

国家精品课程/ 国家精品资源共享课程/ 国家级精品教材

国家级十一(二)五规划教材/ 教育部自动化专业教学指导委员会牵头规划系列教材

控制系统仿真与CAD

第九章 鲁棒控制设计方法

反馈控制系统与加权函数

Feedback Control Systems and Weighting Functions



主讲：薛定宇教授



反馈控制结构与加权函数

- 由简单串联闭环控制拓展出一般反馈控制结构
- 描述系统的增广模型
- 给出标准的反馈控制系统结构图
- 定义三个加权函数
- 介绍增广状态方程模型的MATLAB表示方法



鲁棒控制器的结构

➤ 增广受控对象模型

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right]$$

➤ 增广状态方程

$$\dot{x}(t) = Ax + [B_1 \ B_2] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

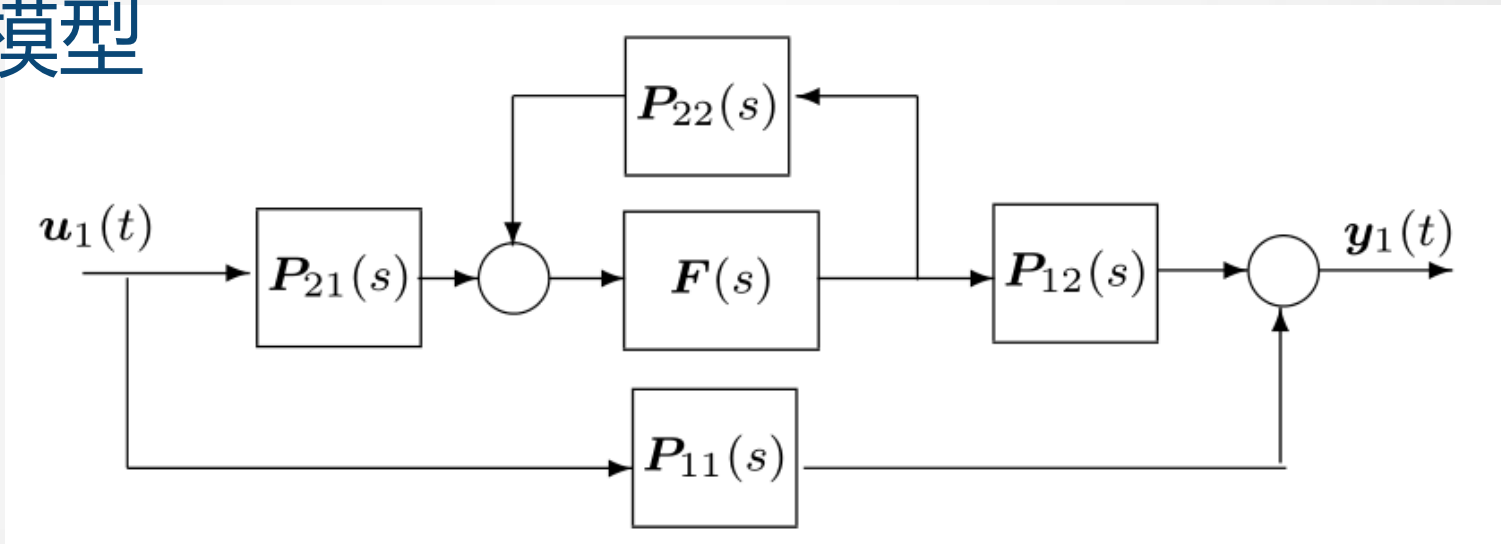
➤ 外部开环模型

$$T_{y_1 u_1}(s) = P_{11}(s) + P_{12}(s) \left[I - F(s)P_{22}(s) \right]^{-1} F(s)P_{21}(s)$$



