

Vorlesung 6

Vom 18.12.2023

Vorbereitung zur Aufnahme auf das Studienkolleg

Themen-Gebiete Gesamt

- Vereinfachung von Bruchtermen
- Polynomdivision
- Wurzelgleichungen - Ungleichungen
- Exponentialgleichungen & Logarithmusgleichungen
- Trigonometrischen Funktionen
- Erkennen von Funktionsgraphen
- Geometrie ; vor allem Satzgruppe des Pythagoras, Strahlensätze, Kreisberechnungen, Flächen- und Volumenberechnungen

Organisation

- Nächste Woche beginnen die Weihnachtsferien
- Im Neuen Jahr:
- Montags Online
- Ab Januar Mittwochs Präsenz in ASL-Schule (+Online Hybrid)
- Montags weiterhin Online
- 16.00 bis 17.30 Uhr
- Learn-Material auf:

Januar 2024

Kalender

pedia

Informationen zum Kalender

KW	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Samstag	Sonntag
1	1	2	3	4	5	6	7
2	8	9	10	11	12	13	14
3	15	16	17	18	19	20	21
4	22	23	24	25	26	27	28
5	29	30	31	1	2	3	4

© Kalenderpedia® www.kalenderpedia.de

1.: Neujahrstag

Angaben ohne Gewähr

<https://github.com/ClemWeber/ASL-MatheKurs>

Vorlesung 6 Umfang

- Fragen zu Aufgaben?
- Geraden-Gleichung oder Punkt Steigung Formel
- Extremwerte einer Funktion:
 - Schnittpunkte (Achsen)
 - Sattelpunkt
 - Maximum oder Minimum

Feedback Runde Q&A

Wie findet ihr den Kurs?

Was wünscht ihr euch für den Kurs?

Anregungen oder Fragen

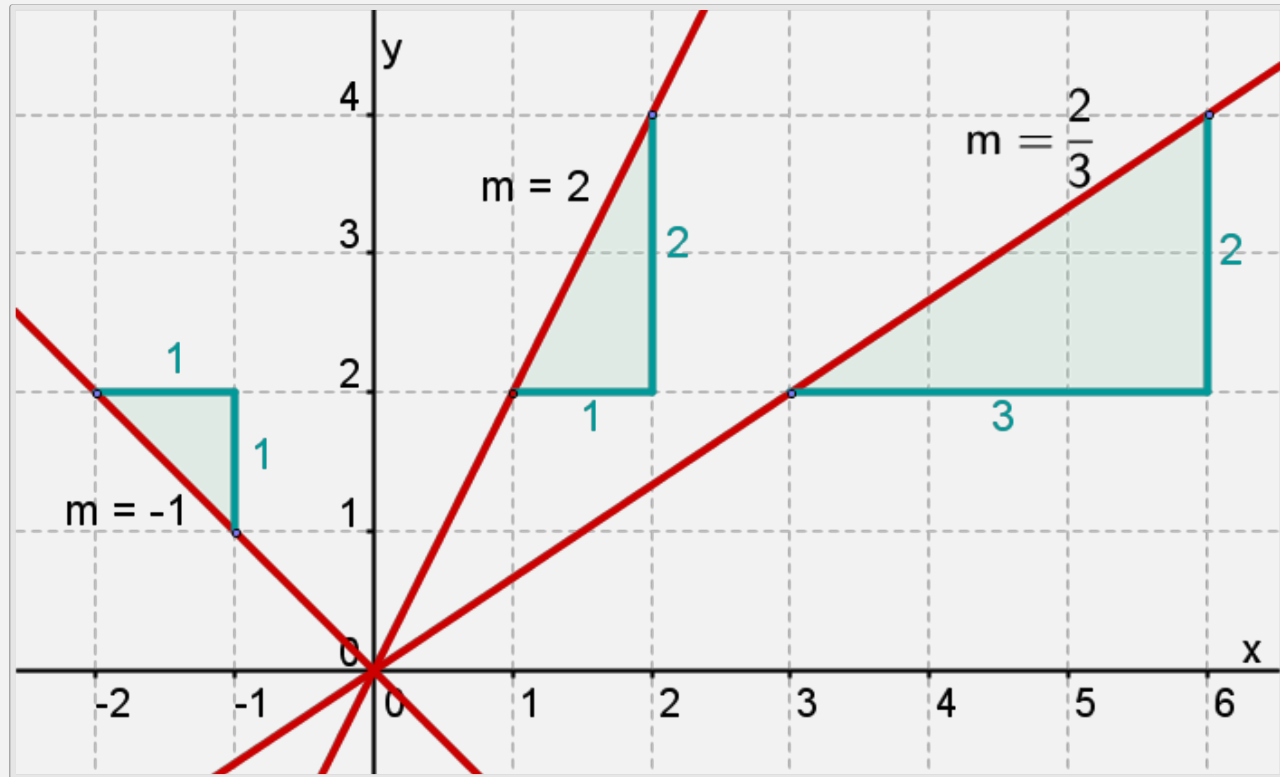
Aufgaben:

- Konstanz-Mathe-Formelsammlung
- <https://www.maths2mind.com/schlueselwoerter/graph-einer-funktion>
- <https://mathe.aufgabenfuchs.de/funktion/funktion.shtml>
- <https://de.serlo.org/mathe/30680/aufgaben-zum-sinus-kosinus-und-tangens-im-rechtwinkligen-dreieck>



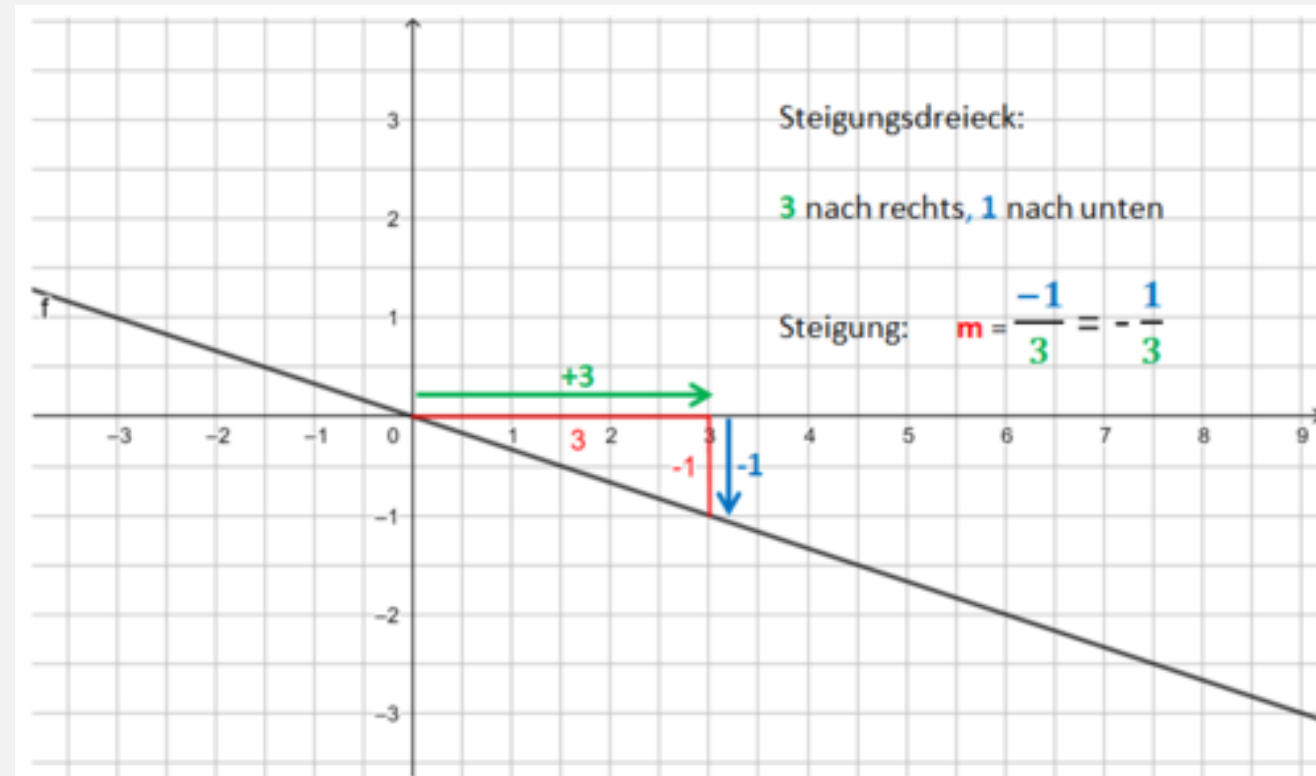
Ursprungs-Geraden in der Ebene(2D)

- Geraden durch den Ursprung $x,y= (0,0)$
- Besitzen eine Steigung (Steigungsdreieck)
- Steigung $m =$
Weglänge in x Richtung/
Dazugehörige Weglänge in y-Richtung
- Geraden-Gleichung durch den Ursprung:
 $y = m \cdot x$



Ursprungs-Geraden in der Ebene(2D)

- Geraden durch den Ursprung $x,y= (0,0)$
- Besitzen eine Steigung (Steigungsdreieck)
- Steigung $m =$
Weglänge in x Richtung/
Dazugehörige Weglänge in y-Richtung
- Geraden-Gleichung durch den Ursprung:
 $y = m \cdot x$



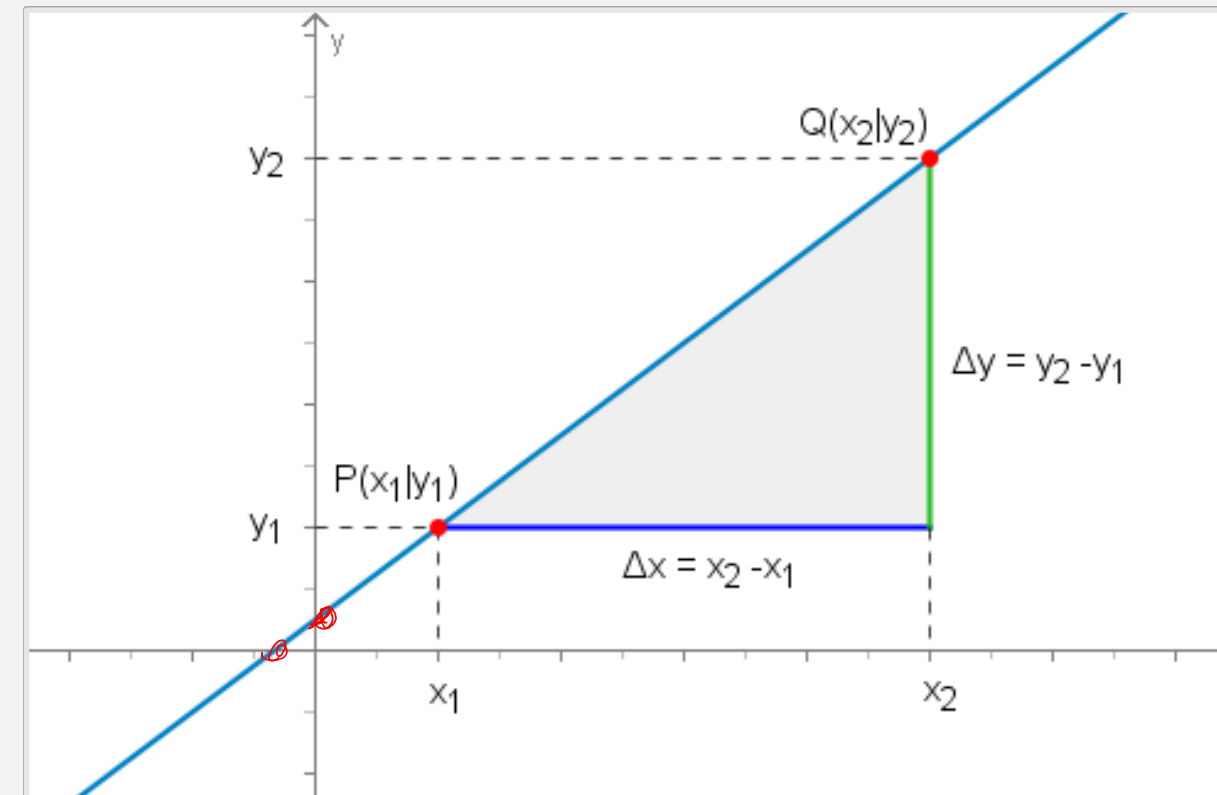
Allgemein Geraden in der Ebene (2D)

- Kann man als vom Ursprung verschobene Geraden betrachten.
- Steigung $m =$
Weglänge in y Richtung/
Dazugehörige Weglänge in x -Richtung
- Steigung kann mit zwei Punkten (P & Q) die auf der Gerade liegen ermittelt werden
- Geradengleichung:

$$y = m * (x - \text{Schnittpunkt } x\text{Achse})$$

Oder

$$y = m * x + \text{Schnittpunkt } y\text{Achse}$$



Allgemein Geraden in der Ebene (2D)

- Geradengleichung:

$$y = m * (x - \text{Schnittpunkt } x\text{Achse})$$

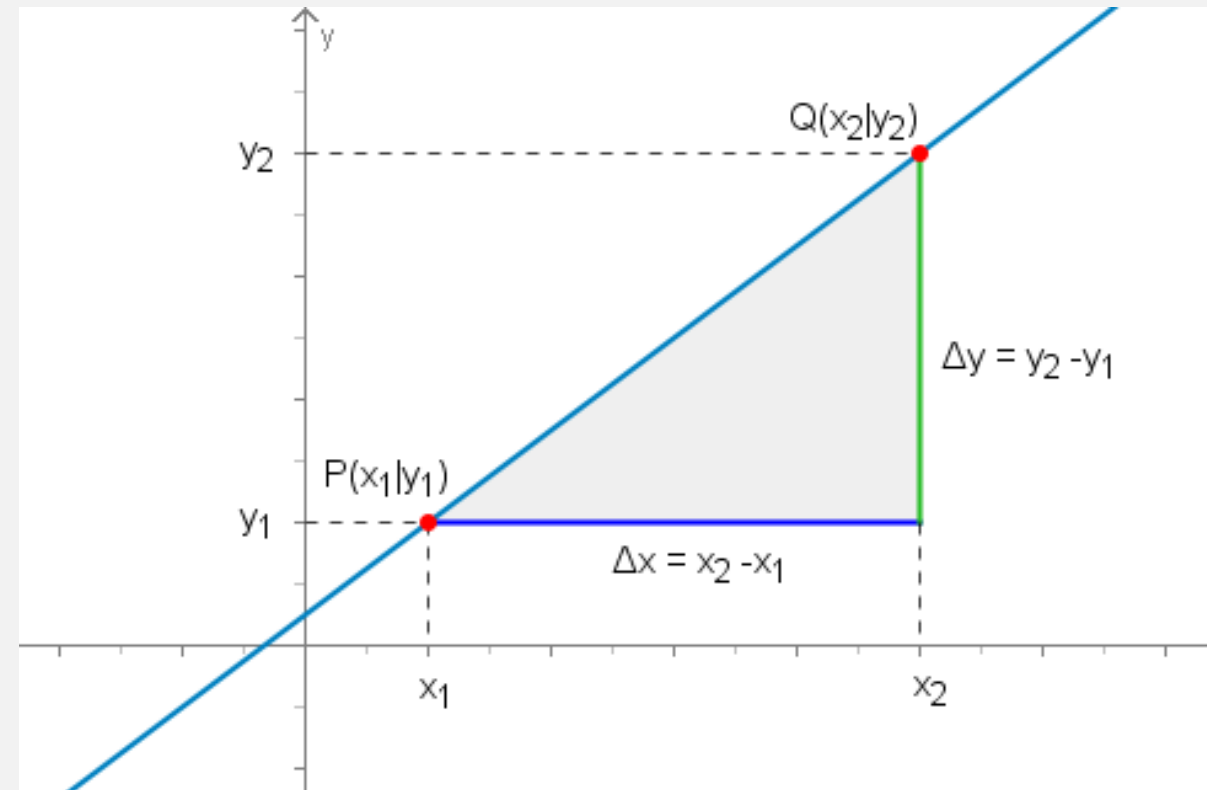
Oder

$$y = m * x + \text{Schnittpunkt } y\text{Achse}$$

- Punkt einsetzen um Schnittpunkt(c_1 oder c_2) zu bestimmen:

- $y_1 = x_1 * m + c_1$

- $y_1 = m * (x_1 - c_2)$



Allgemein Geraden in der Ebene (2D)

- Geradengleichung:

$$y = m * (x - \text{Schnittpunkt } x\text{Achse})$$

Oder

$$y = m * x + \text{Schnittpunkt } y\text{Achse}$$

- Punkt einsetzen um Schnittpunkt (c1 oder c2) zu bestimmen:

- $y_1 = x_1 * m + c_1$

- $y_1 = m * (x_1 - c_2)$

Funktionsgleichung : Y-Achsenabschnitt und Steigungsdreieck berechnen

Eine Gerade verläuft durch die Punkte P(1|1) und Q(2|3). Bestimme die Funktionsgleichung.

