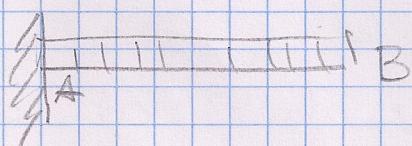


Calcular reacciones y diaframas de esfuerzos.

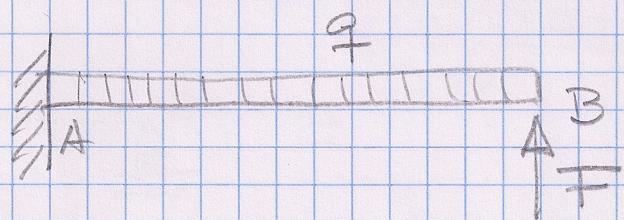
Este problema, que se suele utilizar como el primer ejemplo en los cursos de cálculo de estructuras hiperestáticas, se resuelve con facilidad teniendo en cuenta las deformaciones de la viga (que es, de alguna forma, el "método general" —aunque, al final, no sea el que más se usa— de resolución de estructuras hiperestáticas)

Grado de Hiperestática en este caso es trivial. Como "derivé" del caso de una viga simple trada (sin apoyo en "B") que les instéñan



está claro que, al aplicar una reacción, su GdH es 1

siguiendo el procedimiento de resolución convencional, se sustituye una de las reacciones (en general "ligadas" o en problemas más complicados puede ser una barra que al sustituir por fuerzas equivalentes a las que dicha barra ejerce) por una "sustitución hipotética" (o "redundante" o "superflua") que da todos esos forjas - y más - no puede determinar). En este caso

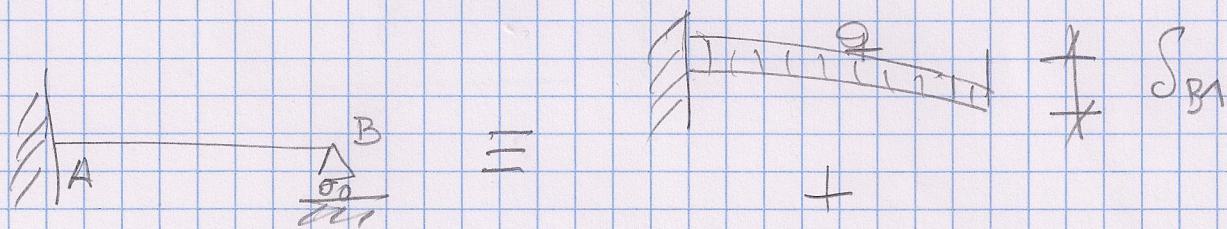


la fuerza " $F$ " sustituye a la reacción del apoyo. Si conociésemos su valor - el del " $F$ " -, tendríamos el problema resuelto. Como es natural, el valor de " $F$ " tiene que ser " $\text{el que tiene que ser}$ ", en este caso el que haga que la flecha en 'B' sea 0

(En realidad no podrás sustituir cualquier reacción por una hipotética. "Intuitivamente" se ve que, en este problema, la reacción es la que da lugar a los cálculos más sencillos)

Hay que hacer intersección, pues, las flechas en el punto "B" en la resolución del problema.

En este problema (ojos "en este problema"), lo que sigue no es el "procedimiento general" para casos hipostáticos. Lo vemos que no lo es en los instantáneos que se resuelven (final - superposición) lo mejor es aplicar superposiciones



y aplicar  $S_{B1} = S_{B2}$  (o  $S_{B1} = -S_{B2}$ , si uno quiere ser diferente con los signos)

Así conviene hacer una pequeña observación importante: las flechas se pueden sacar de un "frontón" (se adjunta al final). En los apéndices de la UZ se deducen integrando la ecuación de  $M(v)$ , lo que no es necesario para resolver el problema.

Del prontuario

$$\int_{B1} = \frac{qL^4}{8EI} \quad \# \quad \int_{B2} = \frac{FL^3}{3EI}$$

e, igualando

$$\left| \begin{array}{l} F = \frac{3}{8} q L \\ \hline \end{array} \right|$$

---

Resolución Por EL PRINCIPIO (MÉTODO) DE LOS TRABAJOS VIRTUALES

---

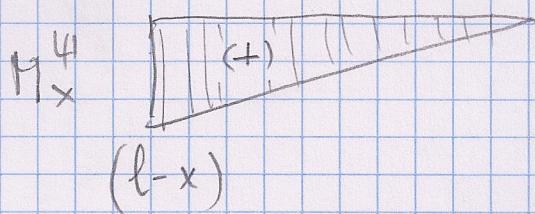
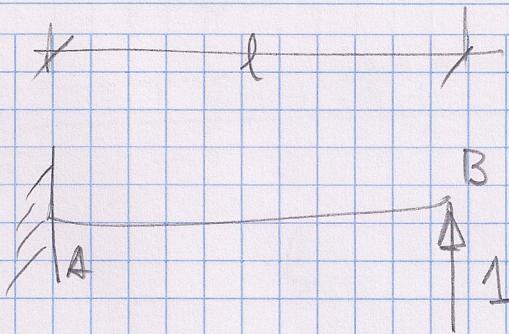
Este método no es, ni mucho menos, el más recomendable para resolver este problema; sirve más bien, como introducción a este método (PTV)

