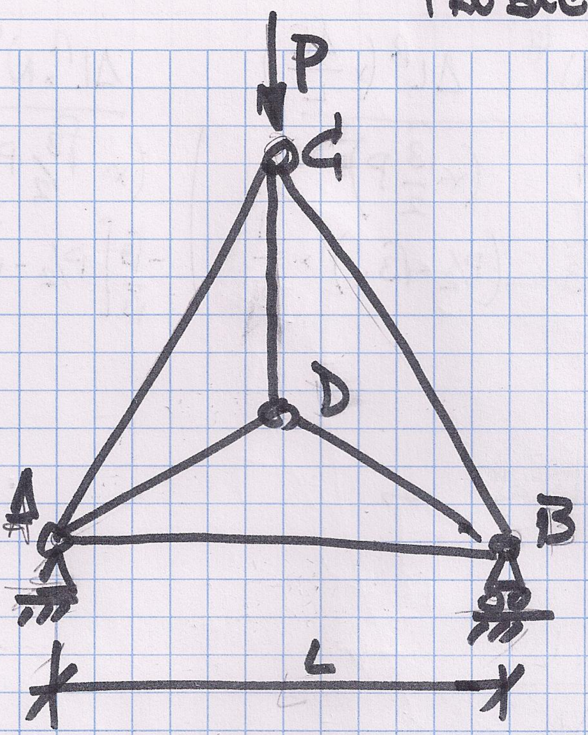
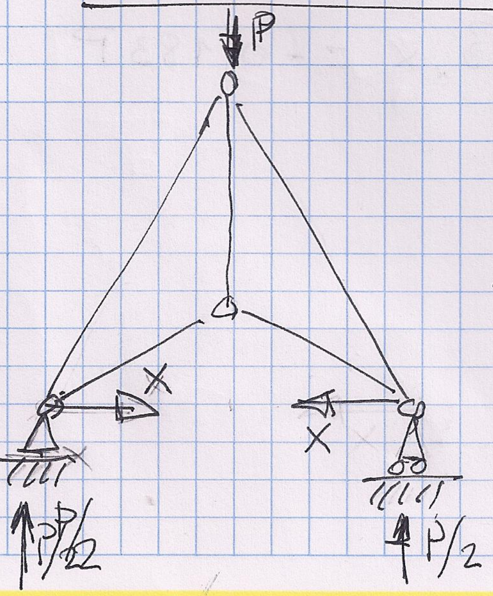
# PROBLEMA 11




Calcular el desplazamiento del punto C

Se trata de un sistema hiperestático de grado 1 (6 + 3 - 2x4). Se aplicará el PTV dos veces: la primera tras eliminar la barra AB y sustituirla por una fuerza hiperestática ("X") y la segunda para resolver propiamente lo que pide el problema: el desplazamiento de C.

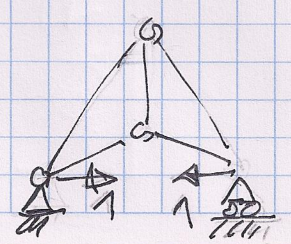
1) Resolución de la estructura.




1a) Sistema isostático equivalente

(Ver cálculos al final)

1b) Sistema virtual



1c) Tabla

| Barra | long | $N^R$ | $N^u$ | $\Delta L^R \left(\times \frac{AE}{L}\right)$ | $\Delta L^R \times N^u \times \left(\frac{AE}{L}\right)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| AC/CB | $L$ | $x - \frac{\sqrt{3}}{2}P$ | $1$ | $\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}P\right)$ | $\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}P\right)$ |
| AD/BD/CD | $L/\sqrt{3}$ | $P/2 - \sqrt{3}x$ | $-\sqrt{3}$ | $\left(P/2 - \sqrt{3}x\right) \times \frac{1}{\sqrt{3}}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\left[P/2 - \sqrt{3}x\right]$ |

1d) Aplicacion PTV

el trabajo de la fuerza virtual es

$$-1 \times \Delta L_{AB} = -1 \cdot \frac{x \cdot L}{AL}$$

ver problema 19 (página 3)

y el de las tensiones virtuales

$$\sum_{\text{barras}} = 2 \times \left[x - \frac{\sqrt{3}}{2}P\right] \times \frac{L}{AE} + 3 \times \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \left(\frac{P}{2} - \sqrt{3}x\right) \frac{L}{AE}$$

