

Distribuciones Muestrales

Cleber Perez

2024-08-16

Problema Remache

La resistencia a la ruptura de un remache tiene un valor medio de 10,000 lb/pulg² y una desviación estándar de 500 lb/pulg². Si se sabe que la población se distribuye normalmente

Inciso A

¿Cuál es la probabilidad de que la tomar un remache al azar de esa población, éste tenga una resistencia a la ruptura que esté a 100 unidades alrededor de la media? ¿a cuántas desviaciones estándar está de la media?

```
p1 = pnorm(10100, 10000, 500) - pnorm(9900, 10000, 500)
cat("P(9900 < x < 10100)=", p1)

## P(9900 < x < 10100)= 0.1585194
```

Desviaciones lejos de la media (z)

```
z1 = 100/500
cat("z =", z1)

## z = 0.2
```

Inciso B

¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia media a la ruptura de la muestra aleatoria de 120 remaches esté 100 unidades alrededor de su media? ¿a cuántas desviaciones estándar está de la media?

$P(9900 < \bar{x} < 10100) / \bar{x} / \text{sim}N(\mu, \bar{x} = 10000, \sigma, \bar{x} = \frac{500}{\sqrt{120}})$

```
p2 = pnorm(10100, 10000, 500/sqrt(120)) - pnorm(9900, 10000, 500/sqrt(120))
cat("P(9900 < X_b < 10100)=", p2)

## P(9900 < X_b < 10100)= 0.9715403
```

Desviaciones lejos de la media (z)

```
z2 = 100/(500/sqrt(120))
cat("z =", z2)
```

```
## z = 2.19089
```

Inciso C

Si el tamaño muestral hubiera sido 15, en lugar de 120, ¿cuál es la probabilidad de que la resistencia media a la ruptura esté 100 unidades alrededor de la media? ¿a cuántas desviaciones estándar está de la media?

```
p3 = pnorm(10100, 10000, 500/sqrt(15)) - pnorm(9900, 10000, 500/sqrt(15))
cat("P(9900 < X_b < 10100)=", p3)
```

```
## P(9900 < X_b < 10100)= 0.561422
```

Desviaciones lejos de la media (z)

```
z3 = 100/(500/sqrt(15))
cat("z =", z3)
```

```
## z = 0.7745967
```

Inciso D

Un ingeniero recibió un lote muy grande de remaches. Antes de aceptarlo verificó si efectivamente tiene una media de 10 000 lb/pulg 2. Para ello tomó una muestra de 120 remaches elegidos al azar tenía media de 9800 lb/pulg2 y rechazó el pedido, ¿hizo lo correcto? ¿por qué?. Si la media hubiera sido 9925, ¿recomendarías rechazarlo?

```
p4 = pnorm(9800, 10000, 500/sqrt(120))
cat("P(x_b < 9800)=", p4)
```

```
## P(x_b < 9800)= 5.88567e-06
```

Desviaciones lejos de la media (z)

```
z4 = 200/(500/sqrt(120))
cat("z =", z4)
```

```
## z = 4.38178
```

Inciso E

¿Qué decisión recomiendas al ingeniero si la media obtenida en la media hubiera sido 9925? ¿recomendarías rechazarlo?

```
p5 = pnorm(9925, 10000, 500/sqrt(120))
cat("P(x_b < 9925)=", p5)
```

```
## P(x_b < 9925)= 0.05017412
```

Desviaciones lejos de la media (z)

```
z5 = 75/(500/sqrt(120))
cat("z =", z5)
```

```
## z = 1.643168
```

Embotellando

Una máquina embotelladora puede ser regulada para que se descargue un promedio de μ onzas por botella. Se ha observado que la cantidad de líquido dosificado por una máquina embotelladora está distribuida normalmente con $\sigma = 1$ onza. La máquina embotelladora se calibra cuando la media de una muestra tomada al azar está fuera del 95% central de la distribución muestral. La media de la cantidad de líquido deseada requiere que μ sea de 15 onzas.

1

¿A cuántas desviaciones estándar alrededor de la verdadera media μ puede estar la media de una muestra para que esté dentro del estándar establecido del 95% central?

```
z1e = qnorm(0.025, 0, 1)
cat("z =", z1e)
## z = -1.959964
```

2

¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra aleatoria de tamaño 10 botellas se obtenga una media mayor a 16 onzas?

```
p2e = pnorm(16, 15, 1/sqrt(10))
cat("P(x < 16)=", p2e)
## P(x < 16)= 0.9992173
```

3

Si en una muestra aleatoria de tamaño 10 botellas se obtuvo una media de 16 onzas, ¿se detendría la producción para calibrar la máquina?

- Si se debería para ya que esta 3.16 desviaciones por encima de la media que es mayor a 1.96

```
z3e = (16-15)/(1/sqrt(10))
z3e
## [1] 3.162278
```

4

Cuál es la probabilidad de que en una muestra aleatoria de tamaño 10 botellas se obtenga una media menor a 14.5 onzas?

```
p4e = pnorm(14.5, 15, 1/sqrt(10))
p4e
```

```
## [1] 0.05692315
```

5

Si en una muestra aleatoria de tamaño 10 botellas se obtuvo una media de 15.5 onzas, ¿se detendría la producción para calibrar la máquina?

- No se detendría ya que el valor es de 1.58 que está dentro del valor crítico 1.96

```
z5e = (15.5 - 15) / (1 / sqrt(10))
```

```
z5e
```

```
## [1] 1.581139
```

6

Hacer una gráfica del inciso 1.

```
x <- seq(12, 18, length=100)
y <- dnorm(x, 15, sd = 1/sqrt(10))
plot(x, y, type = "l", main = "Distribución Normal de la Media Muestral",
      xlab = "Onzas", ylab = "Densidad")
abline(v = 15 + qnorm(0.975) * (1 / sqrt(10)), col = "red", lwd = 2)
abline(v = 15 - qnorm(0.975) * (1 / sqrt(10)), col = "red", lwd = 2)
```