La ecuación de momentos en este caso es (lección 4. UZ)

$$(*) \rightarrow M(x) = -\left(\frac{qL^2}{2} - Fl\right) + (qL - F)x - \frac{qx^2}{2}$$

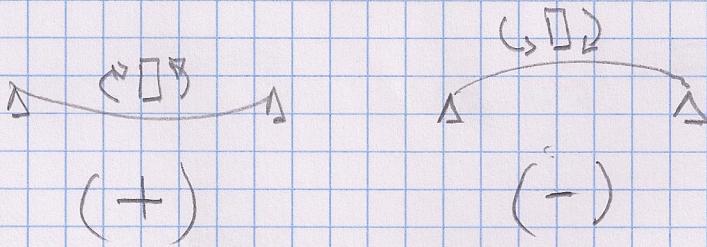
El sistema virtual es, en este caso:

(\*) Por si acaso, hay un bonito de cómo se obtiene al final. ("Por si acaso", porque es de "ESTRUCTURAS 1") 4/



SIGLOS o anuncie en este problema de prácticamente ideal, es conveniente establecer un convenio de signos para todos los problemas de estructuras hidráulicas.

Ajedrezamos el convencional



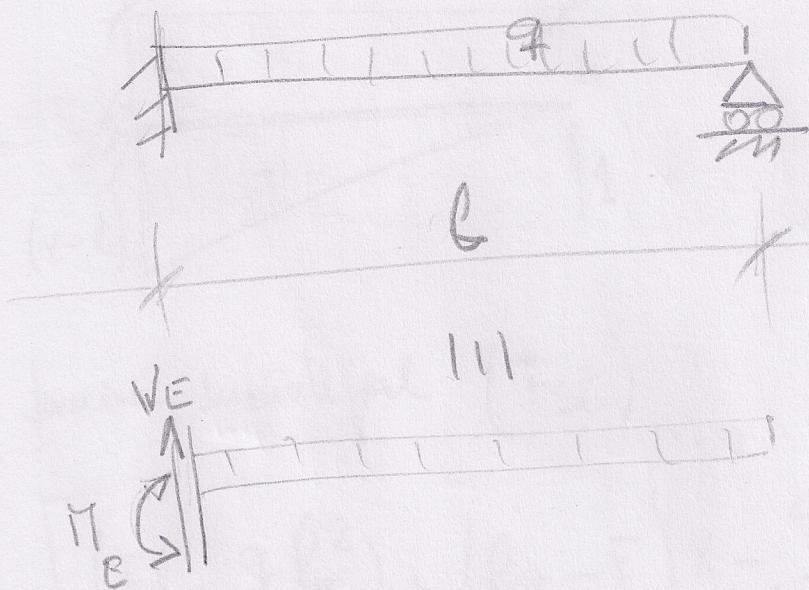
La aplicación del PTV ( $\int_B^R = 0$ ) conduce a

$$1. \int_B^R = 0 = \frac{1}{EI} \int_0^l \left[ -\left(\frac{q l^2}{2} - Fl\right) + (ql - F)x - \frac{q x^2}{2} \right] (l-x) dx$$

(que se también desarrollado al final)

