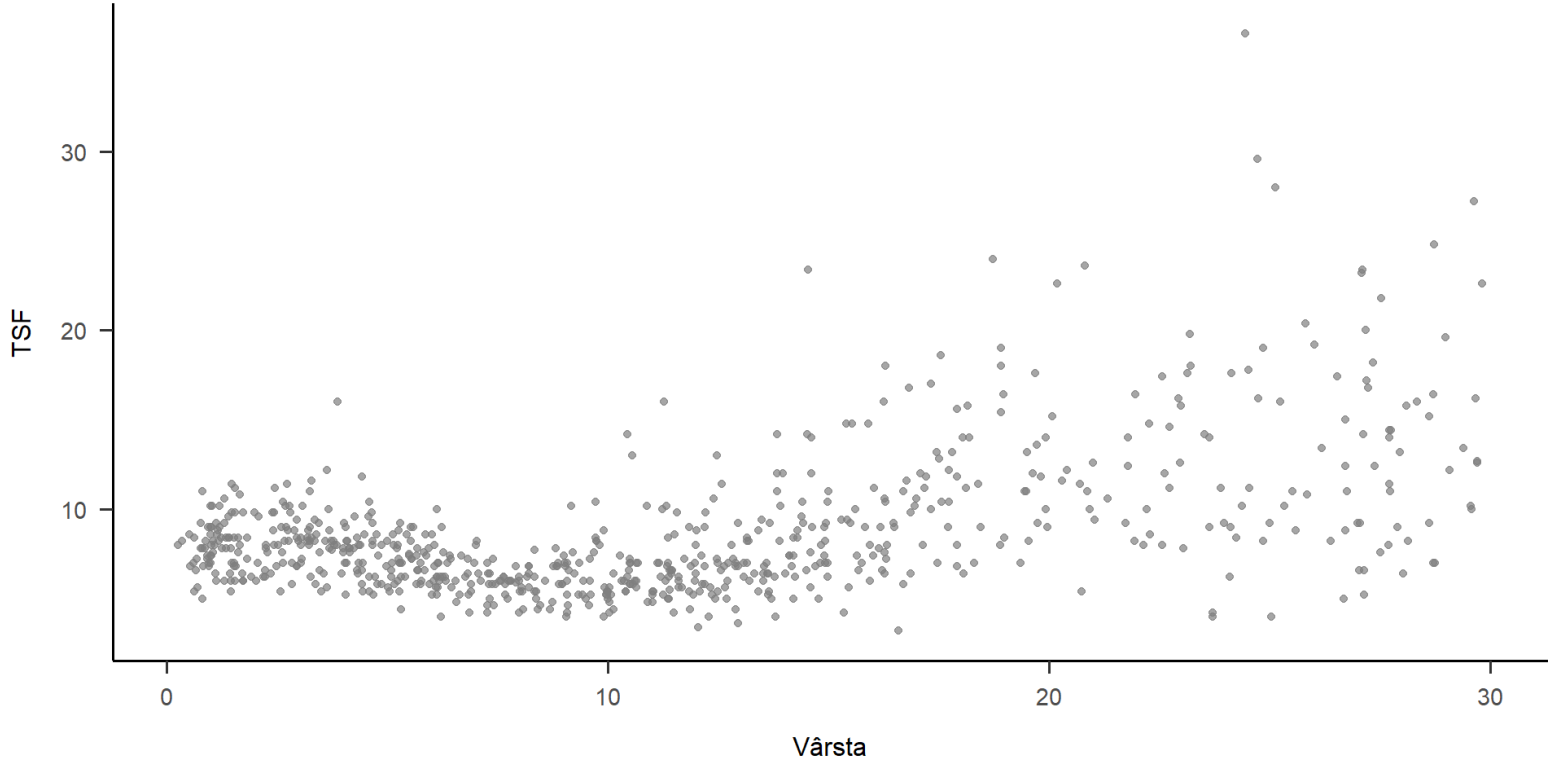
- Pachete & Setări
- Datele provin dintr-un pachet
- Se generează un grafic

Un pattern fără context (2)

Ce vedeți?

Cum am putea modela?

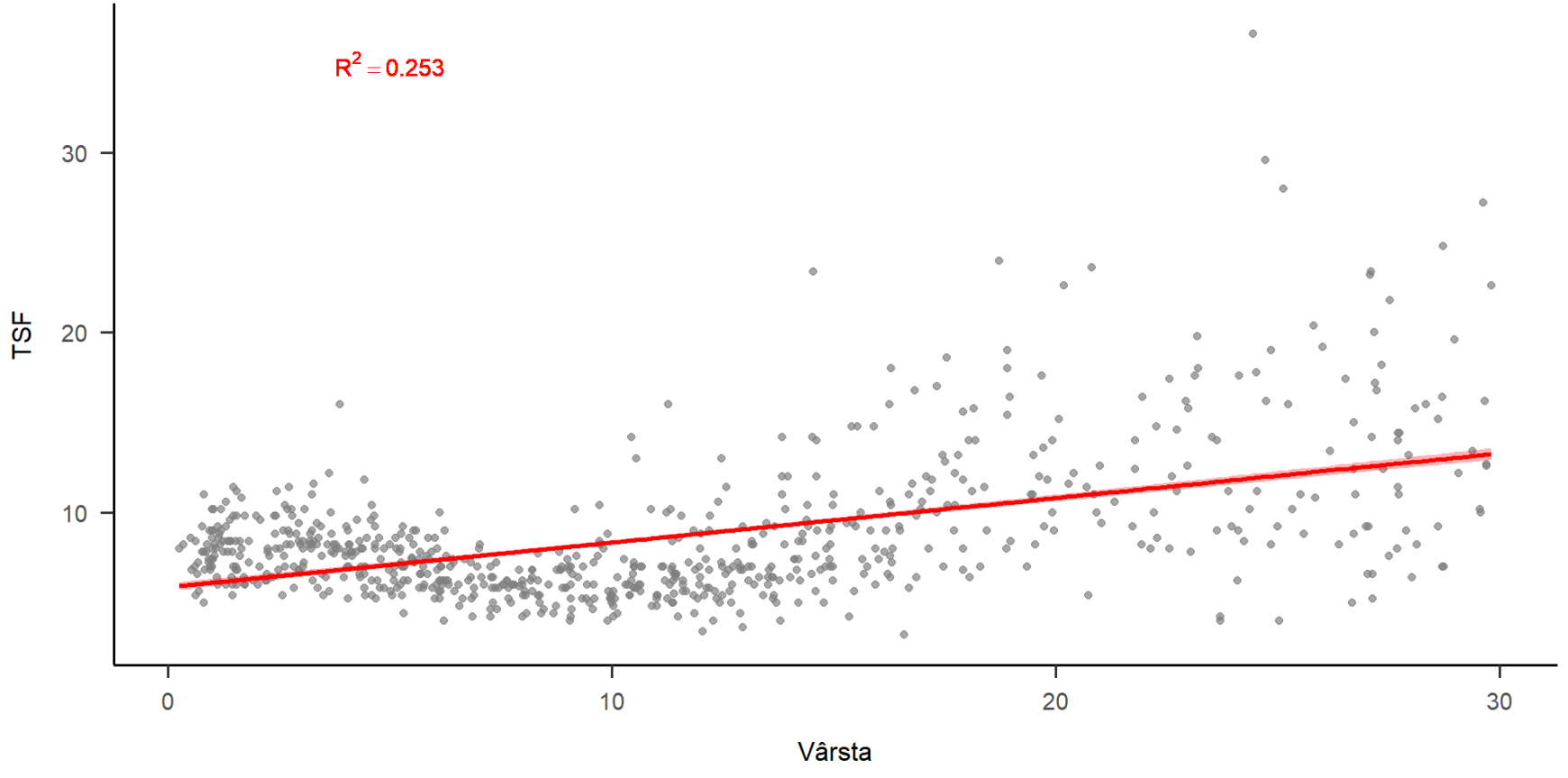
▶ click pentru a vedea codul



Un pattern fără context (3)

Ce reprezintă linia? Este pattern-ul descris bine de o relație liniară?

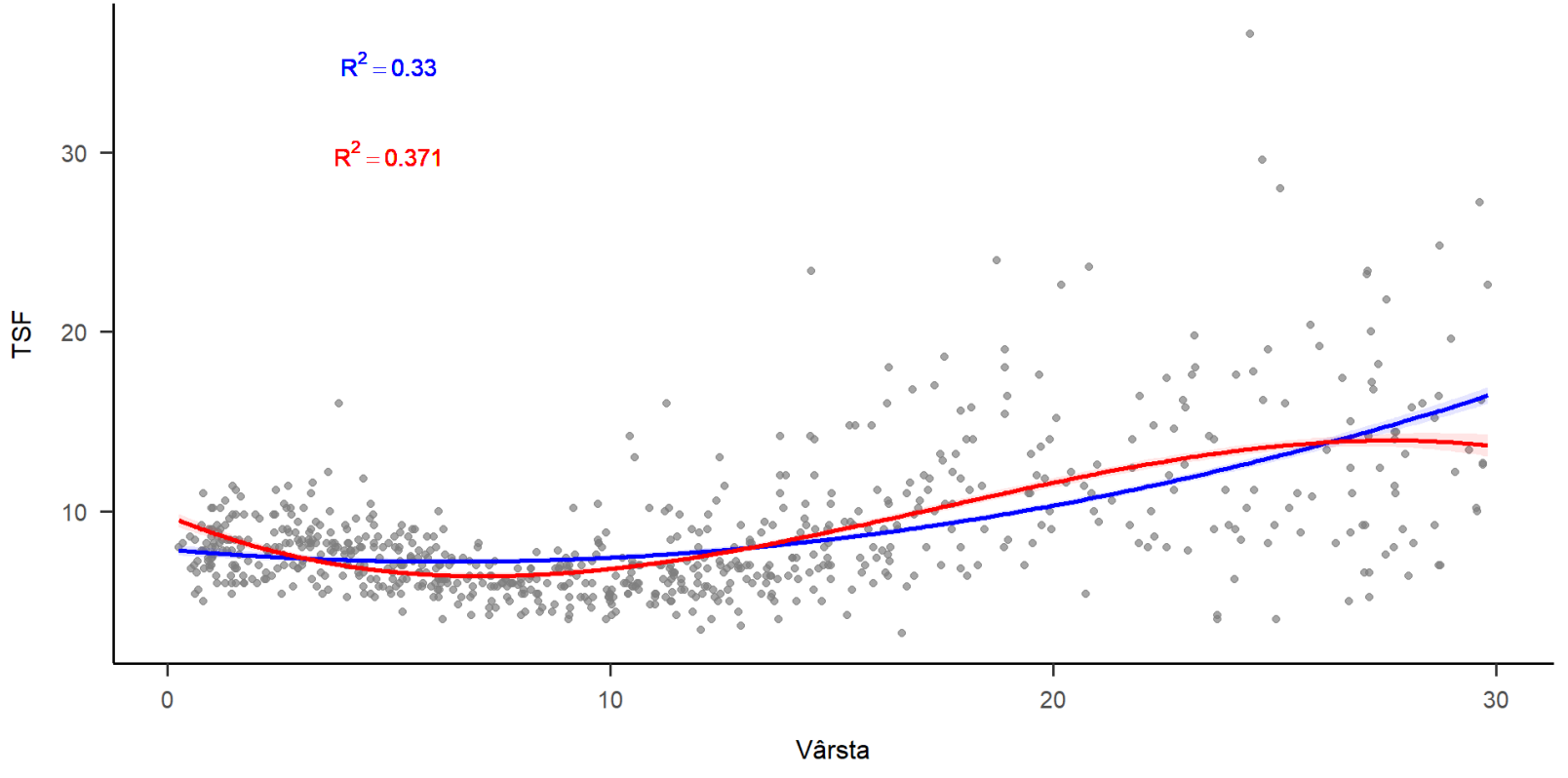
▶ click pentru a vedea codul



Un pattern fără context (4)

Este pattern-ul mai bine descris de o relație curbilinie (polinomială)? Care dintre trenduri, pătratic (roșu) sau cubic (albastru) se potrivește mai bine datelor?

