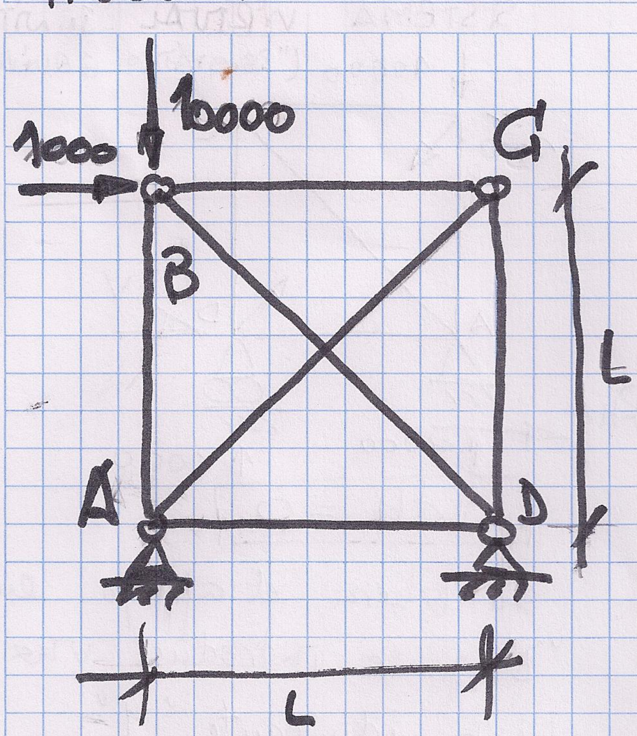
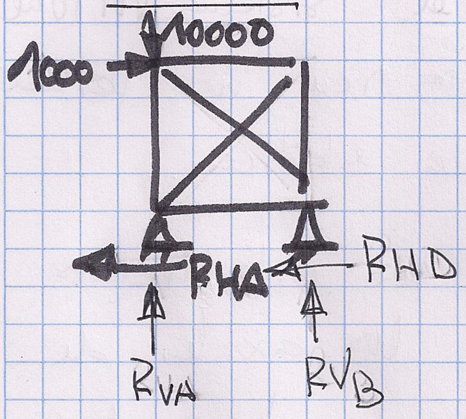
PROBLEMA "5"



Calcular reacciones y tensiones en las barras

ESTÁTICA



Aplicando las condiciones de equilibrio $\Sigma F_H = 0$; $\Sigma F_V = 0$; $\Sigma M = 0$ se obtiene

$R_{VA} = 9000$

$R_{VD} = 1000$

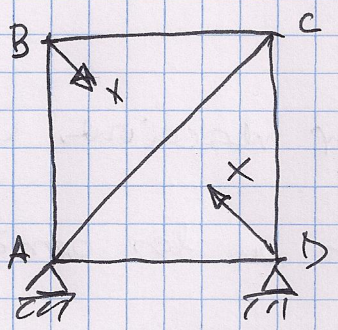
$R_{HA} + R_{HD} = 1000$

GdH

Barras + Reacciones − 2 nudos = 6 + 4 − 2x4 = 2

Se necesitan dos ecuaciones más que obtendremos planteando dos Reacciones virtuales (una reacción y una tensión de una barra)

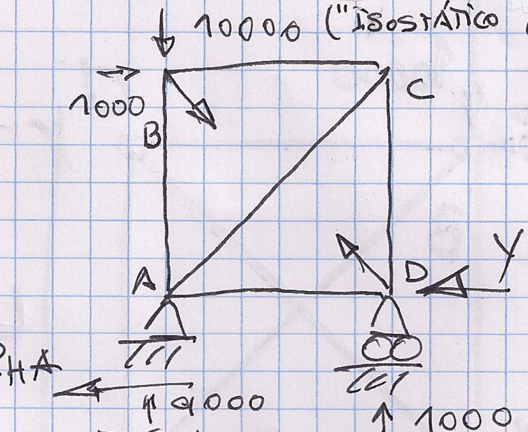
ESTRUCTURA ISOSTÁTICA EQ (paso 1)



Sustituir la barra BD por una tensión redundante ("x")

GdH de esta estructura = 1

SISTEMA ("ISOSTÁTICO EQUIVALENTE")



$\boxed{GdH = 0}$

se libera el apoyo en "D" y se introduce una fuerza redundante "Y"

En definitiva: se trabaja con la estructura equivalente, que, como es isostática, nos permite resolverlo por los métodos de la estática.

Naturalmente, todos los valores que obtendremos (particularmente los valores de los axiles de las barras – N_{AB}, N_{AD}, N_{BC}, N_{CD}) quedarán en función de x e y ; serán las ecuaciones que derivan del PTV las que nos permitan calcular "x" e "y" y el resto de la estructura.

¡! → NOTA: Se trata de una estructura articulada en su totalidad, por lo que las barras SOLAMENTE pueden almacenar energía a compresión o tracción. Para resolver este tipo de problemas se suele construir una tabla resumiendo los valores obtenidos.

