国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材
国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第五章 线性系统的计算机辅助分析

线性系统的频域分析（下）

Frequency Domain Analysis of Linear Control Systems (II)

主讲：薛定宇教授

基于频域响应的稳定性分析

- Nyquist定理与解释
  - 由开环系统模型判定闭环系统性质
- 系统的幅值相位裕度分析
  - 给出系统鲁棒性的某种描述方法

利用频率特性分析系统的稳定性

- Nyquist 定理
  - 如果开环模型含有 m 个不稳定极点
  - 则单位负反馈下单变量闭环系统稳定的充要条件是开环系统的 Nyquist 图逆时针围绕 $(-1,j0)$ 点m 周。

Nyquist 定理的进一步解释

- 若开环模型 $G(s)H(s)$ 稳定
  - 则当且仅当$G(s)H(s)$不包围 $(-1,j0)$ 点，闭环系统稳定的
  - 若Nyquist包围$(-1,j0)$ 点 q 次，则有 q 个不稳定极点
- 若系统的开环模型$G(s)H(s)$ 不稳定
  - 且有p个不稳定极点
  - 则当$G(s)H(s)$ 的 Nyquist图逆时针包围 $(-1,j0)$ 点 p 次，闭环系统稳定
  - 若 Nyquist 图逆时针包围$(-1, j0)$ 点 q 次，则闭环系统有 $p-q$ 个不稳定极点。

例5-38 闭环系统稳定性分析

- 开环模型

$$G(s)=\frac{2.7778(s^2+0.192s+1.92)}{s(s+1)^2(s^2+0.384s+2.56)}$$

- Nyquist 图

```
>> s=tf('s');
   G=2.7778*(s^2+0.192*s+1.92)...
         /(s*(s+1)^2*(s^2+0.384*s+2.56));
   nyquist(G); axis([-2.5,0,-1.5,1.5]); grid
```

