

УДК 631.53.027:57.043

Хайновский В. И., Козырев А. Е., Никитин П. В.**Khainovskii V. I., Kozyrev A. E., Nikitin P. V.**

ВЛИЯНИЕ КРАЕВОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЕМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРА

THE IMPACT OF THE EDGE FIELD ON ELECTRICAL CAPACITY OF A CONDENSATOR

Приведен аналитический расчет распределения эквипотенциальных и силовых линий краевого электрического поля конденсатора. На основе этого выполнена оценка добавочной электрической емкости, создаваемой краевым полем.

Ключевые слова: электрическое поле, емкость, краевой эффект, конденсатор.

The paper provides an analytical calculation of the distribution of equipotential and power lines of regional electric field of the capacitor. Based on this assessment of the added capacitance, created the territorial field.

Key words: electric field capacity, regional effect, condenser.

Хайновский Владимир Иванович –
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры физики
Ставропольский государственный
аграрный университет
Тел.: 8-906-489-41-08

Khainovskii Vladimir Ivanovich –
Doctor of Science, associate professor,
Department of Physics,
Stavropol State
Agrarian University
Tel.: 8-906-489-41-08

Козырев Антон Евгеньевич –
аспирант кафедры физики
Ставропольский государственный
аграрный университет
Тел.: 8-919-746-67-96
Email: scarface_anton@mail.ru

Kozyrev Anton Evgenevich –
Post-graduate student,
Department of Physics
Stavropol State Agrarian University
Tel.: 8-919-746-67-96,
Email: scarface_anton@mail.ru

Никитин Павел Владимирович –
кандидат технических наук,
доцент кафедры физики
Ставропольский государственный
аграрный университет
Тел.: 8-906-489-41-08

Nikitin Pavel Vladimirovich –
Doctor of Science, associate professor,
Department of Physics
Stavropol State
Agrarian University
Tel.: 8-906-489-41-08

Известно, что низкочастотную диэлектрическую проницаемость веществ определяют измерением электрической емкости конденсатора – C , заполненного веществом, и сравнивают ее с емкостью незаполненного диэлектриком конденсатора – C_0 , согласно соотношению [1, 2]

$$\varepsilon = C/C_0. \quad (1)$$

Как правило, негласно считается, что величина электрической емкости C_0 достаточно близка к ее расчетной геометрической емкости. Однако на практике это отличие может быть существенным. На рисунке 1 представлена экспериментальная зависимость электрической емкости конденсатора с плоскими прямоугольными электродами площадью – 50x50 мм² каждый, заполненного воздухом. Расстояние воздушно-го зазора между электродами – 15 мм.

Расчетная величина электрической емкости конденсатора равна – 1,5 пФ и существенно меньше измеренной величины – 5 пФ (для частот, больших 50 кГц по рис. 1). Для частот, меньших 50 кГц, электрическая емкость конден-

сатора, по-видимому, определяется конечной влажностью воздуха и возбуждением молекул воды электромагнитным полем, что приводит к немономонному характеру изменения емкости конденсатора.

Анализ показал, что ощутимый вклад (до 30–40 %) в увеличение электрической емкости – C_0 может внести дополнительная электрическая емкость, возникающая вследствие существенного «выпучивания» наружу краевого электрического поля конденсатора. Исследованию этого явления посвящена настоящая работа.

Расчет краевого электрического поля конденсатора нельзя выполнить классическим способом, решая уравнение Пуассона с соответствующими граничными условиями, поскольку плотность распределения поверхностного электрического заряда на краях его электродов с внешней и внутренней сторон заведомо не известна. Однако, как известно, методы конформного отображения в теории функций комплексного переменного позволяют решать подобные задачи [3].