▶ click pentru a vedea codul

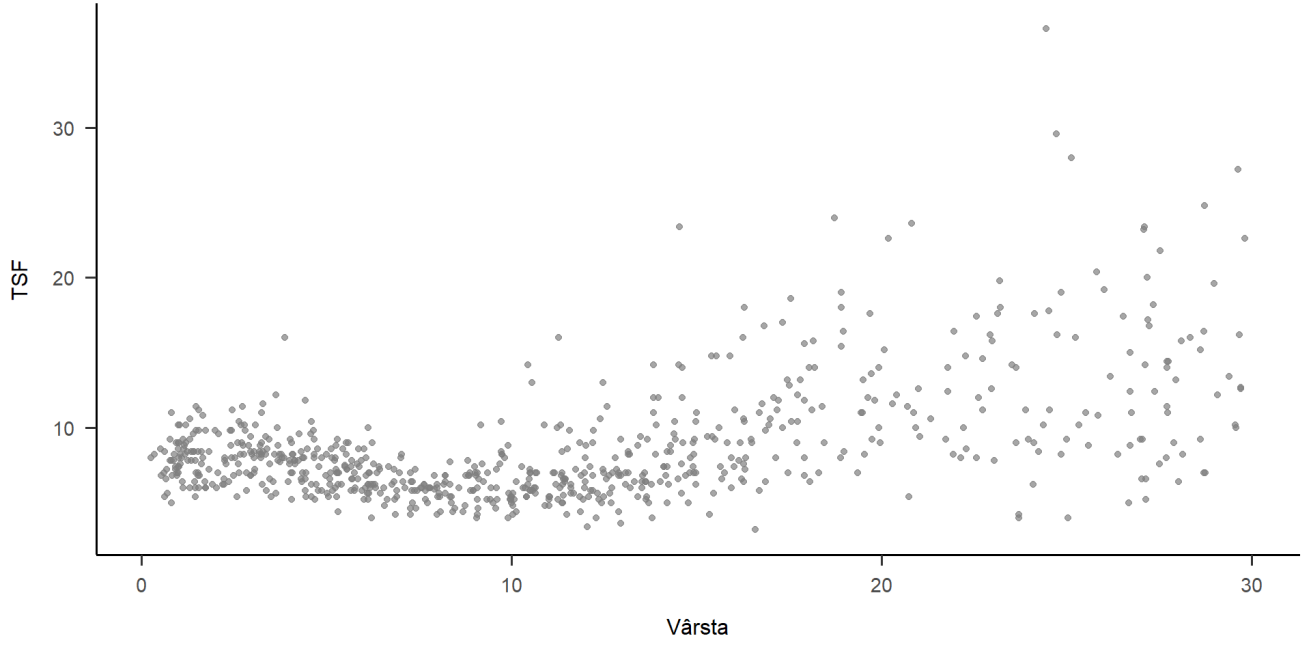


Un pattern fără context (5)

Reinventăm regresia segmentată!

1. Împărţim datele în grupe de vârstă (segmentăm variabila x).
2. Potrivim regresii liniare pe fiecare set de date rezultat.

▶ click pentru a vedea codul



Un pattern fără context (6)

Reinventăm regresia segmentată!

$$
\begin{aligned}
y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad & pentru \quad x \leq k_1 \\
y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad & pentru \quad k_1 < x \leq k_2 \\
& \dots \\
y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad & pentru \quad x \geq k_p
\end{aligned}
$$

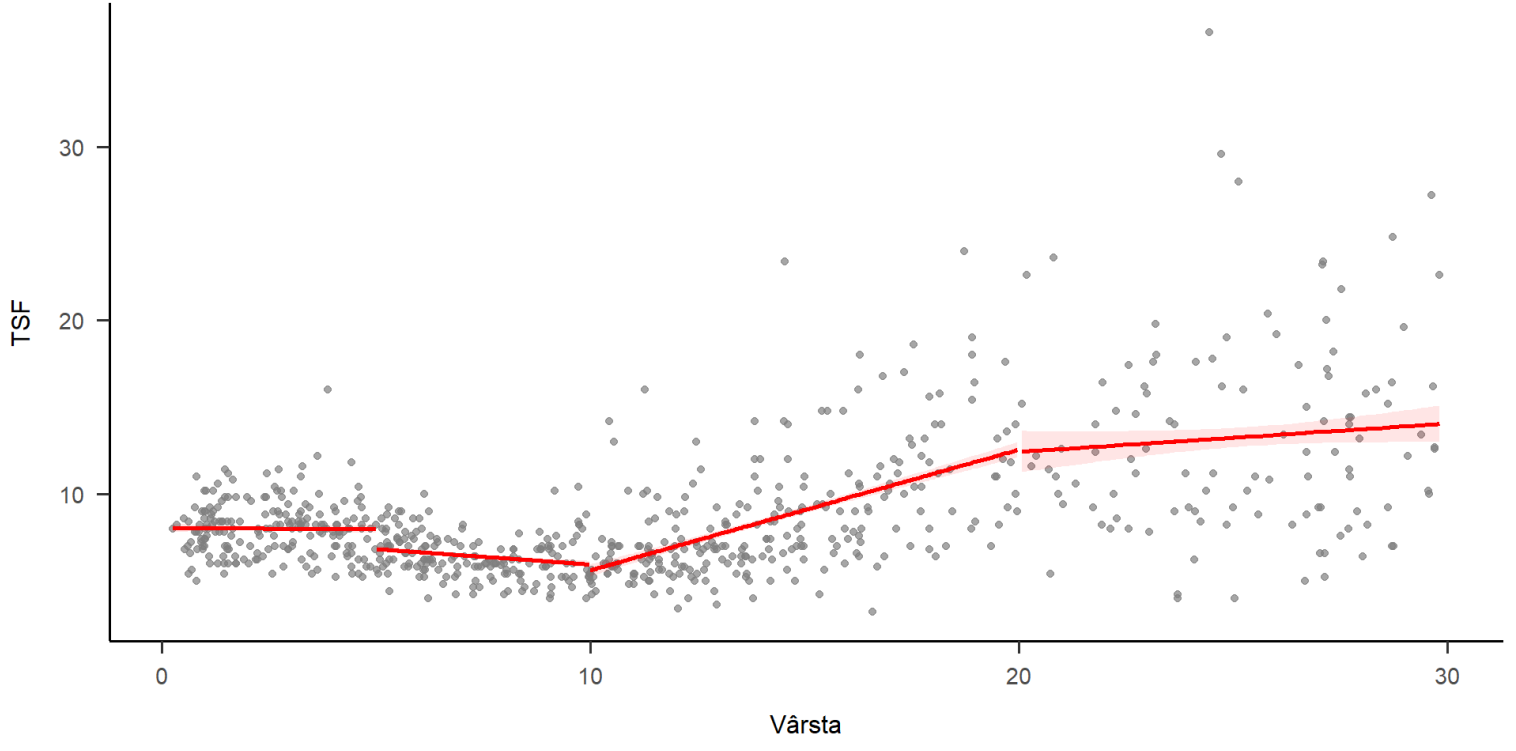
Denumim k punctul de întrerupere (nod).

Rezultă p segmente.

Un pattern fără context (7)

Reinventăm regresia segmentată, **în cod!**

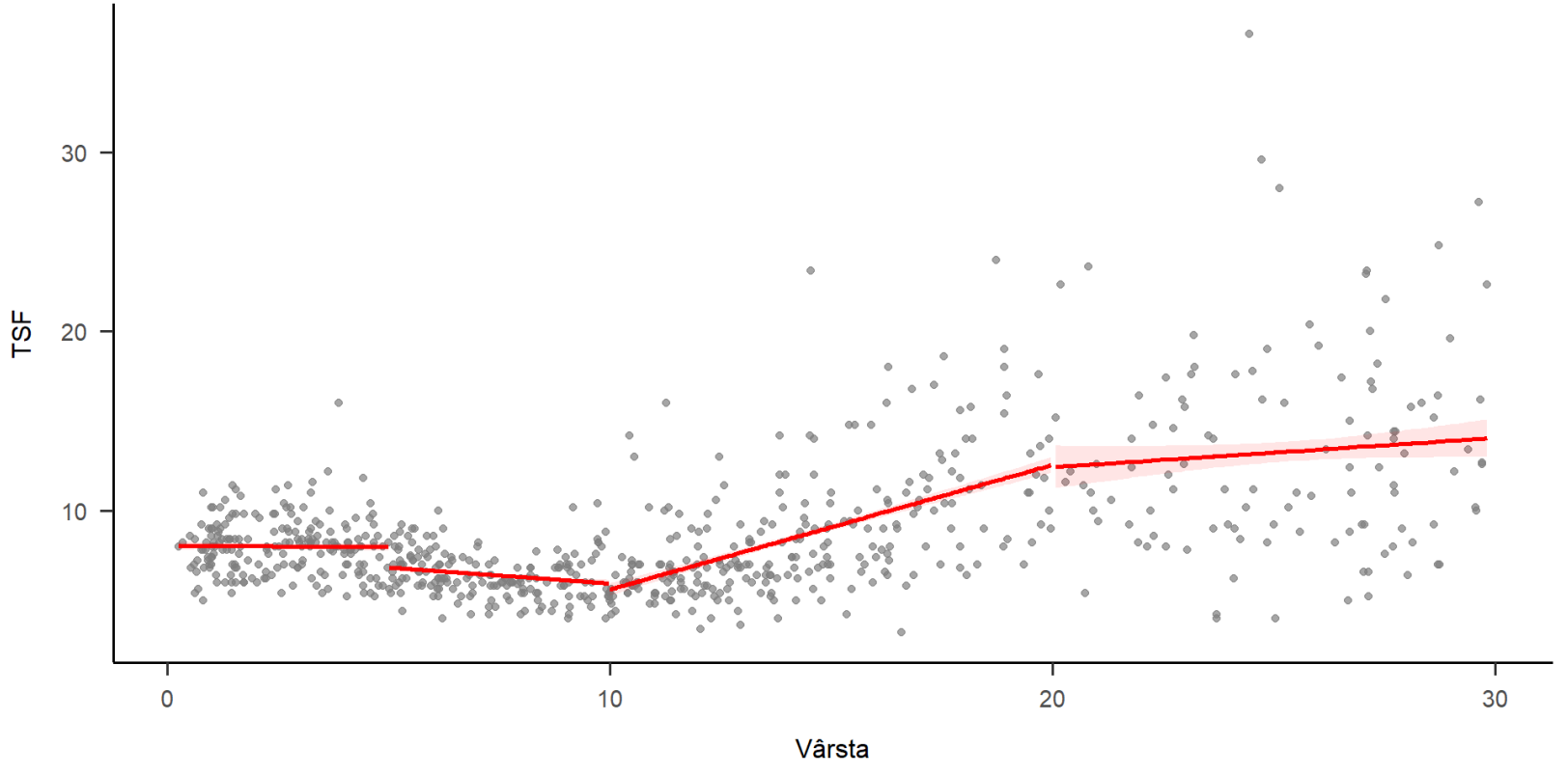
- click pentru a vedea codul



Un pattern fără context (8)

Reinventăm regresia segmentată, **în cod!**

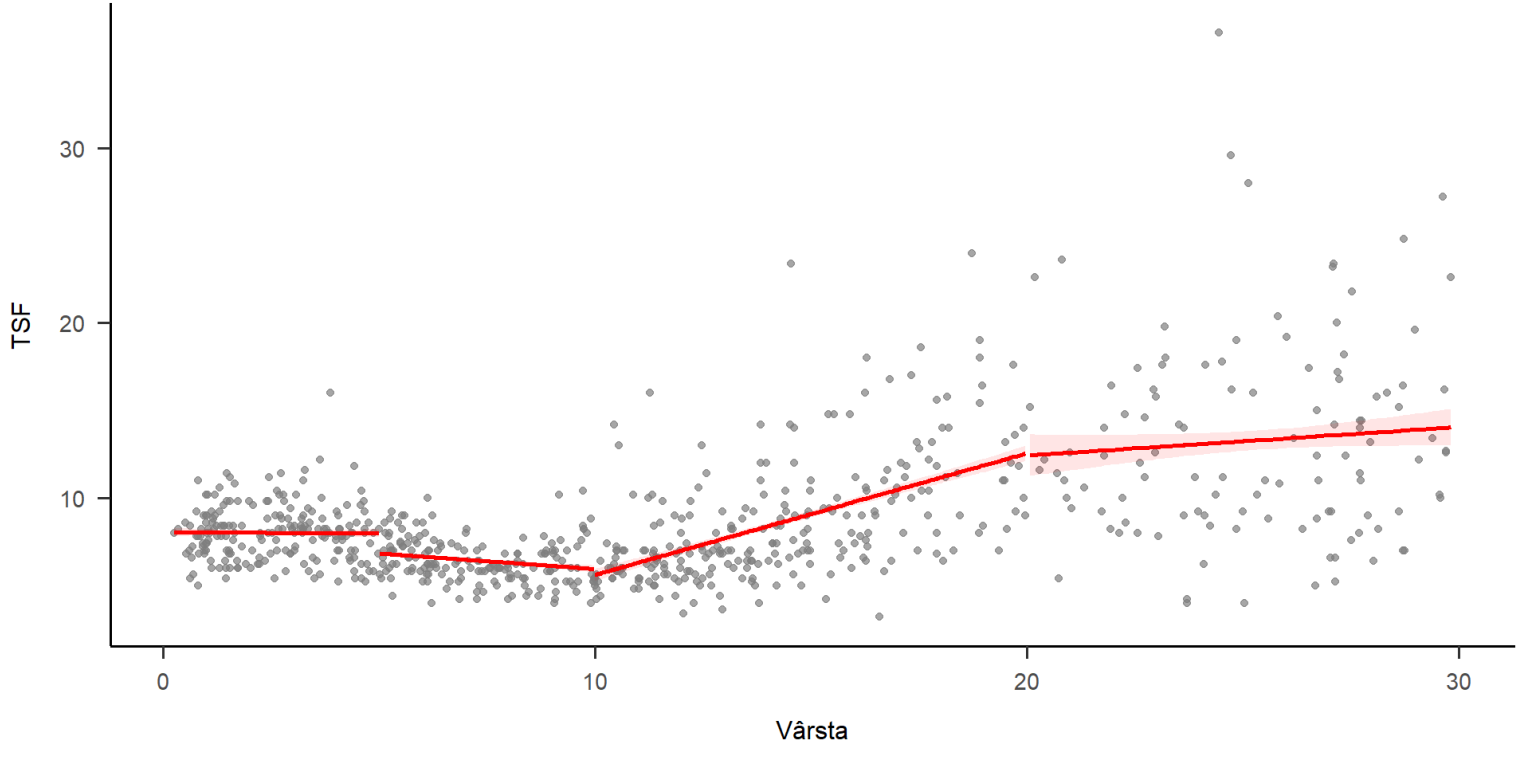
Ce observați despre segmentele din Regresia Segmentată?



