

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО
Мегафакультет трансляционных информационных технологий
Факультет информационных технологий и программирования

Моделирование №2

По дисциплине «Физические основы компьютерных и сетевых технологий»

Выполнил студент группы №М3203
Петров Денис Александрович

Проверила
Громова Наира Рустемовна

Санкт-Петербург
2023

1. Задание

Моделирование дифракции Фраунгофера от объектов произвольной формы, задаваемых двумерным амплитудным распределением. Задача показать распределение интенсивности в плоскости, удаленной от объекта на расстояние L при заданной длине волны излучения (6 баллов).

2. Теория

Преобразование Фурье

Преобразование Фурье - это математический метод, используемый для преобразования функции времени или пространства в частотное представление. Для двумерного случая, который используется в данной работе, преобразование Фурье применяется к амплитудному распределению объекта, чтобы получить распределение интенсивности в дальней плоскости.

Для функции $f(x, y)$ двумерное преобразование Фурье определяется как:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy$$

В случае численного расчета используется дискретное преобразование Фурье (DFT), которое может быть эффективно вычислено с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (FFT).

Быстрое Преобразование Фурье (FFT)

Для двумерного массива $f[m, n]$, FFT определяется как:

$$F[k, l] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f[m, n] e^{-i2\pi\left(\frac{km}{M} + \frac{ln}{N}\right)}$$

где M и N - размеры массива.

Дифракция Фраунгофера

В контексте дифракции Фраунгофера, амплитудное распределение $f(x, y)$ объекта преобразуется в частотное пространство с помощью FFT, что соответствует распределению интенсивности в дальней плоскости. Распределение интенсивности $I(u, v)$ определяется как квадрат модуля комплексного амплитудного распределения:

$$I(u, v) = |F(u, v)|^2$$

Центрирование Спектра

Поскольку результат FFT имеет низкочастотные компоненты в углах, а высокочастотные - в центре, используется функция `fftshift` для центрирования нулевой частоты. Это необходимо для корректной визуализации дифракционной картины.

Для написания использовались материалы из статей:

1. Дифракция Фраунгофера
2. FFT
3. Википедия

3. Code

Для визуализации я написал код на Python:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def fraunhofer_diffraction(amplitude_distribution, L=1.0, D=0.5e-6):
    N = amplitude_distribution.shape[0]
    D = 1.0 #

    dx = D / N #

    #
    fft_result = np.fft.fftshift(np.fft.fft2(amplitude_distribution))
    print(f"FFT: {np.max(np.abs(fft_result))}")

    #
    x_fraunhofer = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(N, dx)) * L
    y_fraunhofer = np.fft.fftshift(np.fft.fftfreq(N, dx)) * L
    x_fraunhofer, y_fraunhofer = np.meshgrid(x_fraunhofer, y_fraunhofer)

    #
    intensity = np.abs(fft_result) ** 2

    #

    plt.figure(figsize=(12, 6))

    plt.subplot(1, 2, 1)
    plt.imshow(amplitude_distribution, extent=(-D/2, D/2, -D/2, D/2), cmap='gray')

    plt.title('Amplitude Distribution')
    plt.colorbar()

    #

    plt.subplot(1, 2, 2)
    plt.imshow(np.log1p(intensity), extent=(x_fraunhofer.min(),
                                           x_fraunhofer.max(), y_fraunhofer.min(),
                                           y_fraunhofer.max()), cmap='inferno')

    plt.title('Intensity Distribution (Fraunhofer Diffraction)')
    plt.colorbar()

    plt.show()

if __name__ == '__main__':
    L = 0.5
    # = 500 * 1.0e-9
    N = 100000 #
    D = 0.5 #
    dx = D / N #
    x = np.linspace(-D/2, D/2, N)
    y = np.linspace(-D/2, D/2, N)
    x, y = np.meshgrid(x, y)

    #
```

```
slit_width = 0.05
amplitude_distribution = np.where(np.abs(x) <= slit_width / 2, 1, 0)