Aus den gegebenen Punkten kann man das **Steigungsdreieck** bestimmen:

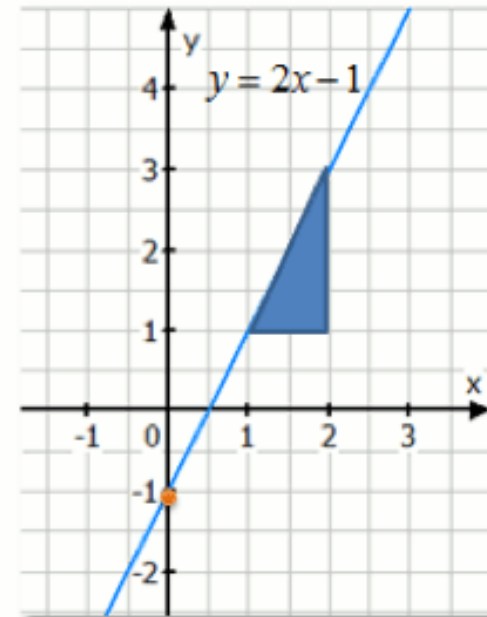
$$\text{Steigung } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{2-1} = 2$$

Für den **y-Achsenabschnitt** setzt man ein Punkt in die Funktionsgleichung:

$$y = 2x + c \text{ mit } P(1|1)$$

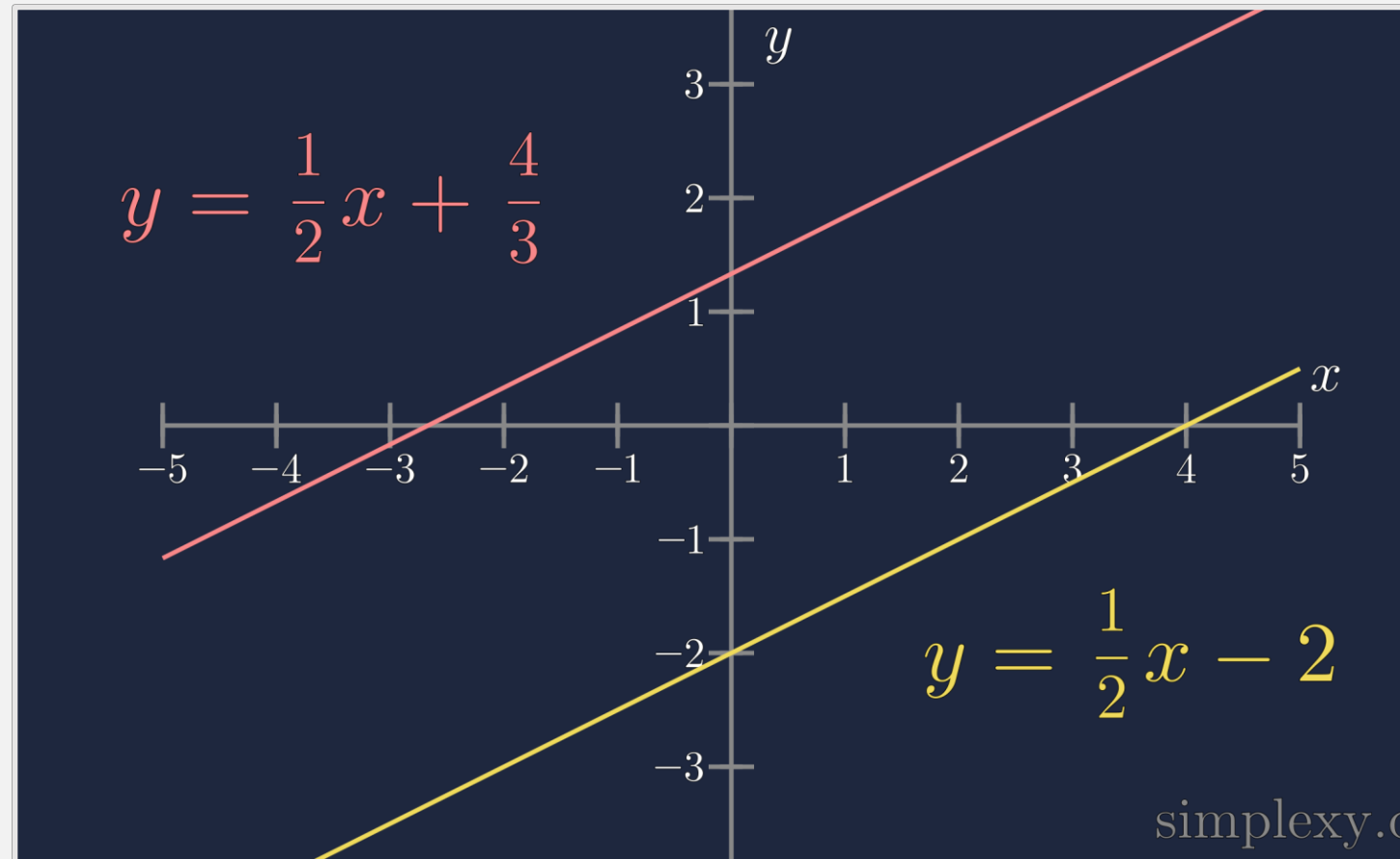
$$1 = 2 + c \rightarrow c = -1$$

Daraus folgt die Funktionsgleichung: $y = 2x - 1$



Aufgabe: Schnittpunkte mit den Achsen Bestimmen

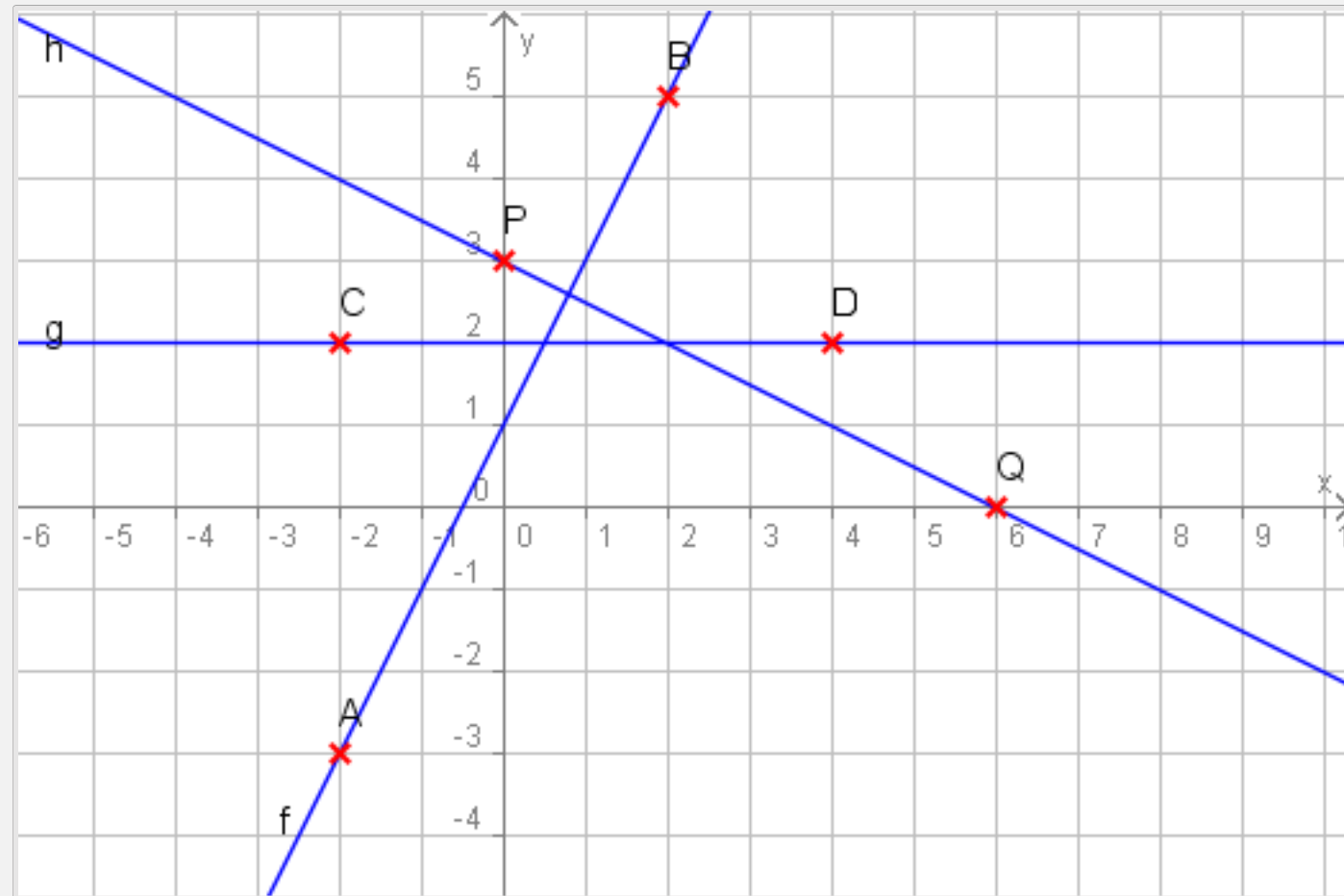
- Gegeben sind zwei Geradengleichungen
- Bestimmen Sie jeweils die Schnittpunkte mit den Achsen



Aufgabe:

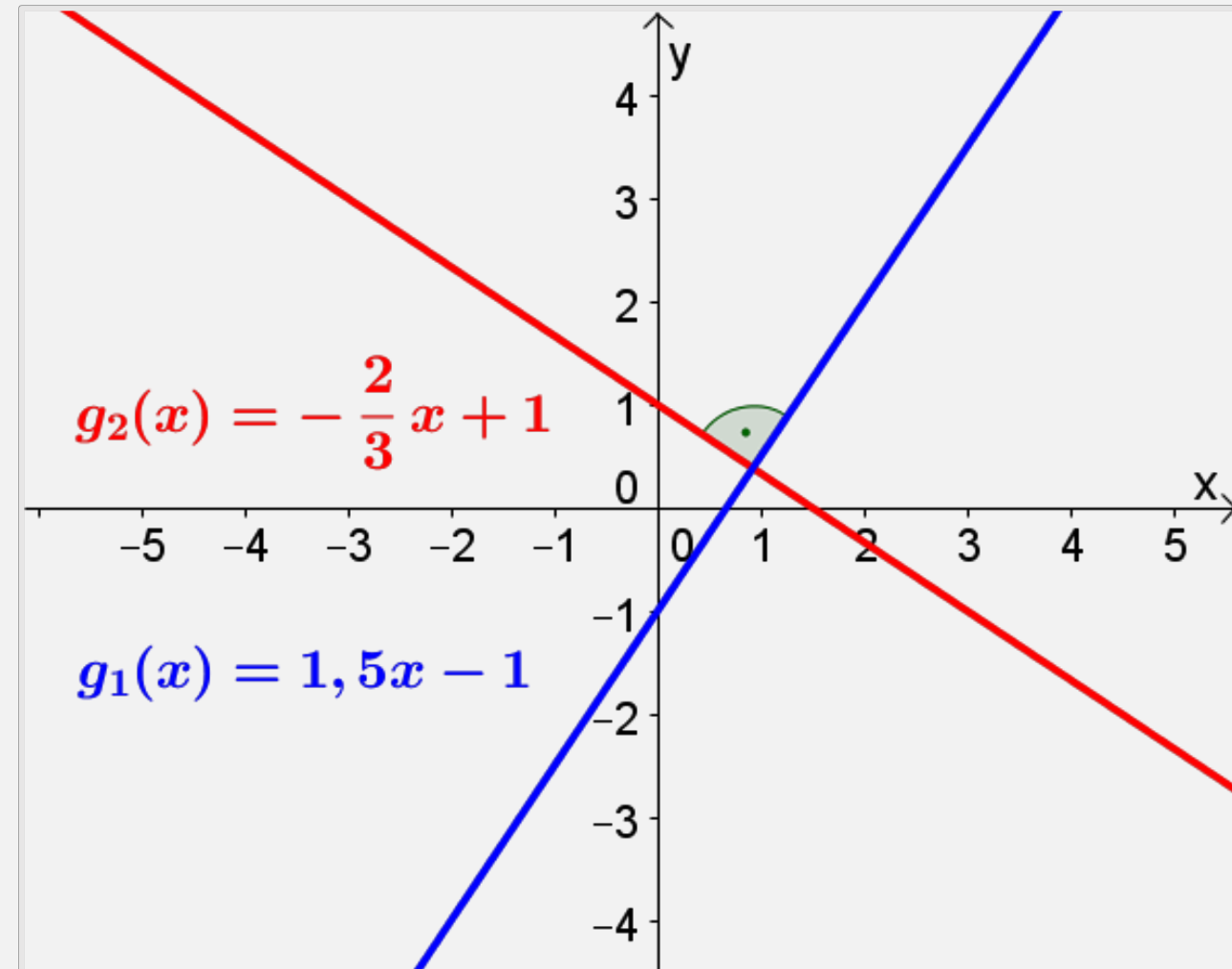
Verschiedene GeradenGleichungen

- Schreiben Sie je eine der Geraden in dieser Form:
- $y_1 = m * x + h$
- $y_2 = m * (x - d)$
- Oder Gemischt:
- $y_3 = m * (x - d) + h$



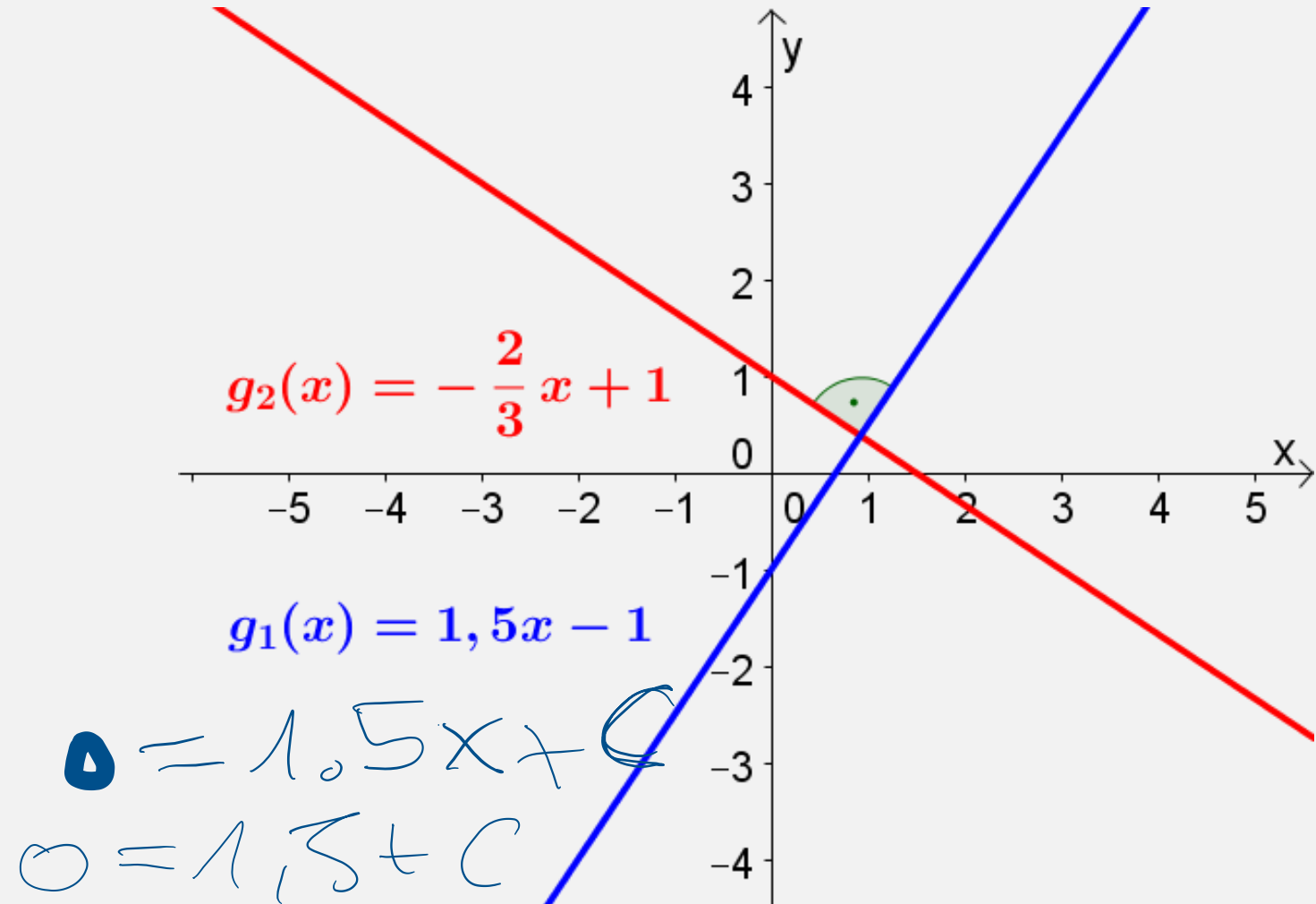
Senkrechte Geraden

- GeradenGleichungen:
 - $y_1 = m_1 * x + h_1$
 - $y_2 = m_2 * x + h_2$ oder $y_2 = m_2 * (x - d)$
- Eine Gerade steht senkrecht zu einer anderen, wenn:
 - $m_1 = -\frac{1}{m_2}$



