

# Continuous Deep Q-Learning with Model-based Acceleration

Shixiang Gu<sup>1 2 3</sup>  
Timothy Lillicrap<sup>4</sup>  
Ilya Sutskever<sup>3</sup>  
Sergey Levine<sup>3</sup>

SG717@CAM.AC.UK  
COUNTZERO@GOOGLE.COM  
ILYASU@GOOGLE.COM  
SLEVINE@GOOGLE.COM

<sup>1</sup>University of Cambridge <sup>2</sup>Max Planck Institute for Intelligent Systems <sup>3</sup>Google Brain <sup>4</sup>Google DeepMind

## 【强化学习 52】NAF



张楚琦

清华大学 交叉信息院博士在读

14 人赞同了该文章

NAF是normalized advantage function的简称，可以看做是连续控制版本的Q-learning。

### 原文传送门

Gu, Shixiang, et al. "Continuous deep q-learning with model-based acceleration." International Conference on Machine Learning. 2016.

### 特色

本文提出了NAF，它可以被看做是连续控制版本的Q-learning；同时本文还提出了Imaginary rollout技术，使得学到的model可以用来加速model-free算法。

### 过程

#### 1. NAF

回顾Q-learning，就是通过最小化bootstrap的目标和Q函数之间的距离，来训练得到optimal Q function。

$$L(\theta^Q) = \mathbb{E}_{\mathbf{x}_t \sim \rho^\beta, \mathbf{u}_t \sim \beta, r_t \sim E} [(Q(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t | \theta^Q) - y_t)^2]$$
$$y_t = r(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) + \gamma Q(\mathbf{x}_{t+1}, \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_{t+1}))$$

要想在连续控制问题上使用Q-learning，最大的一个问题是Q函数对应的greedy policy是很难直接得到的。

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_t) = \arg \max_{\mathbf{u}} Q(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t)$$
$$\pi(\mathbf{u}_t | \mathbf{x}_t) = \delta(\mathbf{u}_t = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_t))$$

文章选择了一个greedy policy能够直接被表示的Q函数表示方法

$$Q(\mathbf{x}, \mathbf{u}|\theta^Q) = A(\mathbf{x}, \mathbf{u}|\theta^A) + V(\mathbf{x}|\theta^V)$$

$$A(\mathbf{x}, \mathbf{u}|\theta^A) = -\frac{1}{2}(\mathbf{u} - \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}|\theta^\mu))^T \mathbf{P}(\mathbf{x}|\theta^P)(\mathbf{u} - \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}|\theta^\mu))$$

其中  $\mathbf{P}(\mathbf{x}|\theta^P) = \mathbf{L}(\mathbf{x}|\theta^P)\mathbf{L}(\mathbf{x}|\theta^P)^T$ ，而  $\mathbf{L}(\mathbf{x}|\theta^P)$  是一个下三角矩阵，即它有  $n(n+1)/2$  个自由度。设定一个神经网络（dueling network structure），输入一个状态，输出  $V(\mathbf{x}), \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}), \mathbf{L}(\mathbf{x})$  并得到Q函数，通过Q-learning的形式来学习这些参数。

---

### Algorithm 1 Continuous Q-Learning with NAF

---

```

Randomly initialize normalized Q network  $Q(\mathbf{x}, \mathbf{u}|\theta^Q)$ .
Initialize target network  $Q'$  with weight  $\theta^{Q'} \leftarrow \theta^Q$ .
Initialize replay buffer  $R \leftarrow \emptyset$ .
for episode=1,  $M$  do
    Initialize a random process  $\mathcal{N}$  for action exploration
    Receive initial observation state  $\mathbf{x}_1 \sim p(\mathbf{x}_1)$ 
    for t=1,  $T$  do
        Select action  $\mathbf{u}_t = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_t|\theta^\mu) + \mathcal{N}_t$ 
        Execute  $\mathbf{u}_t$  and observe  $r_t$  and  $\mathbf{x}_{t+1}$ 
        Store transition  $(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t, r_t, \mathbf{x}_{t+1})$  in  $R$ 
        for iteration=1,  $I$  do
            Sample a random minibatch of  $m$  transitions from  $R$ 
            Set  $y_i = r_i + \gamma V'(\mathbf{x}_{i+1}|\theta^{Q'})$ 
            Update  $\theta^Q$  by minimizing the loss:  $L = \frac{1}{N} \sum_i (y_i - Q(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i|\theta^Q))^2$ 
            Update the target network:  $\theta^{Q'} \leftarrow \tau \theta^Q + (1 - \tau) \theta^{Q'}$ 
        end for
    end for
end for

