$$\sum_{N} F^{V}.\delta^{R} = \sum_{B} N^{V} \Delta L^{R}$$

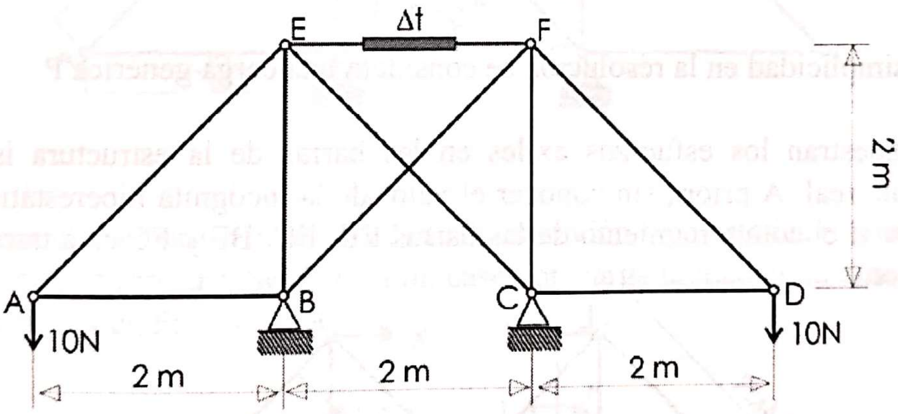
$$1.\delta_{y}^{4} = -\sqrt{2}.\left(\frac{-40}{EA}\right) + 1.\left(\frac{40}{EA} - \Delta t\right)$$

$$0 = \frac{40\sqrt{2}}{EA} + \frac{40}{EA} - \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{40(1+\sqrt{2})}{EA}$$

Ejercicio 14

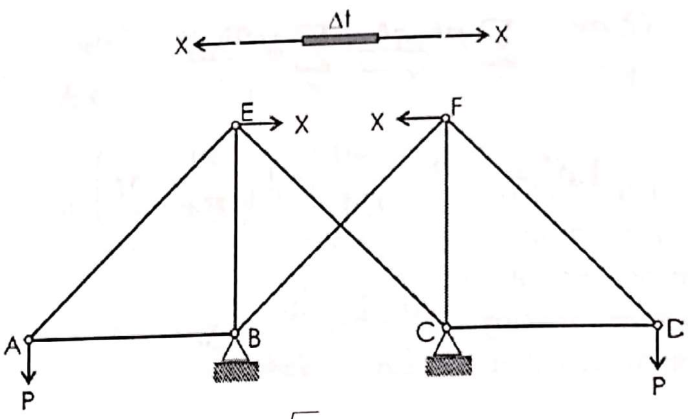
Calcular el acortamiento del tensor (Δt) situado en la barra EF para que el desplazamiento vertical de los nudos A y D sean nulos, mediante el método de la flexibilidad (trabajos virtuales).

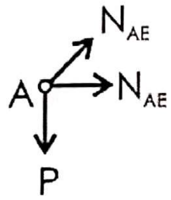


Solución

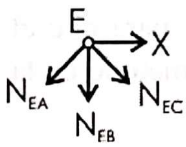
Se resuelve la estructura hiperestática del caso real. Para ello, se caracteriza como incógnita hiperestática, el axil de la barra EF:

GH= (B+R) – 2N = (9+4) -2.6 = 1





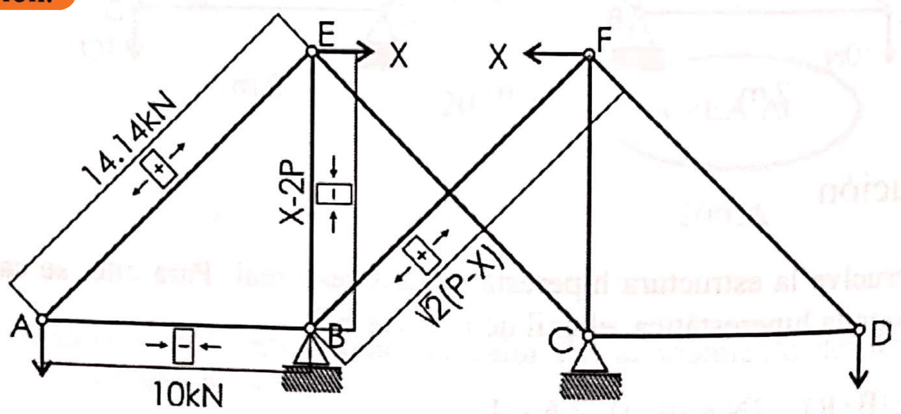
$$N_{AE}\frac{\sqrt{2}}{2}=P \qquad\qquad N_{AE}=\sqrt{2}P$$
$$\Longrightarrow$$
$$N_{AB}+N_{AE}\frac{\sqrt{2}}{2}=0 \qquad\qquad N_{AB}=-P$$