Senkrechte Geraden Aufgabe

- Gegeben ist g_2 .
- Bestimmen Sie eine Geradengleichung von der Gerade die:
 - Senkrecht zu g_2
 - Den Punkt $(0,1)$ schneidet
- GeradenGleichungen:
 - $y_1 = m_1 * x + h_1$
 - $y_2 = m_2 * x + h_2$ oder $y_2 = m_2 * (x - d)$
- Eine Gerade steht senkrecht zu einer anderen, wenn:
 - $m_1 = -\frac{1}{m_2}$



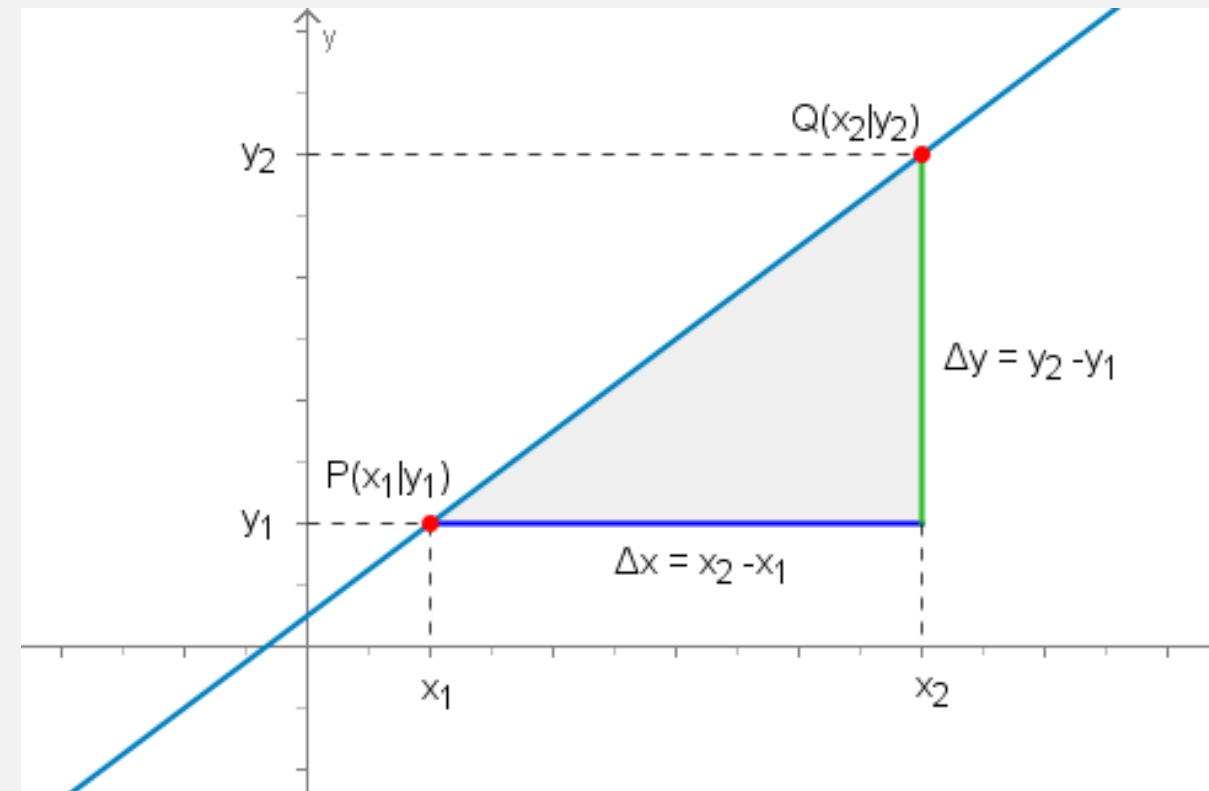
Allgemein Geraden in der Ebene (2D)

- Kann man als vom Ursprung verschobene Geraden betrachten.
- Steigung $m =$
Weglänge in y Richtung/
Dazugehörige Weglänge in x -Richtung
- Steigung kann mit zwei Punkten (P & Q) die auf der Gerade liegen ermittelt werden
- Geradengleichung:

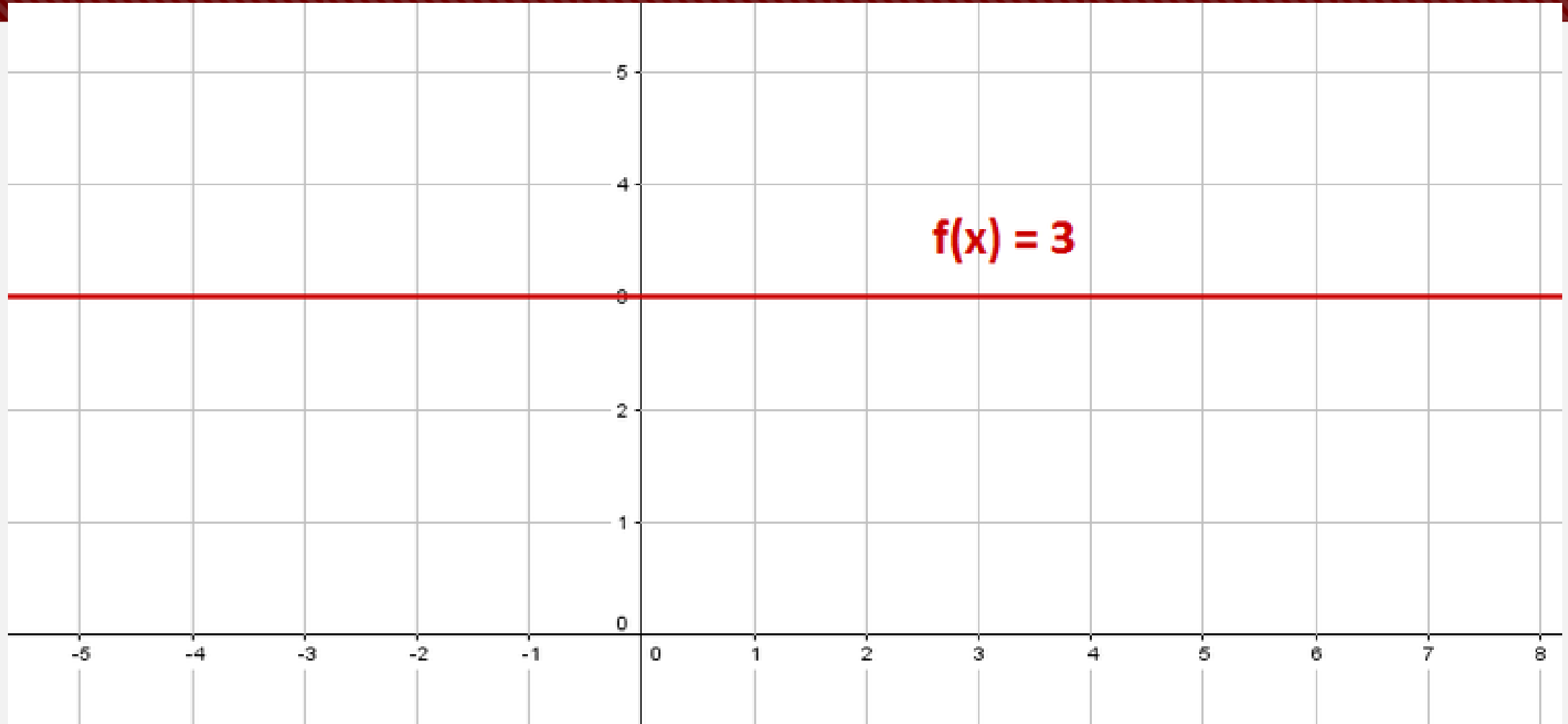
$$y = m * (x - \text{Schnittpunkt } x\text{Achse})$$

Oder

$$y = m * x + \text{Schnittpunkt } y\text{Achse}$$



Waagerechte Gerade – Welche Steigung?

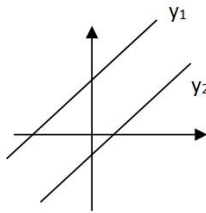
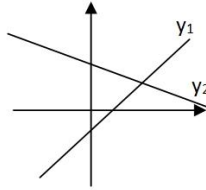
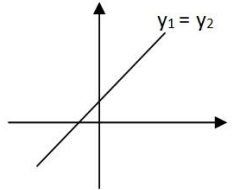


Aufgaben Zu Geraden

- <https://mathe.aufgabenfuchs.de/funktion/funktion.shtml>

Lagebeziehungen von Geraden!

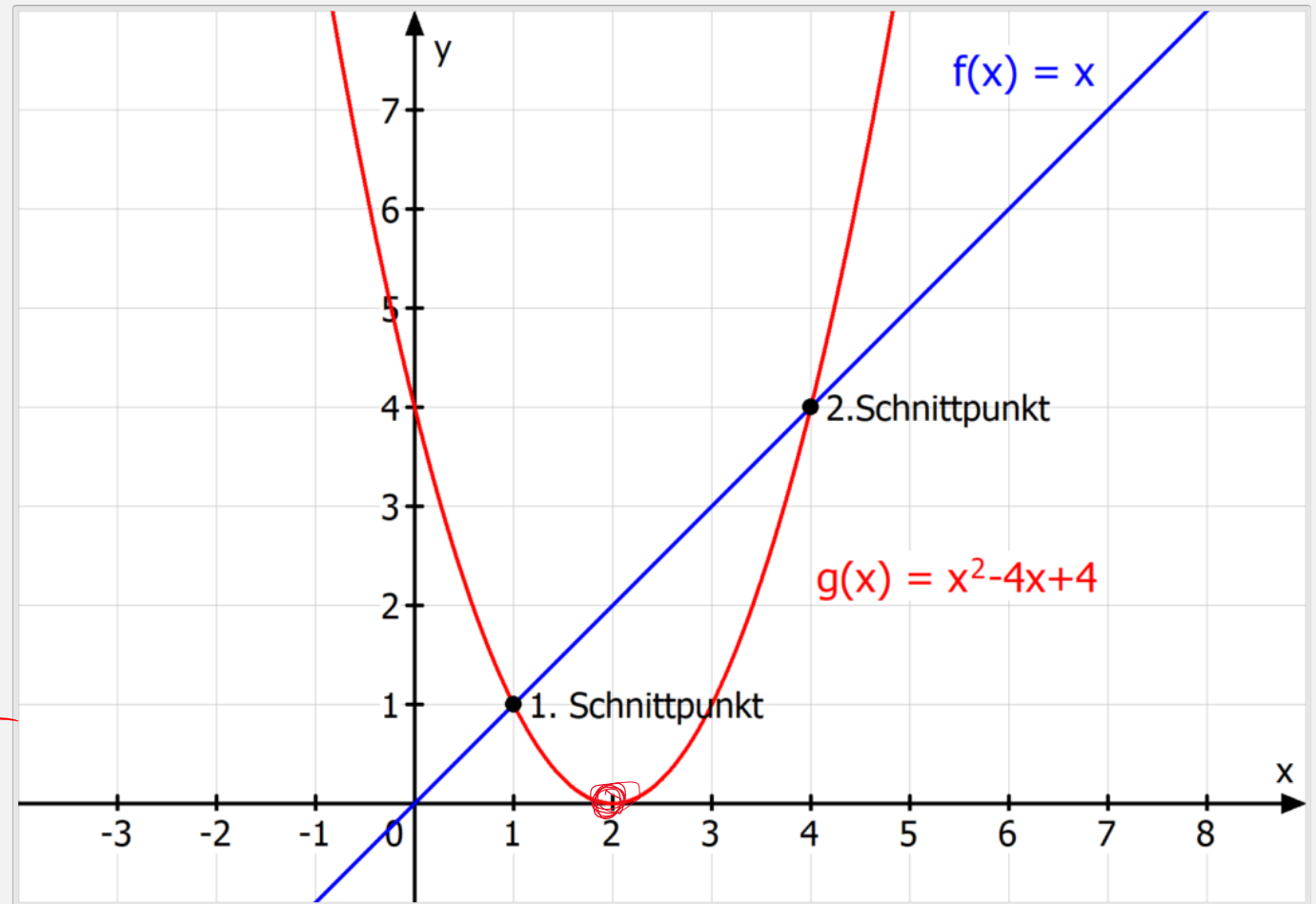
Geraden haben einen, keinen oder unendlich viele Schnittpunkte gemeinsam!

kein Schnittpunkt	genau ein Schnittpunkt	unendlich viele Schnittpunkte
Geraden sind parallel	Geraden sind nicht parallel und nicht identisch	Geraden sind <u>identisch</u>
Für die Geradengleichung $y = mx + n$ gilt:		
m ist bei beiden gleich n ist beliebig	m ist ungleich n ist beliebig	m und n sind jeweils gleich
		
Beispiel: $y = 3x + 4$ $y = 3x + 2$	Beispiel: $y = 2x + 2$ $y = 3x + 2$	Beispiel: $y = 2x + 2$ $y = \frac{8}{4}x + 2$

Extrem Punkte von Funktionen

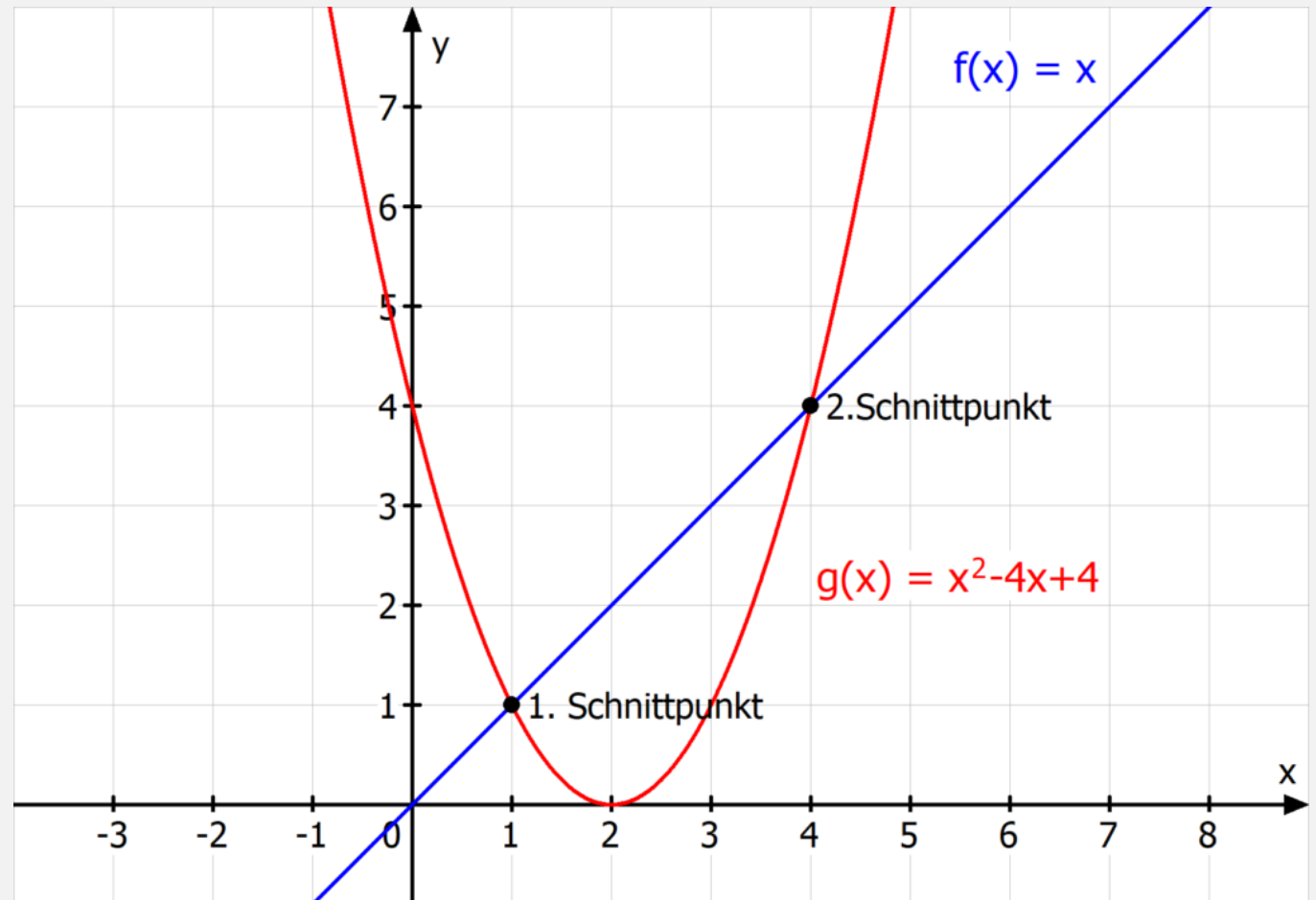
- Schnittpunkte mit:
 - Achsen
 - Anderen Funktionen
(Geraden sind Funktionen)

$$g(x) = (x - 2)^2$$



Extrem Punkte von Funktionen

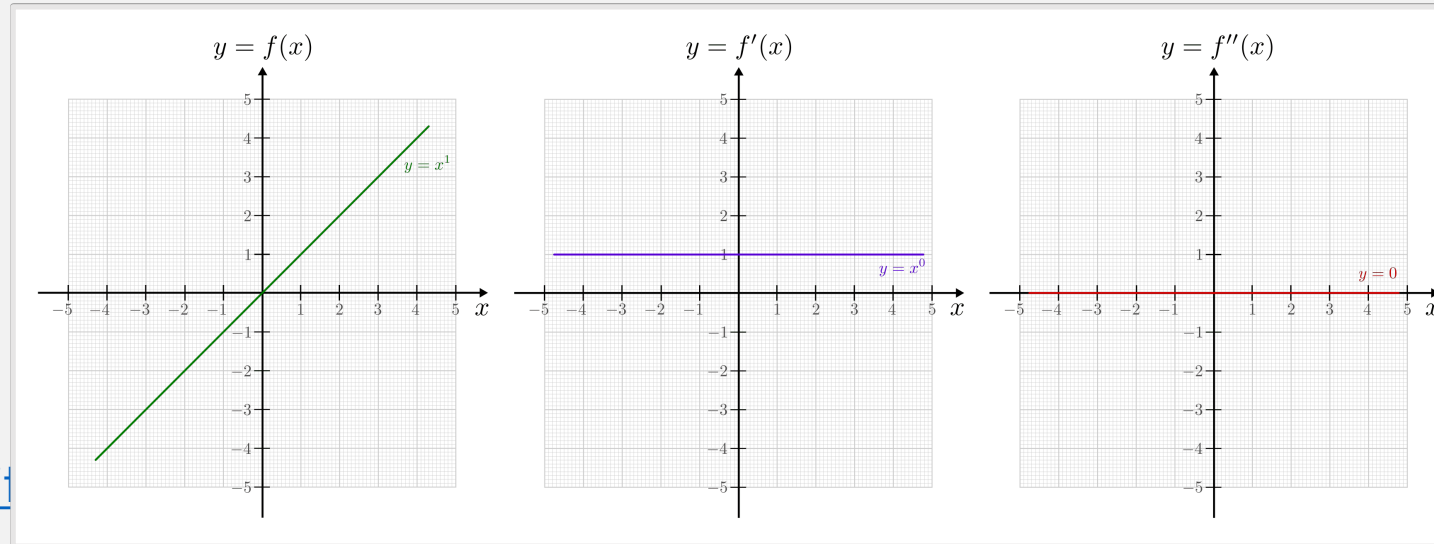
- Aufgaben:
<https://www.studimup.de/uebungen/analysis/schnittpunkte-linearer-funktionen/>
- Schnittpunkte mit:
 - Achsen
 - Anderen Funktionen
(Geraden sind Funktionen)



