国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材
国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第四章 线性系统的数学模型

典型系统连接计算

Computation of Systems under Typical Connections

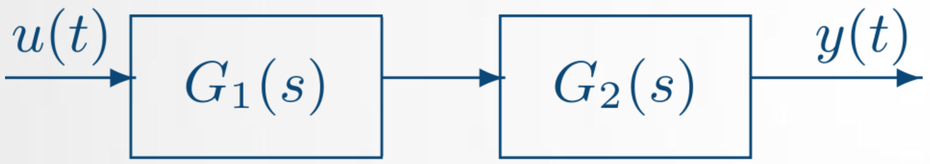
主讲：薛定宇教授

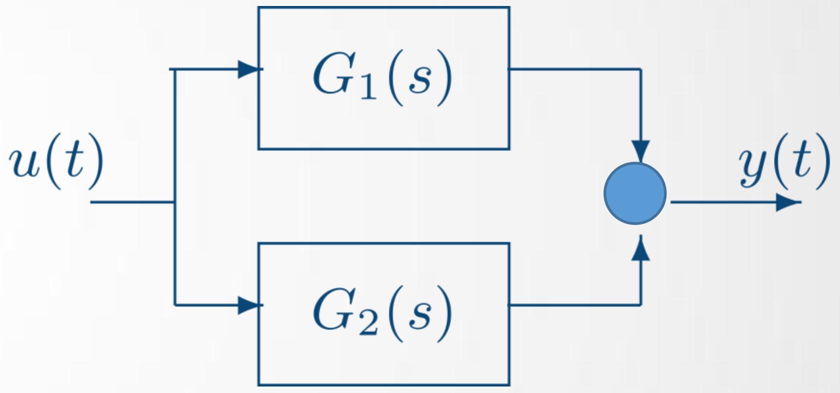
方框图描述系统的化简

- 单环节模型前面已经介绍了，实际系统为多个环节互连
- 如何解决互连问题，获得等效模型？
- 主要内容
  - 控制系统的典型连接结构
  - 节点移动时的等效变换
  - 复杂系统模型的简化
  - 基于信号流图的代数化简方法

控制系统的典型连接结构

- 系统串、并联





- 数学等效方法
  - 串联传递函数 $G(s) = G_2(s)G_1(s)$
  - 并联传递函数 $G(s) = G_1(s) + G_2(s)$

串、并联状态方程模型

- 串联系统的状态方程

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{D}_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y} = [\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} + \boldsymbol{D}_2\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{u} \end{cases}$$

- 并联系统的状态方程

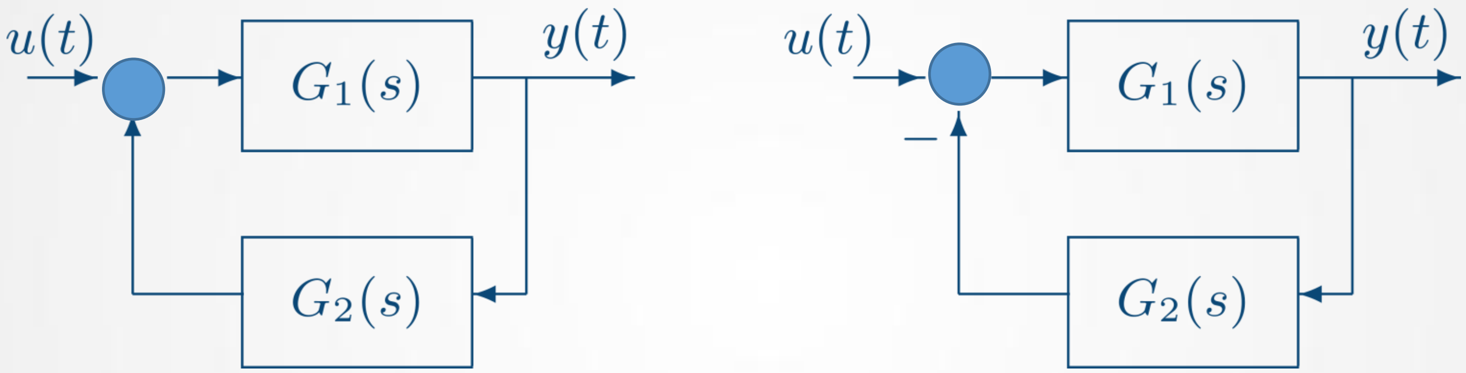
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{B}_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y} = [\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix} + (\boldsymbol{D}_1 + \boldsymbol{D}_2)\boldsymbol{u} \end{cases}$$

串、并联系统的MATLAB求解

- 若一个模型为传递函数、另一个为状态方程如何处理？
  - 将二者变换成同样结构再计算
- 基于MATLAB的计算方法
  - 串联 $G=G_2*G_1$ 注意次序：多变量系统
  - 并联 $G=G_2+G_1$
  - 优点，无须事先转换，可以直接处理多变量系统