Un pattern fără context (9)

De fapt, ceea ce este denumit în literatură Regresie Segmentată nu este Regresie Segmentată, ci Regresie cu Spline-uri Liniare.

Spline-urile permit o interpolare netedă şi continuă între punctele de întrerupere (noduri). Între noduri este calculată o regresie (*polinomială*).



Un pattern fără context (10)

Re-reinventăm regresia segmentată!

1. Împărțim datele în grupe de vârstă (segmentăm variabila x) => k noduri.
2. Folosim o funcție treaptă încât să obținem o singură ecuație de regresie care păstrează doar un intercept β_0 și câte o pantă pentru fiecare set de date rezultat.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 (x - k_1) + \beta_3 (x - k_2) + \ldots + \beta_{p-1} (x - k_p) + \epsilon$$

$$Unde \quad (x - k)_+ = \begin{cases} 0 & dacă\ x < k \\ x - k & dacă\ x \geq k \end{cases}$$

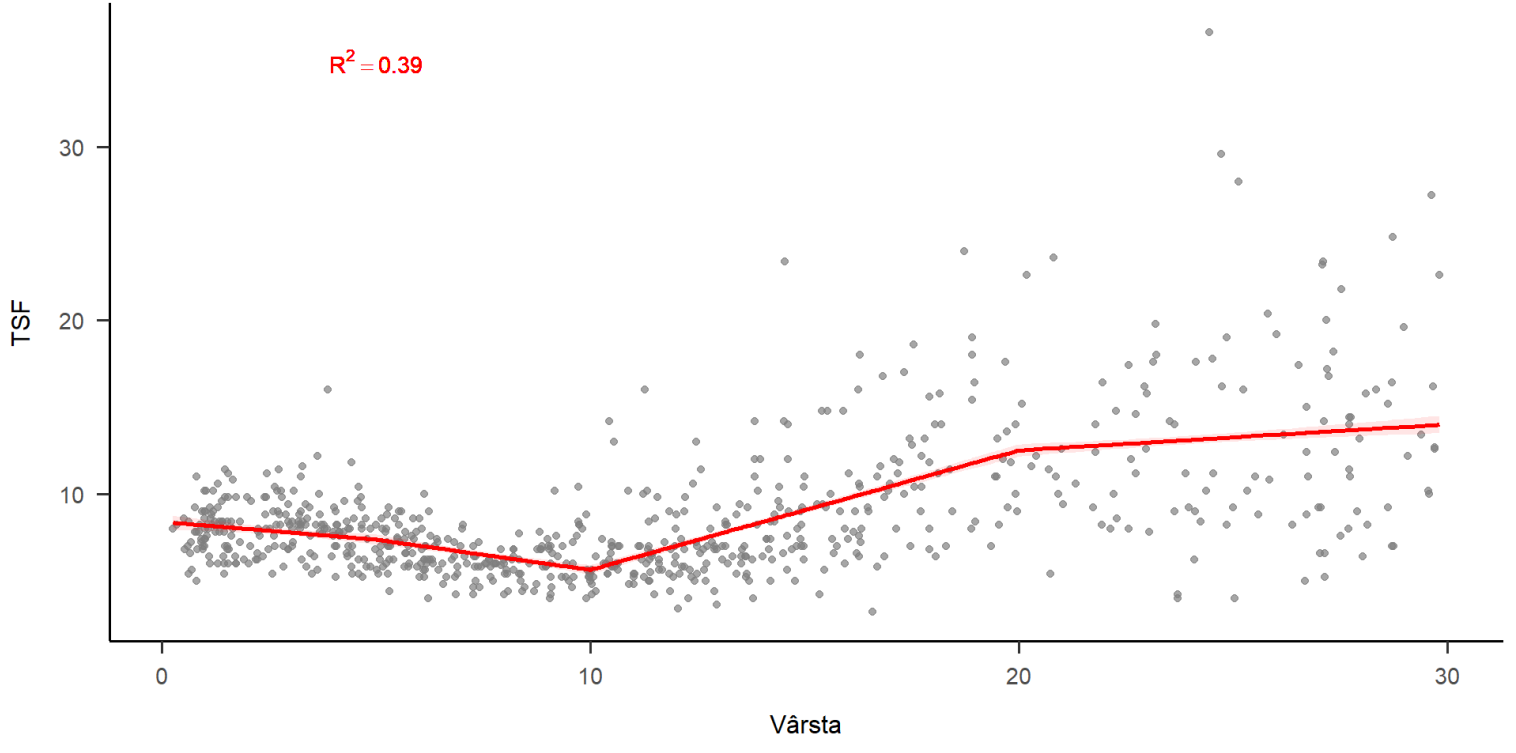
Denumim k punctul de întrerupere (nod).

Rezultă p segmente.

Un pattern fără context (11)

Re-reinventăm regresia segmentată, **în cod!**

▶ click pentru a vedea codul

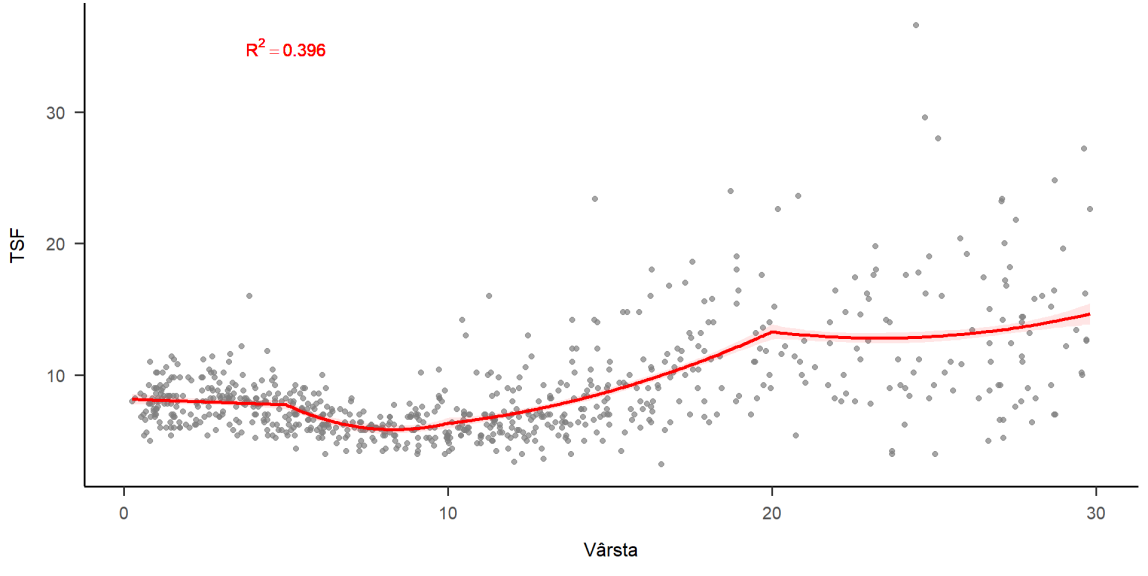


Un pattern fără context (12)

Bonus: Mai sus scria că regresiile între noduri sunt *polinomiale*, iar polinomul poate, desigur, să nu fie de ordinul 1.

Optimizând numărul k de noduri și ordinul polinomului obținem o metodă foarte robustă, deși nesofisticată, de învățare a pattern-urilor din date. Un exemplu de Regresie cu Spline-uri Polinomiale de ordin 2:

▶ click pentru a vedea codul



Contextul datelor, elucidarea misterului

Măsurăm constructe:

- **TSF** = grosimea pliului cutanat al tricepsului, o metrică economică și convenabilă pentru evaluarea obezității.
  - Validitate: față de alți indici are avantajul de a reprezenta distribuţia grăsimii.
  - Utilitate predictivă: la fiecare creștere cu 1 mm a TSF, riscul de deces scade cu 4%, riscul de deces din cauze cardiovasculare cu 6% (Li et al., 2022).

Vârsta codează timpul în unități discrete dacă am presupune că indivizii sunt interșanjabili. Totuși, multe variabile se asociază cu TSF (ex. genul, nutriția etc), iar imaginea transversală nu spune povestea filmului longitudinal.

Date longitudinale în Psihologie

Deoarece cea mai mare parte a psihologiei implică așa-numitele procese non-ergodice, cercetarea pe eșantione mari nu poate oferi informații fidele despre procese la nivel individual. (Hamaker, 2012).

- O descriere simplificată a non-ergotismului: individul, în timp, nu obține rezultatul mediu al grupului.

Monitorizare în timp real a sistemelor idiografice

- Pentru o discuție a utilizării conceptului și complianței cu metodologia în context psihoterapeutic vedeți (Schiepek et al., 2016).

Datele longitudinale

Datele disponibile de la Journal of Open Psychology Data: (Heino, 2022)

- Monitorizare dinamică cognitivă (test Stroop) după mindfulness
- Un singur individ peste 900 de zile, meditație zilnică de 20 minute

Repozitoriu OSF
Datele se găsesc și în Github-ul prezentării.

Lupta cu date longitudinale (1)

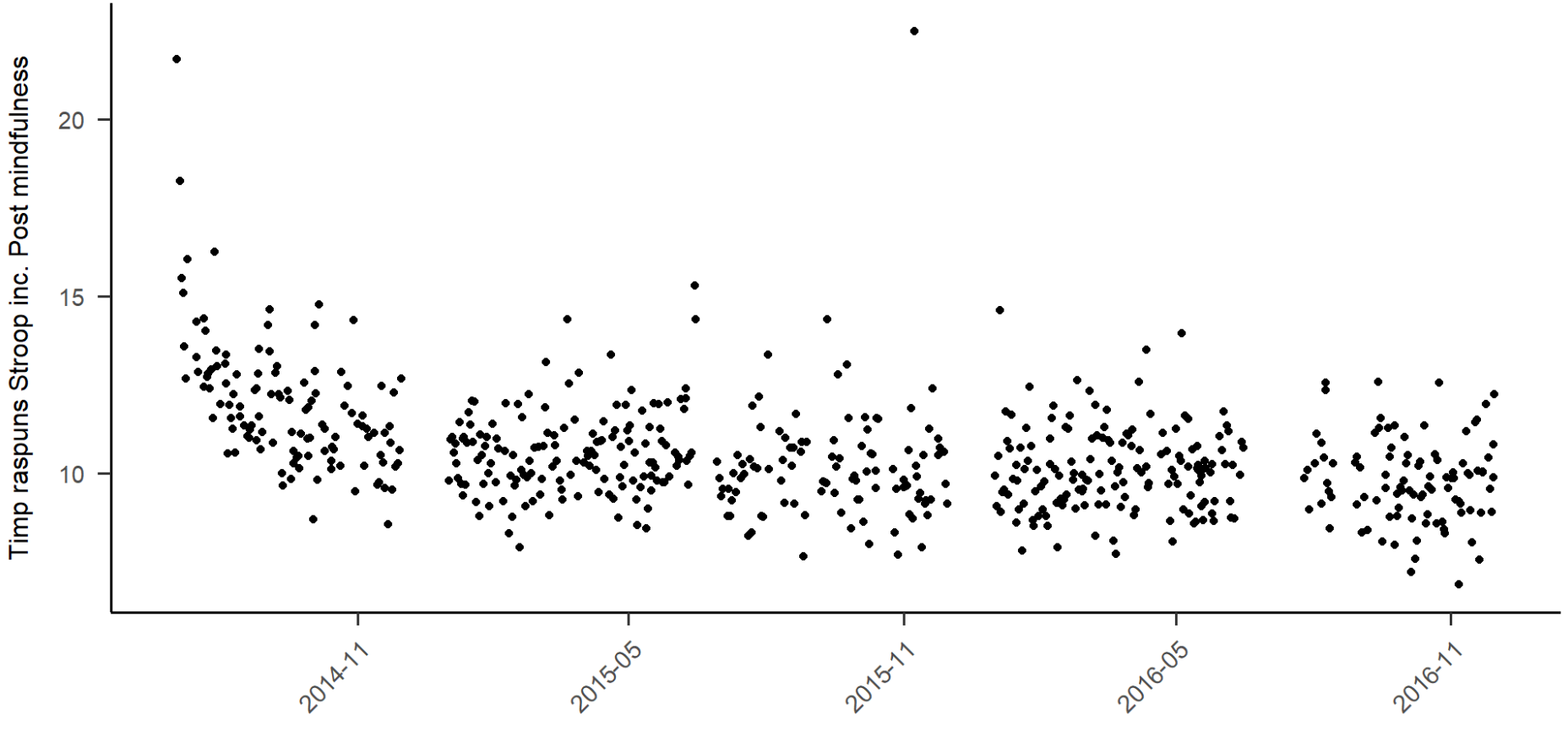
▶ click pentru a vedea codul

Investigați codul:

- Pachete & Setări
- Datele sunt citite din repozitorul OSF
- Datele sunt curățate și transformate
- Se generează un grafic

Lupta cu date longitudinale (2)

