

国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材

国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

# 第六章 非线性系统的建模与仿真

## 非线性系统的线性化

Linearization of Nonlinear Systems



主讲：薛定宇教授



# 非线性系统的线性化

- 线性系统理论成熟
  - 非线性不严重可以用线性系统近似
  - 非线性系统在工作点附近用线性系统近似
- 非线性系统线性化的数学理论与实现
  - 工作点的计算
  - 线性化的数学表示
  - 基于MATLAB的直接计算
- 复杂线性系统模型的化简



# 平衡点的计算

## ➤ 非线性状态方程模型

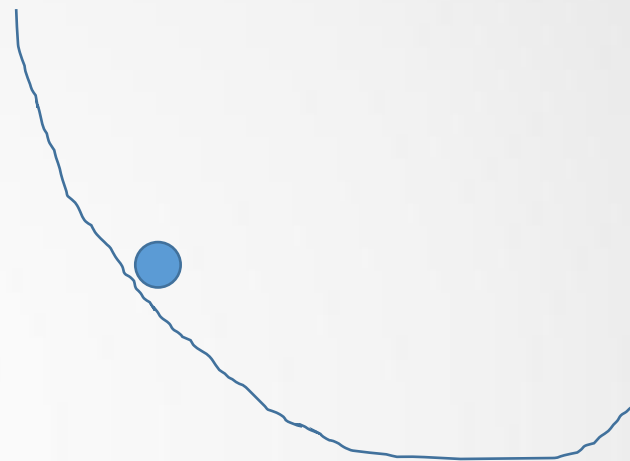
$$\dot{x}_i(t) = f_i(t, x, u), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

## ➤ 平衡点的定义

$$y = f(t, x, u) = 0$$

## ➤ MATLAB直接求解

$$[x, u, y, x_d] = \text{trim}(\text{model}, x_0, u_0)$$





# 线性化的数学理论

## ➤ 状态方程的Taylor级数展开

$$\Delta \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial f_i(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \Delta x_j + \sum_{j=1}^p \left. \frac{\partial f_i(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial u_j} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \Delta u_j$$

$$\mathbf{z}(t) = \Delta \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{v}(t) = \Delta \mathbf{u}(t)$$

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{v}(t)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \partial f_1 / \partial x_1 & \cdots & \partial f_1 / \partial x_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial f_n / \partial x_1 & \cdots & \partial f_n / \partial x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \partial f_1 / \partial u_1 & \cdots & \partial f_1 / \partial u_p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial f_n / \partial u_1 & \cdots & \partial f_n / \partial u_p \end{bmatrix}$$