```

---

知乎 @张楚珩

值得一提的是，在策略的探索方面，这里并没有像很多其他文章一样使用每步独立的高斯噪声，因为多步的高斯噪声会在连续的几步中相互抵消；为了解决这个问题，有些其他的文章使用Omstein-Uhlenbeck process。本文在这里则直接利用了已经估计出来的二次型系数矩阵  $P(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta}^P)$ ，让策略更加有方向性地探索。

$$\begin{aligned}\pi(\boldsymbol{u}|\boldsymbol{x}) &= \exp^{Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}|\boldsymbol{\theta}^Q)} / \int \exp^{Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}|\boldsymbol{\theta}^Q)} d\boldsymbol{u} \\ &= \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta}^\mu), c\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta}^P)^{-1}).\end{aligned}$$

Q. 为什么这里估计的A函数不需要做类似ACER中Stochastic Dueling Network那样的操作以保证学到的A函数就是advantage呢？注意advantage需要满足  $\sum_{\boldsymbol{a}} \pi(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{s}) A(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{a}) = 0$ 。

A. 这里的A函数定义上有  $A(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{s}|\boldsymbol{\theta}^\mu)) = 0$ ，等于也是对它有了一个“锚定”，虽然不是锚定到我们通常定义的A函数的位置，但是学习的过程中不至于“飘走”；再说，最后只是学习Q函数，A函数少的那一截会被V函数学到。

## 2. Imaginary Rollout

NAF使得在连续控制问题上能够使用Replay Experience（RE），这样就自然产生了一种使用学习到的model来提高sample efficiency的方法，即使用model来产生experience，并加入RE中供算法去学习。使用model产生的轨迹称作imaginary rollout（IR）。本文的实验说明了一下几个有意思的点。

- 即使使用真实model，IR如果只使用好的policy去产生，效果会比不加IR更差；IR如果去产生on-policy的rollout能提高sample efficiency；
- 使用估计的model，如果使用NN直接估计，效果并不好，如果使用iLQG估计，效果还不错；
- 在使用iLQG估计产生IR的同时，如果真实rollout也混入一定比例（或者全部的）iLQG控制器产生的optimal control，效果也不错；
- 如果真实的rollout全部由iLQG产生，还有额外的好处，就是能够保证产生的动作都比较safe，在实际中不会损害机器人硬件。

算法如下

---

**Algorithm 2** Imagination Rollouts with Fitted Dynamics and Optional iLQG Exploration

---

Randomly initialize normalized Q network  $Q(\mathbf{x}, \mathbf{u}|\theta^Q)$ .  
Initialize target network  $Q'$  with weight  $\theta^{Q'} \leftarrow \theta^Q$ .  
Initialize replay buffer  $R \leftarrow \emptyset$  and fictional buffer  $R_f \leftarrow \emptyset$ .  
Initialize additional buffers  $B \leftarrow \emptyset, B_{old} \leftarrow \emptyset$  with size  $nT$ .  
Initialize fitted dynamics model  $\mathcal{M} \leftarrow \emptyset$ .  
**for**  $episode = 1, M$  **do**  
    Initialize a random process  $\mathcal{N}$  for action exploration  
    Receive initial observation state  $\mathbf{x}_1$   
    Select  $\mu'(\mathbf{x}, t)$  from  $\{\mu(\mathbf{x}|\theta^\mu), \pi_t^{iLQG}(\mathbf{u}_t|\mathbf{x}_t)\}$  with probabilities  $\{p, 1 - p\}$   
    **for**  $t = 1, T$  **do**  
        Select action  $\mathbf{u}_t = \mu'(\mathbf{x}_t, t) + \mathcal{N}_t$   
        Execute  $\mathbf{u}_t$  and observe  $r_t$  and  $\mathbf{x}_{t+1}$   
        Store transition  $(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t, r_t, \mathbf{x}_{t+1}, t)$  in  $R$  and  $B$   
        **if**  $\text{mod}(episode \cdot T + t, m) = 0$  and  $\mathcal{M} \neq \emptyset$  **then**  
            Sample  $m$   $(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, r_i, \mathbf{x}_{i+1}, i)$  from  $B_{old}$   
            Use  $\mathcal{M}$  to simulate  $l$  steps from each sample  
            Store all fictional transitions in  $R_f$   
        **end if**  
        Sample a random minibatch of  $m$  transitions  $I \cdot l$  times from  $R_f$  and  $I$  times from  $R$ , and update  $\theta^Q, \theta^{Q'}$  as in Algorithm 1 per minibatch.  
    **end for**  
    **if**  $B_f$  is full **then**  
         $\mathcal{M} \leftarrow \text{FitLocalLinearDynamics}(B_f)$  (see Section 5.3)  
         $\pi^{iLQG} \leftarrow \text{iLQG.OneStep}(B_f, \mathcal{M})$  (see appendix)  
         $B_{old} \leftarrow B_f, B_f \leftarrow \emptyset$   
    **end if**  
**end for**