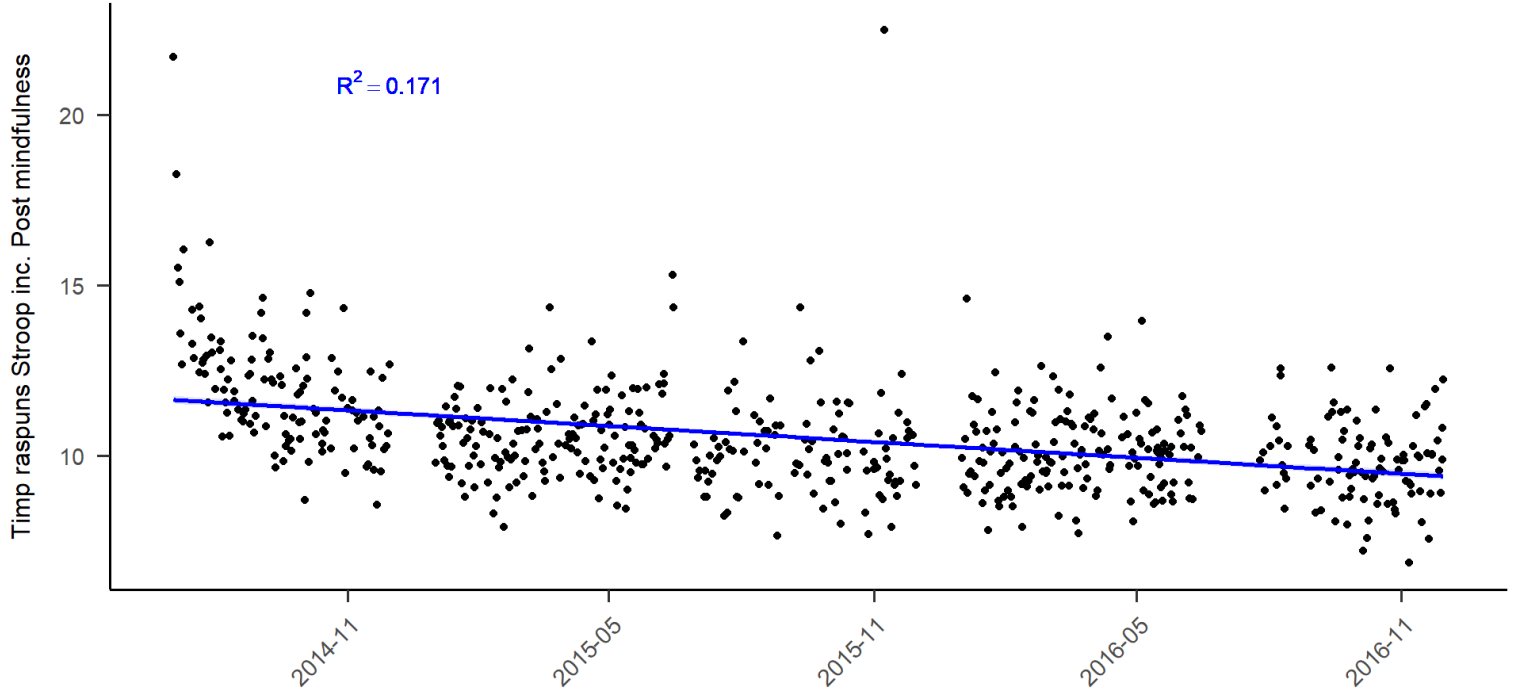
Ce observați?



Regresia Liniară

Putem modela mai bine?

▶ click pentru a vedea codul



Regresia segmentată

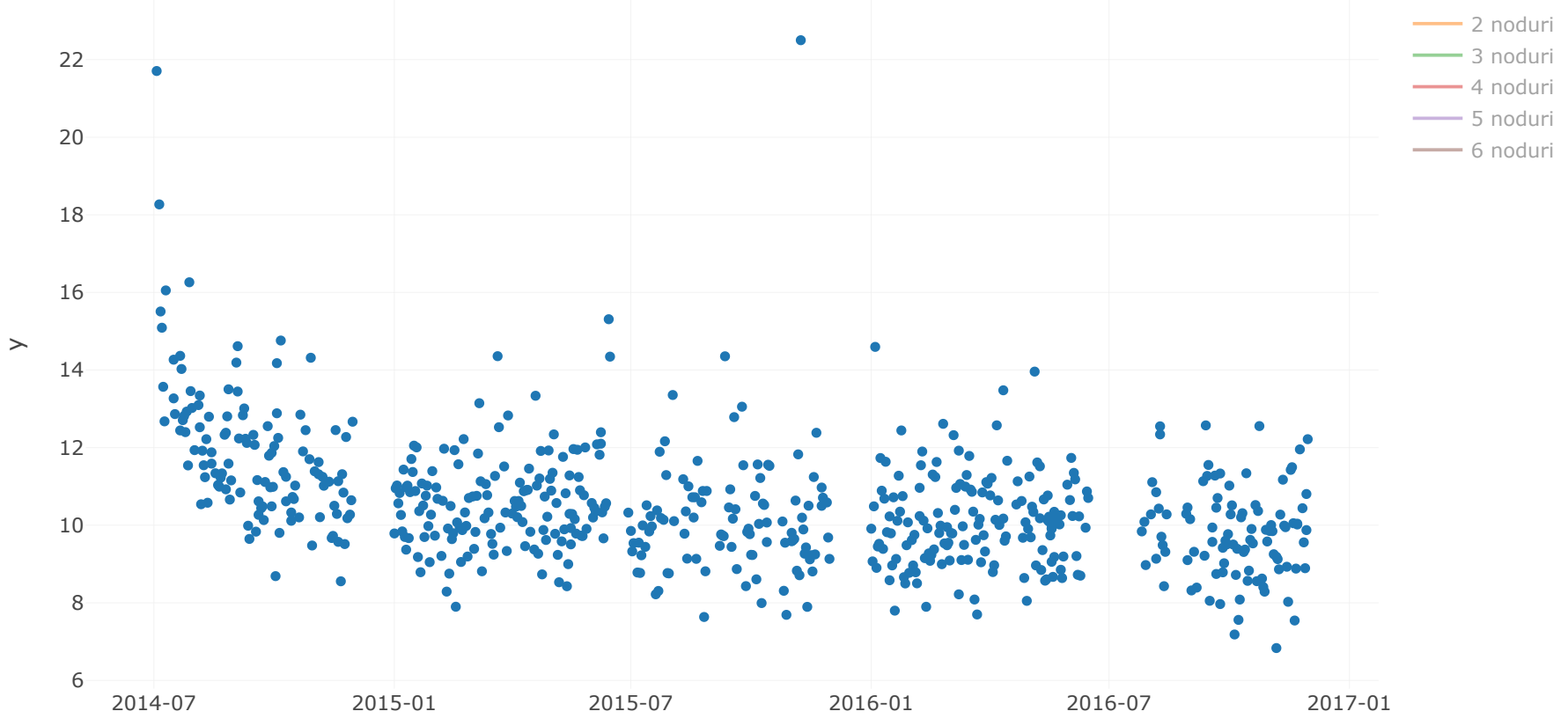
De această dată nu o vom mai coda “manual” (folosind doar *base R*), ci vom folosi pachetul `lspline` pentru a obține noduri în urma împărțirii datelor în intervale egale de timp.

▶ click pentru a vedea codul

Interacționați cu datele

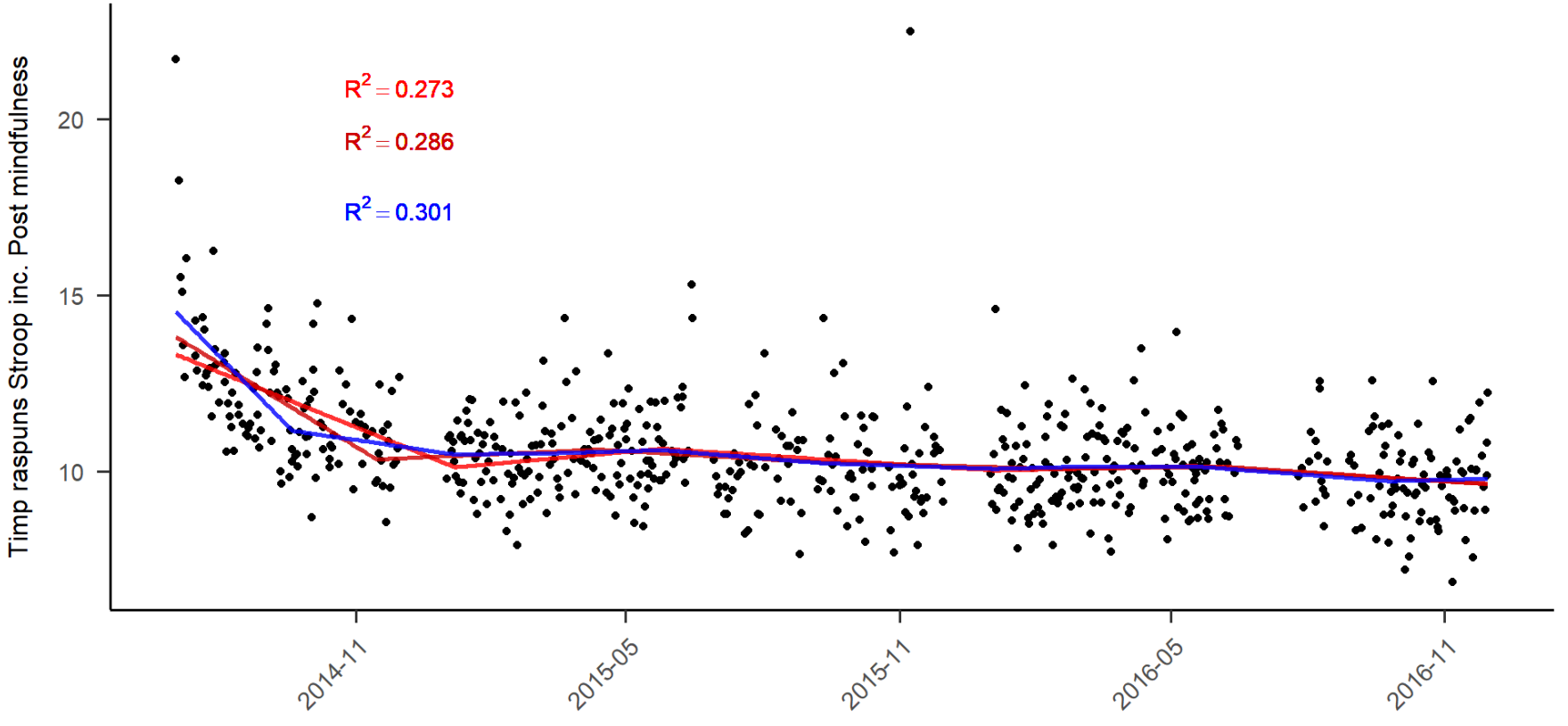
Câte noduri să folosim?

▶ click pentru a vedea codul



Câte noduri?

- click pentru a vedea codul



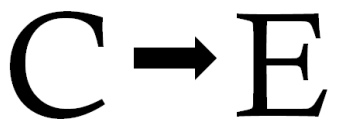
Pe ce bazăm inferența

Inferență bazată pe model

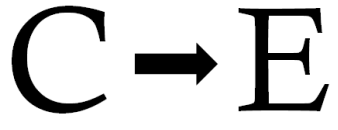
VS.

Inferență bazată pe design

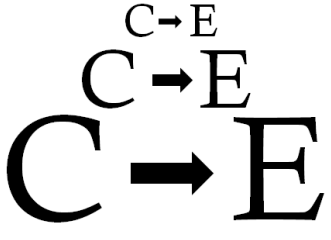
Cauzalitatea (după Hume)



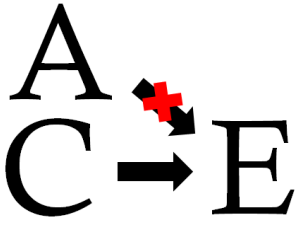
Cauza şi efectul sunt interconectate



Cauza precede (temporal) efectul



Cauza şi efectul covariază consistent



Nu există alte explicaţii alternative

Regresia segmentată și cauzalitatea (1)

Design-ul de Discontinuitate în Regresie (RDD)