Minimum & Maximum

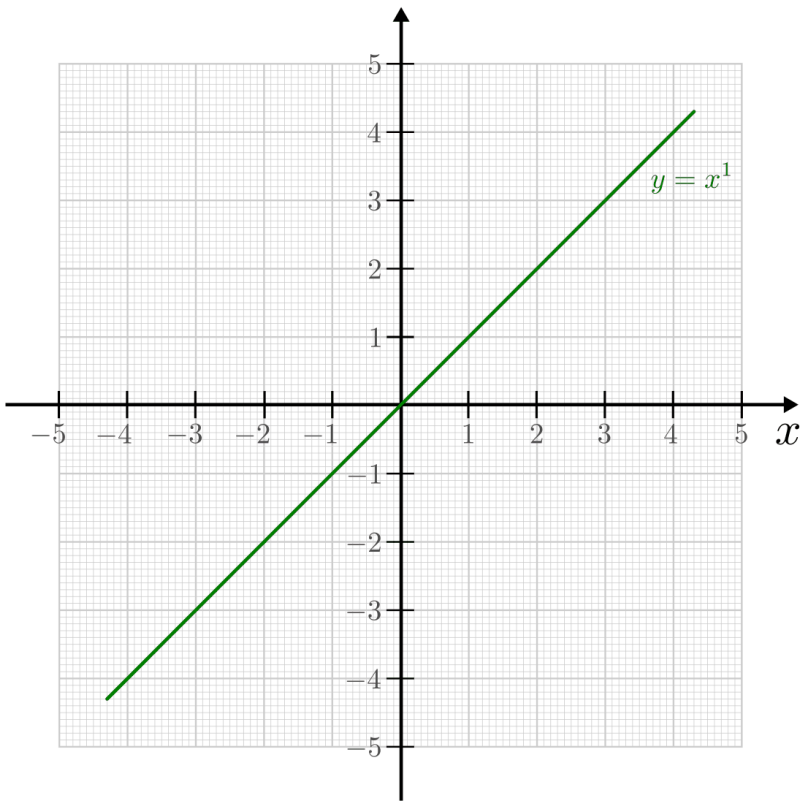
- Wenn die Steigung einer Funktion an einer Stelle Null ist, dann hat sie dort eine Extremstelle!
- Die Ableitung einer Funktion entspricht der Steigung an einem gegebenen x-Wert.
- Ausblick Ableitungs Regeln:

<https://www.studimup.de/abitur/analysis/ableitung/>

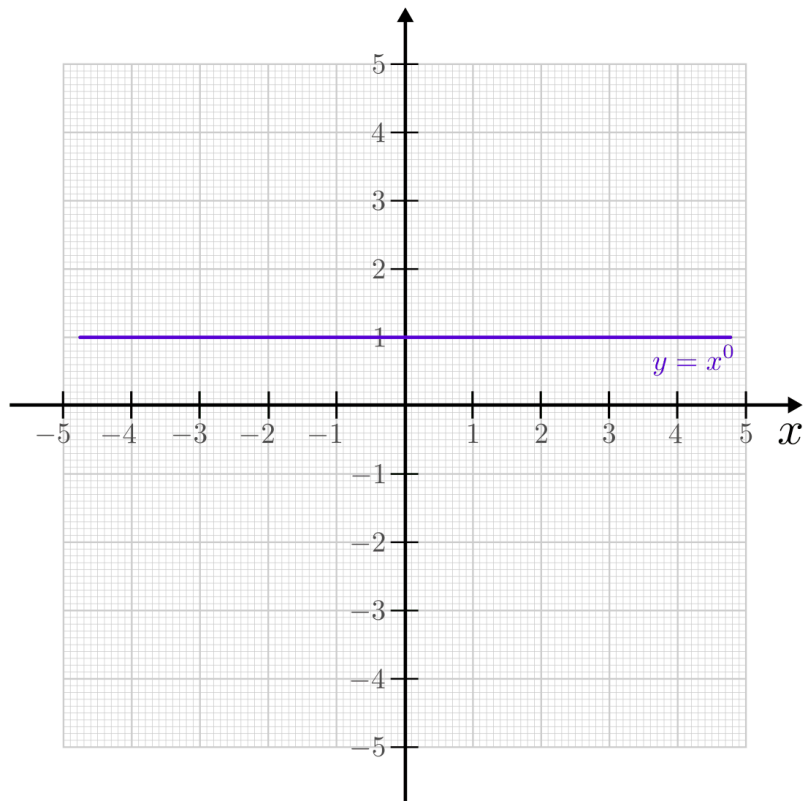


Ableitungen einer Geraden

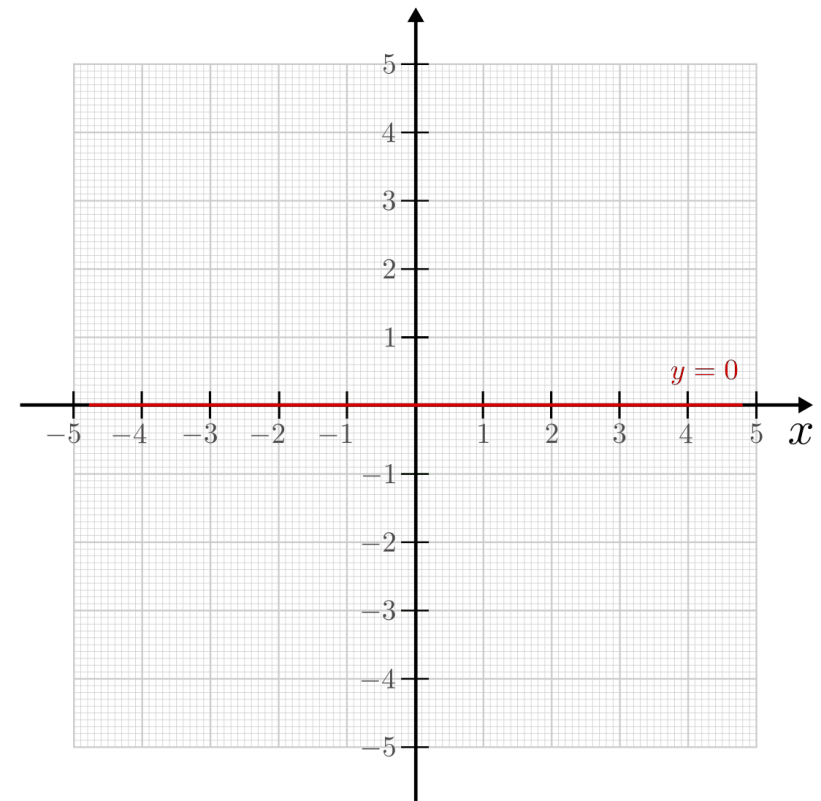
$$y = f(x)$$



$$y = f'(x)$$



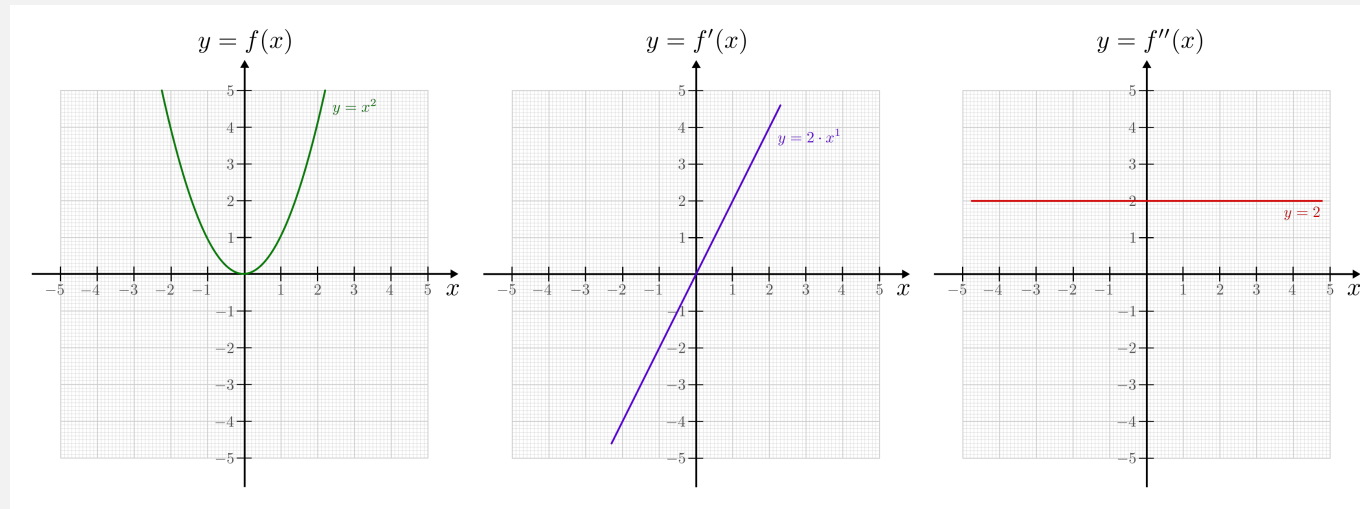
$$y = f''(x)$$



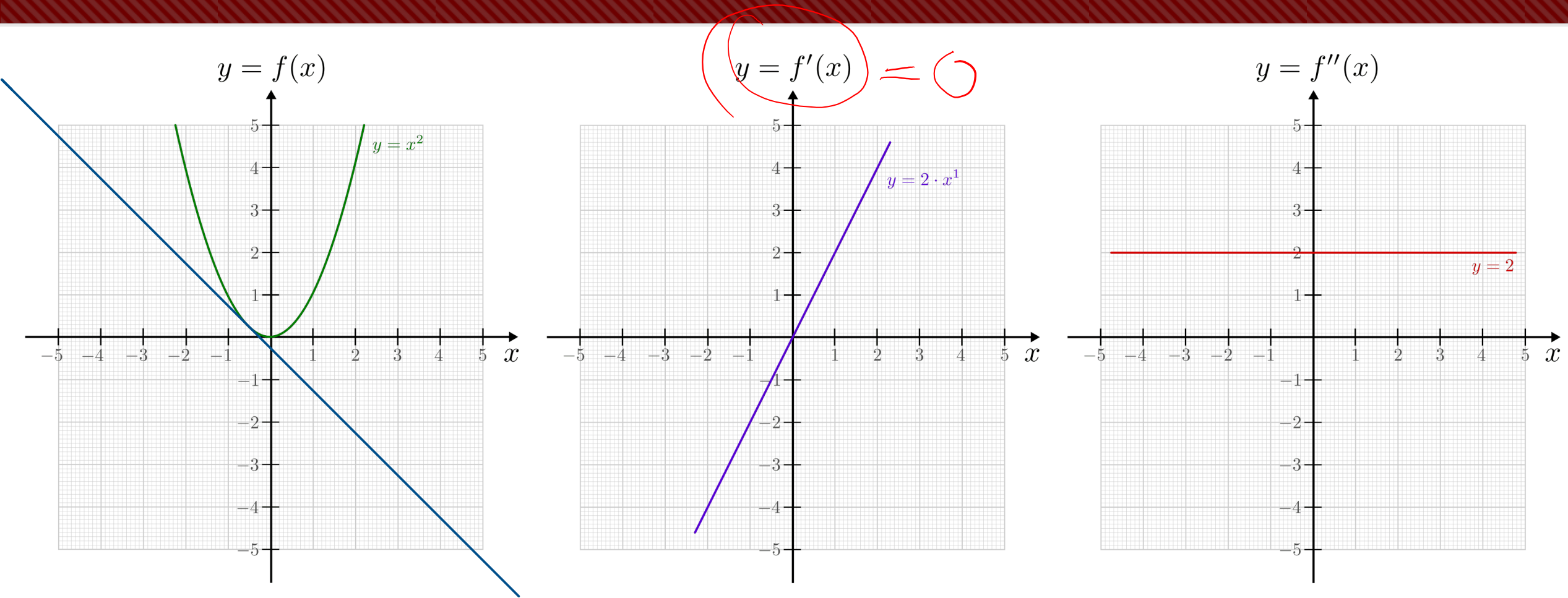
Minimum & Maximum

- Wenn die Steigung einer Funktion an einer Stelle Null ist, dann hat sie dort eine Extremstelle!
- Die Ableitung einer Funktion entspricht der Steigung an einem gegebenen x-Wert.
- Mit der Ableitung kann man leicht Extremwerte bestimmen!
- Ausblick Ableitungs Regeln:

<https://www.studimup.de/abitur/analysis/ableitung/>

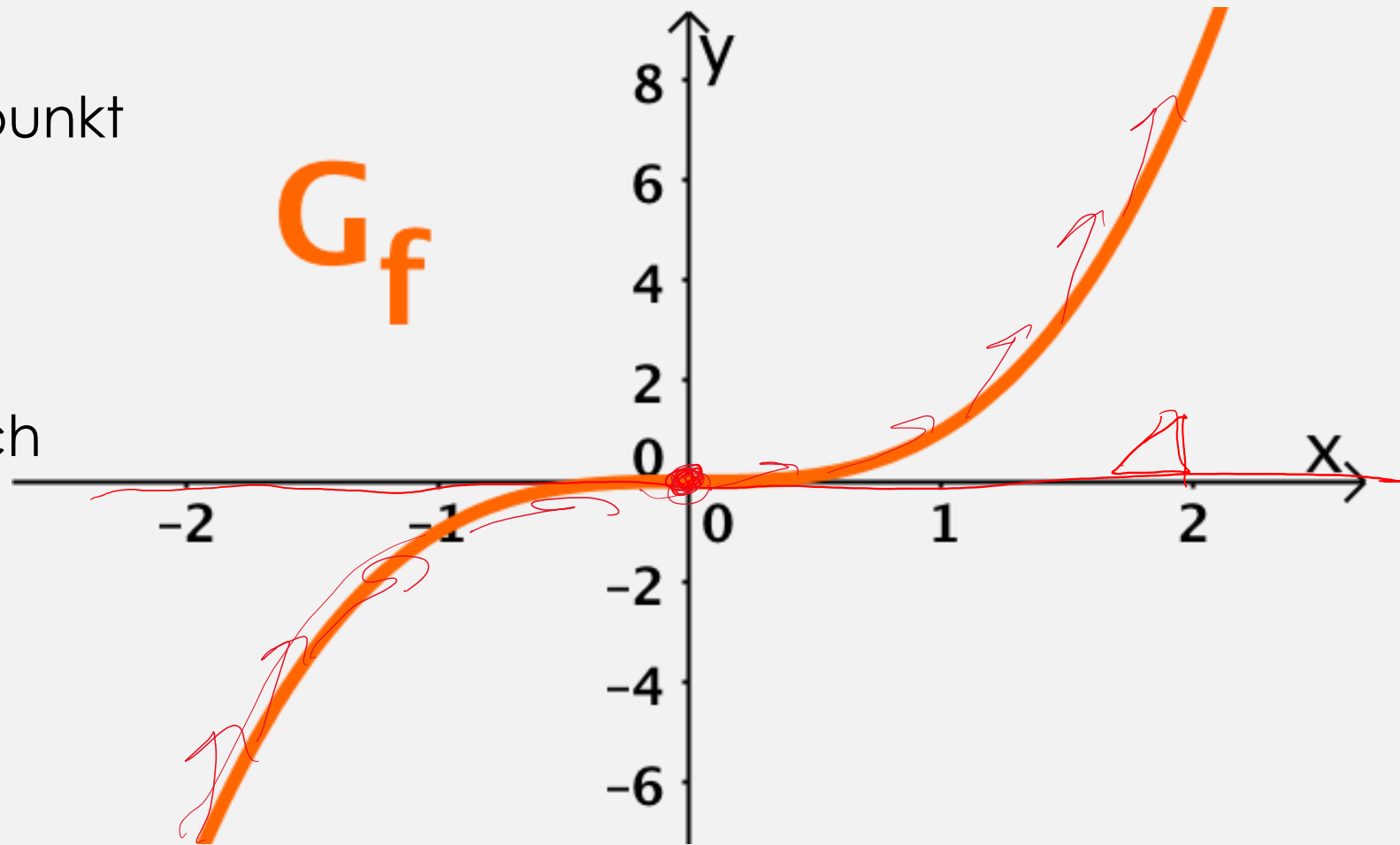


Ableitungen einer Parabel



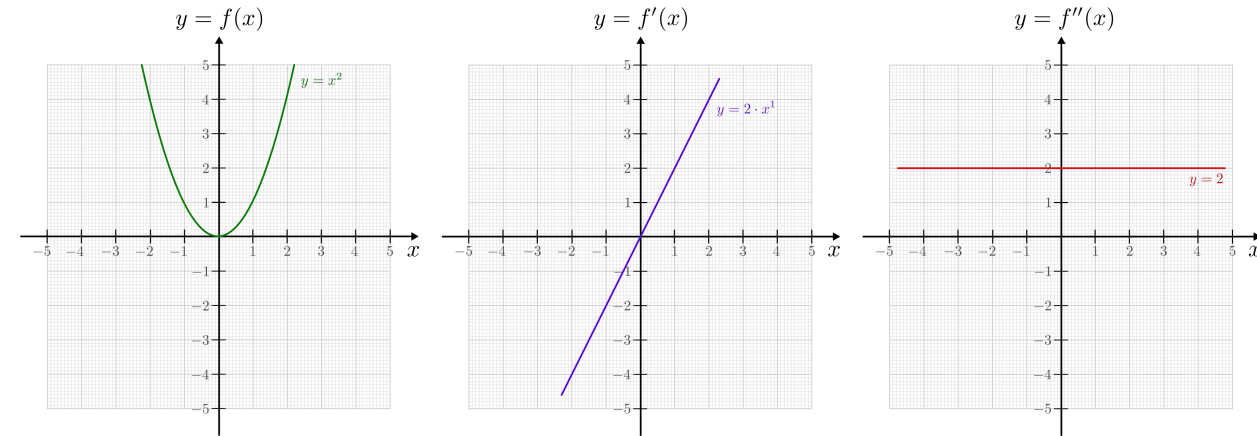
Extrem Punkte von Funktionen

- Steigung ist Null am Sattelpunkt
- Sattelpunkt entspricht Wendepunkt
- Die Funktion dreht sich erst nach rechts und dann nach links! (Wendepunkt)



Ableitungen einer Parabel

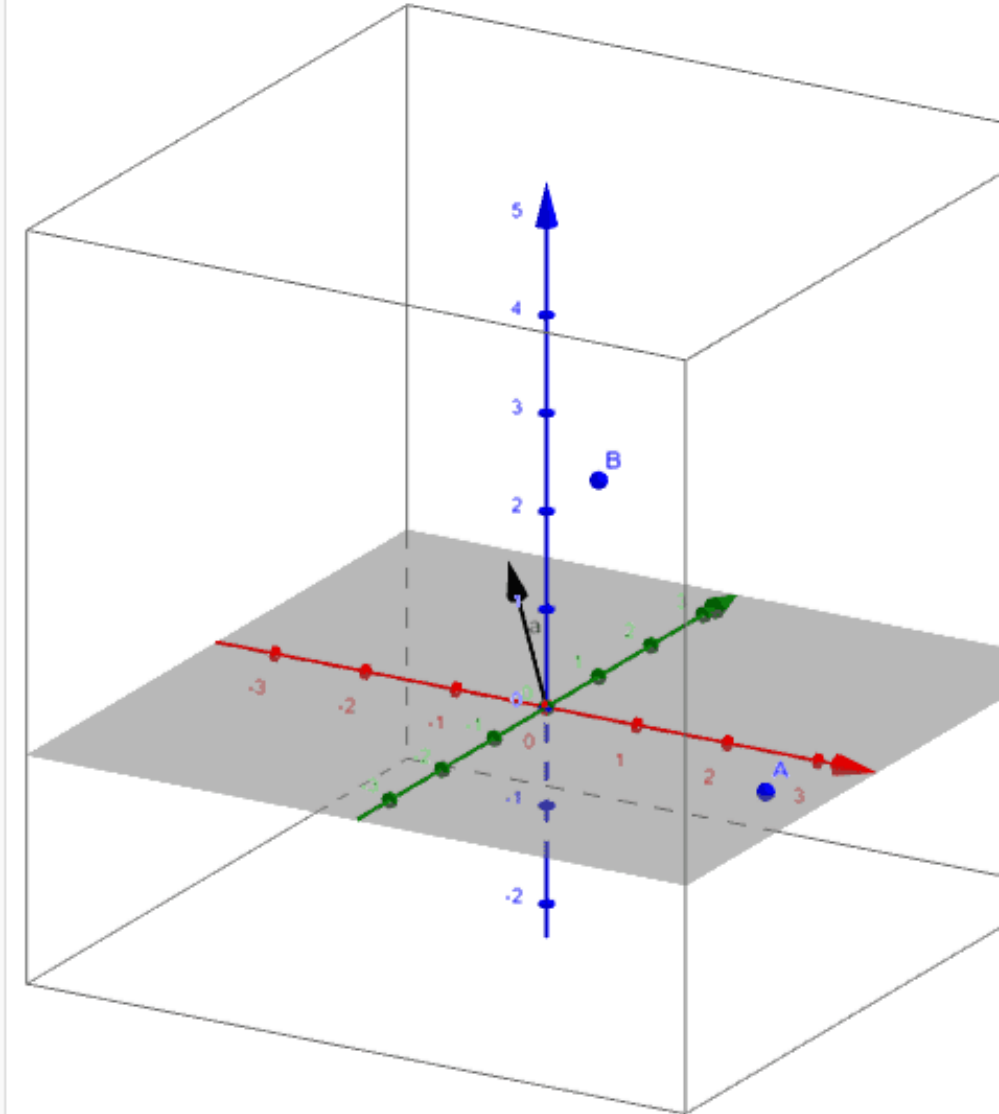
- $P(0,0)$ ist eine Extremstelle
- Achtung! Aber kein Wende-Punkt
- Die Funktion dreht sich immer nach links.
(Auto im Drift)



Ausblick Geraden in 3D

- Koordinaten haben drei Werte für x, y und z-Achse
- Position= Koordinate
- Steigung als Vektor
- Vektor = Pfeil im Raum




















1	Gerade mit Punkt A und Richtungsvektor a
2	$A := (3, -1, 0)$
	→ $A := (3, -1, 0)$
	$a := (-1, 1, 1)$
3	→ $a := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ <i>(Handwritten: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$)</i>
4	Parallele zur X - Achse durch B
5	$B := (0, 1, 2)$
	→ $B := (0, 1, 2)$
6	

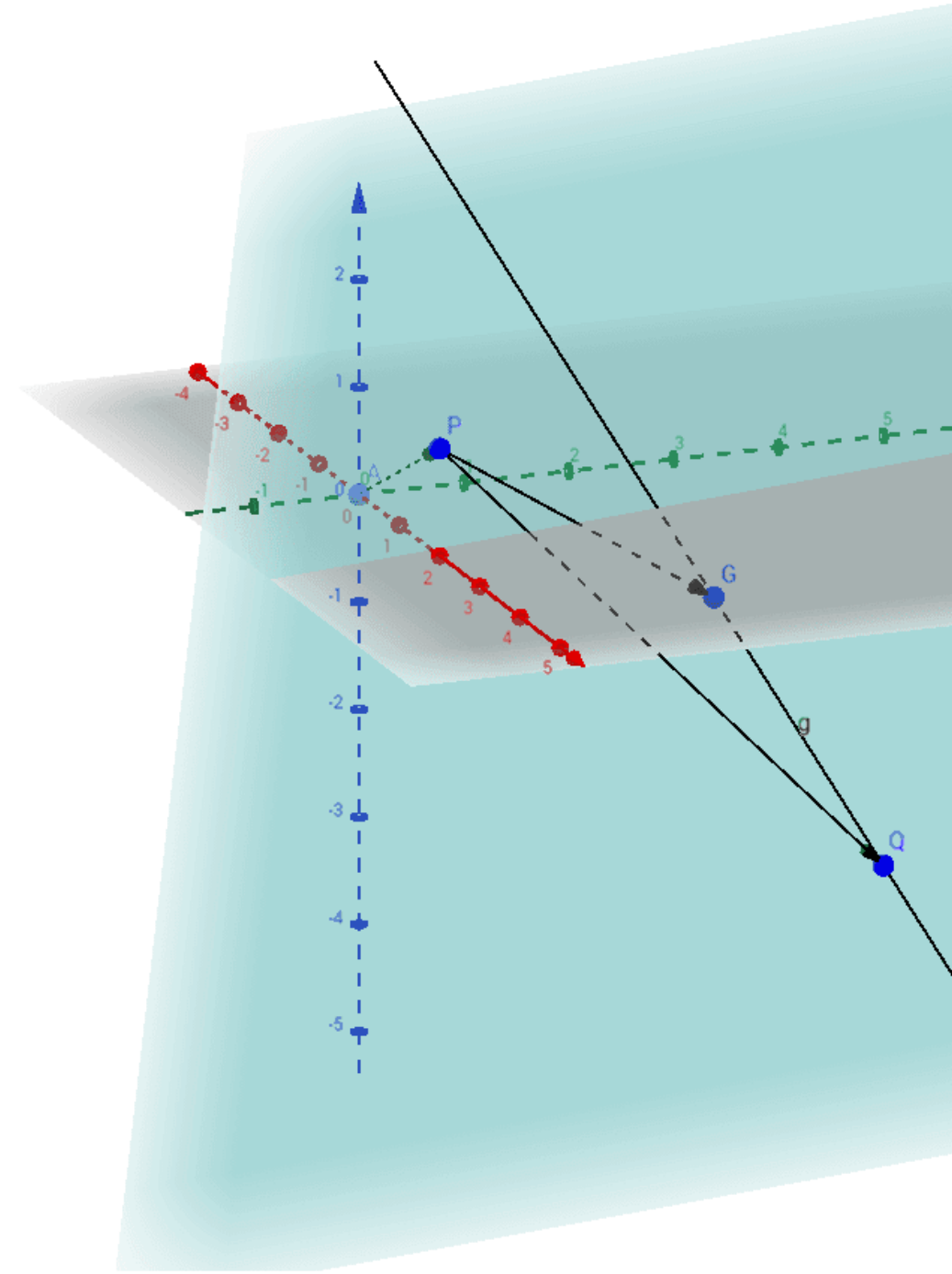


Ausblick

○ Geradengleichung mit $m = \lambda$

○ Ebenen-Gleichung

	$P = (2, 0, 1)$	
	$G = (1, 3, -1)$	
	$Q = (0, 5, -4)$	
	$g: X = (1, 3, -1) + \lambda (-1, 2, -3)$	
	$a : \text{Plane}(P, G, Q)$ $\rightarrow -5x - y + z = -9$	
	$A = \text{Point}(z\text{Axis})$ $\rightarrow (0, 0, 0)$	 
	$u = \text{Vector}(A, P)$ $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	
	$v = \text{Vector}(P, G)$ $\rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$	
	$w = \text{Vector}(P, Q)$ $\rightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}$	



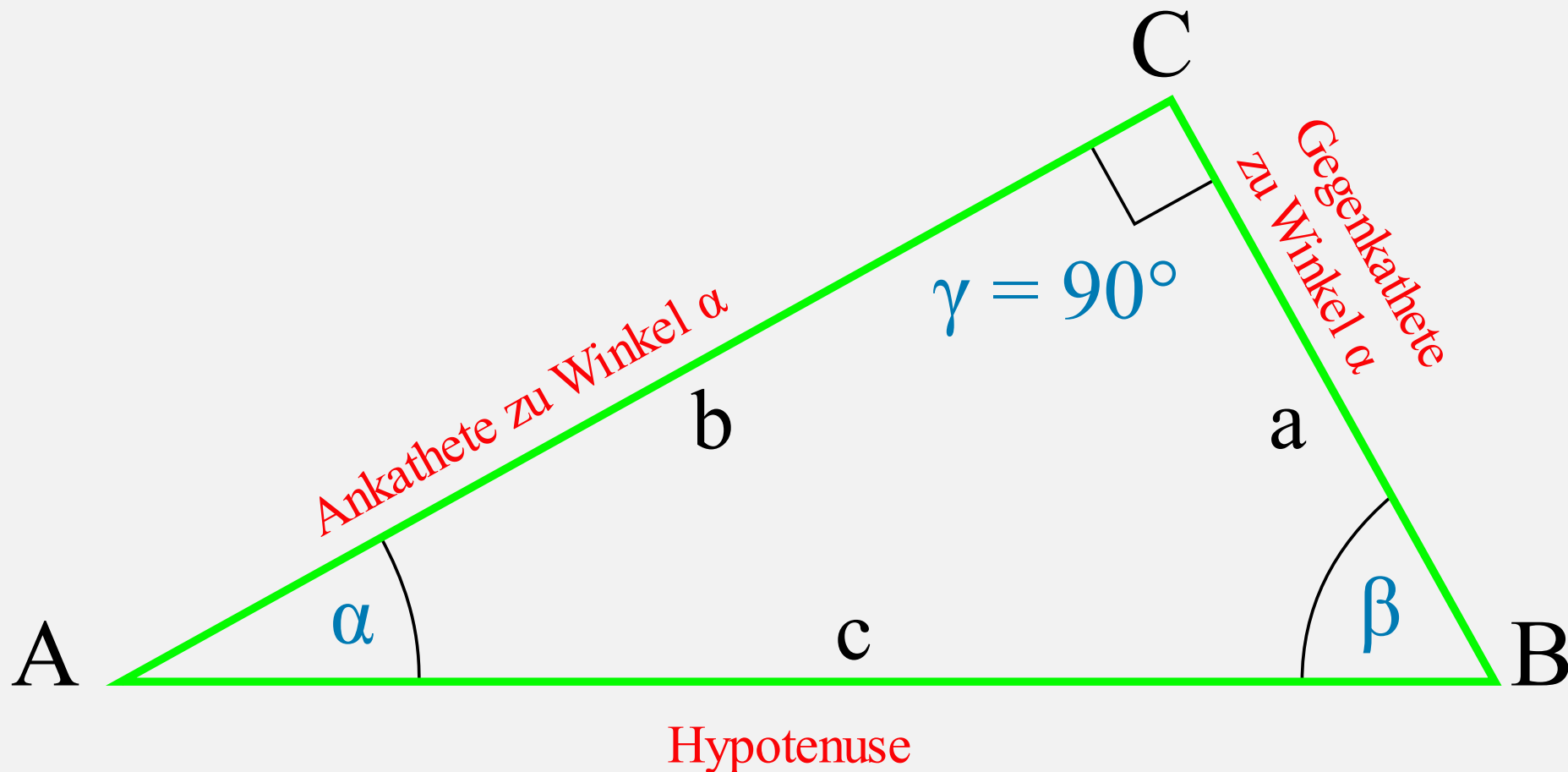
Ziel der Veranstaltung:

Ihr besteht ALLE den Aufnahmetest für das
Studienkolleg :)