$$X+N_{EC}\frac{\sqrt{2}}{2}=N_{EA}\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad\qquad N_{EC}=\sqrt{2}(P-X)$$
$$\Longrightarrow$$
$$N_{EB}+N_{EA}\frac{\sqrt{2}}{2}+N_{EC}\frac{\sqrt{2}}{2}=0 \qquad\qquad N_{EB}=X-2P$$

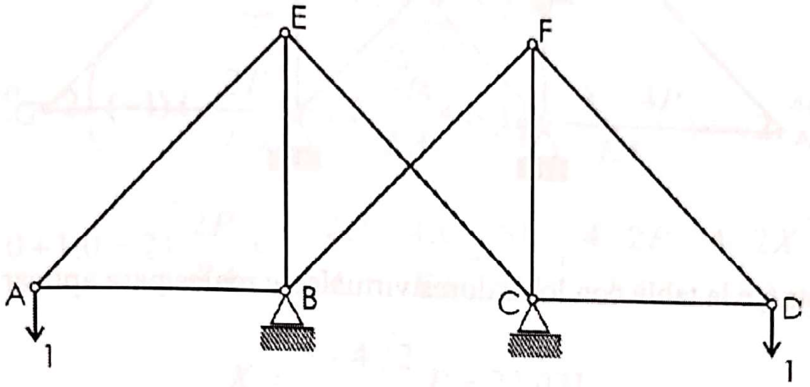
Por simplicidad en la resolución se considera una carga genérica P

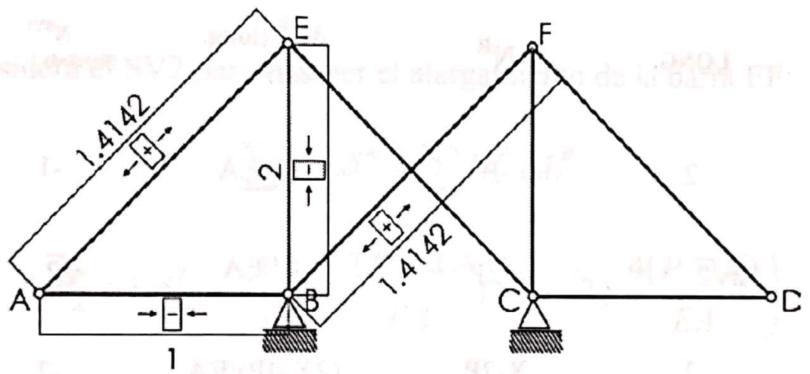
Se muestran los esfuerzos axiles en las barras de la estructura isostática equivalente real. A priori, sin conocer el valor de la incógnita hiperestática X, se desconoce si el comportamiento de las barras EB, EC, BF y FC es a tracción o a compresión.



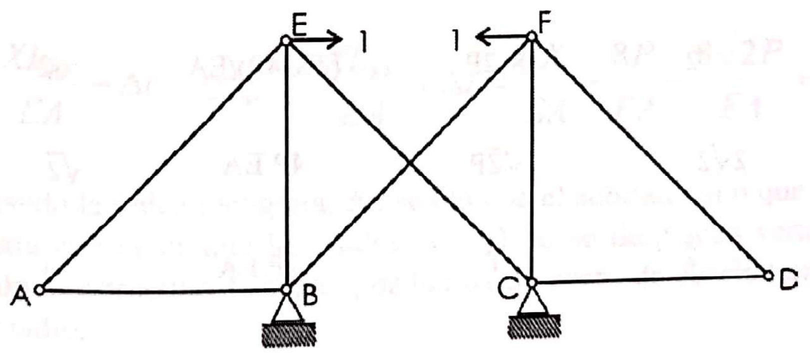
Se ha sustituido el valor de P=10N en aquellos axiles que no dependen de X.