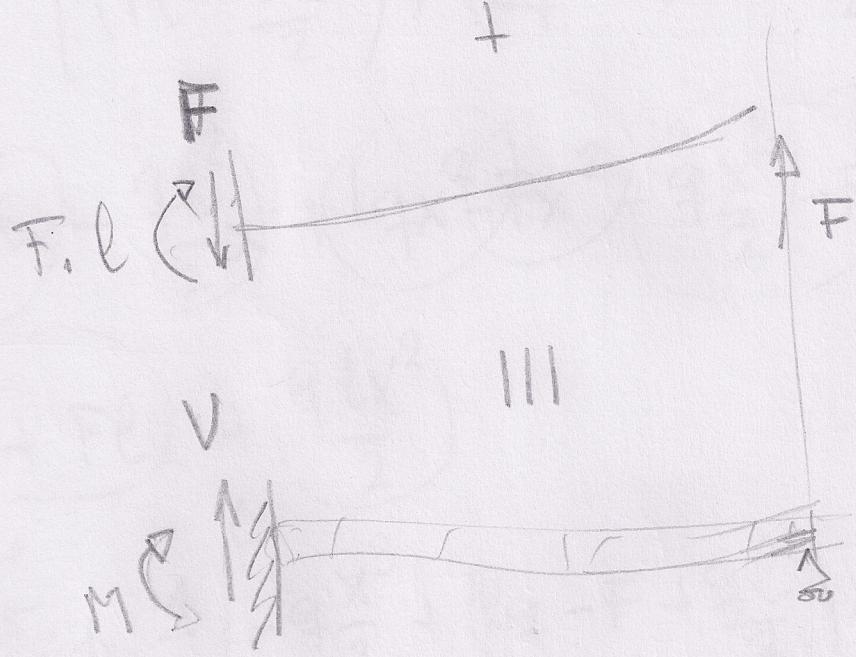
$$\text{el resultado es } F = \frac{3}{8} q L$$

# Oblivación de $M(x)$



$$V_E = Lq$$

$$M_E = \frac{qL^2}{2}$$

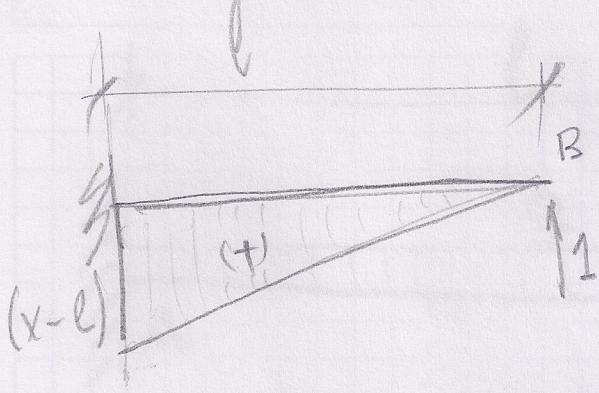


$$M = Fl - \frac{L^2 q}{2}$$

$$V = Lq - F$$

$$M(x) = \left( Fl - \frac{qL^2}{2} \right) + (Lq - F)x - \frac{qx^2}{2}$$

Desarrollo PTV



función subordinada ( $F_{Si^2}$ )

$$\left[ \left( Fl - \frac{q l^2}{2} \right) + \left( Bq - F \right)x - \frac{q x^2}{2} \right] (x-l)$$

$$\cancel{Flx} - \cancel{\frac{q l^3}{2} x} + \cancel{\left( q x^2 - F x^2 \right)} - \cancel{\frac{q x^3}{2}} - Fl^3 + \cancel{\frac{q l^3}{2}} - q l^2 x$$

$$+ Flx + \cancel{\frac{q l x^2}{2}}$$

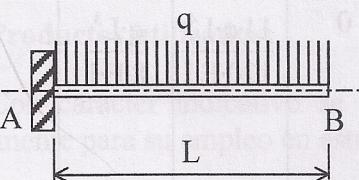
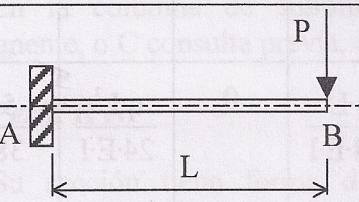
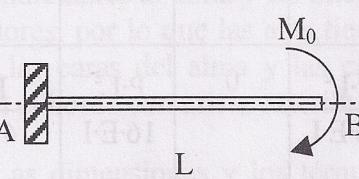
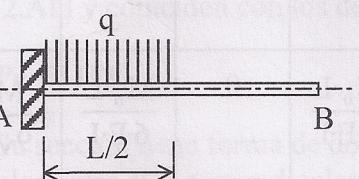
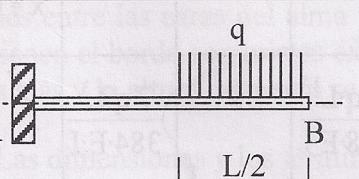
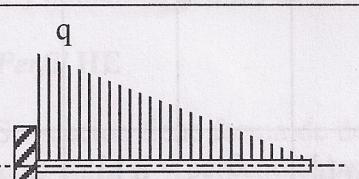
$$\frac{1}{EI} \int_0^l F_{Si^2} dx = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{q x^3}{2} + \left( Bq - F + \frac{q l}{2} \right) x^2 + \left( Fl - \frac{q l^2}{2} - q l^2 + Fl \right) x \right. \\ \left. + \left( \frac{q l^3}{2} - Fl^2 \right) \right] dx =$$

$$\frac{1}{EI} = \left[ -\frac{q x^4}{8} + \frac{1}{3} \left( \frac{3 B q}{2} - F \right) x^3 + \frac{1}{2} \left( 2 Fl - \frac{3}{2} \frac{q l^2}{2} \right) x^2 + \left( \frac{q l^3}{2} - Fl^2 \right) x \right]_0^l$$

