国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材

国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第七章 控制器设计的经典方法

多变量频域设计（下）

Frequency Domain Design of Multivariable Systems (II)

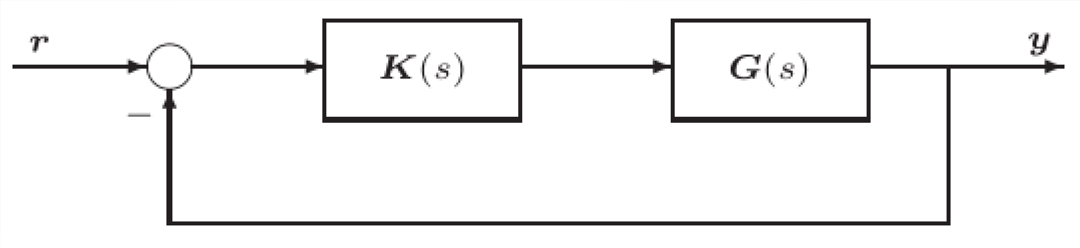
主讲：薛定宇教授

多变量系统的参数最优化设计

- 前面介绍的方法不能完全解耦
- 利用数值最优化技术设计解耦控制器
- 主要参考文献：
  - John Edmunds，Control system design and analysis using closed-loop Nyquist and Bode arrays. International Journal of Control, 1979
- MFD给出直接求解的函数
  - 函数 fedmunds

参数最优化方法的数学基础

- 多变量系统框图



- 闭环系统模型 $T(s) = G(s)K(s)\left[I + G(s)K(s)\right]^{-1}$
- 期望在某频率段内闭环模型趋近于 $T_{\mathrm{t}}(s)$
- 目标控制器 K_{t} 满足 $GK_{\mathrm{t}} = T_{\mathrm{t}}(I - T_{\mathrm{t}})^{-1}$
- 引入误差 $E = (I - T)(GK - GK_{\mathrm{t}})(I - T_{\mathrm{t}})$

数学基础

- 定义最优准则 $$\|\boldsymbol{E}\|_2^2=\min_{\boldsymbol{N}(s)}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{tr}\left[\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}(-\mathrm{j}\omega)\boldsymbol{E}(\mathrm{j}\omega)\right]\mathrm{d}\omega$$
- 选择控制器结构 $$\boldsymbol{K}(s)=\frac{\boldsymbol{N}(s)}{d(s)}$$
- 选择合适的控制器极点，通过寻优方法搜索出控制器的分子多项式矩阵
- 调用MFD现成函数直接设计

$$\boldsymbol{N}=\texttt{fedmunds}(\boldsymbol{w},\boldsymbol{H},\boldsymbol{H}_{\mathrm{t}},\boldsymbol{N}_0,\boldsymbol{D})$$

例7-17 多变量系统设计

- 多变量受控对象

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1.1320 & 0 & -1\\ 0 & -0.0538 & -0.1712 & 0 & 0.0705\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0.0485 & 0 & -0.8556 & -1.013\\ 0 & -0.2909 & 0 & 1.0532 & -0.6859\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ -0.120 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 4.419 & 0 & -1.665\\ 1.575 & 0 & -0.0732\end{bmatrix}$$

- 模型输入 $C=\begin{bmatrix}I_3 & \mathbf{0}_{3\times 2}\end{bmatrix}$

```
>> A=[0,0,1.1320,0,-1; 0,-0.0538,-0.1712,0,0.0705; 0,0,0,1,0;
      0,0.0485,0,-0.8556,-1.013;0,-0.2909,0,1.0532,-0.6859];
   B=[0,0,0; -0.120,1,0; 0,0,0; 4.419,0,-1.665; 1.575,0,-0.0732];
   C=eye(3,5); G=ss(A,B,C,0); w=logspace(-3,2); Hg=mfrd(G,w);
```

目标闭环模型与目标控制器

- 选定目标闭环模型

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{t}}(s) = \mathrm{diag}\left[\frac{3^2}{(s+3)^2}, \frac{3^2}{(s+3)^2}, \frac{10^2}{(s+10)^2}\right]$$