# 线性化的MATLAB求解

- 有了Simulink模型就可以直接线性化

$G = \text{linearize}(\text{model}, \text{op})$

- 早期版本命令

$[A, B, C, D] = \text{linmod2}(\text{model}, x_0, u_0)$

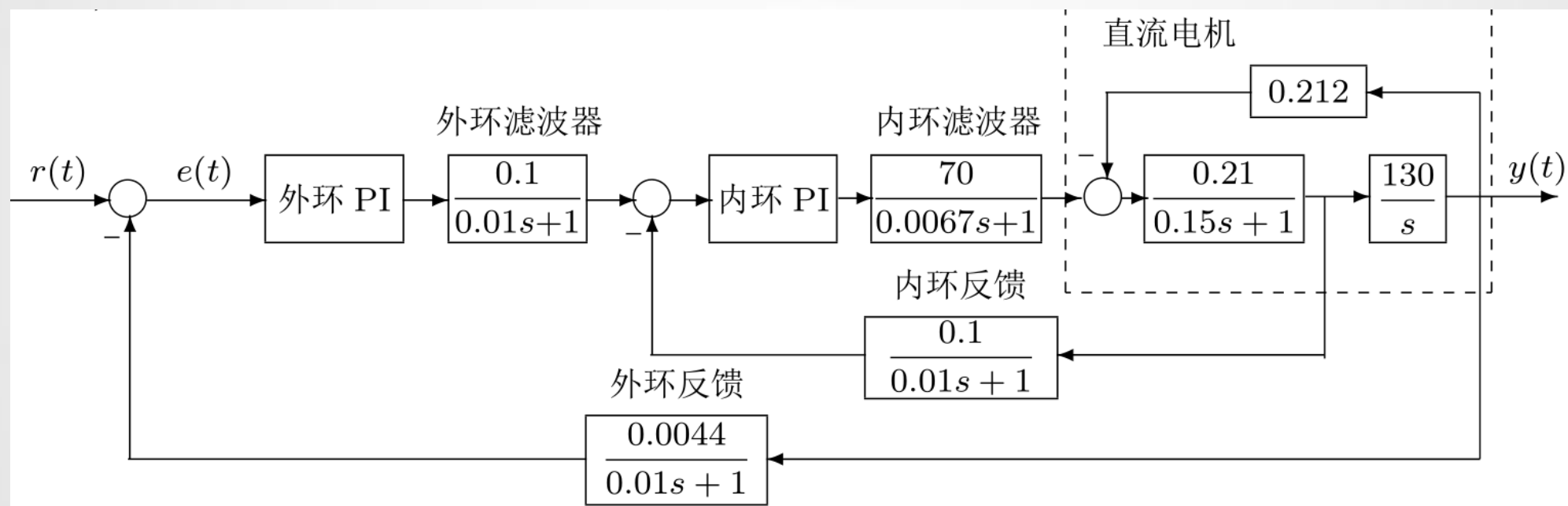
$[A, B, C, D] = \text{linmod}(\text{model}, x_0, u_0)$

