国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材

国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第五章：线性系统的计算机辅助分析

Chapter 5 Analysis of Linear Control Systems

Professor Dingyu Xue，xuedingyu@mail.neu.edu.cn
School of Information Science and Engineering,
Northeastern University, Shenyang, CHINA

本章主要内容

- 线性系统定性分析
- 线性系统时域响应解析解法
- 线性系统的数字仿真分析
- 根轨迹分析
- 线性系统频域分析
- 多变量系统的频域分析

系统的分析方法

- 充分利用计算机对线性系统进行分析，在统一的框架下分析各种线性系统的性质
- 更新传统的系统分析的观念
- 求解传统方法难以求解的问题
  - 离散系统稳定性如何分析？
  - Nyquist图、Nichols图没有频率信息，如何弥补？
  - 高阶系统的根轨迹如何绘制？
  - 多变量系统如何进行频域分析？

国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材
国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第五章 线性系统的计算机辅助分析

线性系统的稳定性分析(上)

Stability Analysis of Linear Systems (I)

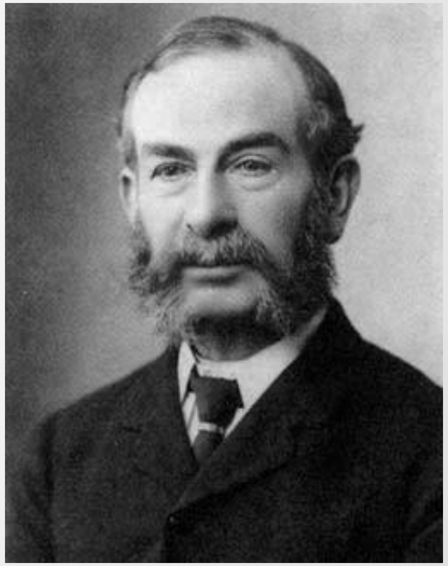
主讲：薛定宇教授

线性系统的稳定性分析

- 给定线性系统模型，如何分析稳定性？

$$G(s) = \frac{10s^4 + 50s^3 + 100s^2 + 100s + 40}{s^7 + 21s^6 + 184s^5 + 870s^4 + 2384s^3 + 3664s^2 + 2496s}$$

- 单位负反馈闭环系统
  - 由控制理论可知，用Routh 表格可以判定该系统稳定性
  - Edward John Routh (1831-1907)
  - 历史局限性



Edward John Routh (1831-1907)

状态方程系统的稳定性

- 连续线性状态方程

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t) \end{cases}$$

- 解析阶

$$\boldsymbol{x}(t) = \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}(t-t_0)}\boldsymbol{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}(t-\tau)}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(\tau)\mathrm{d}\tau$$

- 稳定性：$\boldsymbol{A}$ 矩阵的特征根均有负实部

离散系统的稳定性

- 离散系统状态方程

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}[(k+1)T] = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(kT) + \boldsymbol{G}\boldsymbol{u}(kT) \\ \boldsymbol{y}(kT) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(kT) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(kT) \end{cases}$$

- 离散系统时域响应解析阶

$$\boldsymbol{x}(kT) = \boldsymbol{F}^{k}\boldsymbol{x}(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \boldsymbol{F}^{k-i-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{u}(iT)$$

- 稳定性判定：所有特征根均在单位圆内

Routh 判据的历史局限性

- Routh 判据提出时，没有求多项式根的方法
- 现在求解矩阵特征根、求解多项式方程的根轻而易举，无需间接方法
- Routh 判据只能得出是否稳定，进一步信息得不出来，如系统是否振荡
- 离散系统无法由 Routh 方法直接判定，得借助于 Jury 判据，更复杂
- 稳定性分析方法不统一

基于 MATLAB 的稳定性判定方法

- 直接判定
  - 状态方程模型、传递函数模型等
    - 由 eig(G) 可以求出所有特征根
    - 离散系统：abs(eig(G))
  - isstable(G) 也可以用于系统的稳定性判定
- 图解判定法
  - 连续系统：pzmap(G)
  - 离散系统：pzmap(G)，同时画出单位圆

例5-1 连续闭环系统的稳定性分析

- 高阶开环模型，单位负反馈

$$G(s)=\frac{10s^4+50s^3+100s^2+100s+40}{s^7+21s^6+184s^5+870s^4+2384s^3+3664s^2+2496s}$$