Aplicando la resolución por "NUDOS" al sistema isostático (ver borrador al final) (10 000 = P ; 1000 = Q)

$$N_{AB} = -\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right) - 9000$$

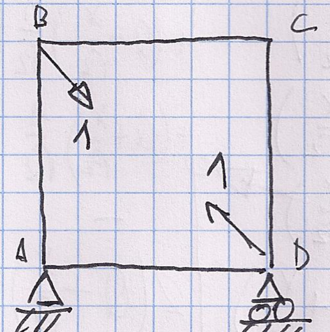
$$N_{AD} = Q - Y \qquad = -\left(Y + \frac{X}{\sqrt{2}}\right)$$

$$N_{CD} = N_{BC} = -\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right)$$

$$N_{AC} = \sqrt{2}\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right)$$

Ahora hay que resolver los dos sistemas virtuales (con cargas unidad).

S. virtual "1"

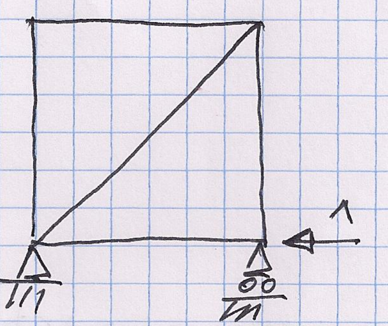


Como se ve, (apoyo en "D"), se parte del "sistema isostático equivalente", en el que se eliminan todas las cargas (reales e hiperestáticas — "X" e "Y" —) y se carga la structura con una carga unidad, en este caso con el mismo punto de aplicación y dirección que la carga redundante "X".

Se obtiene:

$$N_{AB} = N_{BC} = N_{CD} = N_{AD} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad y \quad N_{CA} = 1$$

Sistema virtual 2



Se obtiene de forma similar al "1°".

$$N_{AB} = N_{BC} = N_{CD} = N_{CA} = 0$$

$$N_{AD} = -1$$

y se confecciona la tabla:

BARRA	long.	N^R	N^u_1	N^u_2	$\Delta L^R \left(\times \frac{AE}{L}\right)$	$\Delta L^R \times N^u_1$ (*)	$\Delta L^R N^u_2$ (*)
1 AB	L	$-\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)-9000$	$-1/\sqrt2$	0	$-(Q+X/\sqrt2)-9000$	$\frac{1}{\sqrt2}\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}+9000\right)$	0
2 BC	L	$-\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)$	$-1/\sqrt2$	0	$-\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)$	$+\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)\frac{1}{\sqrt2}$	0
3 CD	L	$-\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)$	$-1/\sqrt2$	0	$-\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)$	$+\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)\frac{1}{\sqrt2}$	0
4 DA	L	$-(Y+X/\sqrt2)$	$-1/\sqrt2$	-1	$-\left(Y+\frac{X}{\sqrt2}\right) \rightarrow 0$	—	$Y+\frac{X}{\sqrt2}$
6 AC	$\sqrt2 L$	$\sqrt2\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)$	1	0	$2\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)$	$2\left(Q+\frac{X}{\sqrt2}\right)$	0

N° en "MEFI"

(*) $\left(\times \frac{AE}{L}\right.$, como la columna "6")

En este caso, la mera inspección de la tabla parece indicar que conviene mirar lo primero qué resultado se obtiene al analizar los resultados del S. virtual "2", ya que los muchos "0" seguramente ayudarán a obtener un resultado "rápido"

La ecuación de energías es:

$$\underbrace{\frac{1 \cdot \Delta L_{AD}}{1}}_{0} = \sum_{\text{barras}} \Delta L^{R} N^{\psi_2} = y + \frac{x}{\sqrt{2}}$$

F. virtual $\leftarrow 1$

lo que nos da

$$\boxed{y = -\frac{x}{\sqrt{2}}}$$

!! $\longrightarrow$ NOTA IMPORTANTE (pero no puede saltar):
Si uno analiza la structura original, se ve que la barra "AD" sobra, ya que va entre dos apoyos fijos y, por tanto, no puede cargarse. Podríamos haber hecho el problema sin ella (y ahorrarnos la "y" -y el sistema virtual 2-) desde el principio, ver problema "4"

Por otra parte, del S. virtual 1 obtenemos

$$1 \cdot \Delta L_{AC} = -\left[1 \cdot \left(\sqrt{2}\, \frac{X L}{AE}\right)\right] = \frac{L}{AE}\left[\frac{Q}{\sqrt{2}} + \frac{X}{2} + \frac{9000}{\sqrt{2}} + \frac{Q}{\sqrt{2}} + \frac{X}{2} + \frac{Q}{\sqrt{2}} + \frac{X}{2} + 2Q + \frac{2}{\sqrt{2}} X\right]$$

y, resolviendo,

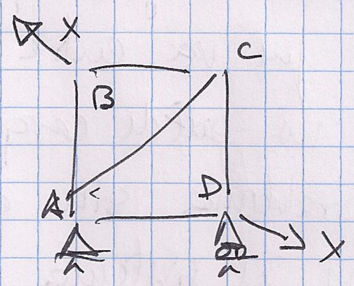
$$X = -\frac{10485}{4'132}$$

Corregido
20/2/2023

!!

