国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材
国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第七章 控制器设计的经典方法

状态空间设计方法（上）

State Space Design Methods (I)

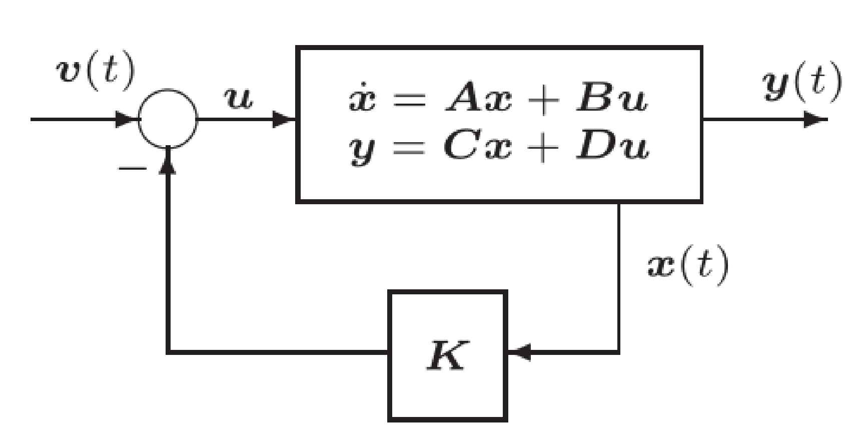
主讲：薛定宇教授

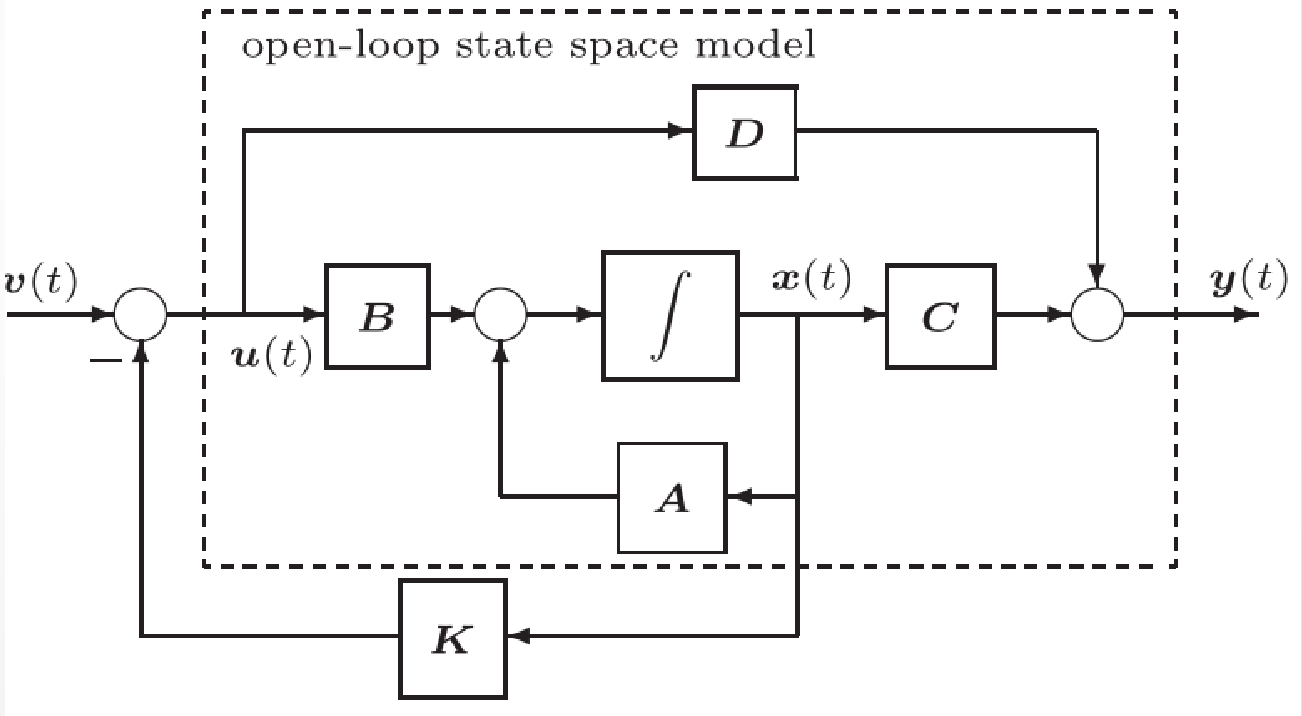
基于状态空间模型的控制器设计方法

- 现代控制理论——状态空间方法
- 本节主要内容
  - 状态反馈系统内部和外部结构
  - 线性二次型最优调节器设计
  - 极点配置控制器设计
  - 观测器及观测器设计
  - 基于观测器的调节器与控制器设计