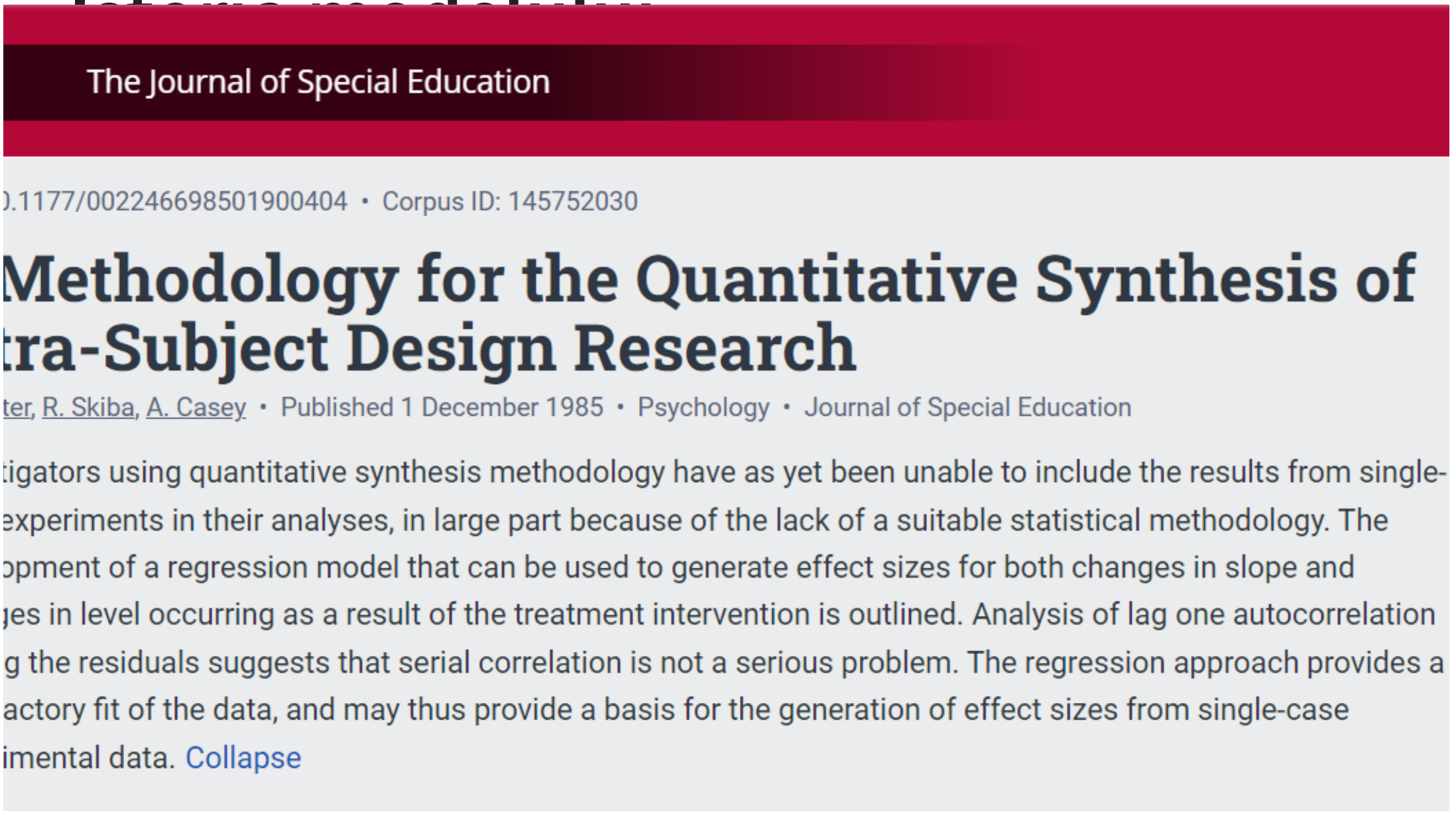
- cvasi-experimental pre-post
- manipularea variabilei independente poate apărea natural în mediu => inferență cauzală din date observaționale
- NU vom discuta despre ea la acest curs, dar puteți citi mai multe

Regresia segmentată și cauzalitatea (2)

Studiile Experimentale cu un Singur Caz (SCED)

- manipularea variabilei independente
- măsurători repetate
- calitatea dovezilor cauzale echivalentă cu cea din studii clinice randomizate (RCT)

Regresia segmentată în SCED



(Center et al., 1985)

Istoria modelului pentru SCED

Model ANOVA

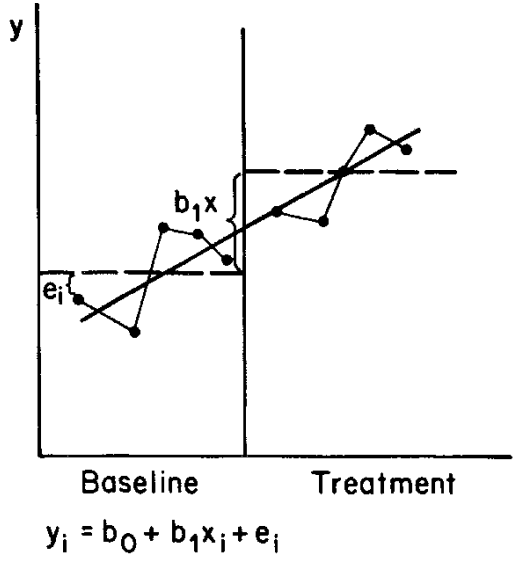


Figure 1. Parameters of the simple ANOVA model. Dashed line represents the mean for each phase; solid line, the overall slope of the data.

Model cu o pantă globală

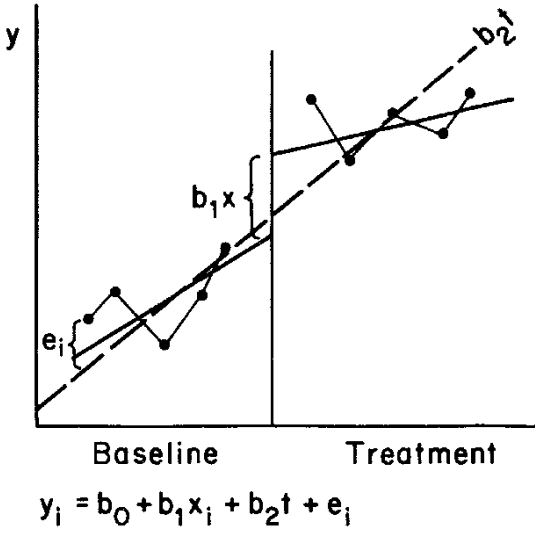


Figure 2. Parameters of the [overall sl model presented by Gorsuch (1983). Dashed line represents the regression slope for the entire data set; solid line the within-phase slopes.

Model regresie segmentată

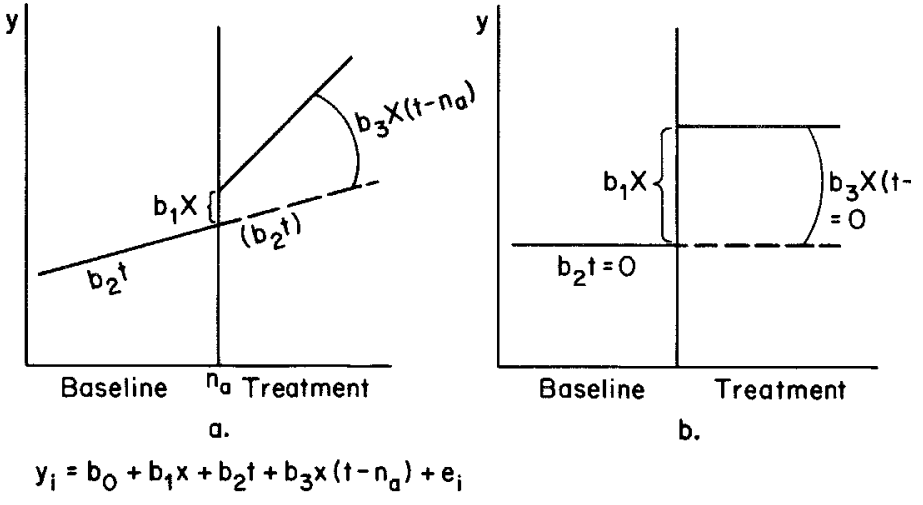


Figure 3a. Parameters of the piecewise regression model. Solid line represents within-phase slopes; dashed line represents the prediction made by the baseline slope.

3b. Note that b_1x will be a mean comparison if and only if both b_2 and b_3 are equal to zero.

Istoria modelului în cod (1)

Codați cu mine pașii:

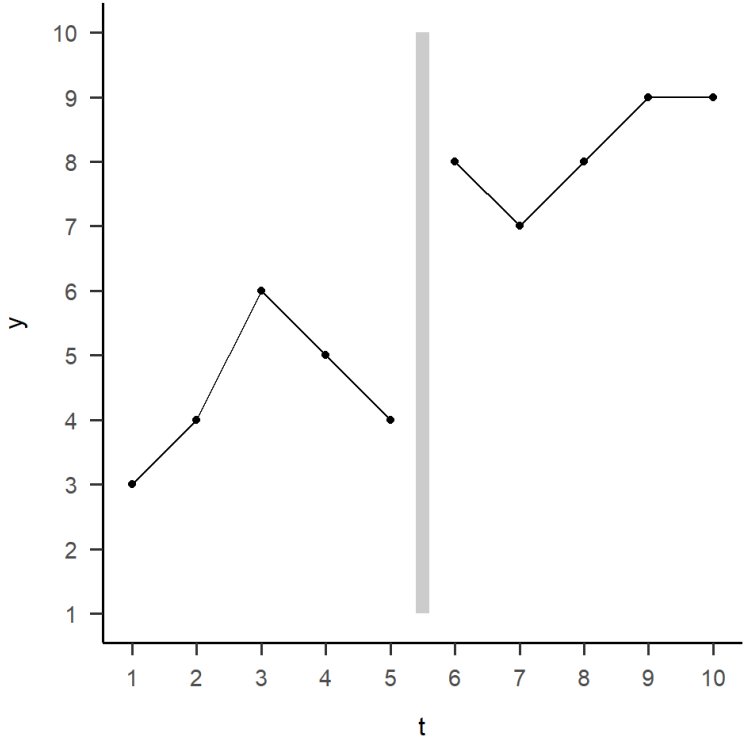
- Pachete & Setări
- Date
- Calcul statistici pentru grafice

▶ click pentru a vedea codul

Istoria modelului în cod (2)

Plotarea datelor, un schelet pentru restul graficelor.

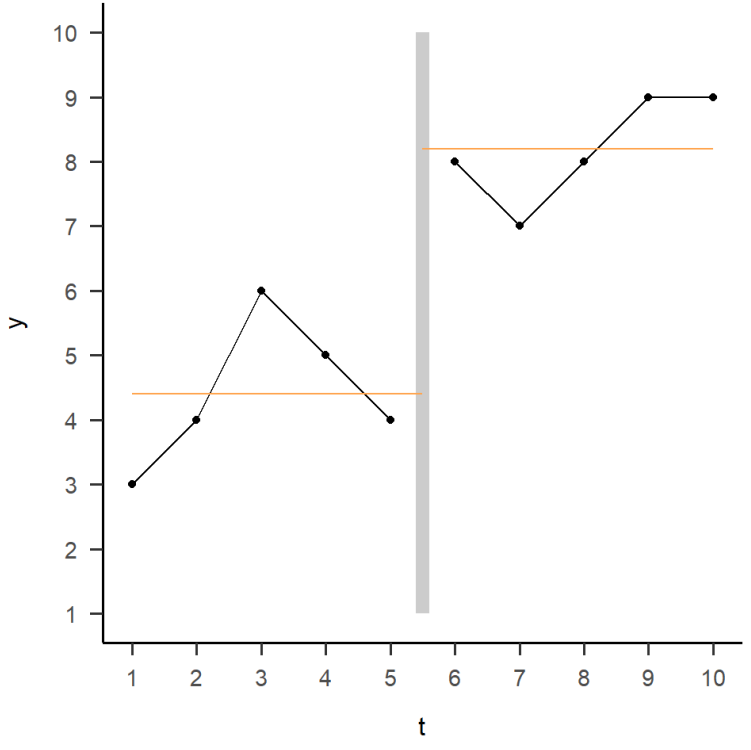
- ▶ click pentru a vedea codul



Istoria modelului în cod (3)

Mediile celor două faze.

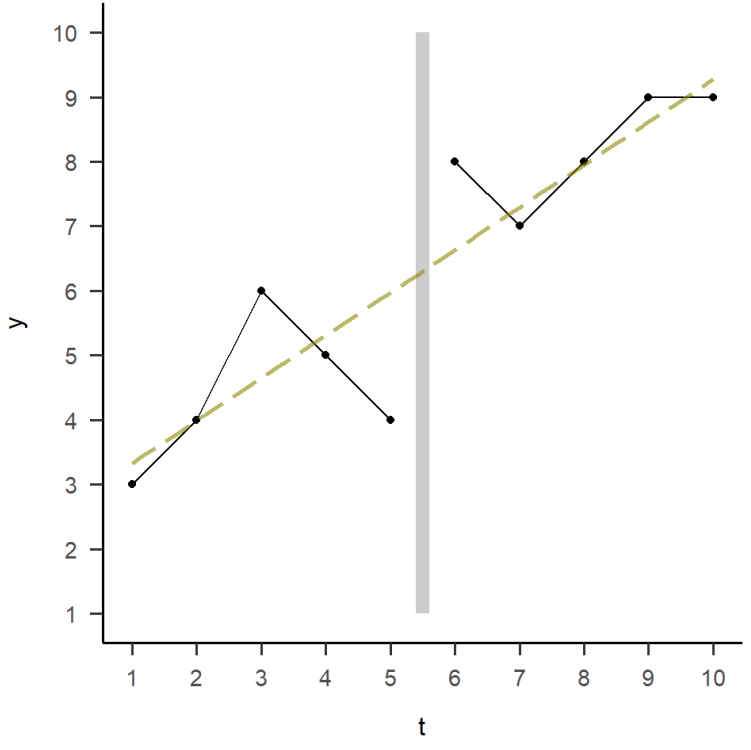
- click pentru a vedea codul



Istoria modelului în cod (4)

Panta globală (peste datele din ambele faze).