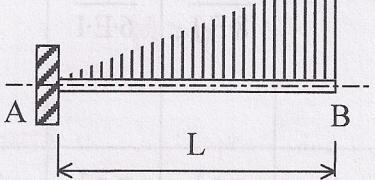
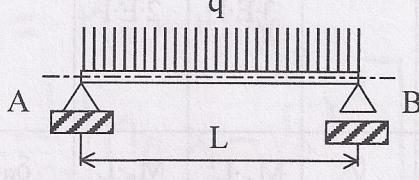
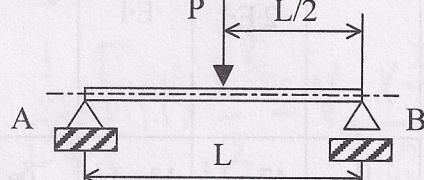
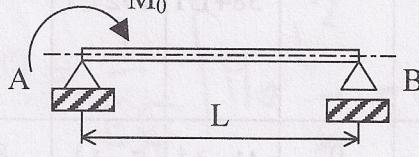
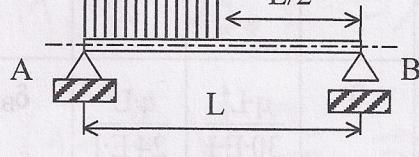
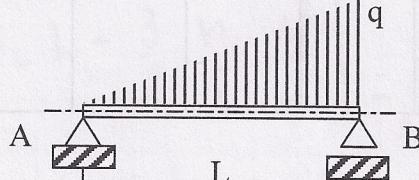
$$= -\frac{q l^4}{8} + \frac{1}{2} \frac{q l^4}{2} - \frac{1}{3} Fl^3 + Fl^3 - \frac{3}{4} q l^4 + \frac{q l^4}{2} - Fl^3 = 0 = 1 \int_B$$

$$q l \left( -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) + F \left( -\frac{1}{3} + 1 - 1 \right) = 0 \Rightarrow F = \frac{3}{5} q l$$

**Anexo 3.- Desplazamientos y giros en los extremos de algunas vigas a flexión para el cálculo de vigas hiperestáticas por superposición.**

	$\delta_A$	$\theta_A$	$\delta_B$	$\theta_B$	Flecha
	0	0	$\frac{q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I}$	$\frac{q \cdot L^3}{6 \cdot E \cdot I}$	$\delta_B$
	0	0	$\frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I}$	$\frac{P \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I}$	$\delta_B$
	0	0	$\frac{M_0 \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I}$	$\frac{M_0 \cdot L}{E \cdot I}$	$\delta_B$
	0	0	$\frac{47 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$	$\frac{13 \cdot q \cdot L^3}{192 \cdot E \cdot I}$	$\delta_B$
	0	0	$\frac{41 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$	$\frac{7 \cdot q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$	$\delta_B$
	0	0	$\frac{q \cdot L^4}{30 \cdot E \cdot I}$	$\frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I}$	$\delta_B$

**Anexo 3.- Desplazamientos y giros en los extremos de algunas vigas a flexión para el cálculo de vigas hiperestáticas por superposición.**

	$\delta_A$	$\theta_A$	$\delta_B$	$\theta_B$	Flecha
	0	0	$\frac{11 \cdot q \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I}$	$\frac{q \cdot L^3}{8 \cdot E \cdot I}$	$\delta_B$
	0	$\frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I}$	0	$\frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I}$	$\frac{5 q L^4}{384 E I}$
	0	$\frac{P \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I}$	0	$\frac{P \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I}$	$\frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$
	0	$\frac{M_0 \cdot L}{3 \cdot E \cdot I}$	0	$\frac{M_0 \cdot L}{6 \cdot E \cdot I}$	$\frac{M_0 \cdot L^2}{9\sqrt{3} \cdot E \cdot I}$ $x = 0,423 \cdot L$
	0	$\frac{3 \cdot q \cdot L^3}{128 \cdot E \cdot I}$	0	$\frac{7 \cdot q \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I}$	-
	0	$\frac{7 \cdot q \cdot L^3}{360 \cdot E \cdot I}$	0	$\frac{q \cdot L^3}{45 \cdot E \cdot I}$	$0,00652 \frac{q L^4}{E I}$

\* Los valores dados son en módulo, fácilmente se adivina el sentido de desplazamientos y giros.

\*\* Las cargas distribuidas van hacia abajo.