系统的反馈连接

- 反馈结构



- 数学等效关系
  - 负反馈 $G(s)=\dfrac{G_1(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$ 正反馈 $G(s)=\dfrac{G_1(s)}{1-G_1(s)G_2(s)}$
  - 多变量系统 $\boldsymbol{G}(s)=[\boldsymbol{I}\pm\boldsymbol{G}_1(s)\boldsymbol{G}_2(s)]^{-1}\boldsymbol{G}_1(s)$

状态方程的反馈等效方法

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 - B_1 Z D_2 C_1 & -B_1 Z C_2 \\ B_2 Z C_1 & A_2 - B_2 D_1 Z C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 Z \\ B_2 D_1 Z \end{bmatrix} u \\ y = [Z C_1, \ - D_1 Z C_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + (D_1 Z) u \end{cases}$$

- 其中 $Z = (I + D_1 D_2)^{-1}$
- 若 $D_1 = D_2 = 0$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & -B_1 C_2 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = [C_1, \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

反馈连接的MATLAB求解

- LTI 模型

  G=feedback(G_1,G_2);

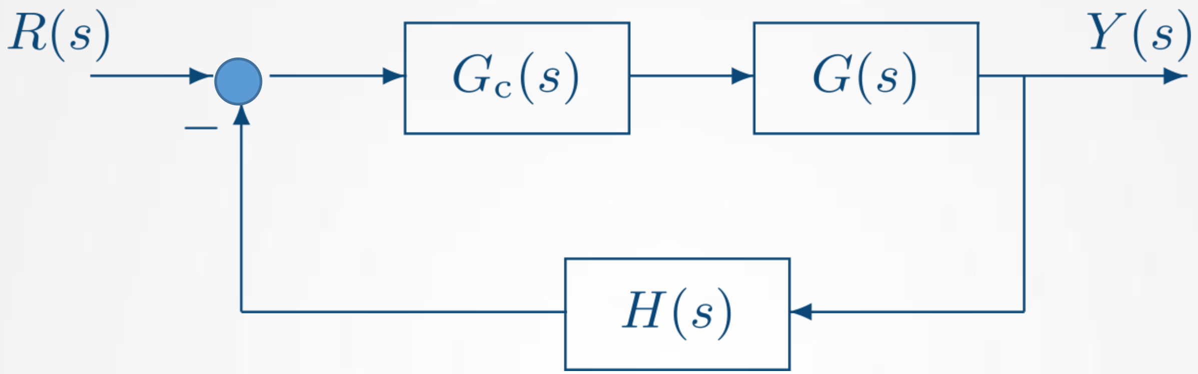
  G=feedback(G_1,G_2,1);

- 符号运算实现

```
function H=feedbacksym(G1,G2,key)
if nargin==2; key=-1; end,
H=G1/(sym(1)-key*G1*G2); H=simplify(H);
```

例4-17 典型反馈控制

典型反馈



$$G(s)=\frac{12s^3+24s^2+12s+20}{2s^4+4s^3+6s^2+2s+2}\qquad G_c(s)=\frac{5s+3}{s},\quad H(s)=\frac{1000}{s+1000}$$

```
>> s=tf('s');
   G=(12*s^3+24*s^2+12*s+20)/(2*s^4+4*s^3+6*s^2+2*s+2);
   Gc=(5*s+3)/s; H=1000/(s+1000); GG=feedback(G*Gc,H)
```

```
>> syms G Gc H; GG=feedbacksym(G*Gc,H)
```

例4-18 多变量系统处理

例4-18 状态空间受控对象模型

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} -12 & -17.2 & -16.8 & -11.9 \\ 6 & 8.6 & 8.4 & 6 \\ 6 & 8.7 & 8.4 & 6 \\ -5.9 & -8.6 & -8.3 & -6 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1.5 & 0.2 \\ 1 & 0.3 \\ 2 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \begin{bmatrix} 2 & 0.5 & 0 & 0.8 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \end{cases}$$

```
>> A=[-12,-17.2,-16.8,-11.9; 6,8.6,8.4,6; ...
      6,8.7,8.4,6; -5.9,-8.6,-8.3,-6];
   B=[1.5,0.2; 1,0.3; 2,1; 0,0.5];
   C=[2,0.5,0,0.8; 0.3,0.3,0.2,1]; G=ss(A,B,C,0)
```

多变量系统的连接

- 控制器为对角矩阵

$$G_c(s)=\begin{bmatrix}(2s+1)/s & 0\\ 0 & (5s+2)/s\end{bmatrix}$$

- 反馈环节为单位矩阵
- 闭环系统模型计算

```
>> s=tf('s'); g11=(2*s+1)/s;g22=(5*s+2)/s;
   Gc=[g11 0;0 g22]; H=eye(2); GG=feedback(G*Gc,H)
```