$[A, B, C, D] = \text{dlinmod}(\text{model}, x_0, u_0)$



## 例6-16 双闭环系统的化简

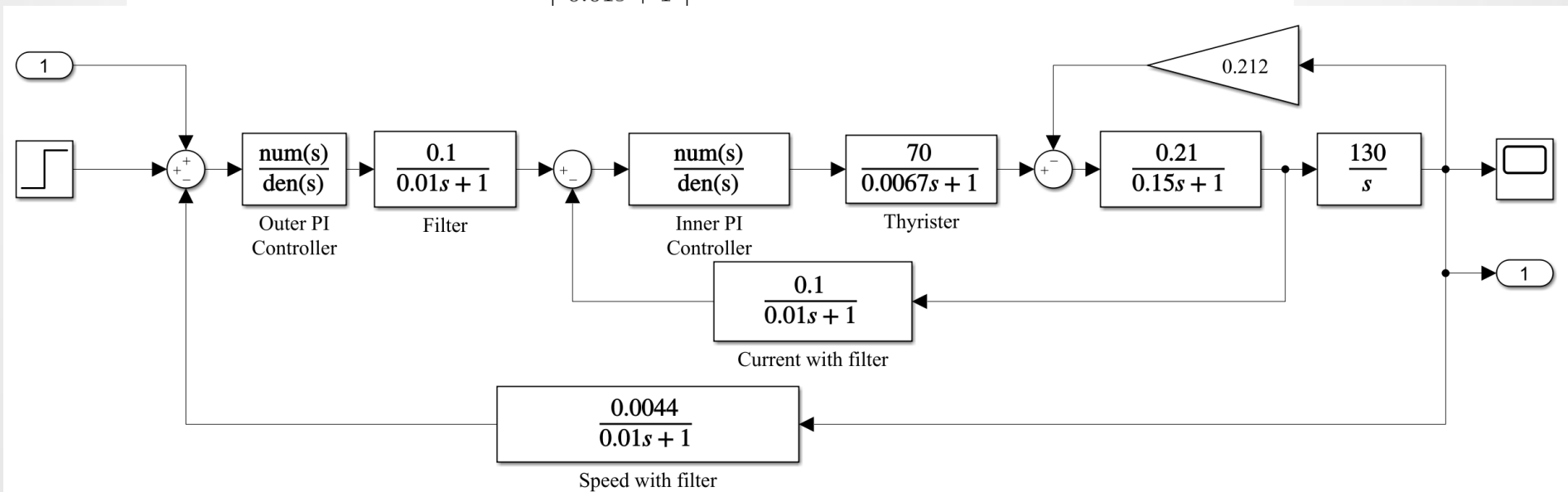
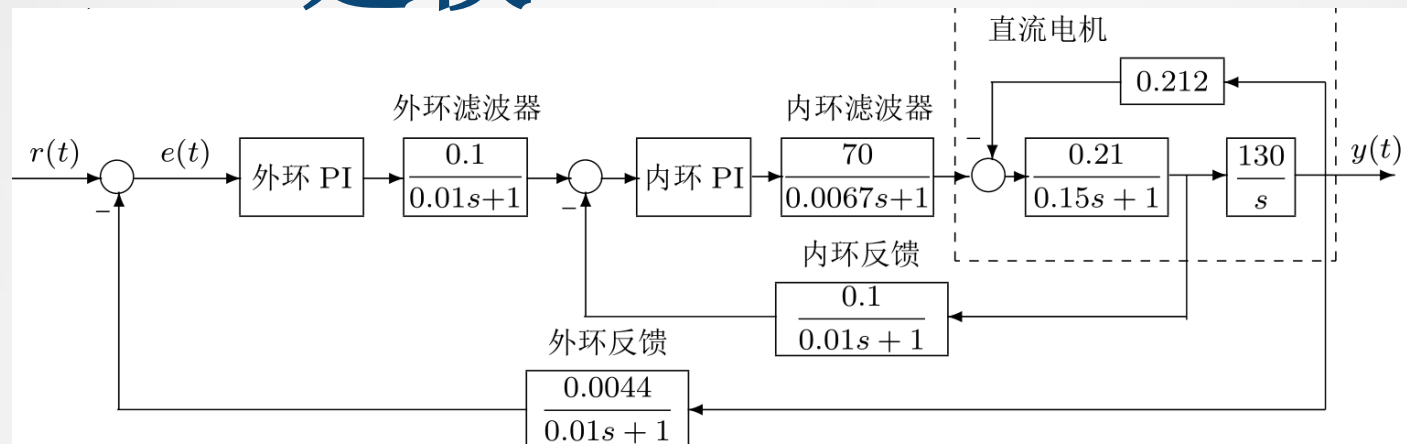
### ➤ 双闭环系统



$$K_{p1} = 37.9118, K_{i1} = 12.1855, K_{p2} = 10.8489, K_{i2} = 0.9591$$




# Simulink建模






# 线性化与时域响应比较

## ➤ 线性化

```
 >> Kp1=37.9118; Ki1=12.1855; Kp2=10.8489; Ki2=0.9591;  
      G=linearize('c6mdcm'), G1=zpk(G)
```

```
 >> G2=minreal(G1,1e-1)
```