E, igualando y resolviendo

$$x = 0'394\,P = N_{AB}$$

$$N_{AC} = N_{CB} = x - \frac{\sqrt{3}}{2}P = -0'471\,P$$

$$N_{AD} = N_{BD} = N_{CD} = P/2 - \sqrt{3} \times x = -0'183\,P$$

## 2 Cálculo del desplazamiento de C

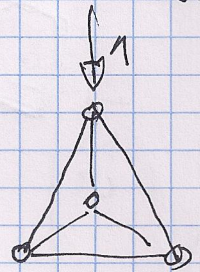
Lo resolveremos aplicando el PTV AL SISTEMA REAL. Conviene insistir en esto porque:

- Esta segunda aplicación NO se hace para calcular la structura hiperestática (ya lo está -resuelta-)

- En la tabla -en el cálculo- ahora SI aparece la barra AB. En el sistema isostático equivalente simplemente esta barra NO EXISTE (en lo referente al calculo de los trabajos virtuales). En el sistema real es una barra más.

SISTEMA REAL. TENSIONES

$N_{AB} = 0'349P$ ; $N_{AC} = N_{CB} = -0'471P$ ; $N_{AD} = N_{BD} = N_{CD} = -0'183P$

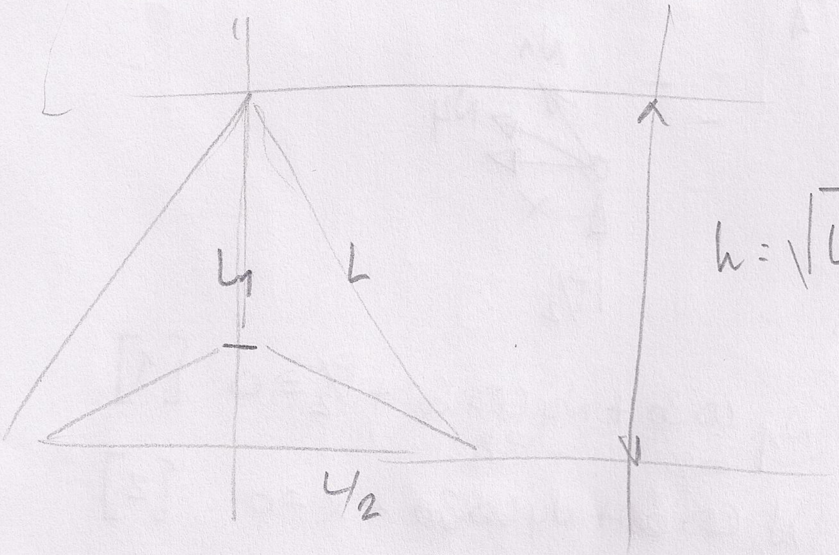



SISTEMA VIRTUAL

$N_{AB} = 0'349$ ; $N_{AC} = N_{CB} = -0'471$ ; $N_{AD} = N_{BD} = N_{CD} = -0'183$

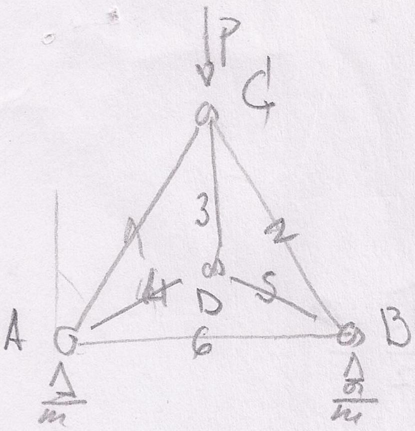
| BARRA | Long | $N^R$ | $N^1$ | $N^1 \Delta L^R \cdot \left(\frac{AE}{L}\right)$ |
|---|---|---|---|---|
| $N_{AB}$ | $L$ | $0'349\ P$ | $0'349$ | $0'349^2\ P$ |
| $N_{AC}/N_{CB}$ | $L$ | $-0'471\ P$ | $-0'471$ | $(-0'471)^2\ P$ |
| $N_{AD}/N_{BD}/N_{CD}$ | $L/\sqrt{3}$ | $-0'183\ P$ | $-0'183$ | $(-0'183)^2\ P \times \frac{1}{\sqrt{3}}$ |