带有延迟的闭环系统模型处理

- 传递函数模型是不能处理延迟的
  - 开环模型

$$G(s)=\frac{1}{s+2}\mathrm{e}^{-3s}$$

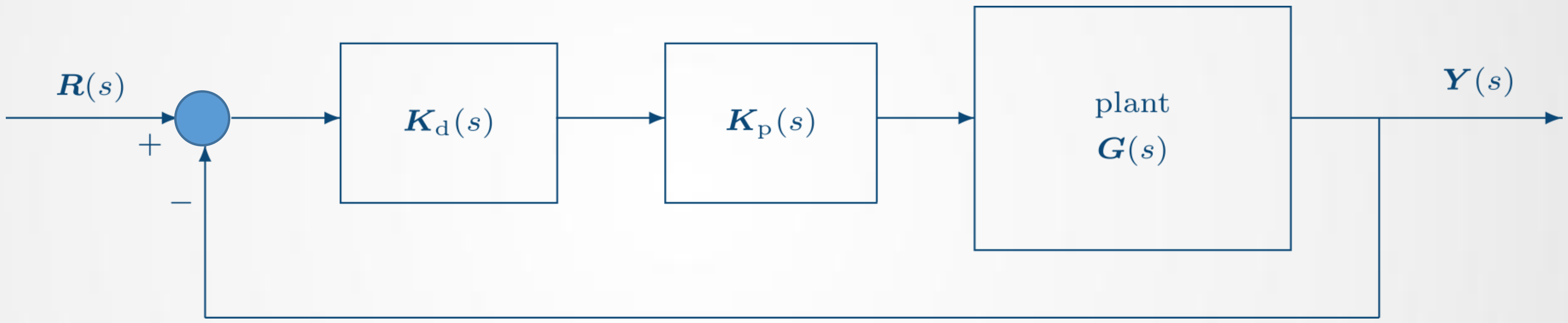
  - 闭环传递函数

$$G_c(s)=\frac{\dfrac{1}{s+2}\mathrm{e}^{-3s}}{1+\dfrac{1}{s+2}\mathrm{e}^{-3s}}=\frac{1}{s+2+\mathrm{e}^{-3s}}\mathrm{e}^{-3s}$$

- 需要引入带有内部延迟的状态方程模型

例4-19 内部延迟模型的应用

➢ 多变量闭环系统



$$\boldsymbol{G}(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{0.1134\mathrm{e}^{-0.72s}}{1.78s^2+4.48s+1} & \dfrac{0.924}{2.07s+1} \\ \dfrac{0.3378\mathrm{e}^{-0.3s}}{0.361s^2+1.09s+1} & \dfrac{-0.318\mathrm{e}^{-1.29s}}{2.93s+1} \end{bmatrix}$$

模型化简方法

- 控制器模型

$$\boldsymbol{K}_{\rm p}(s)=\begin{bmatrix}-0.4136 & 2.6537\\ 1.133 & -0.3257\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_{\rm d}(s)=\begin{bmatrix}3.8582+1.0640/s & 0\\ 0 & 1.1487+0.8133/s\end{bmatrix}$$

- MATLAB求解

```
>> g11=tf(0.1134,[1.78 4.48 1],'ioDelay',0.72);
   g12=tf(0.924,[2.07 1]);
   g21=tf(0.3378,[0.361 1.09 1],'ioDelay',0.3);
   g22=tf(-0.318,[2.93 1],'ioDelay',1.29); G=[g11, g12; g21, g22];
>> s=tf('s'); Kp=[-0.4136,2.6537; 1.133,-0.3257];
   Kd=[3.8582+1.0640/s, 0; 0, 1.1487+0.8133/s];
   H=eye(2); G1=feedback(G*Kp*Kd,H)
```

例4-20 计算机控制系统

- 典型计算机控制系统

$$G(s)=\frac{2}{s(s+2)},\ G_{\rm c}(z)=\frac{9.1544(z-0.9802)}{z-0.8187},\ T=0.2\,{\rm s}$$

- 应该先统一域，再化简
  - 统一成离散模型

```
>> s=tf('s'); T=0.2; G=2/s/(s+2);
   z=tf('z',T); Gc=9.1544*(z-0.9802)/(z-0.8187);
   G1=feedback(c2d(G,T)*Gc,1)
```

  - 统一成连续模型

```
>> G2=feedback(G*d2c(Gc),1)
```

系统典型连接小结

- 三种典型连接
  - 串联连接 *，多变量系统注意顺序
  - 并联连接 +
  - 反馈连接 feedback，feedbacksym
- 可以处理LTI模型，也可以处理符号运算
- 特殊情况
  - 带有延迟的模型，可以自动处理为内部延迟ss
  - 不同域的先统一域再运算

薛定宇教授主讲

控制系统仿真与CAD