国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材
国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第四章 线性系统的数学模型

离散模型输入

Discrete-time Models Input

主讲：薛定宇教授

离散系统的模型输入

- 离散系统
  - 传递函数模型
  - 状态方程模型
  - 零极点模型
- 可以处理时间延迟、多变量系统等
  - 采样周期 T
- 可以处理成内部延迟模型

离散系统的差分方程模型

- 差分方程表示

$$a_1 y(t+n) + a_2 y(t+n-1) + \cdots + a_n y(t+1) + a_{n+1} y(t)$$

$$= b_0 u(t+n) + b_1 u(k+n-1) + \cdots + b_{n-1} u(t+1) + b_n u(t)$$

- z变换

$$\mathscr{Z}[y(t+k)] = z^k \mathscr{Z}[y(t)]$$

$$H(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \cdots + b_{n-1} z + b_n}{a_1 z^n + a_2 z^{n-1} + \cdots + a_n z + a_{n+1}}$$

离散传递函数模型

- 数学表示（ z 变换代替Laplace变换 ）

$$H(z)=\frac{b_0z^n+b_1z^{n-1}+\cdots+b_{n-1}z+b_n}{a_1z^n+a_2z^{n-1}+\cdots+a_nz+a_{n+1}}$$

- MATLAB表示（采样周期T）

$\texttt{num=}[b_0,b_1,\cdots,b_{n-1},b_n]\texttt{;}$

$\texttt{den=}[a_1,a_2,\cdots,a_n,a_{n+1}]\texttt{;}$ $\quad H\texttt{=tf(num,den,'Ts',}T\texttt{);}$

- 算子输入方法： $z\texttt{=tf('z',}T\texttt{)}$

例4-8 离散传递函数输入

离散传递函数，采样周期 T=0.1

$$H(z)=\frac{6z^2-0.6z-0.12}{z^4-z^3+0.25z^2+0.25z-0.125}$$

- MATLAB输入方法

```
>> z=tf('z',0.1);
H=(6*z^2-0.6*z-0.12)/(z^4-z^3+0.25*z^2+0.25*z-0.125)
```

- 另一种输入方法

```
>> num=[6 -0.6 -0.12]; den=[1 -1 0.25 0.25 -0.125];
H=tf(num,den,'Ts',0.1)
```

离散延迟系统与输入

- 数学模型

$$H(z)=\frac{b_0z^n+b_1z^{n-1}+\cdots+b_{n-1}z+b_n}{a_1z^n+a_2z^{n-1}+\cdots+a_nz+a_{n+1}}z^{-d}$$

- 延迟为采样周期的整数倍 dT
- MATLAB输入方法

  H.ioDelay=d

  set(H,'ioDelay',d)

滤波器型描述方法

- 滤波器型离散模型

$$\hat{H}\left(z^{-1}\right)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_{n-1}z^{-n+1}+b_nz^{-n}}{a_1+a_2z^{-1}+\cdots+a_nz^{-n+1}+a_{n+1}z^{-n}}$$

- 分子、分母除以 z^n
- 记 $q=z^{-1}$，则

$$\hat{H}(q)=\frac{b_0+b_1q+\cdots+b_{n-1}q^{n-1}+b_nq^n}{a_1+a_2q+\cdots+a_nq^{n-1}+a_{n+1}q^n}$$

例4-9 零极点模型输入

- 零极点型模型可以用zpk函数输入
- 零极点型传递函数，T=0.1

$$H(z)=\frac{(z-1/2)(z-1/2+j/2)(z-1/2-j/2)}{120(z+1/2)(z+1/3)(z+1/4)(z+1/5)}$$

- MATLAB输入方法

```
>> z=[1/2; 1/2+1i/2; 1/2-1i/2]; p=[-1/2; -1/3; -1/4; -1/5];
H=zpk(z,p,1/120,'Ts',0.1)
```

- 本例有复数极点，不适合用方法 z=zpk('z')

离散状态方程模型

- 离散状态方程数学形式

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}\boldsymbol{x}[(k+1)T] = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(kT) + \boldsymbol{G}\boldsymbol{u}(kT) \\ \boldsymbol{y}(kT) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(kT) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(kT) \end{cases}$$

- 注意矩阵兼容性
- T 为采样周期
- MATLAB表示方法

H=ss($\boldsymbol{F}$,$\boldsymbol{G}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{D}$,'Ts',T);

H=ss($\boldsymbol{F}$,$\boldsymbol{G}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{D}$,$\boldsymbol{E}$,'Ts',T);

离散延迟系统的状态方程

- 数学模型

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}[(k+1)T] = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(kT) + \boldsymbol{G}\boldsymbol{u}[(k-d)T] \\ \boldsymbol{y}(kT) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(kT) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}[(k-d)T] \end{cases}$$

- MATLAB表示方法

H=ss($\boldsymbol{F}$,$\boldsymbol{G}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{D}$,'Ts',T,'ioDelay',d);

- 离散系统也有内部延迟模型

离散系统模型

- 离散系统也有各种线性模型
  - 传递函数 tf
  - 状态方程 ss
  - 零极点模型 zpk
- 离散系统的采样周期 T
- 离散系统的延迟模型

薛定宇教授主讲

控制系统仿真与CAD