状态反馈控制结构

- 状态反馈的外部模型与内部模型
- 状态方程 $\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)$





状态反馈理论基础

- 状态反馈与输入信号
- 状态反馈的闭环模型 $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{v}(t)-\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)$

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{v}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=(\boldsymbol{C}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{v}(t)\end{cases}$$

- 如果系统完全可控，则可以将闭环模型 $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K})$ 的极点配置到任意指定的位置
  - 当然需要满足：实数或共轭复数

线性二次型指标最优调节器

- 受控对象——状态方程模型

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t) \end{cases}$$

- 设计目标 $\boldsymbol{u}(t)$
- 找出最优输入
  - 使得目标函数最小化

$$J = \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T(t_\mathrm{f})\boldsymbol{S}\boldsymbol{x}(t_\mathrm{f}) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_\mathrm{f}}\left[\boldsymbol{x}^T(t)\boldsymbol{Q}(t)\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{u}^T(t)\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{u}(t)\right]\mathrm{d}t$$

线性二次型最优调节器

- 最优控制信号 $\boldsymbol{u}^*(t) = -\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{x}(t)$
- Riccati 微分方程 $\boldsymbol{P}(t_\mathrm{f}) = \boldsymbol{S}$

$$\dot{\boldsymbol{P}}(t) = -\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}^\mathrm{T}\boldsymbol{P}(t) + \boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^\mathrm{T}\boldsymbol{P}(t) - \boldsymbol{Q}$$

- 微分方程不能求解，简化为代数方程

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^\mathrm{T}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^\mathrm{T}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{0}$$

- MATLAB求解 $\boldsymbol{K} = -\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{P}$

$[\boldsymbol{K},\boldsymbol{P}]=\mathtt{lqr}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{Q},\boldsymbol{R})$

离散系统的二次型最优调节器

- 二次型性能指标

$$J=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N}\left[\boldsymbol{x}^{T}(k)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{u}^{T}(k)\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}(k)\right]$$

- 离散Riccati代数方程

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{F}^{T}\left[\boldsymbol{S}-\boldsymbol{S}\boldsymbol{G}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{G}^{T}\boldsymbol{S}\right]\boldsymbol{F}+\boldsymbol{Q}$$

- 控制律 $\boldsymbol{K}=\left[\boldsymbol{R}+\boldsymbol{G}^{T}\boldsymbol{S}\boldsymbol{G}\right]^{-1}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{S}\boldsymbol{F}$

- MATLAB求解 $[\boldsymbol{K},\boldsymbol{S}]=\mathtt{dlqr}(\boldsymbol{F},\boldsymbol{G},\boldsymbol{Q},\boldsymbol{R})$

例7-2 状态方程模型

- 状态方程受控对象

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2&0&4&1&2\\1&-2&-4&0&1\\1&4&3&0&2\\2&-2&2&3&3\\1&4&6&2&1\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&2\\0&1\\0&0\\0&0\\0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}=[1,0,0,0,0]$$

- 加权矩阵 $\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}(1000,0,1000,500,500)$, $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{I}_2$
- 最优调节器设计

```
>> A=[2,0,4,1,2; 1,-2,-4,0,1; 1,4,3,0,2; 2,-2,2,3,3; 1,4,6,2,1];
   B=[1,2; 0,1; 0,0; 0,0; 0,0]; C=[1,0,0,0,0];
   Q=diag([1000 0 1000 500 500]); R=eye(2); [K,S]=lqr(A,B,Q,R)
```

```
>> G=ss(A-B*K,B,C,0); step(G)
```

薛定宇教授主讲

控制系统仿真与CAD