## ➤ 时域响应比较

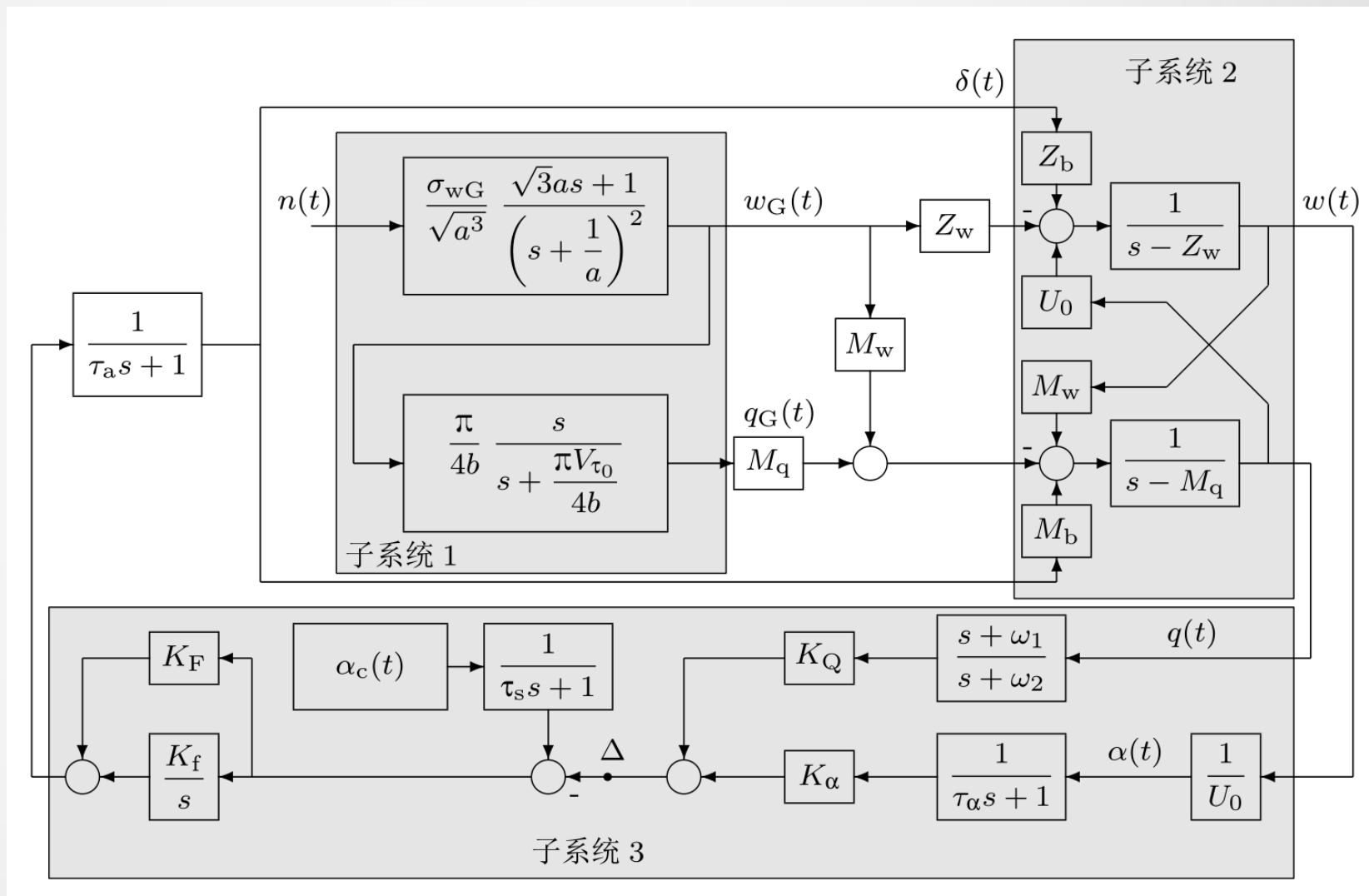
```
 >> [t,x,y]=sim('c6mdcm');  
      [y1,t1]=step(G1,0.6); [y2,t2]=step(G2,0.6);  
      plot(t,y,t1,y1,t2,y2)
```