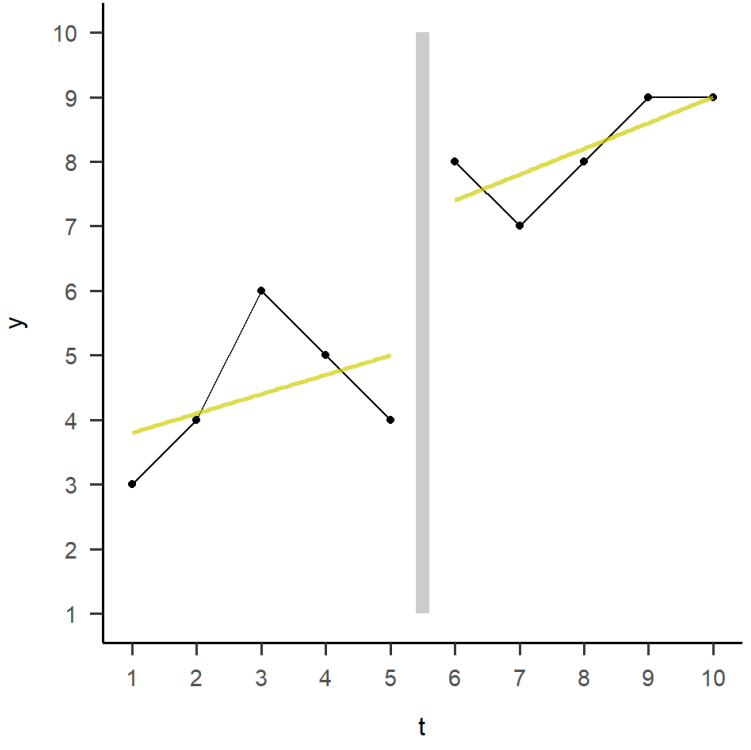
- click pentru a vedea codul



Istoria modelului în cod (5)

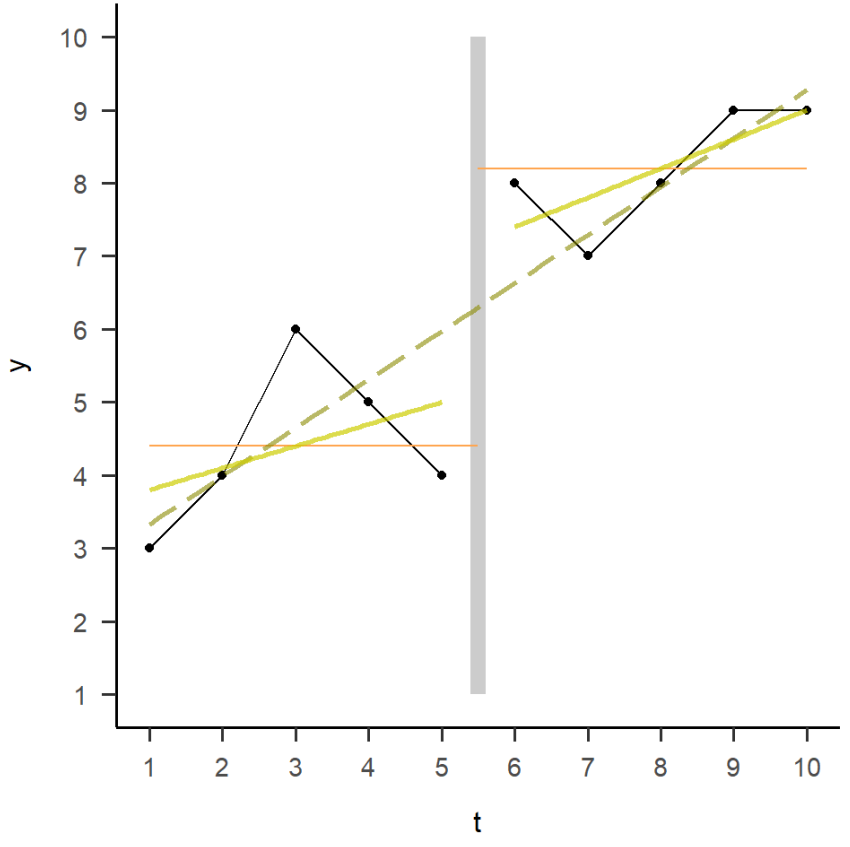
Pantele individuale ale celor două faze.

- click pentru a vedea codul



Istoria modelului în cod (6)

Ce arată graficul?

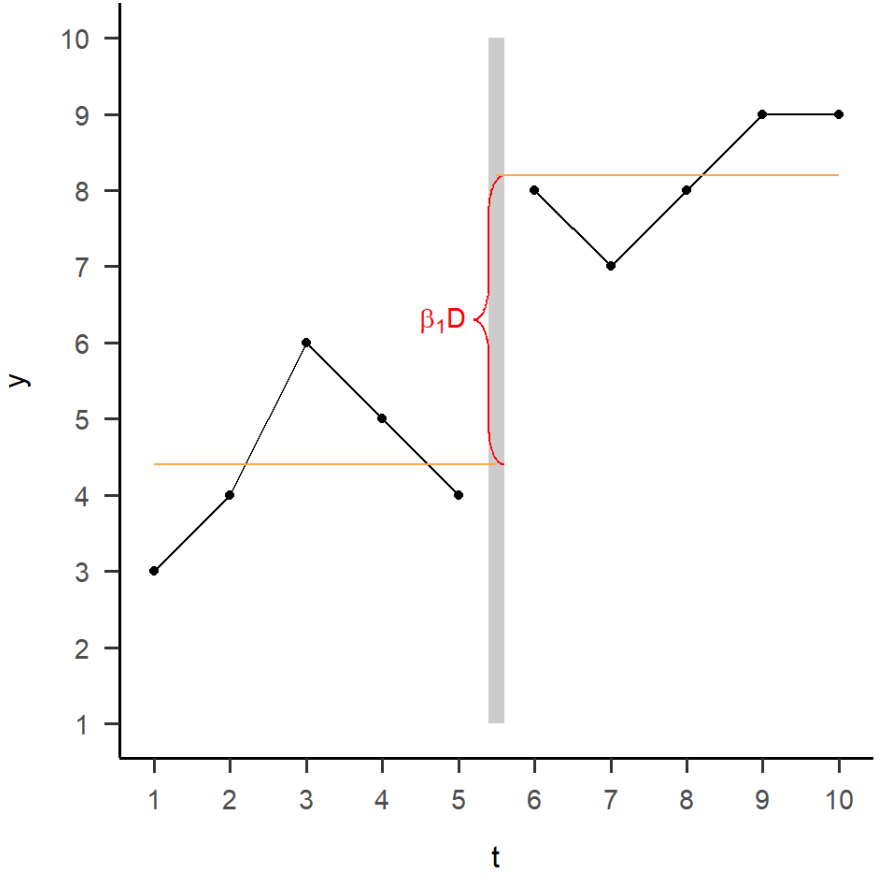


Istoria modelului în cod (7)

Cum am obținut graficul?

```
# Plot all together
plot_skeleton +
  geom_segment(aes(x = 1, xend = 5.5, y = mean_A, yend = mean_A),
               color = "tan1") +
  geom_segment(aes(x = 5.5, xend = 10, y = mean_B, yend = mean_B),
               color = "tan1") +
  stat_smooth(data = df, aes(x = t, y = y), geom = "line",
              formula = y ~ x, method = "lm", se = FALSE,
              linetype = "longdash", size = 1, alpha = 0.6,
              color = "yellow4") +
  stat_smooth(data = df_A, aes(x = t, y = y), geom = "line",
              formula = y ~ x, method = "lm", se = FALSE,
              alpha = 0.7, size = 1, color = "yellow3") +
  stat_smooth(data = df_B, aes(x = t, y = y), geom = "line",
              formula = y ~ x, method = "lm", se = FALSE,
              alpha = 0.7, size = 1, color = "yellow3")
```

Modelul ANOVA

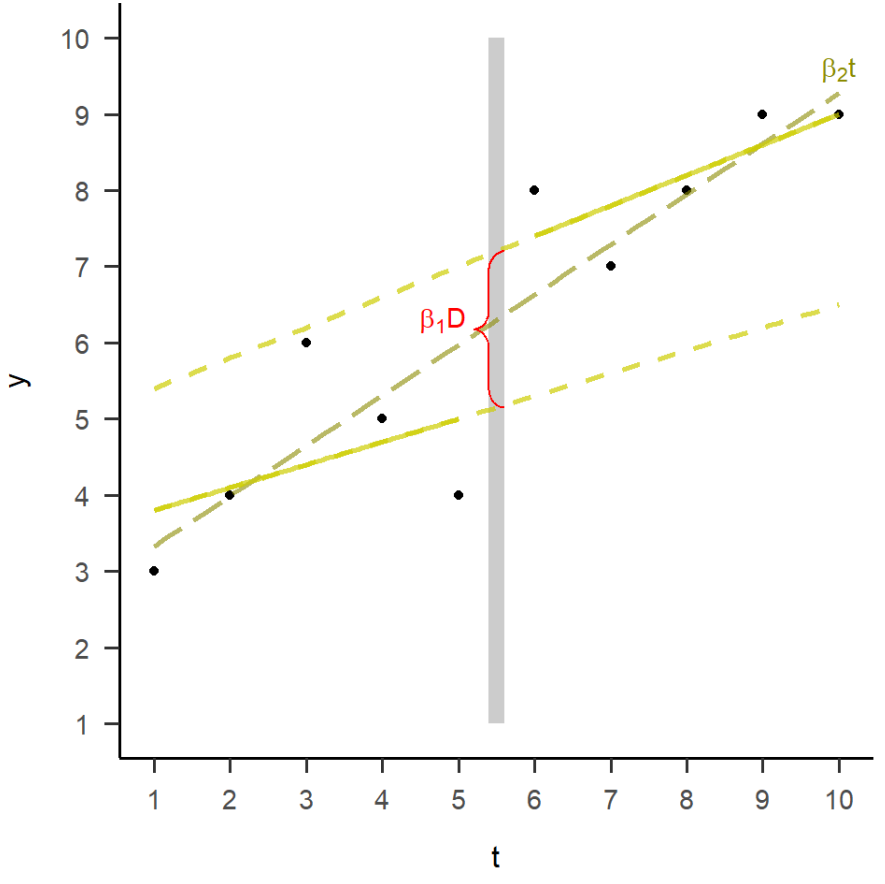


$$y = \beta_0 + \beta_1 D + \epsilon$$

Modelul ANOVA

- diferență în medii (nivel) = β_1

Modelul cu o Pantă Globală

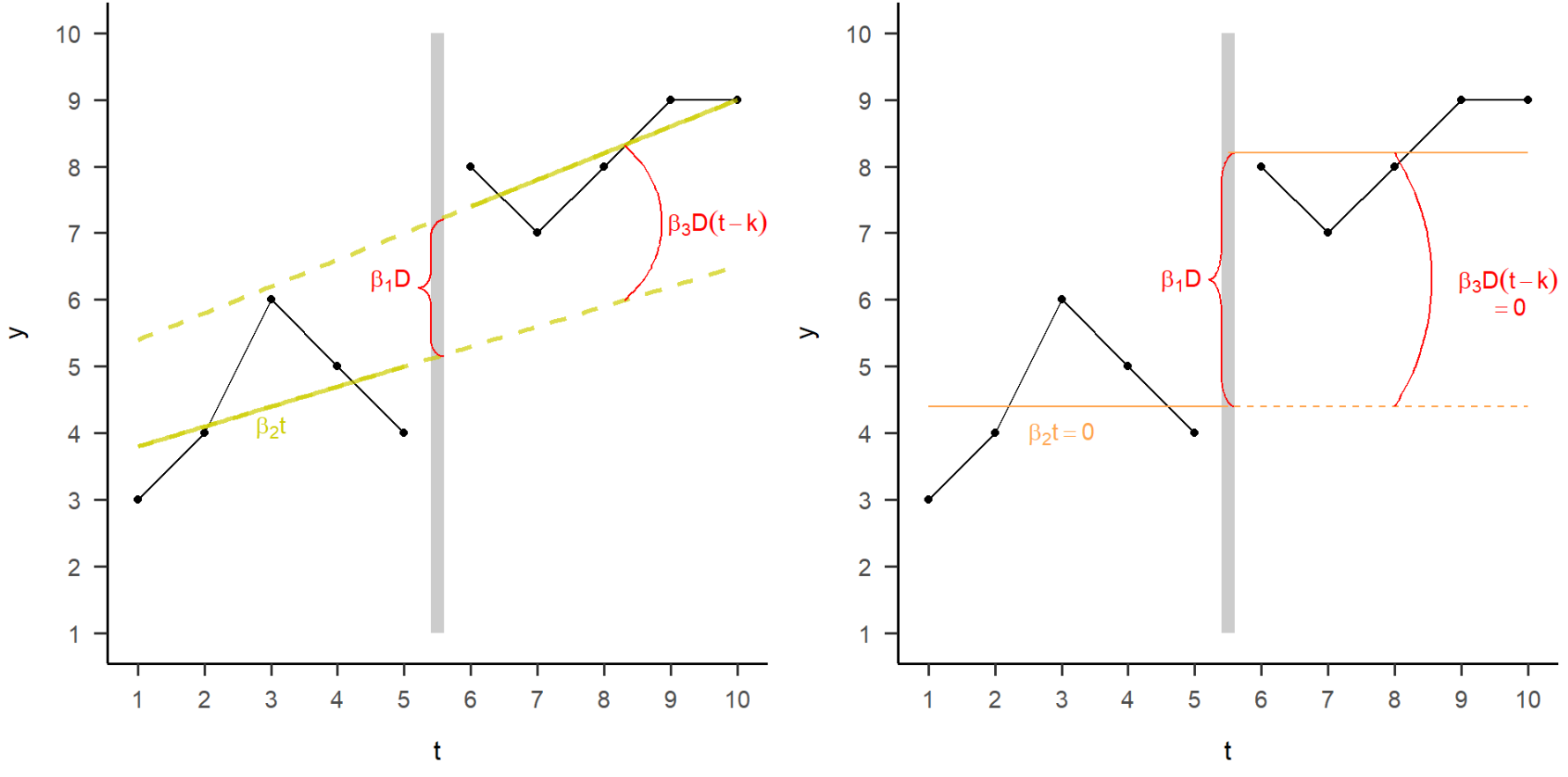


$$y = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 t + \epsilon$$

Modelul cu o Pantă Globală

- (Gorsuch, 1983)
- diferență în medii (nivel) = β_1, dar doar dacă nu există trend (adică $\beta_2 = 0$)
- ia în calcul trendul, dar presupune trend identic între faze