闭环系统的另一种描述

➤ 闭环系统模型



➤ 鲁棒控制的目的

➤ 设计 $u_2(s) = F(s)y_2(s)$

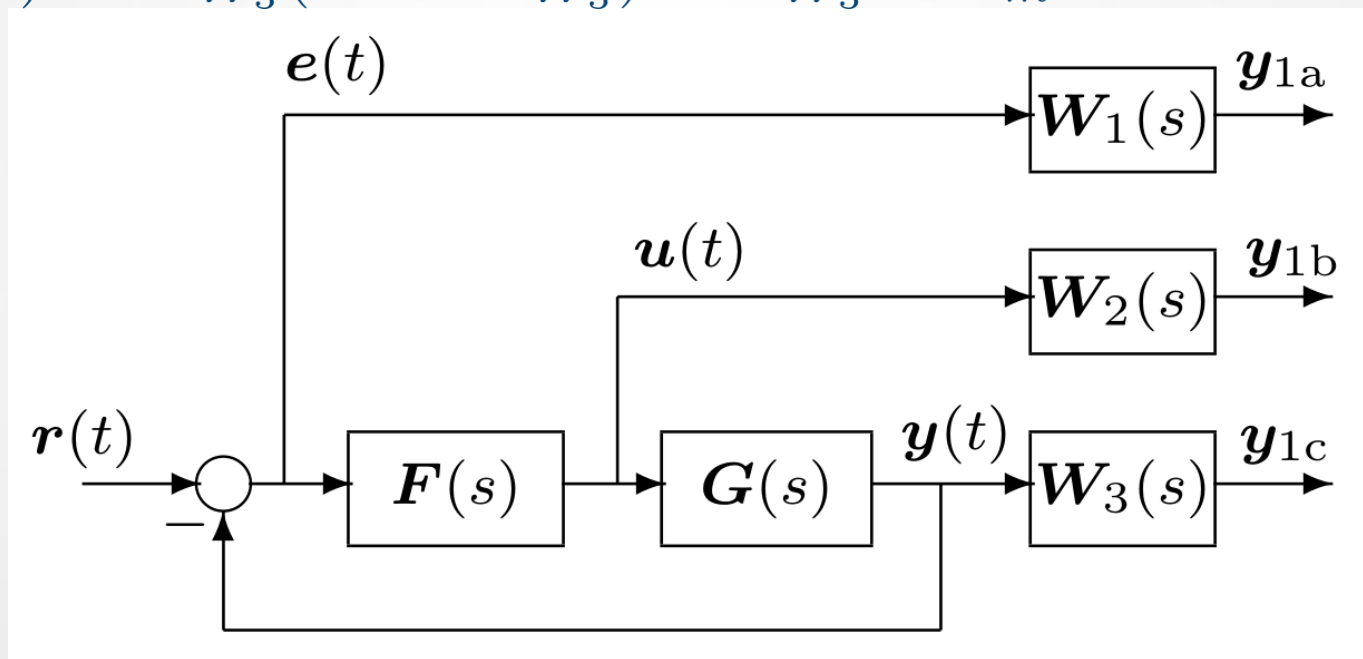
➤ 使得开环系统 $\|T_{y_1 u_1}(s)\| < 1$



加权受控对象

- 对三个关键信号引入加权
- $W_3(s)$ 可以是非正则的

$$W_3(s) = C_{W_3}(sI - A_{W_3})^{-1}B_{W_3} + P_ms^m + \cdots + P_1s + P_0$$

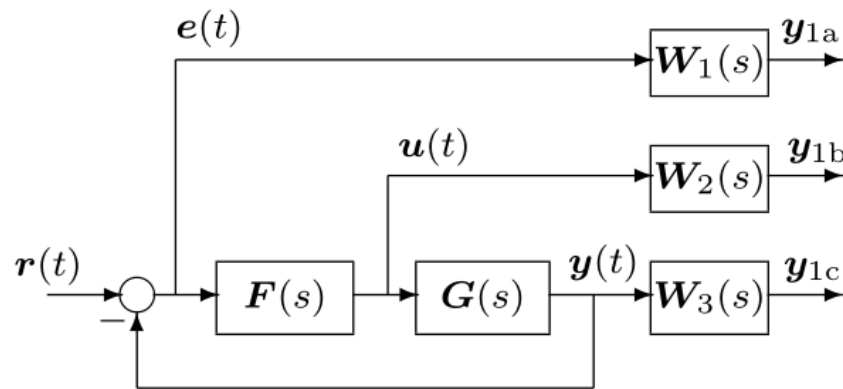




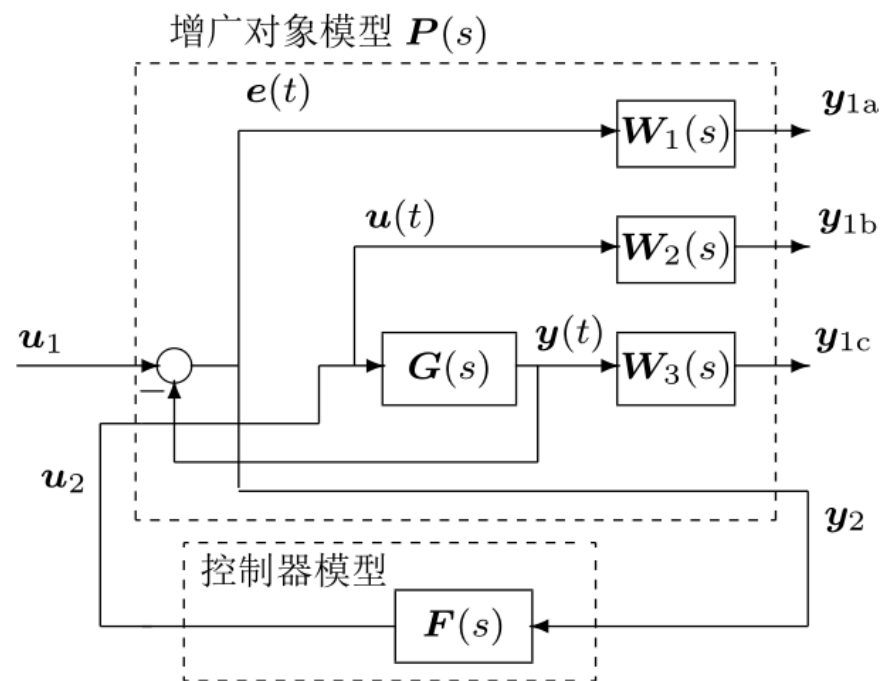
加权模型与标准型一致

- 对加权模型表示形式稍加改动
- 可见和标准闭环模型一致

$$u_2(t) = u(t), y_2(t) = e(t)$$



(a) 一般加权灵敏度函数



(b) 双端子框图结构



增广受控对象模型

➤ 引入加权函数后得出的模型

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right]$$

$$P(s) = \left[\begin{array}{cccc|c|c} A & 0 & 0 & 0 & 0 & B \\ -B_{W_1}C & A_{W_1} & 0 & 0 & B_{W_1} & -B_{W_1}D \\ 0 & 0 & A_{W_2} & 0 & 0 & B_{W_2} \\ B_{W_3}C & 0 & 0 & A_{W_3} & 0 & B_{W_3}D \\ \hline -D_{W_1}C & C_{W_1} & 0 & 0 & D_{W_1} & -D_{W_1}D \\ 0 & 0 & C_{W_2} & 0 & 0 & D_{W_2} \\ \tilde{C} + S_{W_3}C & 0 & 0 & C_{W_3} & 0 & \tilde{D} + D_{W_3}D \\ \hline -C & 0 & 0 & 0 & I & -D \end{array} \right]$$



鲁棒控制系统的MATLAB描述

- MATLAB鲁棒控制工具箱，包括原来的鲁棒控制工具箱， μ 分析与综合工具箱，线性矩阵不等式工具箱

- 双端子增广模型的输入

$$S = \text{mkssys}(A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}, 'tss')$$

$$S_{tss} = \text{augtf}(S, W_1, W_2, W_3) \quad \text{只能用正则 } W_3(s)$$

$$S_{tss} = \text{augw}(S, W_1, W_2, W_3)$$

- 提取子模型 $[A, B, C, D] = \text{branch}(G)$

$$[A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}] = \text{branch}(G)$$



例9-2 受控对象的加权增广

➤ 受控对象模型