fraunhofer_diffraction(amplitude_distribution, L, )
```

[Github с кодом](#)

4. Результаты

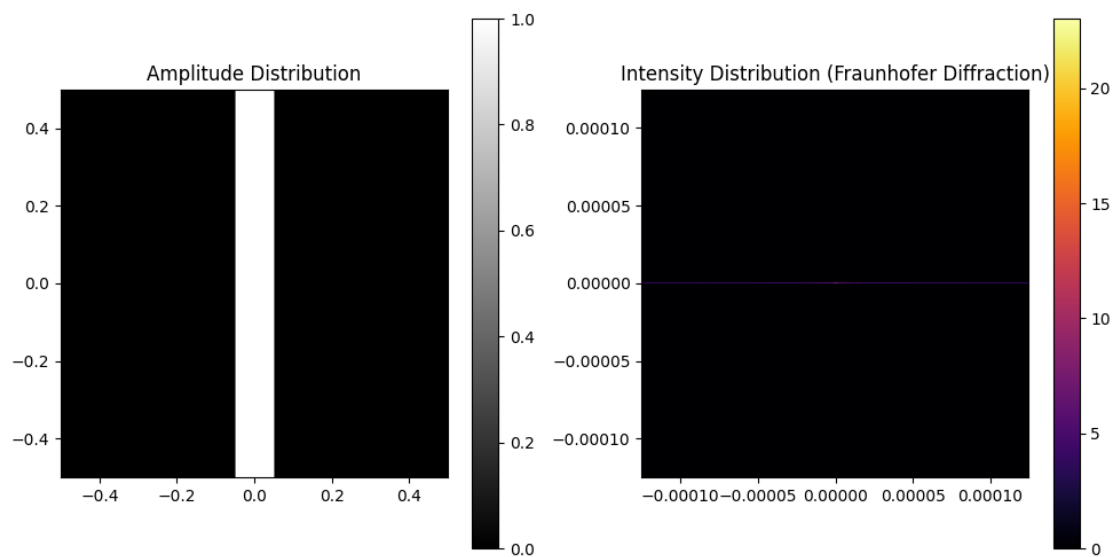


Рис. 1: Дифракционная картина для одной щели

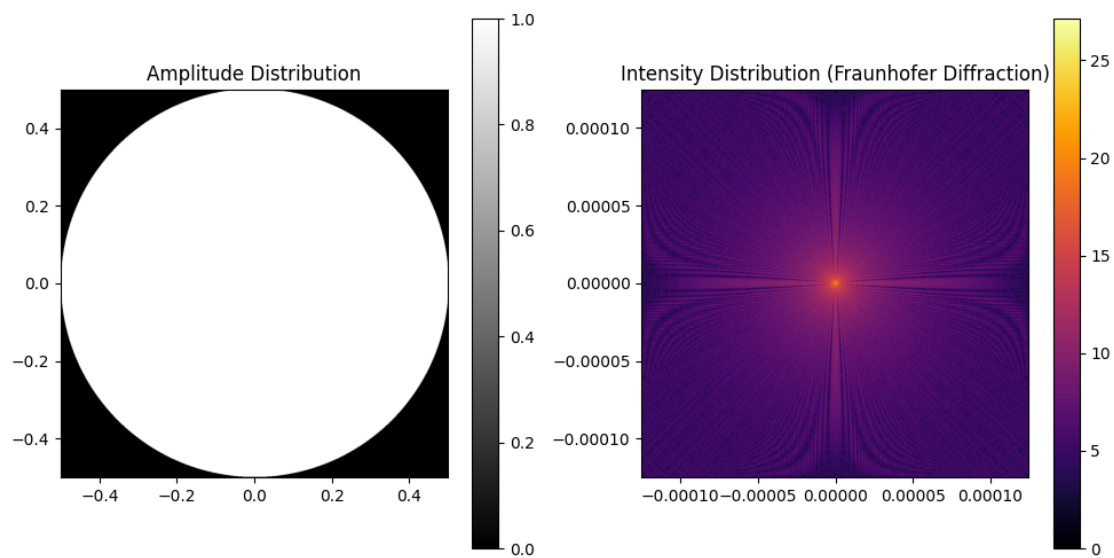


Рис. 2: Дифракционная картина для круглой апертуры

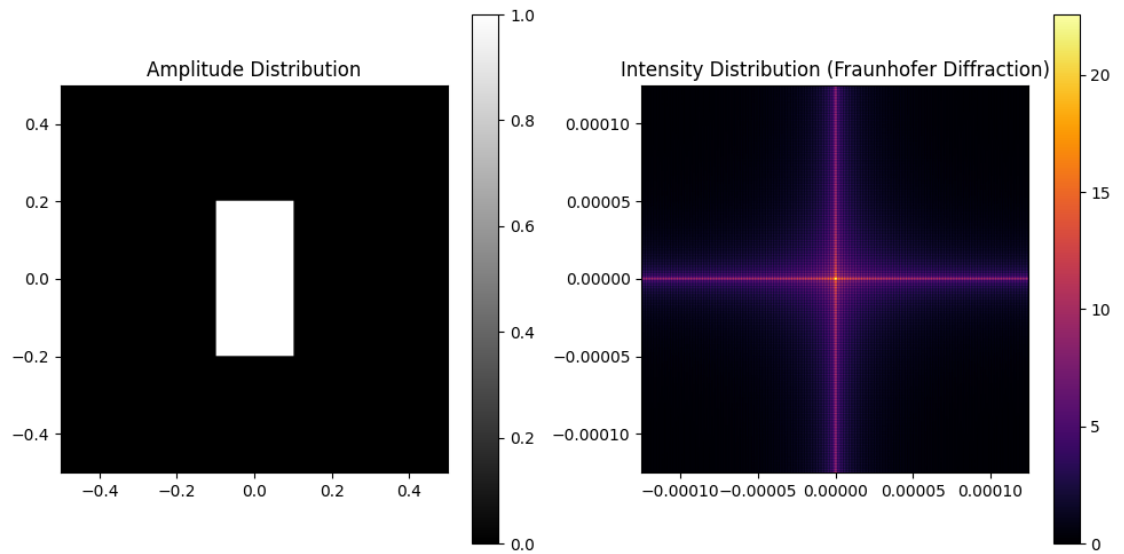


Рис. 3: Дифракционная картина для прямоугольной апертуры

5. Вывод

Моделирование дифракции Фраунгофера с использованием FFT позволяет эффективно рассчитывать и визуализировать распределение интенсивности в дальней плоскости для различных амплитудных распределений. В ходе работы был написан код, отображающий распределение интенсивности, и он был протестирован на нескольких примерах. Этот метод может быть использован для исследования дифракционных явлений, анализа оптических систем и в других областях, связанных с волновой оптикой.