Modelul de Regresie Segmentată

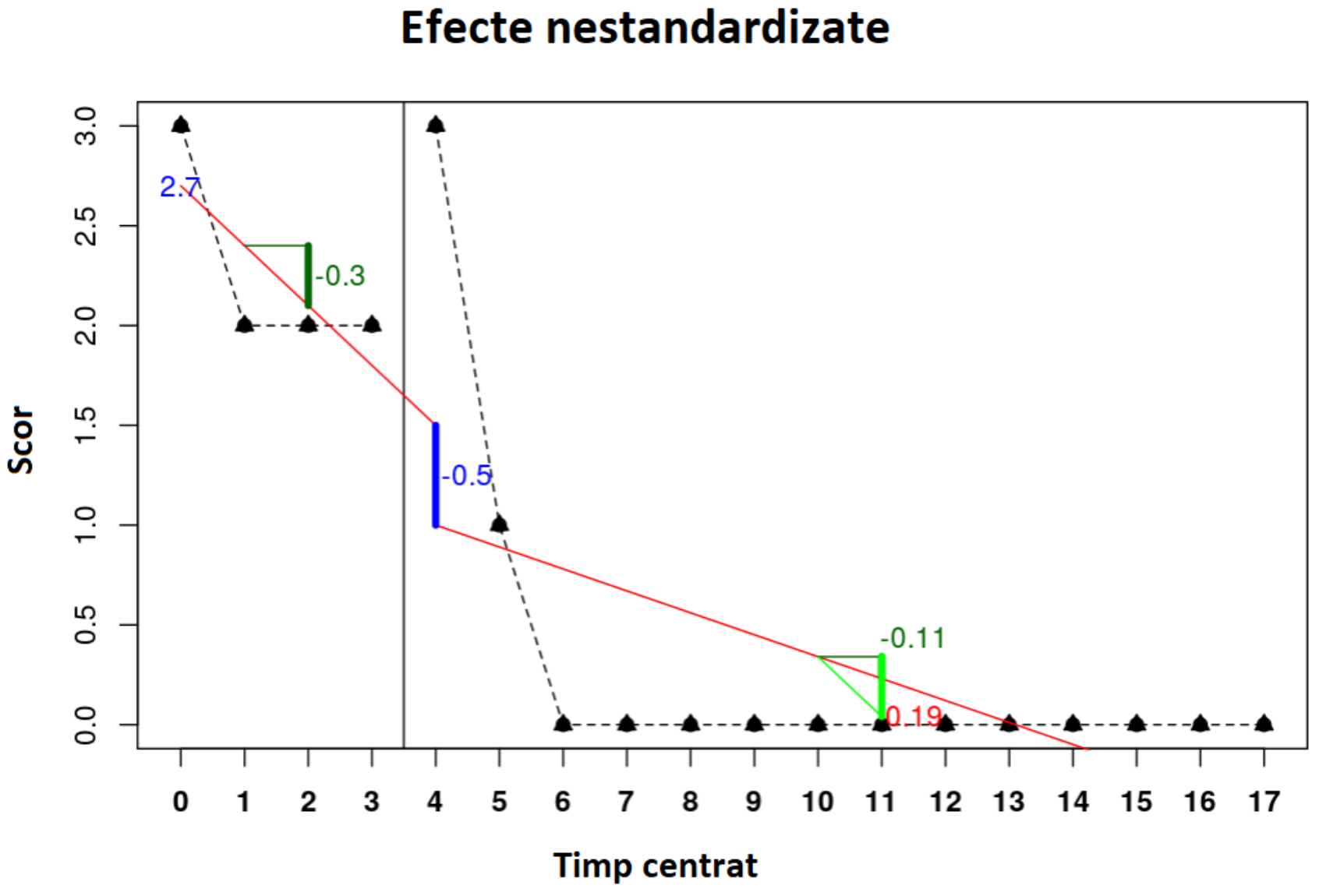


$$y = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 t + \beta_3 D(t-k) + \epsilon$$

Modelul de Regresie Segmentată

- (Center et al., 1985)
- diferență în medii (nivel) = $\beta_1 D$
- trend baseline = $\beta_2 t$
- termen de interacțiune ce cuantifică diferența în pantă între cele două faze = $beta_3 D(t - k)$
- unde k = nr. observații în faza A (baseline)

Interpretare



$$y = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 t + \beta_3 D(t - k) + \epsilon$$

β_0 este interceptul (scorul evaluat la $t = 0$ și $D = 0$), deci indică valoarea de început a liniei de regresie în faza A.

β_1 poate fi interpretat ca schimbarea nivelului dintre faza A și faza B necounfounduit cu posibilele efecte de trend, mai precis, este diferența dintre scorurile prezise ale ambelor linii de regresie la prima măsurătoare a fazei B.

β_2 captează trendul din faza A.

β_3, care este de obicei parametrul cel mai de interes, reprezintă modificarea în trend de la faza A la faza B.

Datele SCED

Datele provin din celebrul studiu realizat de (Singh et al., 2007), digitalizate de Rumen Manolov.

Variabile:

tier	Id numeric participant
id	Nume participant
time	Index al momentului măsurătorii (t_0 = 1).
phase	Variabilă dummy: 0 tratamentul nu a început (baseline), 1 tratamentul a început.
score_physical	Scorul participantului la agresivitate fizică.
score_verbal	Scorul participantului la agresivitate verbală.

Download
Repozitoriu OSF
Datele participantului “Michael” utilizate în această prezentare se găsesc și în Github-ul prezentării.

Preambul în cod

▶ click pentru a vedea codul

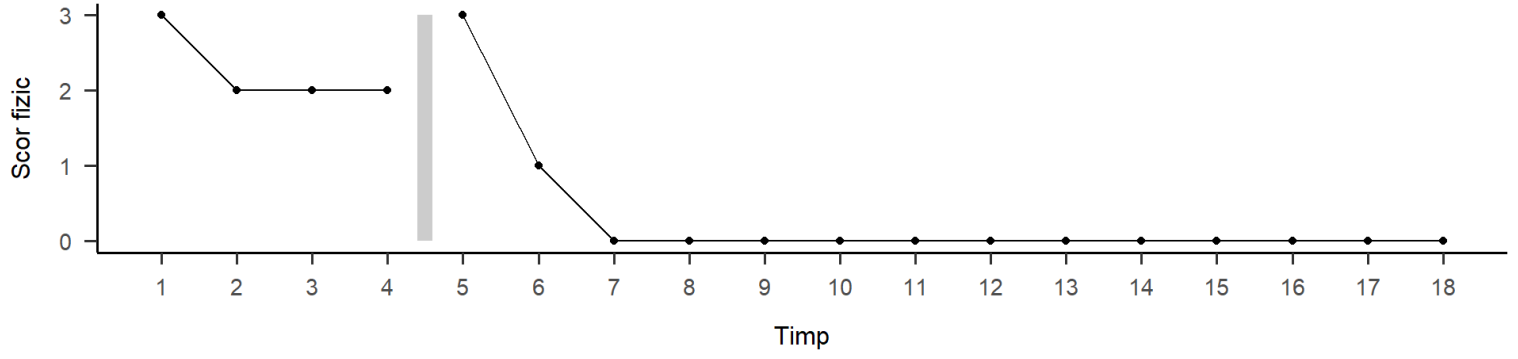
Investigați codul:

- Pachete & Setări
- Datele provin dintr-un pachet
- Se generează un grafic

Vizualizarea datelor

Ce observați?

▶ click pentru a vedea codul

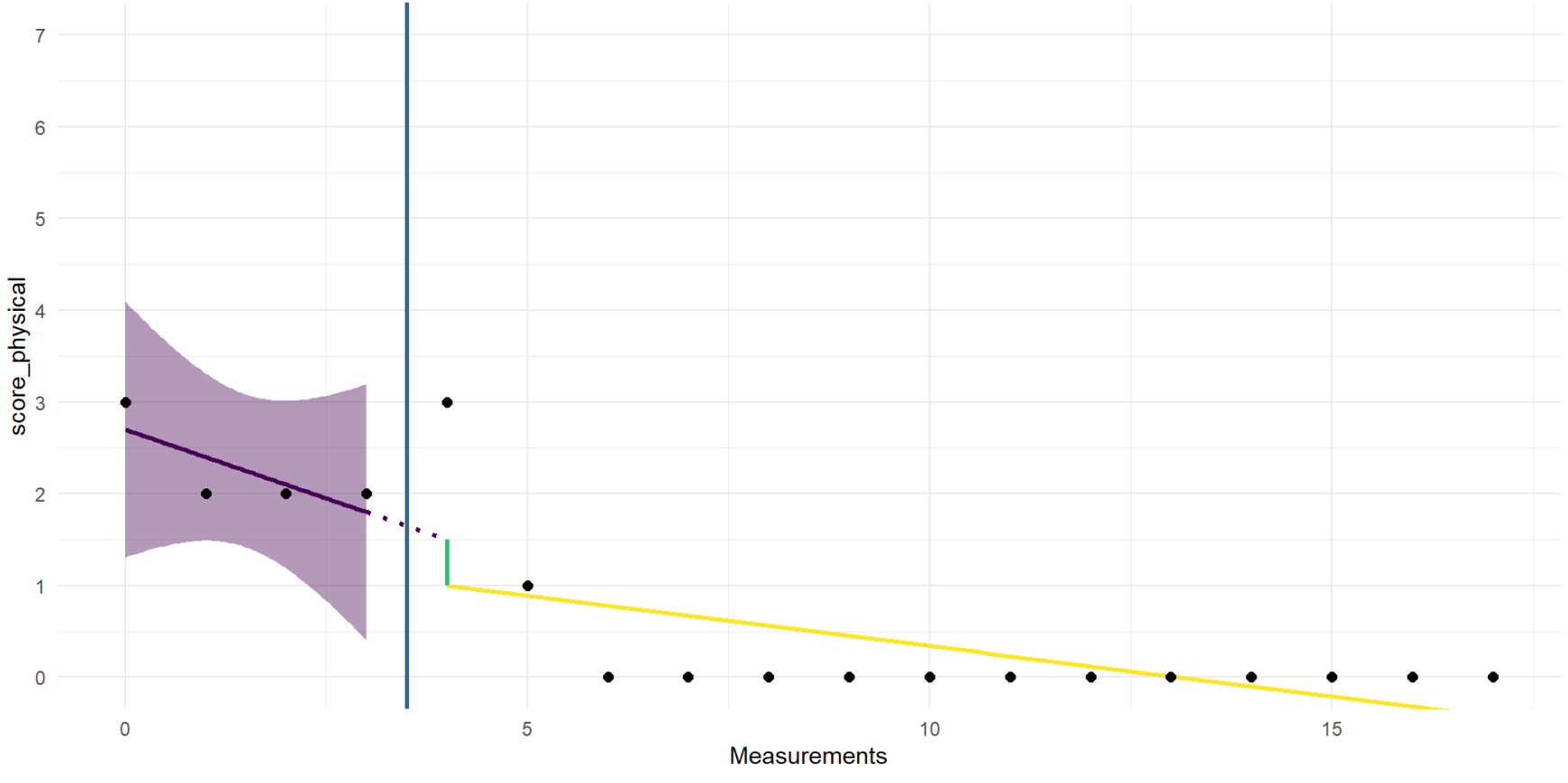


Analize cu pachetul `scda`

- click pentru a vedea codul

Grafic cu pachetul `scda`

- click pentru a vedea codul



Rezultate cu pachetul `scda`

- click pentru a vedea codul

```
Piecewise Regression Analysis (N = 18)

Model statistics:

  Model deviance:                          6.41
  R squared for null model:                0.63
  R squared for test model:                0.7
  R squared based effect size:             0.19
  Effect size (delta_t):                   3.36
  Standardized effect size (delta_ts):     5.47
  Effect size (delta):                     0.74
  Standardized effect size (delta_s):      1.2

  Effect size evaluated at point:          18

Regression coefficients:
```

Mărime a efectului cu pachetul `scda`

$delta_t$ a lui (Swaminathan et al., 2014) compară scorurile prezise la un anumit punct de măsurare (t) din faza B cu predicția din faza A extrapolată la t.

▶ click pentru a vedea codul

```
(Intercept)
   3.361538
```

Regresie segmentată generalizată cu pachetul `scda`

Extindere a modelului utilizată în design-uri mai complexe (ex. ABA cu retragere, ABAB cu inversiune).