# 例6-17 F14战斗机的线性化

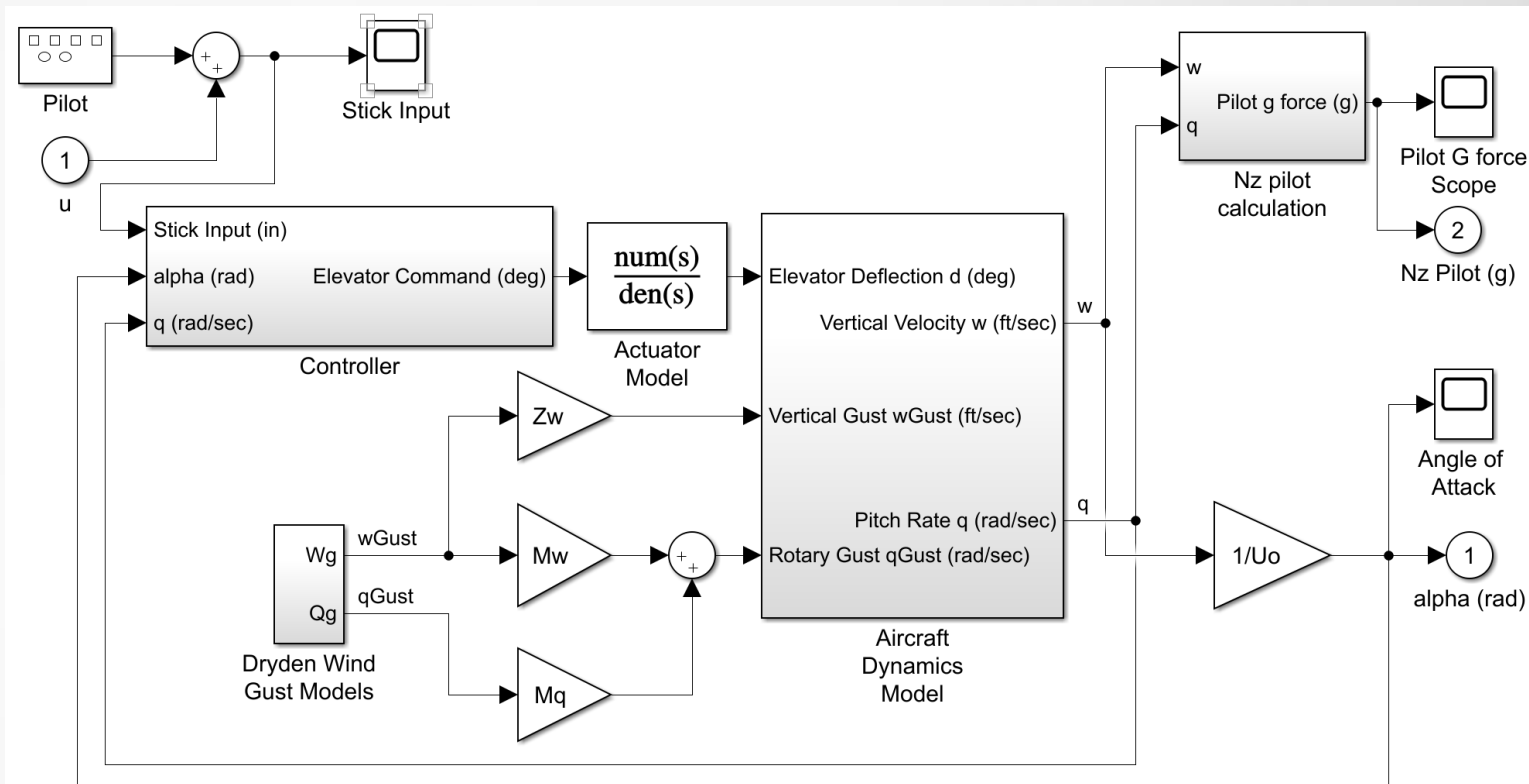
## ➤ 复杂系统





## ➤ 线性化命令与结果

```
>> G=linearize('f14'), zpk(G)
```





# 非线性系统线性化小结

## ➤ 线性化的作用

### ➤ 非线性系统 —— trim, linearize

➤ 在平衡点附近作线性近似

➤ 平衡点的概念与计算

➤ 线性化的直接计算

### ➤ 线性系统

➤ 线性系统的模型化简

