

国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材

国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第五章 线性系统的计算机辅助分析

线性系统的根轨迹分析 (上)

Root Locus Analysis of Linear Control Systems (I)



主讲：薛定宇教授



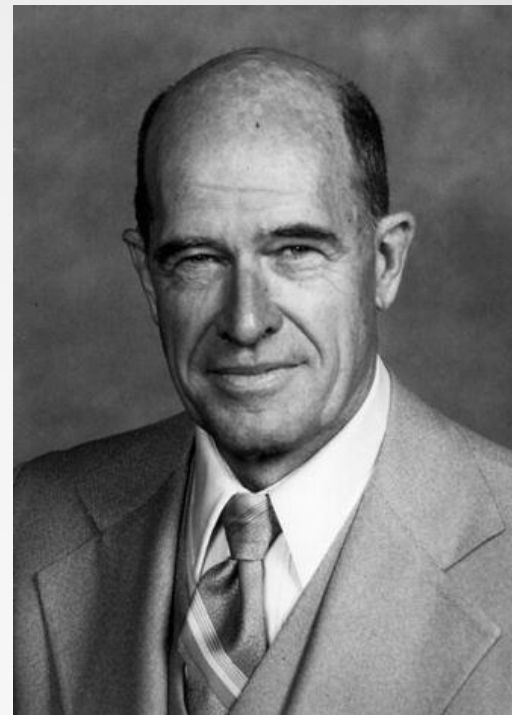
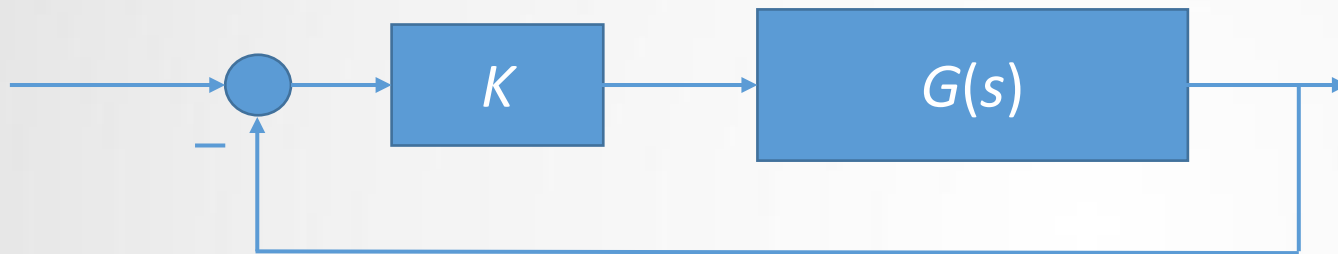
线性系统的根轨迹分析

- 根轨迹的基本概念与作用
- 基于MATLAB的根轨迹绘制方法
 - 连续系统的根轨迹
 - 离散系统的根轨迹
 - 延迟系统的近似根轨迹



根轨迹分析基本概念

➤ 单变量开环传递函数 $G(s)$



Walter Richard Evans (1920-1999)

- 闭环系统特征方程 $1 + KG(s) = 0$
- 对 K 的不同取值，则可能绘制出每个特征根变化的曲线，这样的曲线称为系统的根轨迹。
- 根轨迹用开环信息研究闭环特性



根轨迹曲线的MATLAB绘制

➤ MATLAB 求解

`rlocus(G)`

`rlocus(G, K)`

`[R, K]=rlocus(G)`

`rlocus($G_1, '-'$, $G_2, '-.b'$, $G_3, ':r'$)`

➤ 该函数可以用于单变量系统分析

➤ 单变量不含有时间延迟的连续系统

➤ 离散系统可以带有时间延迟




例5-27 开环系统

➤ 开环传递函数

$$G(s) = \frac{s^2 + 4s + 8}{s^5 + 18s^4 + 120.3s^3 + 357.5s^2 + 478.5s + 306}$$

➤ MATLAB 求解

```
 >> num=[1 4 8]; den=[1,18,120.3,357.5,478.5,306];  
G=tf(num,den); rlocus(G)
```

➤ 如何求解临界增益？

➤ 闭环系统稳定性如何变化？



例5-28 基于根轨迹的设计方法

- 受控对象模型 $G(s) = \frac{10}{s(s+3)(s^2+2s+4)}$
- 根轨迹求解



```
>> s=tf('s'); G=10/(s*(s+3)*(s^2+3*s+4));  
      rlocus(G), grid
```

- 求出阻尼在 $\zeta = 0.707$ 处的增益
- 临界增益处阶跃响应



```
>> K=0.526; step(feedback(G*K,1))
```



例5-29 离散系统的根轨迹

➤ 离散系统开环模型， $T = 0.1$

$$G(z) = \frac{-0.95(z+0.51)(z+0.68)(z+1.3)(z^2-0.84z+0.196)}{(z+0.66)(z+0.96)(z^2-0.52z+0.1117)(z^2+1.36z+0.7328)}$$

➤ 根轨迹绘制



```
>> z=tf('z','Ts',0.1);  
G=-0.95*(z+0.51)*(z+0.68)*(z+1.3)*...  
    (z^2-0.84*z+0.196)/((z+0.66)*(z+0.96)...  
    *(z^2-0.52*z+0.1117)*(z^2+1.36*z+0.7328));  
rlocus(G), grid
```




例5-30 无延迟离散模型

➤ 离散系统模型, $T = 0.1$

$$G(z) = \frac{0.52(z - 0.49)(z^2 + 1.28z + 0.4385)}{(z - 0.78)(z + 0.29)(z^2 + 0.7z + 0.1586)}$$

➤ MATLAB 求解



```
>> z=tf('z','Ts',0.1);  
G=0.52*(z-0.49)*(z^2+1.28*z+0.4385)/...  
    ((z-0.78)*(z+0.29)*(z^2+0.7*z+0.1586));  
rlocus(G), grid
```




例5-31 延迟离散系统的根轨迹

➤ 假设延迟为 6 步，则

$$G(z) = \frac{0.52(z - 0.49)(z^2 + 1.28z + 0.4385)}{(z - 0.78)(z + 0.29)(z^2 + 0.7z + 0.1586)} z^{-6}$$



```
>> z=tf('z','Ts',0.1);  
G=0.52*(z-0.49)*(z^2+1.28*z+0.4385)/...  
    ((z-0.78)*(z+0.29)*(z^2+0.7*z+0.1586));  
G.ioDelay=6; rlocus(G)
```

➤ 可以求临界增益，延迟系统临界增益减小