- 闭环阶跃响应

```
>> step(feedback(G,1))
```

系统的幅值裕度和相位裕度

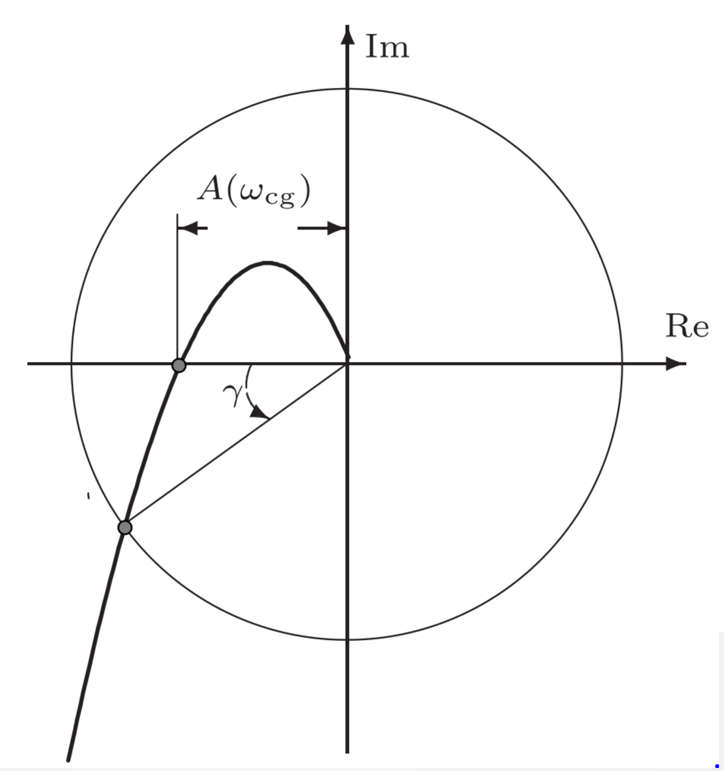
➤ 幅值裕度和相位裕度

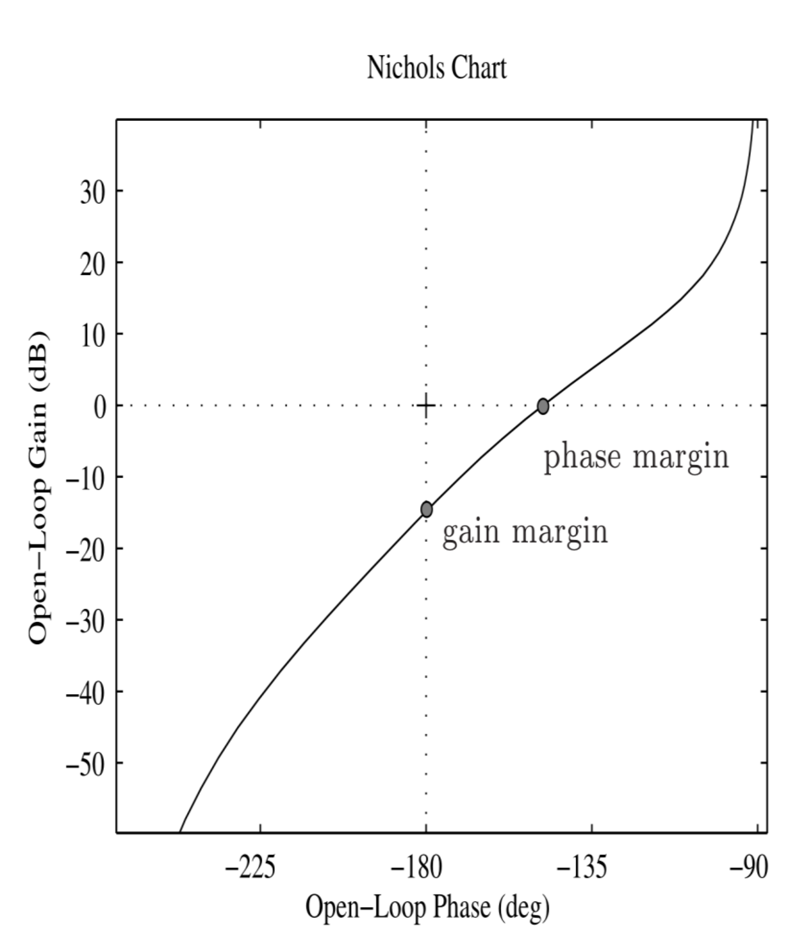
➤幅值裕度

$$G_{\mathrm{m}} = 1/A(\omega_{\mathrm{cg}})$$

➤相位裕度

$$\gamma = \phi(\omega_{\mathrm{cp}}) - 180^{\circ}$$





稳定性裕度分析几种特殊情况

- 如果系统的 Nyquist 图不与负实轴相交，则系统的幅值裕度为无穷大
- 如果系统的Nyquist图与负实轴在(-1,j0)与(0,j0) 两个点之间有若干个交点，则系统的幅值裕度以离(-1, j0) 最近的点为准
- 如果系统的 Nyquist 图不与单位圆相交，则系统的相位裕度为无穷大
- 如果系统的Nyquist图在第三象限与单位圆有若干个交点，则系统的相位裕度以与离负实轴最近的为准

幅值相位裕度计算

- 如果系统的 Nyquist 图在第三象限与单位圆有若干个交点，则系统的相位裕度以与离负实轴最近的为准。
- MATLAB 求解方法

$$[G_{\mathrm{m}}, \gamma, \omega_{\mathrm{cg}}, \omega_{\mathrm{cp}}] = \mathtt{margin}(G);$$

  - 如果某个裕度为无穷大，则返回 Inf，相应的频率值为 NaN
  - 相位裕度——与单位圆没有交点

例5-39 幅值相位裕度计算

- 开环模型 $G(s)=\dfrac{2.7778(s^2+0.192s+1.92)}{s(s+1)^2(s^2+0.384s+2.56)}$
- MATLAB 求解

```
>> s=tf('s');
G=2.7778*(s^2+0.192*s+1.92)/s/(s+1)^2/(s^2+0.384*s+2.56);
[gm,pm,wg,wp]=margin(G)
```

- 幅值裕度为1.105，频率为0.96209rad/s，相位裕度为2.0985度，剪切频率为0.92607rad/s
- 由于幅相裕度小，系统闭环响应应有强振荡

例5-40 多变量系统的直接分析

- 多变量系统模型

$$G(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{0.806s+0.264}{s^2+1.15s+0.202} & \dfrac{-15s-1.42}{s^3+12.8s^2+13.6s+2.36} \\ \dfrac{1.95s^2+2.12s+0.49}{s^3+9.15s^2+9.39s+1.62} & \dfrac{7.15s^2+25.8s+9.35}{s^4+20.8s^3+116.4s^2+111.6s+18.8} \end{bmatrix}$$

- 直接Nyquist图分析

```
>> g11=tf([0.806 0.264],[1 1.15 0.202]);
   g12=tf([-15 -1.42],[1 12.8 13.6 2.36]);
   g21=tf([1.95 2.12 0.49],[1 9.15 9.39 1.62]);
   g22=tf([7.15 25.8 9.35],[1 20.8 116.4 111.6 18.8]);
   G=[g11, g12; g21, g22]; nyquist(G)
```

系统频域响应分析小结

- 利用Nyquist定理也可以分析系统的稳定性
  - 利用系统开环系统模型的不稳定极点个数
  - 与Nyquist图围绕 (-1,j0) 点的周数
  - 分析单位负反馈系统的稳定性或不稳定极点个数
- 引入幅值与相位裕度的概念
  - 几何解释与函数调用 margin
  - 从某种程度上分析系统的鲁棒性

薛定宇教授主讲

控制系统仿真与CAD