---

知乎 @张楚珩

### 3. iLQG

iLQG大致思想是使用均值为二次型的高斯分布对轨迹附近的dynamics建模，建模方式为对于得到的轨迹拟合得到线性模型的系数  $f_{xt}, f_{ut}, F_t$ ，有了该模型就可以运行on-policy的策略并且得到相应的IR了。

如果需要使用iLQG的最优控制，那么需要运行以下程序，最优控制可以解析地表示

$$\begin{aligned}
 \text{dynamics } p(x_{t+1}|x_t, u_t) &= \mathcal{N}(f_{xt}x_t + f_{ut}u_t, F_t) \\
 \text{time-varying linear feedback controller } g(x_t) &= \hat{u}_t + k_t + K_t(x_t - \hat{x}_t) \\
 \text{linear-Gaussian controller } \pi_t^{iLQG}(u_t|x_t) &= \mathcal{N}(\hat{u}_t + k_t + K_t(x_t - \hat{x}_t), -cQ_{u,ut}^{-1}) \\
 \text{where } k_t &= -Q_{u,ut}^{-1}Q_{ut}, K_t = -Q_{u,ut}^{-1}Q_{u,xt} \\
 Q_{xu,xt} &= r_{xu,xt} + f_{xu}^T V_{x,xt+1} f_{xu} \\
 Q_{xut} &= r_{xut} + f_{xut}^T V_{x,xt+1} f_{xut} \\
 V_{x,xt} &= Q_{x,xt} - Q_{u,xt}^T Q_{u,ut}^{-1} Q_{u,xt} \\
 V_{xt} &= Q_{x,xt} - Q_{u,xt}^T Q_{u,ut}^{-1} Q_{u,xt} \\
 Q_{x,xT} &= V_{x,xT} = r_{x,xT}
 \end{aligned}$$

知乎 @张楚奇

其中Q、V、r分布代表Q函数、V函数和reward，后面五个式子可以通过动态规划从后往前算出来，其中下标代表导数，并列的  $_{xu}$  下标代表对于状态和控制组成向量的导数。

iLQG有以下一些劣势

- iLQG假设了dynamics和reward的单模形态，在某些任务上可能学得更慢或者学到的策略更差；
- iLQG是对于常访问的路径附近的动力学做线性化，因此假设了初始状态分布比较窄，对于不适应这一假设的问题不能适用；
- iLQG需要已知reward关于state的表达式，对于完全黑盒的reward不适用。

（更多关于iLQG可以参考本专栏之前的文章iLQG）

---

## 对比ACER

- NAF使用的是局部拟合的advantage函数，ACER用神经网络对advantage函数进行全局拟合，相应的代价是需要使用SDN（但它们都需要另外拟合V函数）；
- NAF主循环是遵循Bellman operator for control，ACER价值函数估计是用Bellman operator for policy evaluation，总体上是policy iteration的思路，因此后面还需要做policy gradient；

发布于 2019-04-07

强化学习 (Reinforcement Learning)

▲ 赞同 14 ▼

● 6 条评论

🔗 分享

♥ 喜欢

★ 收藏

...

## 文章被以下专栏收录



强化学习前沿  
读呀读paper

进入专栏