С, Ф

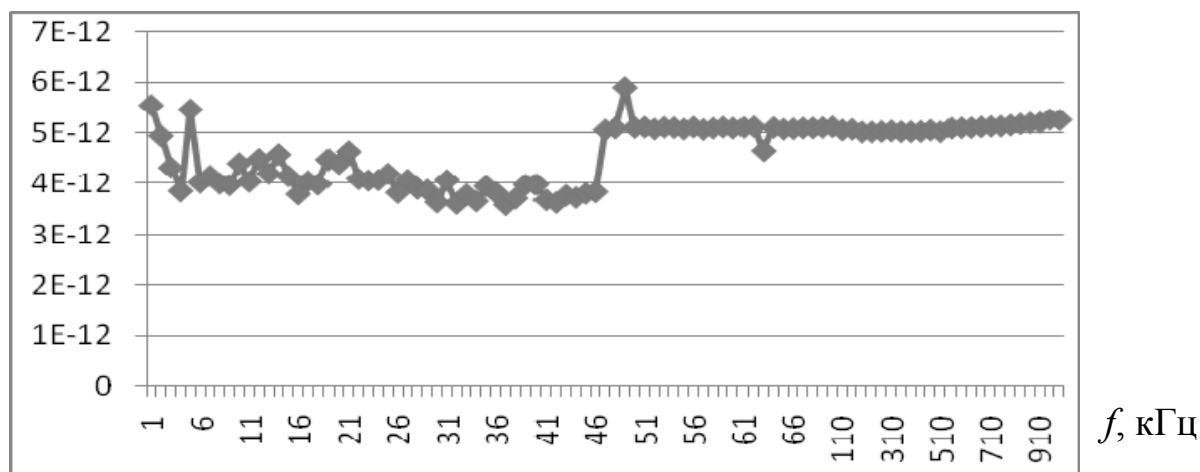


Рисунок 1 – Зависимость электрической емкости от частоты для конденсатора без диэлектрика

Геометрическая модель, представленная на рисунке 2, поясняет конформное отображение вспомогательной полуплоскости ω посредством интеграла Кристоффеля – Шварца на комплексную плоскость z расположения электродов конденсатора. Затем полуплоскость ω с помощью функции $w = (V/\pi)\ln\omega$ конформно отображается на полосу комплексного потенциала $-V \cdot i < \text{Im}w < +V \cdot i$ в комплексной плоскости w . Окончательно получаем для конформного отображения следующие соотношения:

$$z = \left(\frac{d}{2\pi} \right) (2 \cdot \ln \omega + (1 - \omega)^2) + \delta \cdot i, \quad (2)$$

$$\omega = \exp(\pi w/V).$$

Здесь обозначили: d – расстояние между электродами конденсатора, V – напряжение на электродах, δ – координата смещения электродов конденсатора вдоль вертикальной оси y плоскости z (рис. 2а). Величиной δ можно пренебречь, так как она произвольная и полагаем $\delta = 0$. Представим координаты точек комплексной плоскости z и комплексной полуплоскости ω соответственно в прямоугольных и цилиндрических координатах: $Z = x + iy$ и $\omega = \rho \cdot \exp(i\psi)$, где i – «мнимая» единица, ρ – модуль и ψ – аргумент комплексного представления.