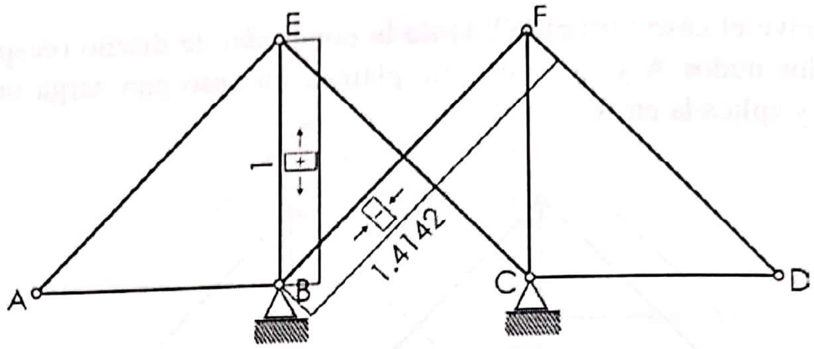
Se resuelve el caso virtual (SV1) de la condición de diseño (desplazamiento vertical de los nudos A y D nulos). Se plantea un caso con carga unidad en la dirección Y y aplicada en A y en D:





Se resuelve el caso virtual (SV2) de la condición hiperestática (incremento de longitud de la barra EF). Se plantea un caso con carga unidad en la dirección X y aplicada en E y en F:





Se construye la tabla con los valores virtuales y reales para aplicar el PTV:

Barra	LONG.	N^R	ΔL^R (long. real)	N^{SV1} (P=1;X=0)	N^{SV2} (P=0;X=1)
AB	2	-P	-2P/EA	-1	0
AE	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$P	4P/EA	$\sqrt{2}$	0
EB	2	X-2P	(2X-4P)/EA	-2	1
EC	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$(P-X)	4(P-X)/EA	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
BF	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$(P-X)	4(P-X)/EA	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
FC	2	X-2P	(2X-4P)/EA	-2	1
FD	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$P	4P/EA	$\sqrt{2}$	0
CD	2	-P	-2P/EA	-1	0

Considero el SV1 y aplico la condición de diseño, en la que los desplazamientos verticales de los nodos A y D son nulos:

$$\sum_{N} F^{V}.\delta^{R} = \sum_{B} N^{V}\,\Delta L^{R}$$

$$1.\delta_y^A + 1.\delta_y^D = 2.\left((-1).(-\frac{2P}{EA}) + \sqrt{2}.\frac{4P}{EA} + (-2).(\frac{2X-4P}{EA}) + \sqrt{2}.\frac{4(P-X)}{EA}\right)$$

$$1.0 + 1.0 = 2.\left(\frac{2P}{EA} + \frac{4\sqrt{2}P}{EA} - \frac{4X}{EA} + \frac{8P}{EA} + \frac{4\sqrt{2}P}{EA} - \frac{4\sqrt{2}X}{EA}\right)$$

$$X = \frac{5+4\sqrt{2}}{2+2\sqrt{2}}P = 22.071$$

Se considera el SV2 para obtener el alargamiento de la barra EF:

$$\sum_{N} F^{V}.\delta^{R} = \sum_{B} N^{V}\,\Delta L^{R}$$

$$1.\delta_X^E + 1.\delta_X^F = 2.\left((1).(\frac{2X-4P}{EA}) + (-\sqrt{2}).\frac{4(P-X)}{EA}\right)$$

$$-\Delta L_{EF} = \frac{4X}{EA} - \frac{8P}{EA} - \frac{8\sqrt{2}P}{EA} + \frac{8\sqrt{2}X}{EA}$$

Por otra parte, el alargamiento de la barra EF es debido al axil X y al acortamiento del tensor:

$$\Delta L_{EF} = \frac{XL_{EF}}{EA} - \Delta t \quad \Longrightarrow \quad -\frac{XL_{EF}}{EA} + \Delta t = \frac{4X}{EA} - \frac{8P}{EA} - \frac{8\sqrt{2}P}{EA} + \frac{8\sqrt{2}X}{EA}$$

Despejando la única incógnita, Δt, se obtiene el acortamiento que se debe dar al tensor para conseguir que los nudos A y D no se desplacen verticalmente y considerando la estructura formada por barras de acero de sección circular llena de 5mm de radio:

$$\Delta t = 1.14588e^{-5} m$$