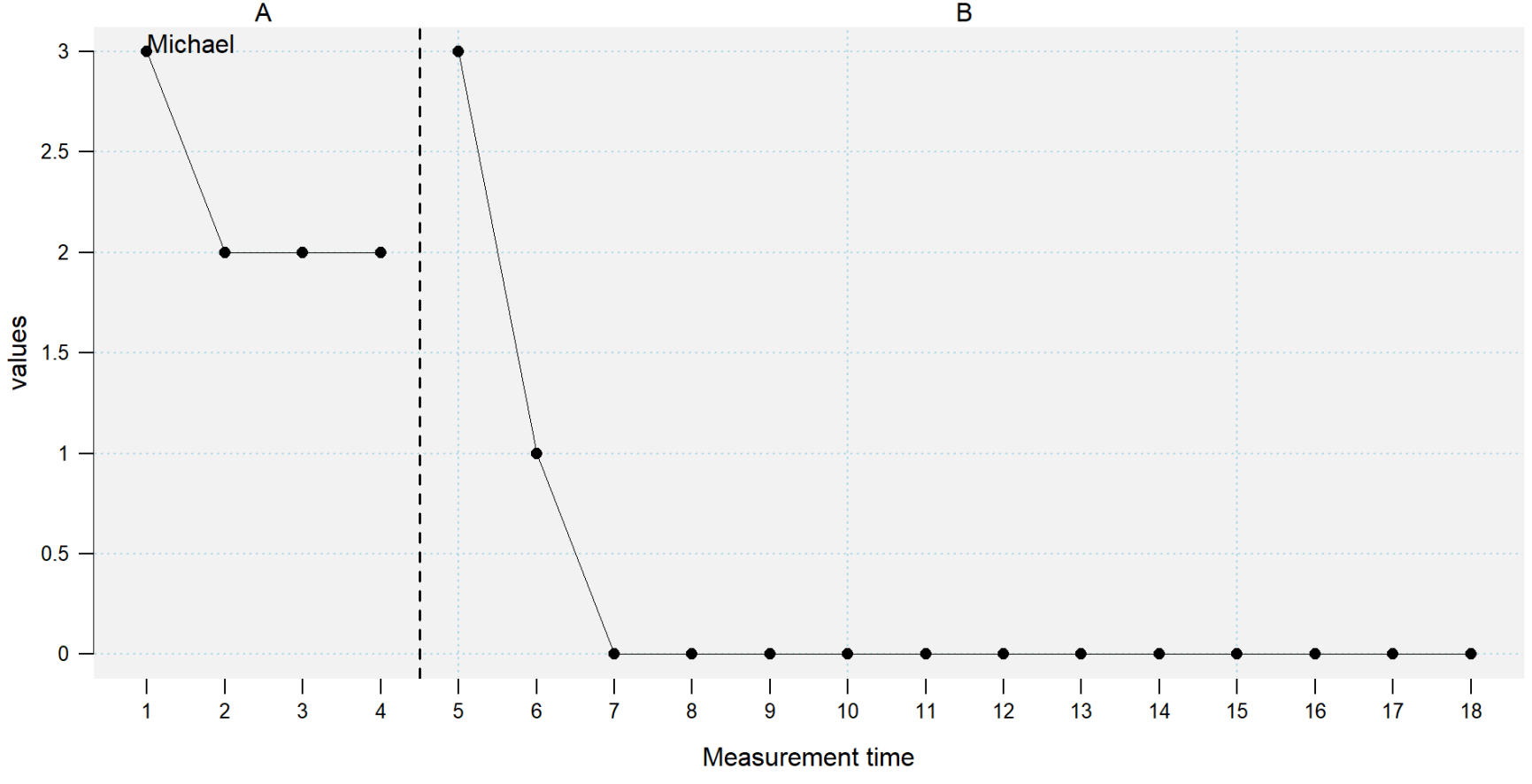
▶ click pentru a vedea codul

Analize cu pachetul `scan`

- click pentru a vedea codul

Grafic cu pachetul `scan`

- click pentru a vedea codul



Rezultate cu pachetul `scan`

- click pentru a vedea codul

```
Piecewise Regression Analysis

Dummy model:  H-M

Fitted a gaussian distribution.
F(3, 14) = 11.07; p = 0.001; R² = 0.703; Adjusted R² = 0.640

                    B   2.5% 97.5%    SE      t     p delta R²
Intercept        3.00  1.376 4.624 0.829  3.620 0.003
Trend mt        -0.30 -0.893 0.293 0.303 -0.991 0.338   0.0208
Level phase B   -0.50 -2.258 1.258 0.897 -0.557 0.586   0.0066
Slope phase B    0.19 -0.409 0.790 0.306  0.621 0.544   0.0082

Autocorrelations of the residuals
 lag    cr
   1  0.22
```

Autocorelație și covariate cu pachetul `scan`

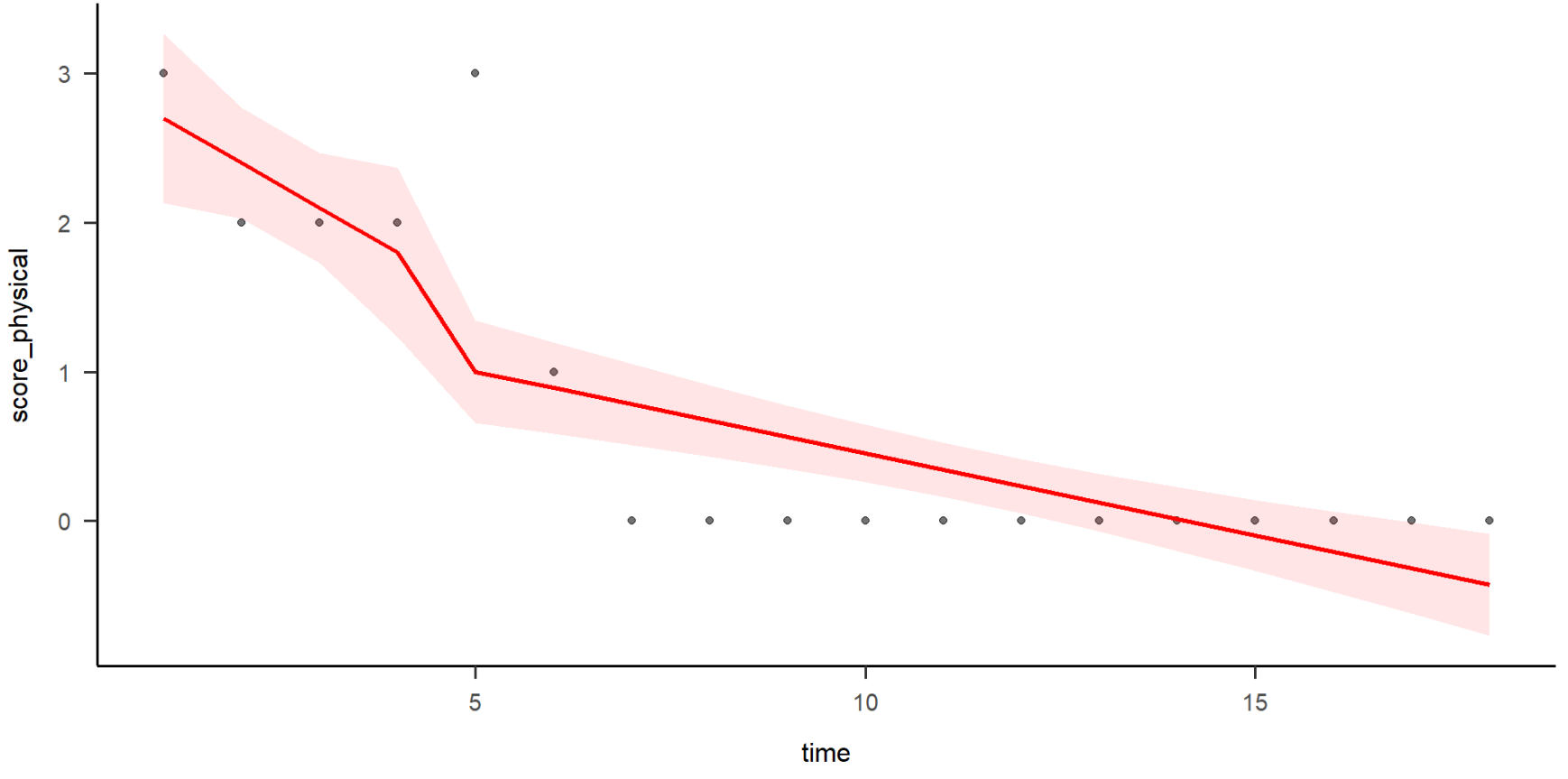
- click pentru a vedea codul

```
Multivariate piecewise linear model

Dummy model: H-M

Coefficients:
              values covariate
(Intercept)     3.00     6.500
Trend          -0.30    -1.000
Level Phase B  -0.50     0.271
Slope Phase B   0.19     0.870

Formula: y ~ 1 + mt + phaseB + interB

Type III MANOVA Tests: Pillai test statistic
             Df test stat approx F num Df den Df Pr(>F)
(Intercept)   1     0.558     8.22      2     13 0.0049 **
```

Reproducem fără pachete

Totul în base R.

▶ click pentru a vedea codul



Reproducem fără pachete

Observăm o diferență în estimarea interceptului între `scda` și `scan` datorată centrării timpului. Puteți citi mai multe despre recomandări de codificare a timpului în SCED în (Huitema & Mckean, 2000) (mai ales, schema standard H-M ce poartă numele autorilor).

În base R putem reproduce ambele rezultate.

La fel ca `scda`

```
Estimate Std. Error    t value
(Intercept)
2.7000000  0.5661223  4.7692871
phase
-0.5000000  0.8969429 -0.5574491
time
-0.3000000  0.3026051 -0.9913910
I(phase * (time - k_time) * (time >= k_time))
0.1901099  0.3059124  0.6214521

Pr(>|t|)
(Intercept)
0.0002993711
phase
0.5860238465
time
0.3383210448
I(phase * (time - k_time) * (time >= k_time))
0.5442892970
```

La fel ca `scan`

```
Estimate Std. Error    t value
(Intercept)
3.0000000  0.8287183  3.6200482
phase
-0.5000000  0.8969429 -0.5574491
time
-0.3000000  0.3026051 -0.9913910
I(phase * (time - k_time) * (time >= k_time))
0.1901099  0.3059124  0.6214521

Pr(>|t|)
(Intercept)
0.002785467
phase
0.586023846
time
0.338321045
I(phase * (time - k_time) * (time >= k_time))
0.544289297
```

Analize în GUI

https://manolov.shinyapps.io/Regression/

Regression analysis options

User input

Use a .txt file with 'score' and 'phase' as column names

Load data file

Browse... Michael_Sigh2007.txt

Upload complete

Separator

- ○ Comma
- ◉ Tab
- ○ Space

Minimal possible value

NA

Maximal possible value

NA

For GLS, specify whether to transform data directly or only if autocorrelation is statistically significant

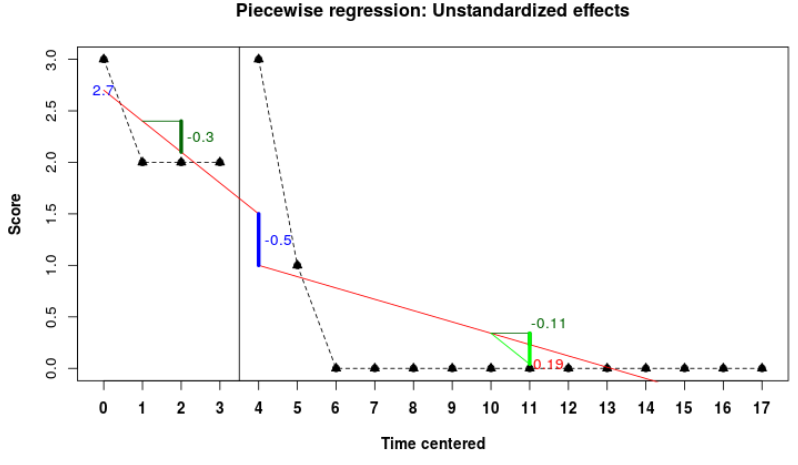
- ◉ ifsig
- ○ directly

Visited: 103

Data summary | Plot of Piecewise results | Piecewise results

Standardized data after Piecewise | Plot of OLS results | Plot of GLS results

Further information



Bibliografie

Center, B. A., Skiba, R. J., & Casey, A. (1985). A Methodology for the Quantitative Synthesis of Intra-Subject Design Research. *The Journal of Special Education*, *19*(4), 387–400. https://doi.org/10.1177/002246698501900404

Gorsuch, R. L. (1983). Three methods for analyzing limited time-series (n of 1) data. *Behavioral Assessment*, *5*, 141–154.

Hamaker, E. L. (2012). Why researchers should think "within-person": A paradigmatic rationale. In *Handbook of research methods for studying daily life.* (pp. 43–61). The Guilford Press.

Heino, M. T. J. (2022). Cognitive Dynamics of a Single Subject: 1428 Stroop Tests and Other Measures in a Mindfulness Meditation Context Over 2.5 Years. *Journal of Open Psychology Data*, *10*. https://doi.org/10.5334/jopd.51

Huitema, B. E., & Mckean, J. W. (2000). Design Specification Issues in Time-Series Intervention Models. *Educational and Psychological Measurement*, *60*(1), 38–58. https://doi.org/10.1177/0013164021970358

Li, W., Yin, H., Chen, Y., Liu, Q., Wang, Y., Qiu, D., Ma, H., & Geng, Q. (2022). Associations between adult triceps skinfold thickness and all-cause, cardiovascular and cerebrovascular mortality in NHANES 19992010: A retrospective national study. *Frontiers in Cardiovascular Medicine*, *9*. https://doi.org/10.3389/fcvm.2022.858994

Schiepek, G., Aichhorn, W., Gruber, M., Strunk, G., Bachler, E., & Aas, B. (2016). Real-time monitoring of psychotherapeutic processes: Concept and compliance. *Frontiers in Psychology*, *7*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00604

Singh, N. N., Lancioni, G. E., Winton, A. S. W., Adkins, A. D., Wahler, R. G., Sabaawi, M., & Singh, J. (2007). Individuals with Mental Illness Can Control their Aggressive Behavior Through Mindfulness Training. *Behavior Modification*, *31*(3), 313–328. https://doi.org/10.1177/0145445506293585

Swaminathan, H., Rogers, H. J., & Horner, R. H. (2014). An effect size measure and Bayesian analysis of single-case designs. *Journal of School Psychology*, *52*(2), 213–230. https://doi.org/10.1016/j.jsp.2013.12.002