- 求目标控制器

```
>> s=tf('s'); g=3^2/(s+3)^2;
   T=[g,0,0; 0,g,0; 0,0,10^2/(s+10)^2];
```

```
>> I=eye(3); Kt=inv(G)*T*inv(I-T);
   Hk=mfrd(Kt,w); Ht=mfrd(T,w);
   for i=1:3, for j=1:3,
      subplot(3,3,3*(i-1)+j); G0=fget(w,Hk,[i,j]);
      semilogx(w,20*log10(abs(G0))), xlim([0.001,100])
   end, end
```

选择控制器的极点

- 由目标控制器的Bode图选择控制器结构
  - 第一输入无需积分器，其他两个需要
  - 第一输入选择极点 -6
  - 另外两个输入的控制器选择极点 -6、-30
- 控制器结构

$$\boldsymbol{k}_{i1}(s)=\frac{\boldsymbol{v}_{i1}^{0}s+\boldsymbol{v}_{i1}^{1}}{s+6},\quad \boldsymbol{k}_{i2}(s)=\frac{\boldsymbol{v}_{i2}^{0}s^{2}+\boldsymbol{v}_{i2}^{1}s+\boldsymbol{v}_{i2}^{2}}{s(s+6)},\quad \boldsymbol{k}_{i3}(s)=\frac{\boldsymbol{v}_{i3}^{0}s^{2}+\boldsymbol{v}_{i3}^{1}s+\boldsymbol{v}_{i3}^{2}}{s(s+30)}$$

矩阵选择

- 扩展成二阶控制器 $\boldsymbol{k}_{i1}(s)=\dfrac{\mathbf{0}s^2+\boldsymbol{v}_{i1}^0 s+\boldsymbol{v}_{i1}^1)}{0s^2+s+6}$
- 分子分母矩阵设置

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0&1&6&1&6&0&1&30&0\\0&1&6&1&6&0&1&30&0\\0&1&6&1&6&0&1&30&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}0&1&1&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

控制器的设计

- 输入相关矩阵，直接设计控制器

```
>> d=[0 1 6 1 6 0 1 30 0]; den=[d; d; d];
   num=[zeros(3,1) ones(3,8)];
   N=fedmunds(w,Hg,Ht,num,den)
```

- 控制器的数学模型

```
>> d1=[1,6]; d2=[1 6 0]; d3=[1 30 0];
   K11=tf(N(1,2:3),d1); K12=tf(N(1,6),d2);
   K13=tf(N(1,7:9),d3); K21=tf(N(2,2:3),d1);
   K22=tf(N(2,5:6),d2); K23=tf(N(2,7:9),d3);
   K31=tf(N(3,2:3),d1); K32=tf(N(3,6),d2); K33=tf(N(3,7:9),d3);
```

闭环系统的阶跃响应

- 控制器的数学模型

$$\boldsymbol{K}(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{-6.5183s-4.1806}{s+6} & \dfrac{1.9101}{s(s+6)} & \dfrac{-5.2977s^2+6.3218s+77.927}{s(s+30)} \\ \dfrac{-0.7822s+0.1328}{s+6} & \dfrac{9s+0.7134}{s(s+6)} & \dfrac{-0.6161s^2+0.6246s+22.991}{s(s+30)} \\ \dfrac{-17.3s-5.6199}{s+6} & \dfrac{5.3316}{s(s+6)} & \dfrac{-99.857s^2-63.275s+104.83}{s(s+30)} \end{bmatrix}$$

- 闭环系统的阶跃响应

```
>> K=[K11 K12 K13; K21 K22 K23; K31 K32 K33];
   Gc=feedback(G*K,I); step(Gc,5)
```

多变量系统频域设计小结

- 多变量系统的频域响应与对角占优
  - 现成函数频域响应分析：mfrd()
  - 伪对角占优化：pseudiag()
- 多变量系统参数最优化设计
  - John Edmunds 算法：fedmunds() 函数
  - 选择目标闭环传递函数，计算目标控制器
  - 由目标控制器特性选择极点和控制结构直接优化

薛定宇教授主讲

控制系统仿真与CAD