国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材
国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第五章 线性系统的计算机辅助分析

多变量系统频域分析（下）

Frequency Domain Analysis of Multivariable Systems (II)

主讲：薛定宇教授

其他频域响应数据生成方法

- 串联模型 $G_1(s)\,G_2(s)$

$$H = \mathtt{fmulf}(w, H_2, H_1)$$

- 并联模型 $G_1(s) + G_2(s)$

$$H = \mathtt{faddf}(w, H_1, H_2)$$

- 其他

$$H = \mathtt{fdly}(w, H_1, D), \quad H = \mathtt{finv}(w, H_1)$$

$$H = \mathtt{fmul}(w, H_1, K), \quad H = \mathtt{fmul}(w, K, H_1)$$

全新的多变量频域分析函数

- 对复杂系统结构原 MFD 函数调用太麻烦
  - 原有的plotnyq、fgersh等函数
- 重新编写MATLAB函数处理多变量问题
  - 利用内部延迟的结构
  - 处理任意复杂度的结构
  - 可以完全取代前面介绍的 MFD 工具箱函数
  - 先得出模型，再用这个函数直接获得频域响应

多变量频域分析函数编写

- MFD工具箱函数使用过于繁琐，应新编程
- 把变换调整到LTI层次，函数清单

```
function H1=mfrd(G,w)
H=frd(G,w); h=H.ResponseData; H1=[];
for i=1:length(w); H1=[H1; h(:,:,i)]; end
```

- 按照MFD工具箱格式要求获得频域响应数据
- 调用格式 H=mfrd(G,w)

例5-39 多变量延迟系统

- 系统模型

$$G(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{0.1134\mathrm{e}^{-0.72s}}{1.78s^2+4.48s+1} & \dfrac{0.924}{2.07s+1}\\ \dfrac{0.3378\mathrm{e}^{-0.3s}}{0.361s^2+1.09s+1} & \dfrac{-0.318\mathrm{e}^{-1.29s}}{2.93s+1}\end{bmatrix}$$

- MATLAB 求解

```
>> G=[tf(0.1134,[1.78 4.48 1]), tf([0.924],[2.07,1]);
      tf(0.3378,[0.361,1.09,1]), tf(-0.318,[2.93 1])];
   G=ss(G); D=[0.72 0; 0.3 1.29]; w=logspace(0,1);
   H=mv2fr(G.a,G.b,G.c,G.d,w); H1=fdly(w,H,D); gershgorin(H1);
```

```
>> G1=G; G1.ioDelay=D; H=mfrd(G1,w); gershgorin(H1);
```

校正系统的频域响应分析

- 前置增益矩阵的计算 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{G}^{-1}(0)$
  - 校正后特性绘制

```
>> H0=mv2fr(G.a,G.b,G.c,G.d,0); Kp=inv(H0);
   H2=fmul(w,H1,Kp); gershgorin(H2);
```

  - 简单的计算方法

```
>> H2=mfrd(G1*Kp,w); gershgorin(H2);
```

- Gershgorin带的稳定性判定定理

多变量系统的稳定性

- 如果 $\boldsymbol{G}(s)$ 为 $m\times m$ 方阵
  - 第(i, j)元素为 $\hat{g}_{ij}(s)$，存在 $\boldsymbol{K}=\mathrm{diag}(k_1,k_2,\cdots,k_m)$
  - 对所有的 s 均满足

$$|\hat{g}_{ii}(s)+k_i|>\sum_{j\neq i}|\hat{g}_{ij}(s)|$$

  - 若 $\hat{\boldsymbol{G}}(s)$ 为第 i 个Gershgorin带，且围绕 $(-k_i, j0)$ 点 N_i 次
  - 当且仅当 $\sum_i N_i = Z_o$ 则回差矩阵 $-\boldsymbol{G}(s)\boldsymbol{K}$ 稳定
  - 这里 Z_o 是 $\boldsymbol{G}(s)$ 在右半平面的传输零点个数

多变量系统的奇异值曲线绘制

- 单变量系统有 Bode 图
  - 多变量系统能否采用这样的方法分析？
- 传递函数矩阵在ω点的奇异值 $\sigma_1(\omega), \sigma_2(\omega), \cdots, \sigma_m(\omega)$
- 传递函数矩阵的奇异值可以作为轨迹绘制出来，称为奇异值曲线
- 奇异值曲线是多变量系统鲁棒控制中的重要指标
  - 由 sigma() 函数绘制
  - 该函数和bode()函数调用格式一致

例5-40 多变量延迟模型

- 多变量系统

$$G(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{0.1134\mathrm{e}^{-0.72s}}{1.78s^2+4.48s+1} & \dfrac{0.924}{2.07s+1}\\ \dfrac{0.3378\mathrm{e}^{-0.3s}}{0.361s^2+1.09s+1} & \dfrac{-0.318\mathrm{e}^{-1.29s}}{2.93s+1}\end{bmatrix}$$

- MATLAB 绘制奇异值曲线

```
>> G=[tf(0.1134,[1.78 4.48 1],'ioDelay',0.72),...
      tf([0.924],[2.07,1]);
      tf(0.3378,[0.361,1.09,1],'ioDelay',0.3), ...
      tf(-0.318,[2.93 1],'ioDelay',1.29)];
   sigma(G)
```

多变量系统频域分析小结

- 多变量系统的Nyquist阵列、Gershgorin带
  - MFD工具箱的模型表示：mv2ss() 函数
  - 多变量系统频域响应数据求取：mv2fr()
    - 频域响应数据计算：fmul()、finv()等一系列底层函数的调用
    - 新编写的mfrd()函数，避免底层函数调用
  - 带有Gershgorin带的Nyquist图形，对角占优判定
  - 多变量系统的稳定性分析
- 多变量系统的奇异值曲线绘制 sigma()

薛定宇教授主讲

东北大学

NORTHEASTERN UNIVERSITY 1923

控制系统仿真与CAD