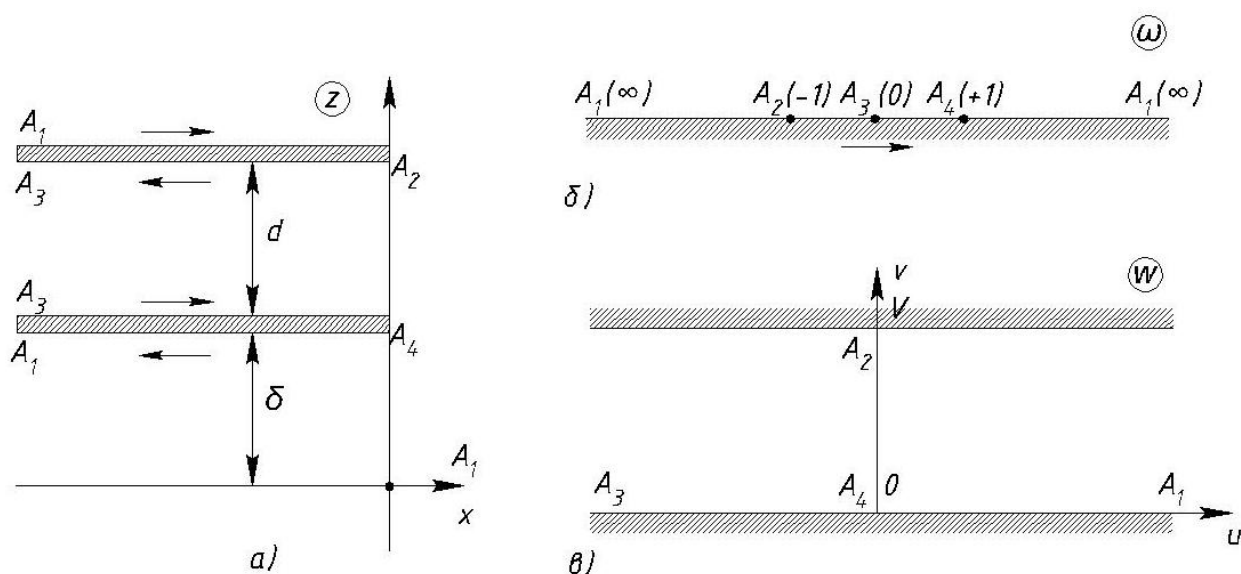


Рисунок 2 – Геометрическое представление конформного отображения: а) поперечное сечение электродов конденсатора в комплексной плоскости z ; б) вспомогательная комплексная полуплоскость ω ; в) полоса комплексного потенциала в комплексной плоскости w ; V – разность потенциалов между верхним и нижним электродами конденсатора

Подставляя это в (2) и отделяя действительную и мнимую части, получаем необходимые уравнения для координат x и y в параметрическом виде:

$$x = \left(\frac{d}{2\pi} \right) (1 + 2 \cdot \ln \rho - \rho^2 \cos 2\psi), \quad (3)$$

$$y = \left(\frac{d}{2\pi} \right) (2\psi - \rho^2 \sin 2\psi).$$

С другой стороны комплексный потенциал w электрического поля записывается в виде:

$$w = \text{Re}w + i \cdot \text{Im}w = u + iv, \quad u = \text{Re}w = (V/\pi) \cdot \ln \rho$$

$$\text{и } v = \text{Im}w = (V/\pi) \psi, \quad (4)$$

где u , v – соответственно силовая и потенциальная части функции w электрического поля. Полагая в (3) и (4) $\psi = \text{const}$, получаем параметрические уравнения эквипотенциальных линий распределения краевого электрического поля конденсатора. Соответственно, полагая $\rho = \text{const}$ из (3) и (4) имеем параметрические уравнения распределения силовых линий краевого поля «выпучивания». На рисунке 3а представлен график силовых и эквипотенциальных линий, построенных по соотношениям (3) в предположении $d = 15$ мм; напряжение $V = 1,0$ В – соответственно между верхним и нижним электродами конденсатора.

Необходимо отметить, что рассматриваемая в настоящей работе модель отличается от модели конформного отображения, изложенной в работах [3, 4]. Однако количественно она полностью совпадает с ней.

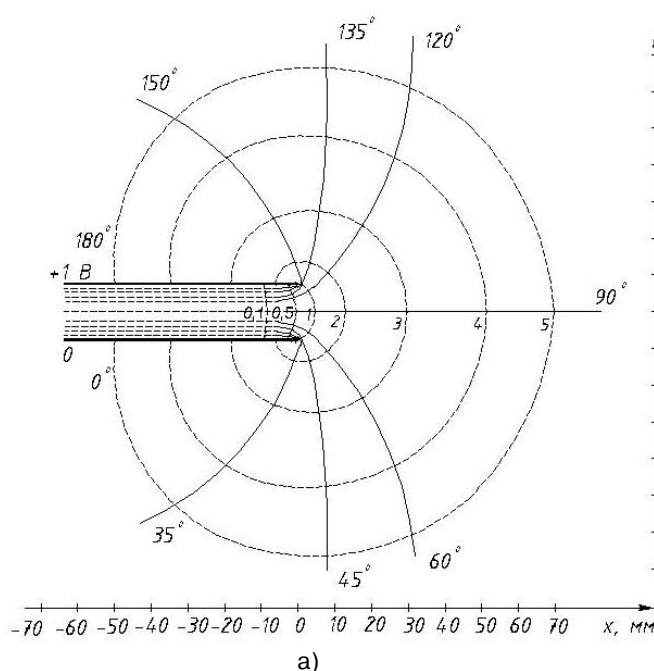
График рисунка 3б построен для напряженности электрического поля вдоль нескольких эквипотенциальных линий по соотношению:

$$E = |dw/dS| = dv/dS =$$

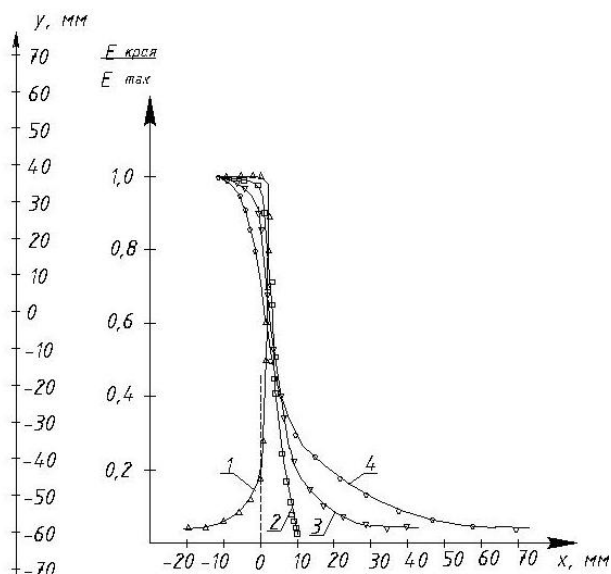
$$(2V/d) \cdot (1/\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 \cdot \cos 2\psi + 1}), \quad (5)$$

где $dS = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$, а указанные дифференциалы координат получаем из выражений (3).

Из рисунка 3 следует, что при $\psi = 0^\circ$ или 180° соответствующие эквипотенциальные линии огибают внутренние и внешние контуры электродов. Причем на краях электродов, когда $x = 0$ мм ($\rho = 1$) напряженность электрического поля становится бесконечно большой. Однако для значений $0^\circ < \psi < 180^\circ$ напряженность краевого поля становится конечной, не превосходит его максимального значения внутри конденсатора и монотонно уменьшается при удалении от краев электродов. Причем для $-12 \text{ мм} \leq x \leq 0$ мм, т. е. на краю под электродами внутри конденсатора напряженность поля меньше его максимальной величины, что связано с уменьшением плотности поверхностного заряда вблизи края. Указанные изменения электрического поля создают уменьшение электрической емкости измерительного конденсатора внутри него (между электродами) на величину $\Delta C_{\text{края}}$ и одновременно добавляют электрическую емкость $\Delta C_{\text{вып}}$, создаваемую краевым «выпучиванием» поля вне электродов конденсатора. Причем это краевое поле существенно охватывает электроды конденсатора с наружных сторон (рис. 3а). Определим $\Delta C_{\text{края}}$ по соотношению



а)



б)

Рисунок 3 – а) распределение эквипотенциальных линий ($\psi = 0; 30; \dots; 180$) и силовых линий ($\rho = 0,1; 0,5; 1; \dots; 5$) электрического поля «выпучивания» на краю конденсатора без диэлектрика (воздух); б) зависимости краевого электрического поля конденсатора от координаты x вдоль эквипотенциальных линий (1 – $\psi = 1500$, 2 – $\psi = 1350$, 3 – $\psi = 1200$, 4 – $\psi = 90^\circ$)

$$\Delta C_{\text{края}} = \frac{\varepsilon_0 \cdot S_{\text{края}} (d_{\text{края}}^{\text{ср}} - d)}{d \cdot d_{\text{края}}^{\text{ср}}}, \quad (6)$$

где $S_{\text{края}} = 4 \cdot (38 \cdot 12) \text{ мм}^2 \approx 1872 \text{ мм}^2$ – боковая площадь, соответствующая уменьшению электрического поля вблизи края внутри конденсатора; $d = 15 \text{ мм}$ – расстояние между электродами; $d_{\text{края}}^{\text{ср}} = d/0,82 \approx 18,3 \text{ мм}$ – длина силовой линии, соответствующая средней величине поля внутри края конденсатора – $E_{\text{края}}^{\text{ср}} = 1/2 \cdot (E_{\text{max}} - E_{\text{min}}) \approx 0,82 \cdot E_{\text{max}}$.

Подставляя все указанные величины в соотношение (6), получаем $\Delta C_{\text{края}} \approx 0,20 \text{ пФ}$. Оценку электрической емкости $\Delta C_{\text{вып}}$ выполним по выражению

$$\Delta C_{\text{вып}} = \frac{\varepsilon_0 \cdot S_{\text{вып}}}{d_{\text{вып}}^{\text{ср}}}, \quad (7)$$

где $S_{\text{вып}} = 4 \cdot (50+30) \cdot 30 \approx 9600 \text{ мм}^2$ – оценка площади перекрытия снаружи электродов конденсатора силовыми линиями поля на среднее расстояние $\sim 30 \text{ мм}$ (при $\rho = 4$, рис. 3).