Übung zu Studienkolleg Konstanz Musteraufgaben

Aus den letzten Vorlesungen

Trigonometrische Funktionen



Trigonometrische Funktionen

- Längste Seite = Hypotenuse
- liegt gegenüber des größten Winkels

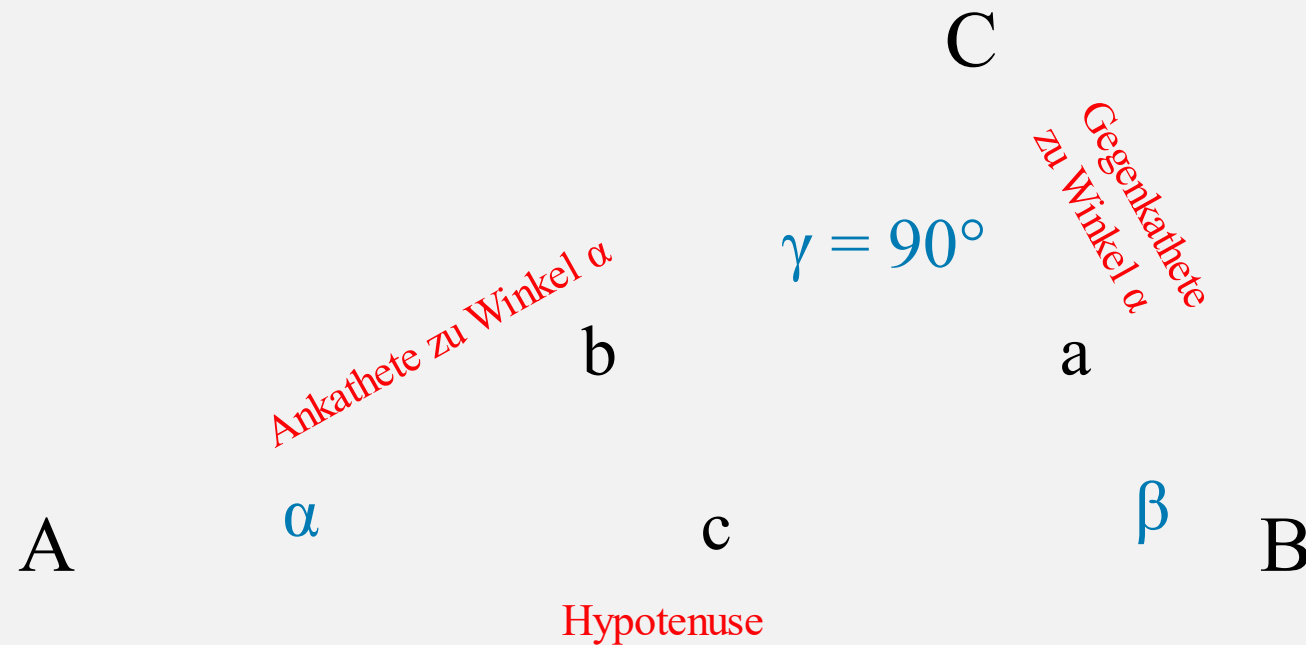
Hier: c & γ

$$\text{Sinus}(\text{alpha}) = \sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von alpha}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Cosinus}(\text{alpha}) = \cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von alpha}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Tangens}(\text{alpha}) = \tan(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

Summe aller Winkel: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

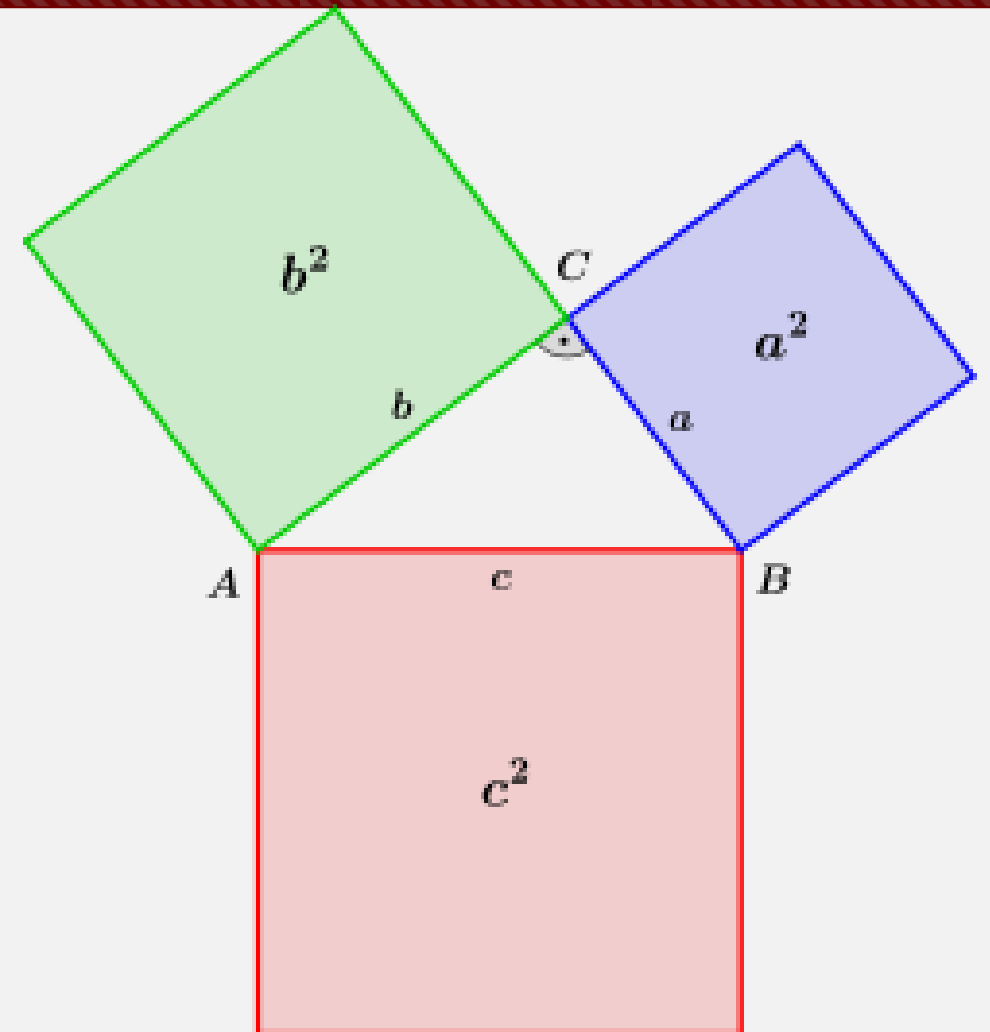


Rechtwinklige Dreiecke

Satz des Pythagoras für Dreiecke mit
Rechtem Winkel (90 Grad)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\sin^2(a) + \cos^2(a) = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$$

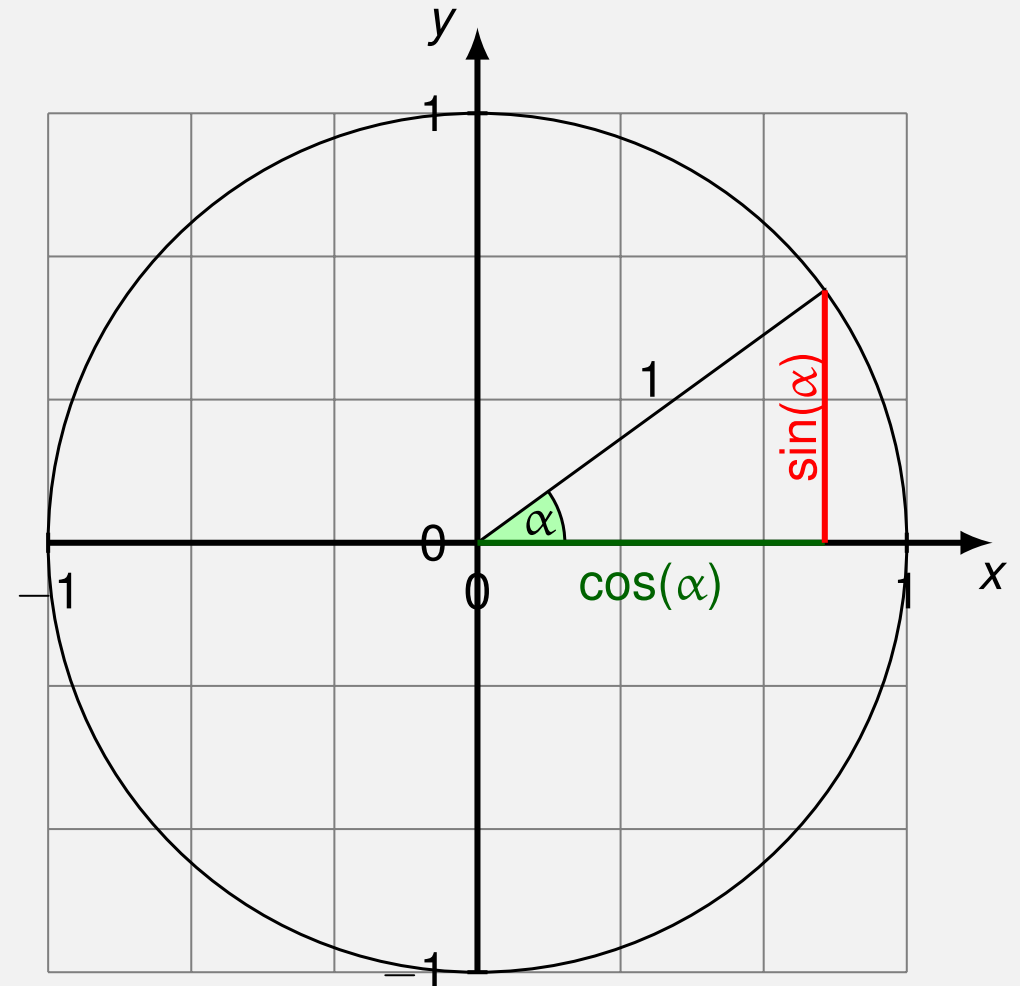


Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(a) + \cos^2(a) = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$$

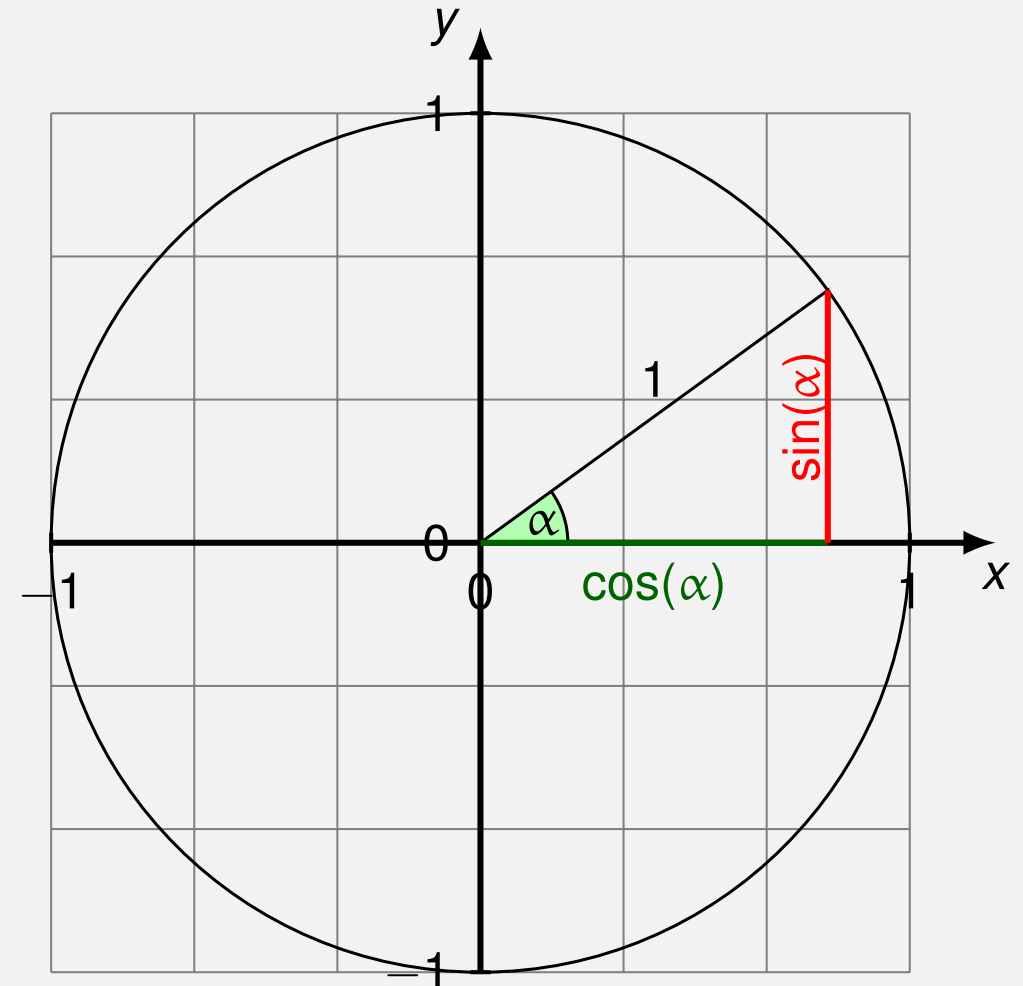
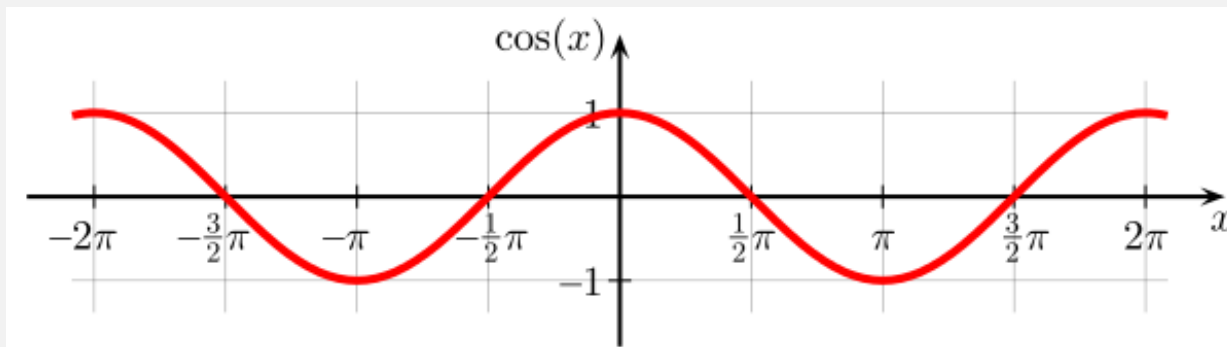
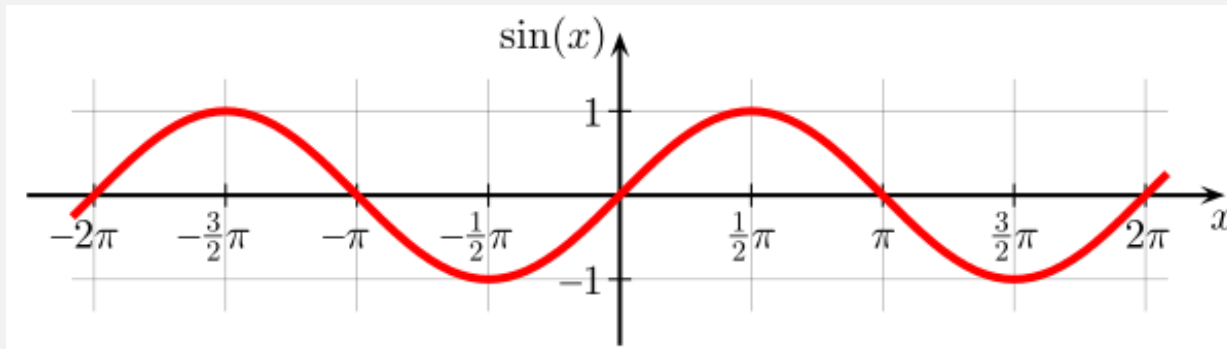
Animation:

<https://www.youtube.com/watch?v=w-hXOYZ2gpo>



Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

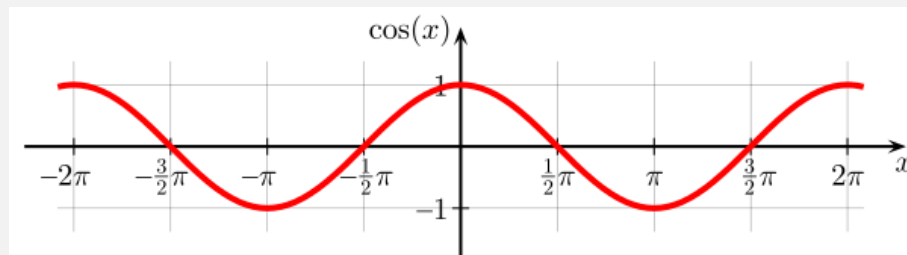
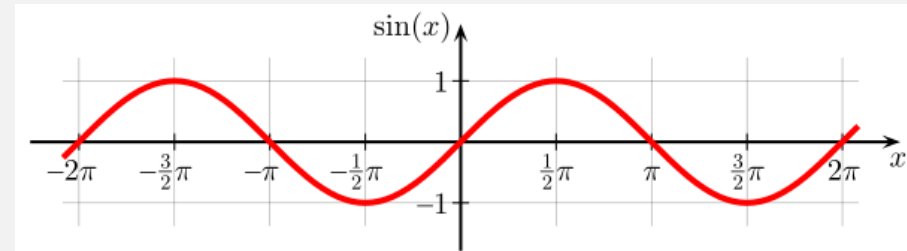
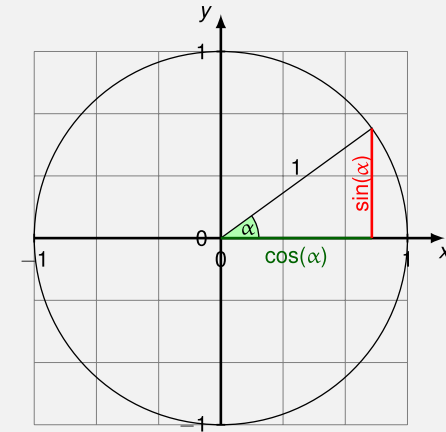


Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(a) = 1 - \cos^2(a)$$

Wertetabelle :

Winkel in Grad	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel in Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$\sin a = y$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos a = x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

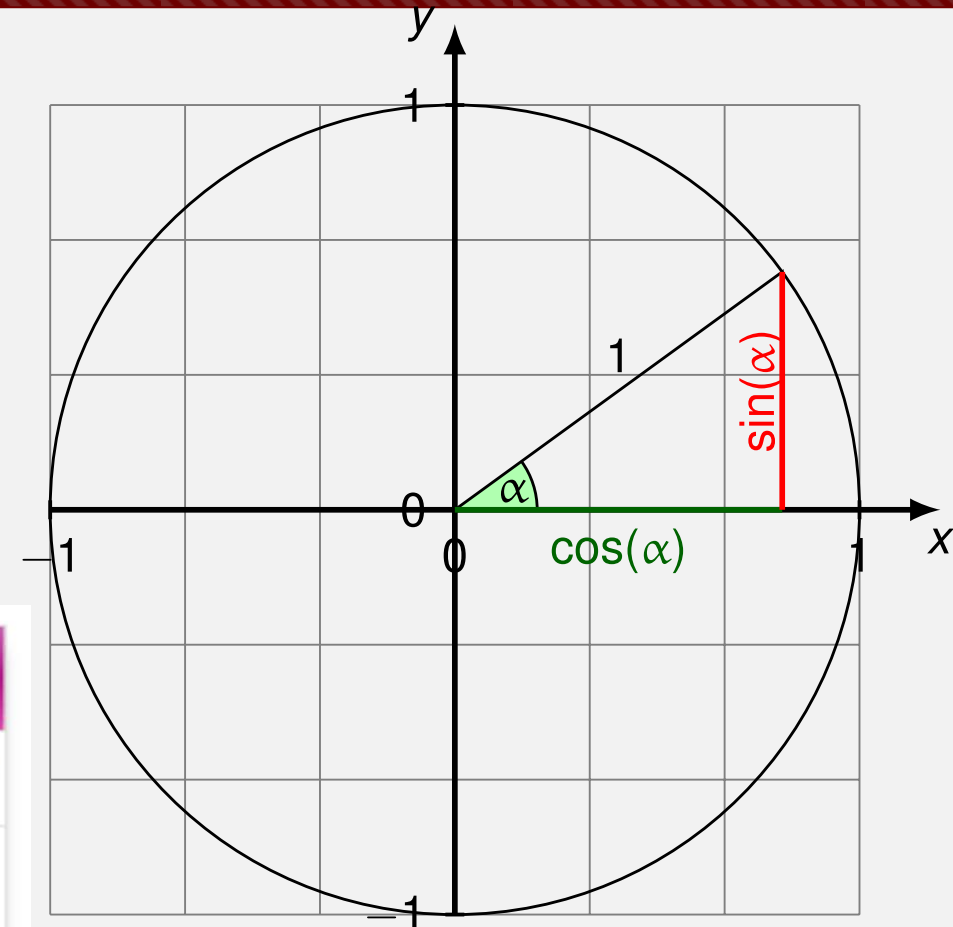


Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(a) + \cos^2(a) = 1$$

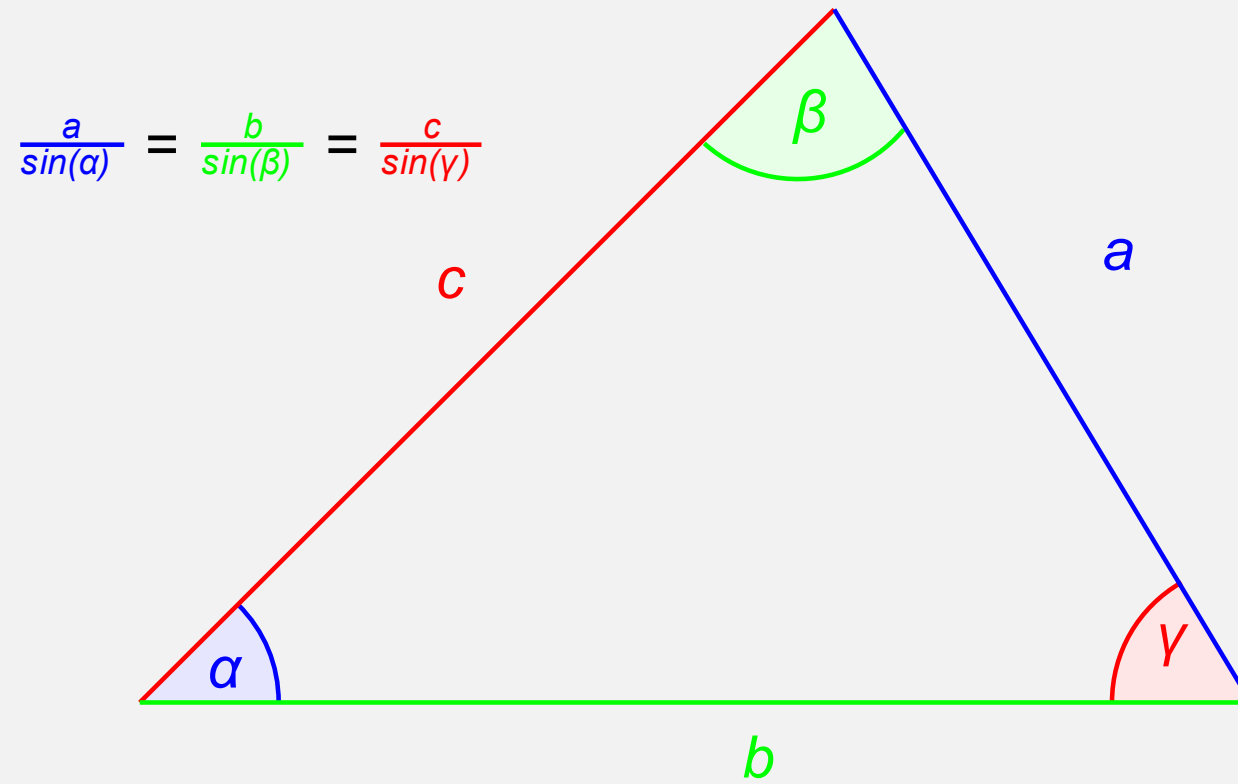
Winkel in Grad	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel in Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$\sin(a) = y$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos(a) = x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

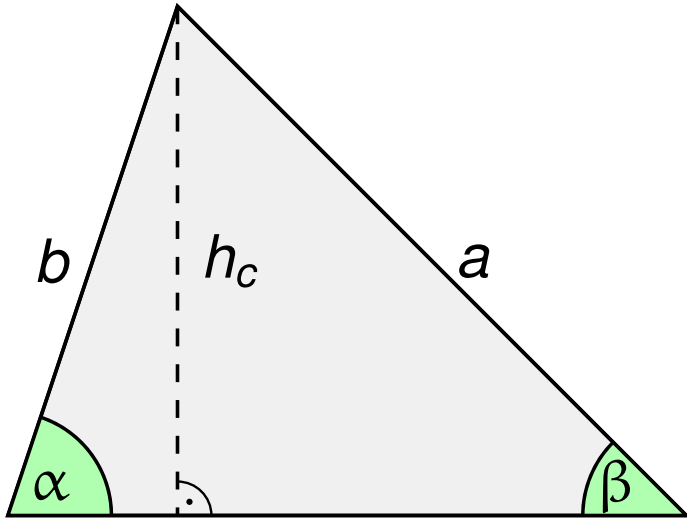
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
α°	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Sinus-Satz

- Beziehung zwischen den Winkeln eines allgemeinen Dreiecks und den gegenüberliegenden Seiten.





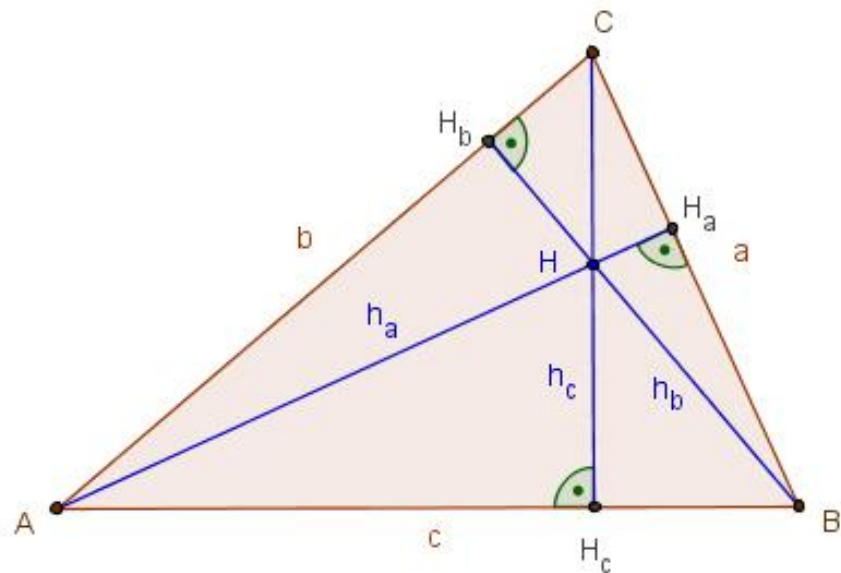
$$\sin \alpha = \frac{h_c}{b}$$

$$\sin \beta = \frac{h_c}{a}$$

$$a \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \alpha$$

Sinus-Satz

- Gilt in **jedem** Dreieck



$$\sin \alpha = \frac{h_c}{b}$$

$$\sin \beta = \frac{h_c}{a}$$

$$a \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \alpha$$

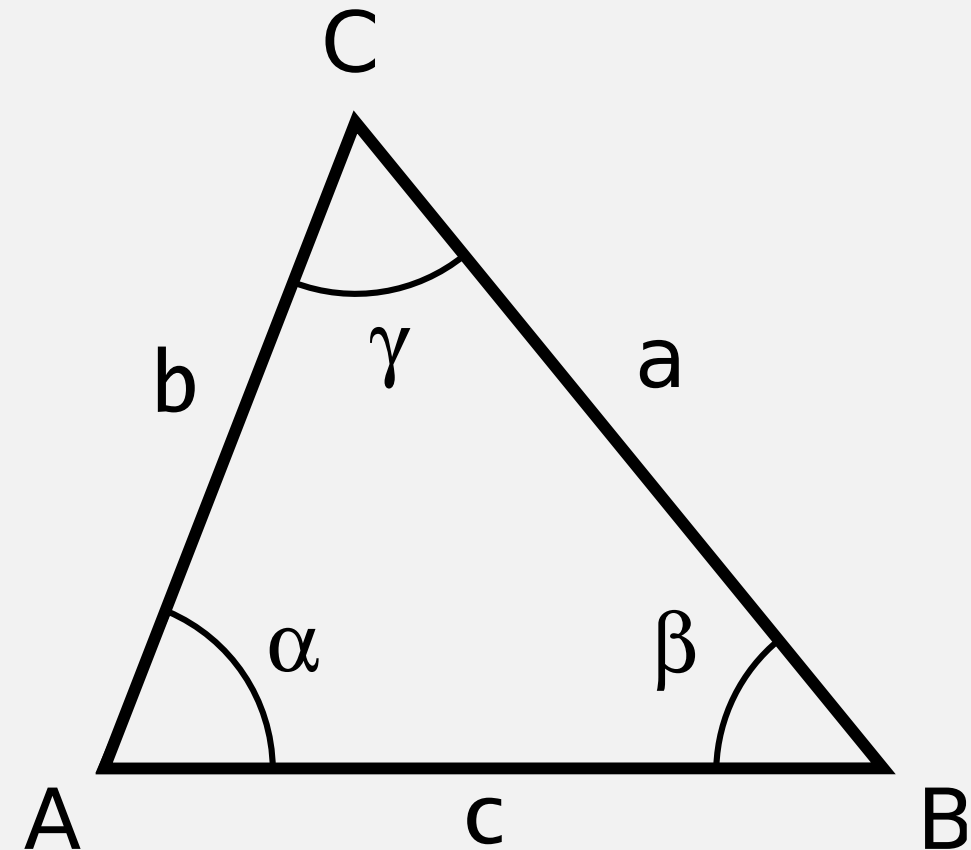
Sinus-Satz

- Gilt in **jedem** Dreieck

Cosinus-Satz

- Beziehung zwischen den Winkeln eines allgemeinen Dreiecks und den Seiten.

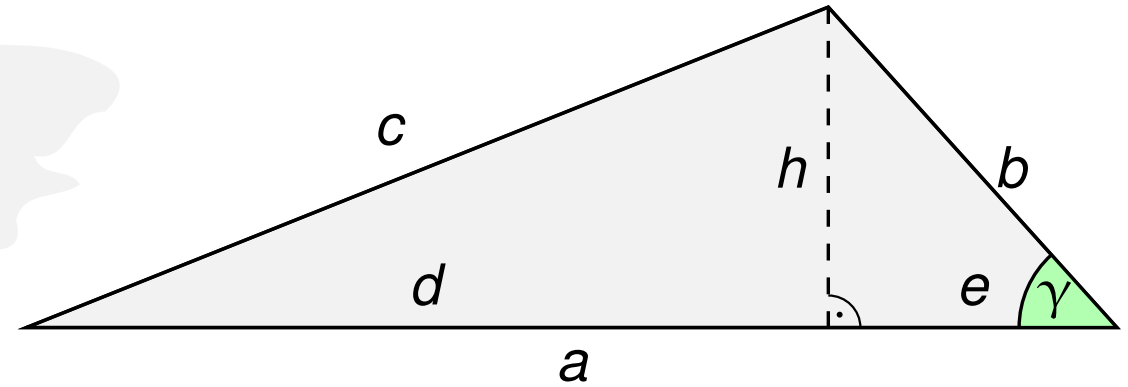
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$



$$h^2 = b^2 - e^2 \text{ (Satz des Pythagoras für das rechte Teildreieck)}$$

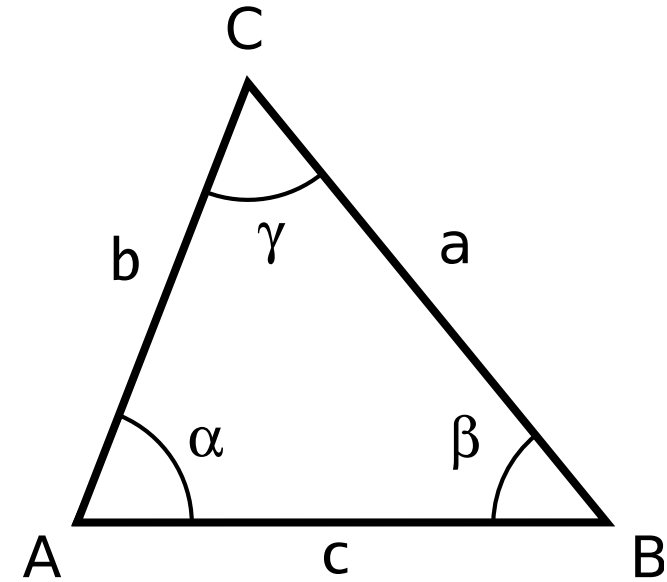
$$d^2 = (a - e)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot e + e^2 \text{ (binomische Formel)}$$

Cosinus-Satz
Herleitung
Ansatz



Cosinus-Satz

- Beziehung zwischen den Winkeln eines allgemeinen Dreiecks und den Seiten.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Trigonometrischer Zusammenhang

- Lernspruch:
- Sinus: SiCo CoSi
- Cosinus: CoCo SiSi

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y^{[4]}$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y^{[4]}$$

Ziel der Veranstaltung:

Ihr besteht ALLE den Aufnahmetest für das
Studienkolleg :)