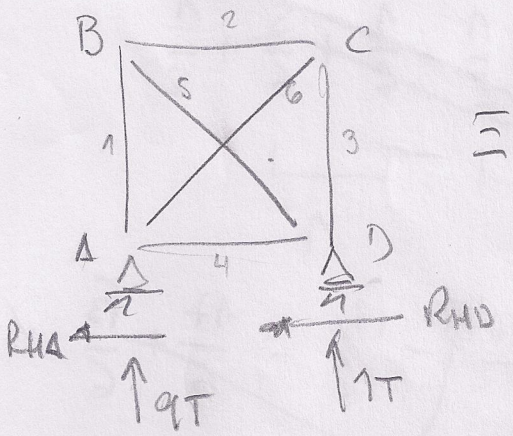
!! → NOTA: Signo de ΔL_{AC}

Es un asunto de concepto e importante:
La fuerza redundante "x" se ha planteado como si la barra suprimida trabajara a tracción, mientras que la fuerza virtual (la de valor "1" del sistema virtual "1") correspondería con un acortamiento – los puntos B y D se "acercarán" –). Son, por tanto, fuerza y desplazamiento – el alargamiento que correspondería con valores de "X" positivos –, de signo contrario.
(Otra forma de verlo: si se hubiese supuesto "x" de sentido contrario

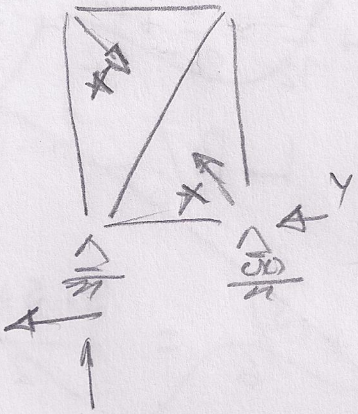


(lo que corresponde con la barra BD trabajando a compresión), el signo "–" del primer término de la ecuación desaparece y x vale positivo.
Hay que tener en cuenta que cambiaría el signo de "x" en toda la tabla también)

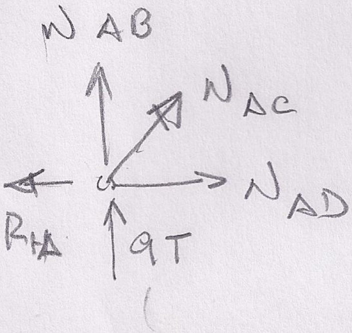
CALCULO S. ISOSTÁTICO EQ.



≡



"A"

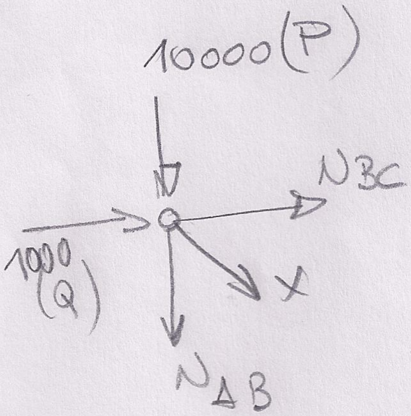


$$N_{AB} + N_{AC}/\sqrt{2} + 9000 = 0 \quad (*)$$

$$N_{AB} = 9000 - N_{AC}/\sqrt{2} = -\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right) - 9000$$

$$N_{AD} + N_{AC}/\sqrt{2} = R_{HA} = \cancel{Q - Y}$$

"B"



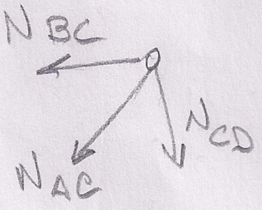
$$Q + \frac{X}{\sqrt{2}} + N_{BC} = 0$$

$$\underset{(2)}{N_{BC}} = -\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right) \quad \checkmark$$

$$P + N_{AB} + \frac{X}{\sqrt{2}} = 0$$

$$N_{AB} = -\left(P + \frac{X}{\sqrt{2}}\right) \quad \checkmark$$

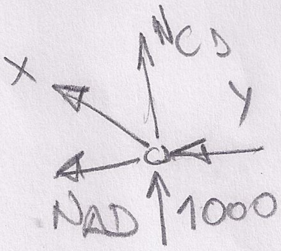
"C"



$$N_{AC}/\sqrt{2} = -\underset{(2)}{N_{BC}} = -\underset{(3)}{N_{CD}} = +\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right) \quad (*)$$

$$N_{AC} = \sqrt{2} \cdot -\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right) = +\sqrt{2}\left(Q + \frac{X}{\sqrt{2}}\right) \quad \checkmark$$

"D"



$$1000 + N_{CD} + X/\sqrt{2} = 0$$

$$y + N_{AD} + X/\sqrt{2} = 0 \qquad N_{AD} = -\left(Y + \frac{X}{\sqrt{2}}\right)$$