

凯哥不定积分笔记——1 有理函数

1. 将该真分式的分母进行因式分解，直到无法再分解为止。
2. 裂项，裂项遵循以下原则
 - 分母中有 $(x - a)^k$ ，则裂项后式子一定有 $\frac{A_1}{x-a}, \frac{A_2}{(x-a)^2}, \dots, \frac{A_k}{(x-a)^k}$ 。
 - 分母中含有 $(x^2 + px + q)^k$ ，其中 $p^2 - 4q < 0$ 即不能分解的项。则裂项后式子一定有 $\frac{B_1x+C_1}{x^2+px+q}, \frac{B_2x+C_2}{(x^2+px+q)^2}, \dots, \frac{B_kx+C_k}{(x^2+px+q)^k}$ 。
3. 使用待定系数法或留数法求解系数。

题目列表

1.

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x+4} dx$$

2.

$$\int \frac{2x+3}{x^2+4x+6} dx$$

3.

$$\int \frac{x^2}{(a^2+x^2)^2} dx$$

4.

$$\int \frac{1}{(a^2+x^2)^2} dx$$

5.

$$\int \frac{x+2}{(x^2+2x+10)^2} dx$$

6.

$$\int \frac{3x+6}{(x-1)^2(x^2+x+1)} dx$$

7.

$$\int \frac{1}{1+x^3} dx$$

8.

若如下积分的结果中不含反正切函数，求 a

$$\int \frac{x^2+ax+2}{(x+1)(x^2+1)} dx$$

9.

// 从此题开始下面开始特殊解法

$$\int \frac{1}{1-x^4} dx$$

10.

$$\int \frac{1}{x^8(1+x^2)} dx$$

11.

$$\int \frac{1+x^4}{1+x^6} dx$$

12.

$$\int \frac{1}{x(x^3+27)} dx$$

13.

$$\int \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$$

14.

$$\int \frac{1}{1+x^6} dx$$

15.

$$\int \frac{e^{3x} + e^x}{e^{4x} - e^{2x} + 1} dx$$

16.

$$\int \frac{1}{\sqrt{\tan x}} dx$$

17.

$$\int \sqrt{\tan x} dx$$

解答之