- 直接分析方法

```
>> den=[1,21,184,870,2384,3664,2496,0];
   num=[10,50,100,100,40]; G=tf(num,den); GG=feedback(G,1);
   zpk(GG), pzmap(GG), eig(GG), isstable(GG)
```

- 零极点模型

$$G(s)=\frac{10(s+2)(s+1)(s^2+2s+2)}{(s+6.922)(s+2.635)(s+0.01577)(s^2+4.127s+7.47)(s^2+7.3s+18.62)}$$

例5-2 离散系统的稳定性

- 高阶离散开环模型，单位负反馈系统，T= 0.1

$$H(z)=\frac{6z^2-0.6z-0.12}{z^4-z^3+0.25z^2+0.25z-0.125}$$

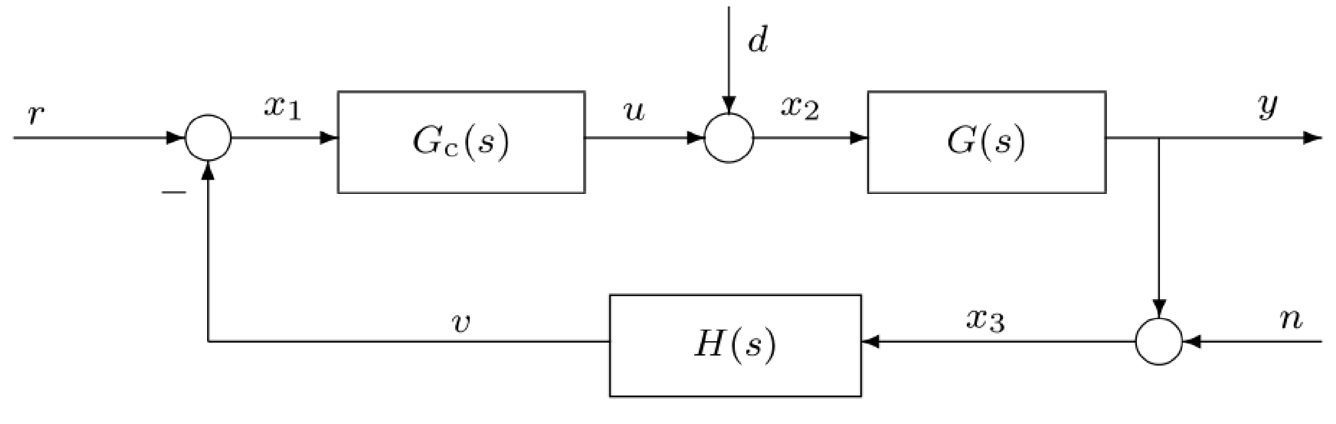
$$G_{\rm c}(z)=0.3\frac{z-0.6}{z+0.8}$$

- MATLAB 求解

```
>> den=[1 -1 0.25 0.25 -0.125];
   num=[6 -0.6 -0.12]; H=tf(num,den,’Ts’,0.1);
   z=tf(’z’,’Ts’,0.1); Gc=0.3*(z-0.6)/(z+0.8);
   GG=feedback(H*Gc,1); pzmap(GG), abs(eig(GG)), isstable(GG)
```

线性反馈系统的内部稳定性

➢ 典型闭环系统模型



- ➢输入、输出稳定是不够的，因为若内部信号可能过大，对系统作硬件破坏
- ➢应该引入内部稳定性概念，保证内部信号也是稳定的。

内部稳定性判定

- 由给定输入r,d,n到内部信号x_1, x_2, x_3都稳定的系统
- 内部稳定系统传递函数矩阵

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{M(s)} \begin{bmatrix} 1 & -G(s)H(s) & -H(s) \\ G_c(s) & 1 & -G_c(s)H(s) \\ G(s)G_c(s) & G(s) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ n \end{bmatrix}$$

其中 $M(s) = 1 + G(s)G_c(s)H(s)$

- 内部稳定性定理 `key=intstable(`G`,`G_c`,`H`)`
  - 外部稳定 $1 + H(s)G(s)G_c(s)$
  - 无对消不稳定零极点 $H(s)G(s)G_c(s)$

稳定性分析小结

- 系统稳定性是控制系统最重要的指标
- 如何判定稳定性？
  - 给出三种直接方法：eig, pzmap, isstable
  - 适用于任何线性系统
  - 有了直接方法，似乎没有必要再采用间接方法
- 闭环系统的内部稳定性 intstable

薛定宇教授主讲

控制系统仿真与CAD