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5000 & -100/3 & 500 & 100/3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 100/3 & -4 & -60 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 25/3 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = [0, 0, 1, 0] \mathbf{x}(t)$$

➤ 加权矩阵 $W_1(s) = 100/(s+1)$, $W_3(s) = s/1000$

➤ 表示增广模型



```
>> A=[0,1,0,0; -5000,-100/3,500,100/3; 0,-1,0,1; 0,100/3,-4,-60];  
B=[0; 25/3; 0; -1]; C=[0,0,1,0]; D=0; G=ss(A,B,C,D);  
s=tf('s'); W1=100/(s+1); W3=s/1000; W2=1e-5;  
P=augtf(G,W1,W2,W3)
```



增广模型的数学表示

- 没有 $W_2(s)$ ，使得 D_{12} 奇异，选择 $W_2=1e-5$
- 得出的增广模型

$$P(s) = \left[\begin{array}{ccccc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5000 & -33.333 & 500 & 33.333 & 0 & 0 & 8.3333 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 33.333 & -4 & -60 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \\ 0 & -0.001 & 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$



鲁棒控制的加权函数

➤ 鲁棒控制三种问题

➤ 灵敏度问题：只有 $W_1(s)$ 加权，无 $W_2(s)$ ， $W_3(s)$

➤ 稳定性与品质的混合鲁棒问题：无 $W_2(s)$

➤ 一般的混合灵敏度问题：有全部三个加权

➤ 增广受控对象

$$P(s) = \left[\begin{array}{c|c} W_1 & -W_1 G \\ \hline 0 & W_2 \\ 0 & W_3 G \\ \hline I & -G \end{array} \right], \quad T_{y_1 u_1}(s) = [W_1 S, W_2 F S, W_3 T]^T$$

➤ Mike Grimble 教授：鲁棒控制器设计是加权函数选取的艺术



反馈系统与加权函数

- 给出了标准的反馈系统结构模型
- 介绍了三个加权函数
- 介绍了如何使用MATLAB表示
 - 加权函数 tf, ss
 - 增广模型 augw, augtf, mksys

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right]$$