$$1 \times \delta_C = \sum_{barras} N^1 \Delta L^R = 6'58 \cdot 10^{-7} \times P\ m \qquad \left( \begin{array}{l} L = 1\ m \\ A = 4'762\ 10^{-3}\ m^2 \\ E = 2,1\ 10^{11}\ Pa \end{array} \right)$$

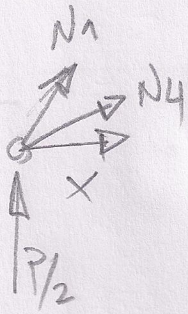



$$h = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} L$$

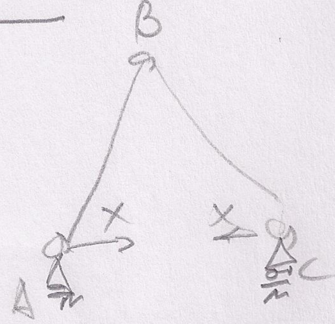
$$L_1 = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times L = \frac{L}{\sqrt{3}}$$




"A"




S. virtual




$N_1 \cos 30 + N_4 \cos 60 + P/2 = 0$ [1]

$N_1 \cos 60 + N_4 \cos 30 + X = 0$ [2]

$N_1 \cos 30 + \frac{N_4}{2} + \frac{P}{2} = 0$ [1']

$N_1 = -\frac{1}{2\cos 30}\left(N_4 + P\right)$ [1''] [√M]

[√M] $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2\cos 30}\left(N_4 + P\right)\right) + N_4 \cos 30 + X = 0$ [2']

$-\frac{1}{4\cos 30} N_4 - \frac{1}{4\cos 30} P + N_4 \cos 30 + X = 0$ [2'' + 1'']

$+ N_4 \left(\cos 30 - \frac{1}{4\cos 30}\right) - P \times \frac{1}{4\cos 30} + X = 0$ #

$N_4 \times \frac{4\cos^2 30 - 1}{4\cos 30} - \frac{P}{4\cos 30} + X = 0$ # $\frac{1}{\sqrt{3}} N_4 - \frac{P}{2\sqrt{3}} + X = 0$ [√M]

$N_4 = \left(\frac{P}{2\sqrt{3}} - X\right) \times \sqrt{3}$ [3]

$\frac{4 \cdot 3/4 - 1}{4 \cdot \sqrt{3}/2} = \frac{2}{2\sqrt{3}}$

1/

$$N_1 = -\frac{1}{2\cos 30}\left(N_4+P\right) = \frac{-1}{\sqrt{3}}\left[\left(\frac{P}{2\sqrt{3}}-x\right)\sqrt{3}+P\right] =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{6}P + x - \frac{P}{\sqrt{3}} = x - P\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = x - \frac{3}{2\sqrt{3}}P = x - \frac{\sqrt{3}}{2}P$$

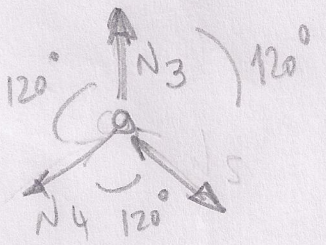
$$N_1 = x - \frac{\sqrt{3}}{2}P \quad [11]\,[4]$$

---

$N_4 = N_5$

por simetría

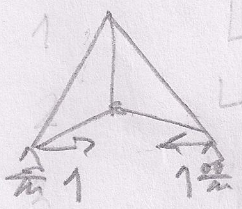
"NUDO D"




$$N_3 = +N_4 = \left(\frac{P}{2\sqrt{3}}-x\right)\cdot\sqrt{3}$$

---

S. virtual




(Como real con $P=0$ y $x=1$)

$$N_4^4 = -\sqrt{3} = N_5^4 = N_3^4$$

$$N_1^4 = 1 = N_2^4$$