Это расстояние существенно меньше общей протяженности «выпучивания» поля наружу краев электродов конденсатора по оси его симметрии ($y = 7,5 \text{ мм}$), достигающей $x \approx 252 \text{ мм}$ (при $E_{\text{края}} = 0,01 E_{\text{max}}$ и $\rho = 10$). С другой стороны, средняя величина напряженности поля «выпучивания» при $0 \leq x \leq 252 \text{ мм}$ равна $E_{\text{вып}}^{\text{ср}} \approx 0,125 \cdot E_{\text{max}}$ и соответствует координате $x_{\text{ср}} = 24 \text{ мм}$ для $\rho = 2,65$ (рис. 3б). Тогда оценка длины соответствующей силовой линии дает $d_{\text{вып}}^{\text{ср}} = d/0,125 \approx 120 \text{ мм}$ и из (7) получаем, что $\Delta C_{\text{вып}} \approx 0,71 \text{ пФ}$. Следовательно, измеренная электрическая емкость рассматриваемого конденсатора (без диэлектрика) – $C_{\text{изм}}$ с учетом краевых эффектов должна определяться алгебраической суммой емкостей:

$$C = C_0 + \Delta C_{\text{доп}} \approx 2,01 \text{ пФ},$$

где $\Delta C_{\text{доп}} = (\Delta C_{\text{вып}} + \Delta C_{\text{края}}) \approx 0,91 \text{ пФ}$ и $C_0 = 1,1 \text{ пФ}$ – соответственно дополнительная и расчетная геометрические емкости конденсатора.

Причем, получаем, что $\Delta C_{\text{доп}}/C_0 \approx 0,83$. Следовательно, влияние краевых эффектов электрического поля на измеряемую электрическую емкость конденсатора достаточна велика.

Измерения емкости конденсатора показали, что дополнительный вклад дают также «паразитные» емкости металлических креплений электродов конденсатора (винтов и втулок) суммарной величиной $\sim 3 \text{ пФ}$. Поэтому в целом величина измеренной емкости равна $\sim 5 \text{ пФ}$ (рис. 1).

Необходимо отметить, что при заполнении конденсатора диэлектриком (например, семенами) он остается подключенным к источнику напряжения. Это означает, что напряжение между его электродами, а следовательно, и напряженность электрического поля в конденсаторе не изменяются, т. е. в обоих случаях одинаковы. При этом электрическое смещение внутри конденсатора увеличивается в ε раз. Во столько же раз увеличивается заряд на электродах конденсатора и, следовательно, в ε раз увеличивается его электрическая емкость. Поэтому при измерениях диэлектрической проницаемости диэлектрика – ε пользуются строго соотношением (1) без учета рассмотренных краевых эффектов электрического поля.

Таким образом, в статье рассмотрены краевые эффекты электрического поля в методике определения диэлектрической проницаемости веществ посредством измерения электрической емкости конденсатора. Это позволяет с большим пониманием применять указанную методику, следовательно, получать достоверные результаты измерений.

Литература

1. Духин С. С., Шилов В. Н. Диэлектрические явления и двойной слой в дисперсных системах и полиэлектролитах. Киев : Наукова Думка, 1972. С. 206.
2. Хайновский В. И., Козырев А. Е. Определение диэлектрической проницаемости семян сельскохозяйственных культур // Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2011. № 11. С. 30–31.
3. Фукс Б. А., Шабат Б. В. Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. М. : Наука, 1964.
4. Козырев А. Е., Хайновский В. И., Копылова О. С., Никитин П. В. Определение диэлектрических параметров семян сельскохозяйственных культур с учетом бокового электрического поля измерительного конденсатора // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. 2013. № 85 (01). С. 1–10.

Reference

1. Dukhin S. S., Shilov V. N. The dielectric phenomena and double layer in disperse systems and polyelectrolytes. Kiev : Naukova Dumka, 1972. P. 206.
2. Khainovskii V. I., Kozyrev A. E. Determination of dielectric permeability of seeds of crops // Mechanization and agriculture electrification. 2011. № 11. P. 30–31.
3. Fuks B. A., Shabat B. V. Functions complex variable and their some appendices. M. : Nauka, 1964.
4. Khainovskii V. I., Kozyrev A. E., Kopilova O. S., Nikitin P. V. Determination of dielectric parameters of seeds of crops taking into account lateral electric field of the measuring condenser // The Polythematic network electronicscientific magazine KubSAU. 2013. № 85 (01). P. 1–10.