

协方差计算

多变量随机数的协方差分析

➤ 随机数 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$
为二维随机变量对 (x, y) 的样本

➤ 二维样本的协方差

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

➤ 二维样本的相关系数

$$\eta = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

协方差矩阵计算

➤ 协方差矩阵

$$C = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix}$$

➤ 其中 , $c_{xx} = \sigma_x^2$, $c_{xy} = c_{yx} = s_{xy}$, $c_{yy} = \sigma_y^2$

➤ 计算协方差矩阵的函数调用格式

$$C = \text{cov}(X)$$

➤ 其中 , X 的各列均表示不同的随机变量的样本值

例9-23 正态分布的协方差矩阵

➤ 试用MATLAB语言

- 产生 4 个满足标准正态分布的随机变量
- 并求出其协方差矩阵

➤ MATLAB求解语句

- 4列信号相互独立



```
>> p=randn(30000,4); R=cov(p)
```

多变量正态分布的 联合概率密度及分布函数

➤ 给定 n 组正态分布随机变量 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, 它们的均值分别 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$, 可以构成一个均值向量 μ , 这些变量的协方差矩阵为 Σ^2 , 这些随机变量的联合概率密度为

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Sigma^{-1} e^{-\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \Sigma^{-2} \mathbf{x}}$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n]^T$

联合概率密度计算

- 求随机变量的联合概率密度的函数调用格式


$$p = \text{mvnpdf}(X, \mu, \Sigma^2)$$

$$p = \text{pdf}('mvn', X, \mu, \Sigma^2)$$


- 其中, X 为 n 列的矩阵
- 每一列表示一个随机变量

例9-24 协方差矩阵与随机数分布

➤ 给定 $\mu = [-1, 2]^T$, $\Sigma^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, 联合概率密度函数

```
 >> mu1=[-1,2]; Sigma2=[1 1; 1 3];  
[X,Y]=meshgrid(-3:0.1:1,-2:0.1:4);  
xy=[X(:) Y(:)]; p=mvnpdf(xy,mu1,Sigma2);  
P=reshape(p,size(X)); surf(X,Y,P)
```

➤ 若协方差矩阵为对角矩阵 , 新概率密度函数

```
 >> Sigma2=diag(diag(Sigma2));  
p=mvnpdf(xy,mu1,Sigma2);  
P=reshape(p,size(X)); surf(X,Y,P)
```

多变量正态分布随机数生成

- 产生多变量正态分布随机数的函数调用格式

$$R = \text{mvnrnd}(\mu, \Sigma^2, m)$$

$$R = \text{random}('mvn', \mu, \Sigma^2, m)$$

- 该函数可以生成 m 组满足多变量正态分布的随机变量，返回的 R 为 $m \times n$ 矩阵，每一列表示一个随机变量。

例9-24 二维正态分布

- 观察均值为 $\mu = [-1, 2]^T$
- 协方差矩阵为 $\Sigma^2 = [1, 1; 1, 3]$
- 二维正态分布的伪随机数的分布情况



```
>> mu1=[-1,2]; Sigma2=[1 1; 1 3];  
R1=mvnrnd(mu1,Sigma2,2000);  
plot(R1(:,1),R1(:,2),'o')
```



```
>> Sigma2=diag(diag(Sigma2));  
R2=mvnrnd(mu1,Sigma2,2000);  
plot(R2(:,1),R2(:,2),'o')
```