E-Funktion Exponential Funktion

○ Natürliche e-Funktion

○ $e = 2.7182 \dots$

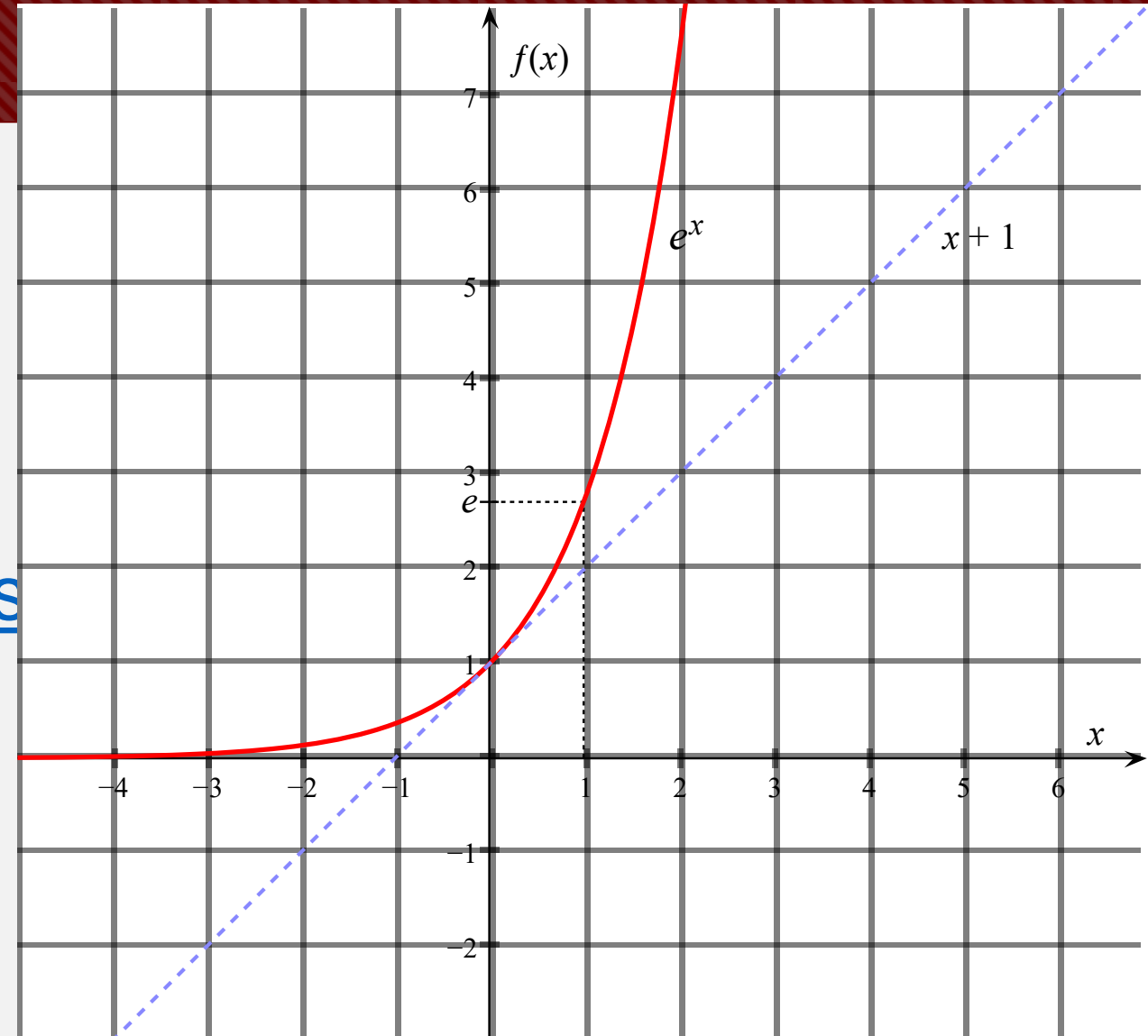
Besondere Eigenschaft:
Steigung = Wert der Fkt
An jedem Punkt!

e-Funktion Erklärung und Beis

Natürliche Logarithmus: $\ln(x)$

$$\ln(e^x) = x = e^{\ln(x)}$$

$$b^x = (e^{\ln(b)})^x = e^{\ln(b) \cdot x}$$



Logarithmus Gesetze

8.1 Formeln für Logarithmen:

$$b^x = y \Leftrightarrow x = \log_b y$$

$$(y \in \mathbb{R}^+ \text{ und } b \in \mathbb{R}^+ \text{ ohne } \{1\})$$

$$\text{z. B. } 0,5^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_{0,5} 3 = \frac{\lg 3}{\lg 0,5}$$

Der dekadische Logarithmus: $\log_{10} a =: \lg a$; $\lg 1 = 0$; $\lg 10 = 1$; $\lg 100 = 2$;

Der natürliche Logarithmus: $\log_e x =: \ln x$; $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$;
($e = 2,71828\dots$ heißt Eulersche Zahl)

Logarithmus Rechengesetze

Rechengesetze für Logarithmen ($u, v > 0$)

$$\log_b (u \cdot v) = \log_b u + \log_b v$$

$$\log_b \left(\frac{u}{v} \right) = \log_b u - \log_b v$$

$$\log_b u^n = n \cdot \log_b u ,$$

$$\log_b 1 = 0$$

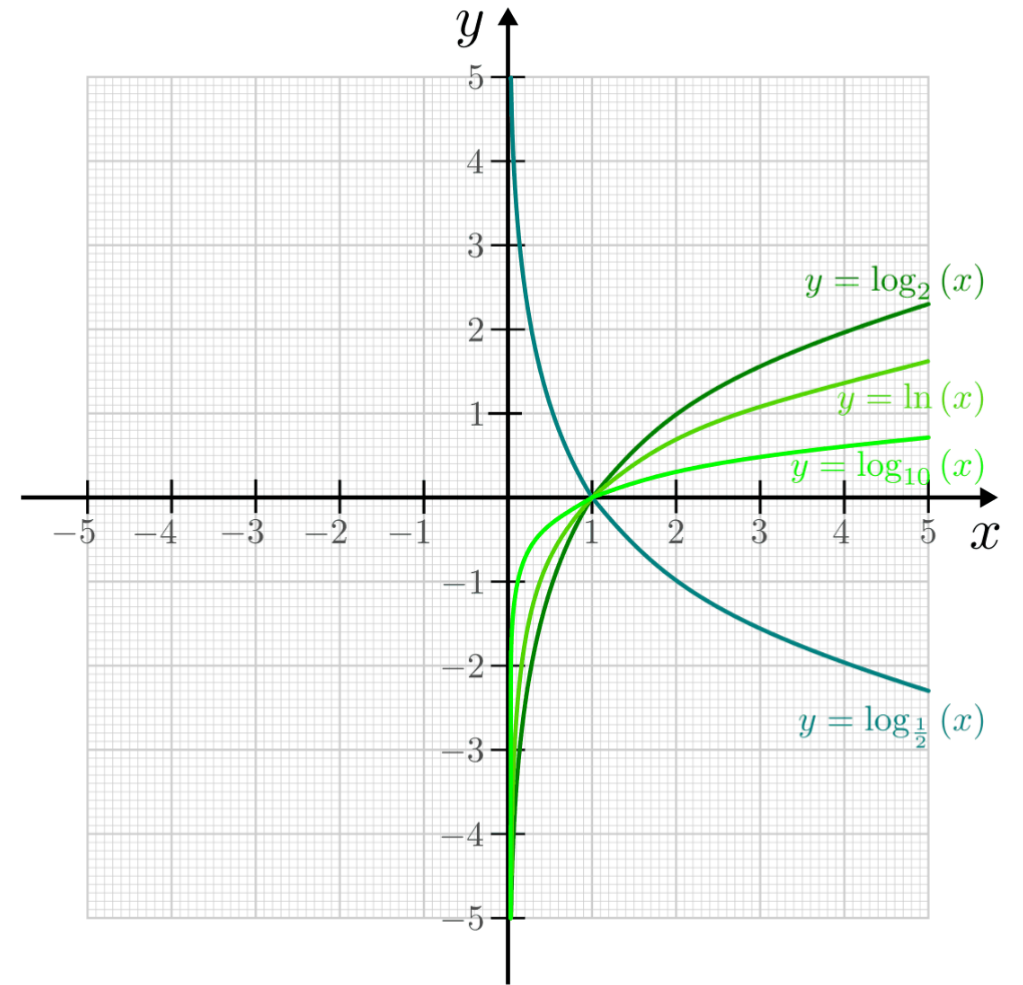
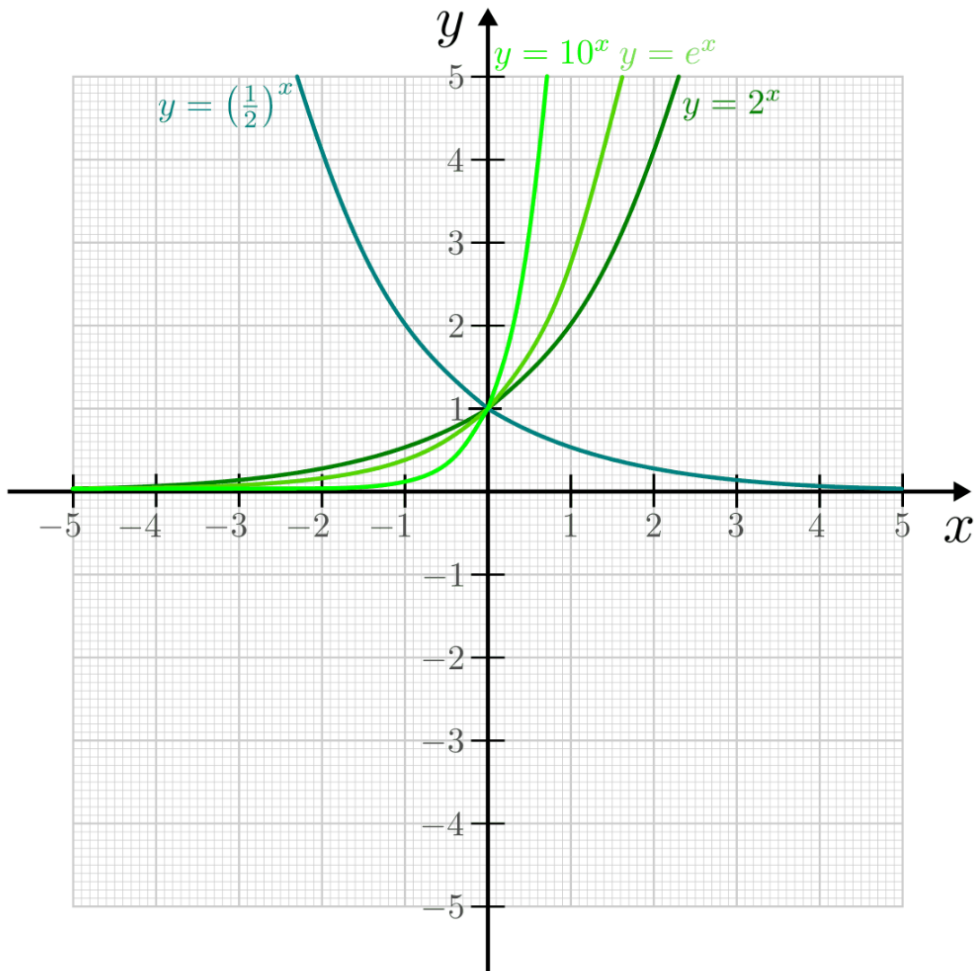
$$\log_b b^n = n$$

$$b^{\log_b n} = n$$

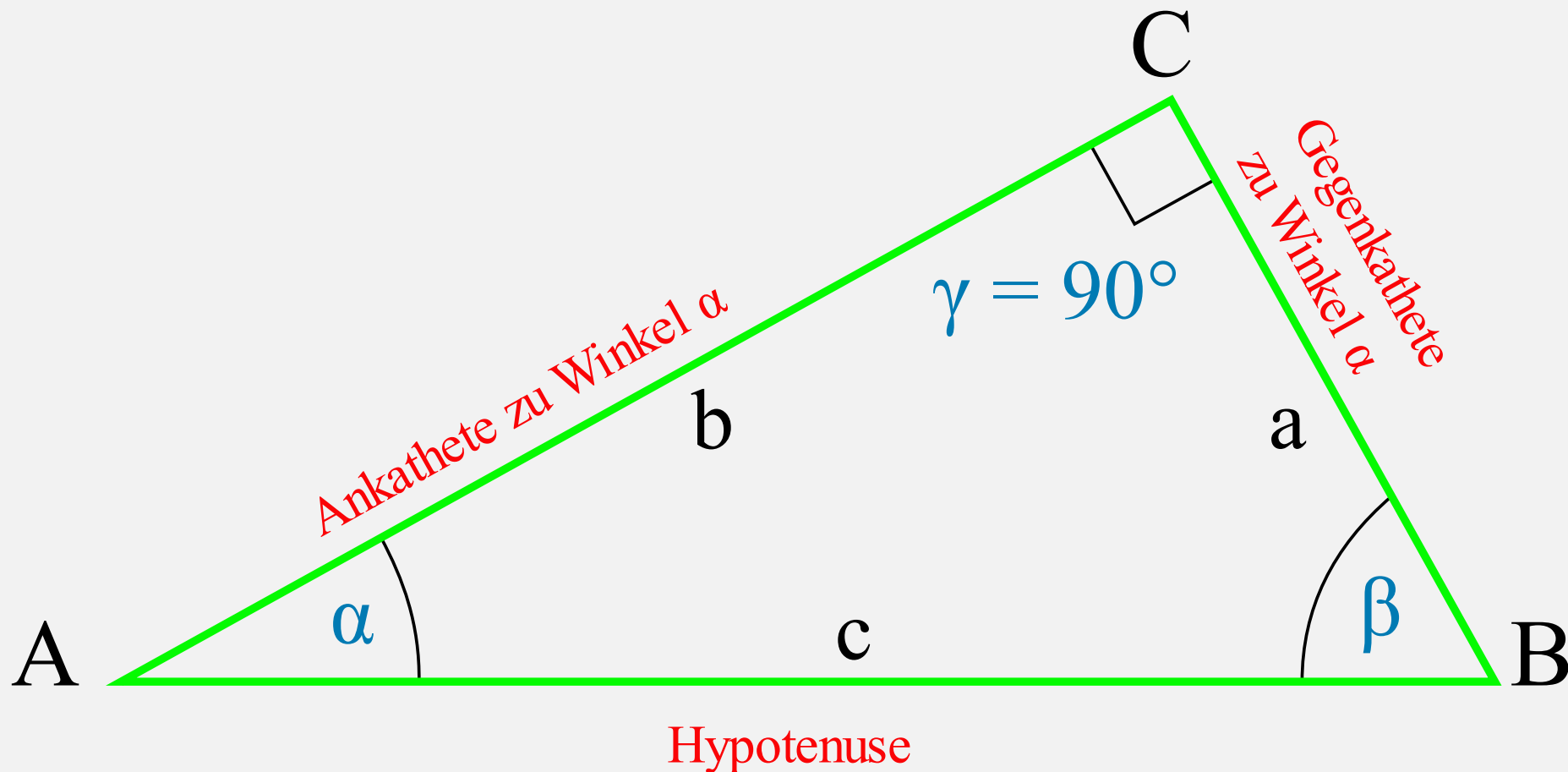
$$\log_c a = \frac{\log_b a}{\log_b c} \quad \text{die Basisumrechnungsformel}$$

$$(a > 0 \text{ und } b, c \in \mathbb{R} \text{ ohne } \{1\})$$

Logarithmus als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion



Trigonometrische Funktionen



Trigonometrische Funktionen

- Längste Seite = Hypotenuse
- liegt gegenüber des größten Winkels

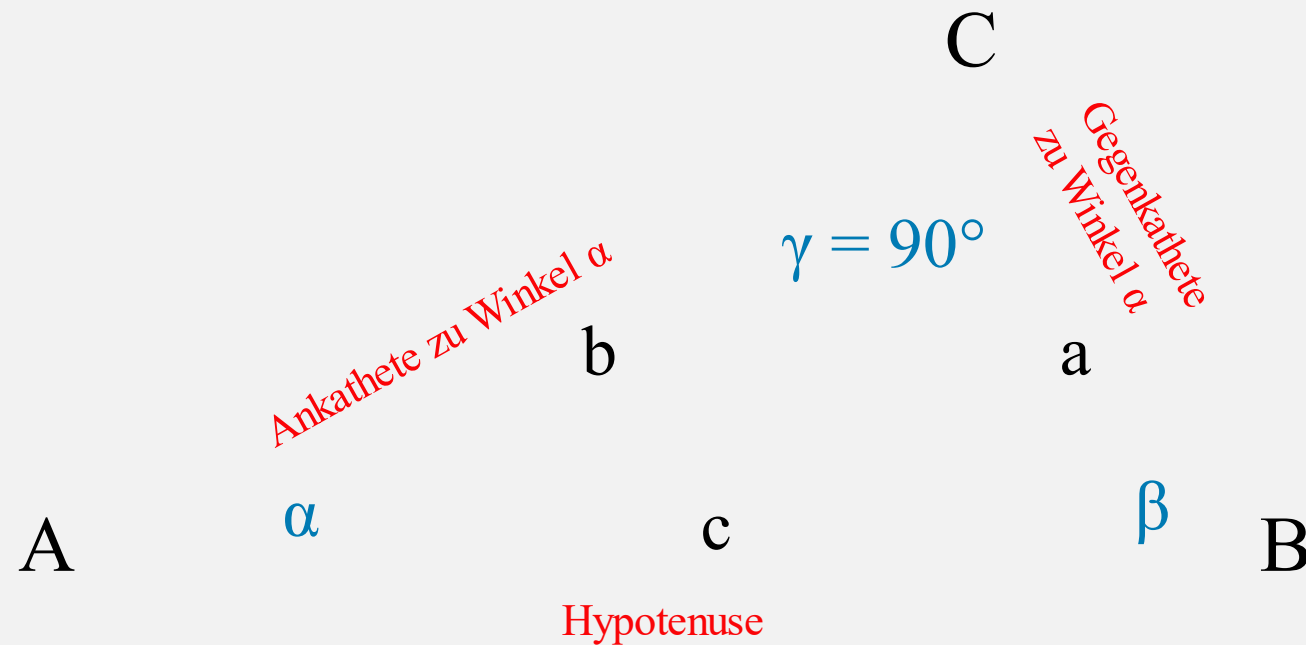
Hier: c & γ

$$\text{Sinus}(\text{alpha}) = \sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von alpha}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Cosinus}(\text{alpha}) = \cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von alpha}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Tangens}(\text{alpha}) = \tan(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

Summe aller Winkel: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

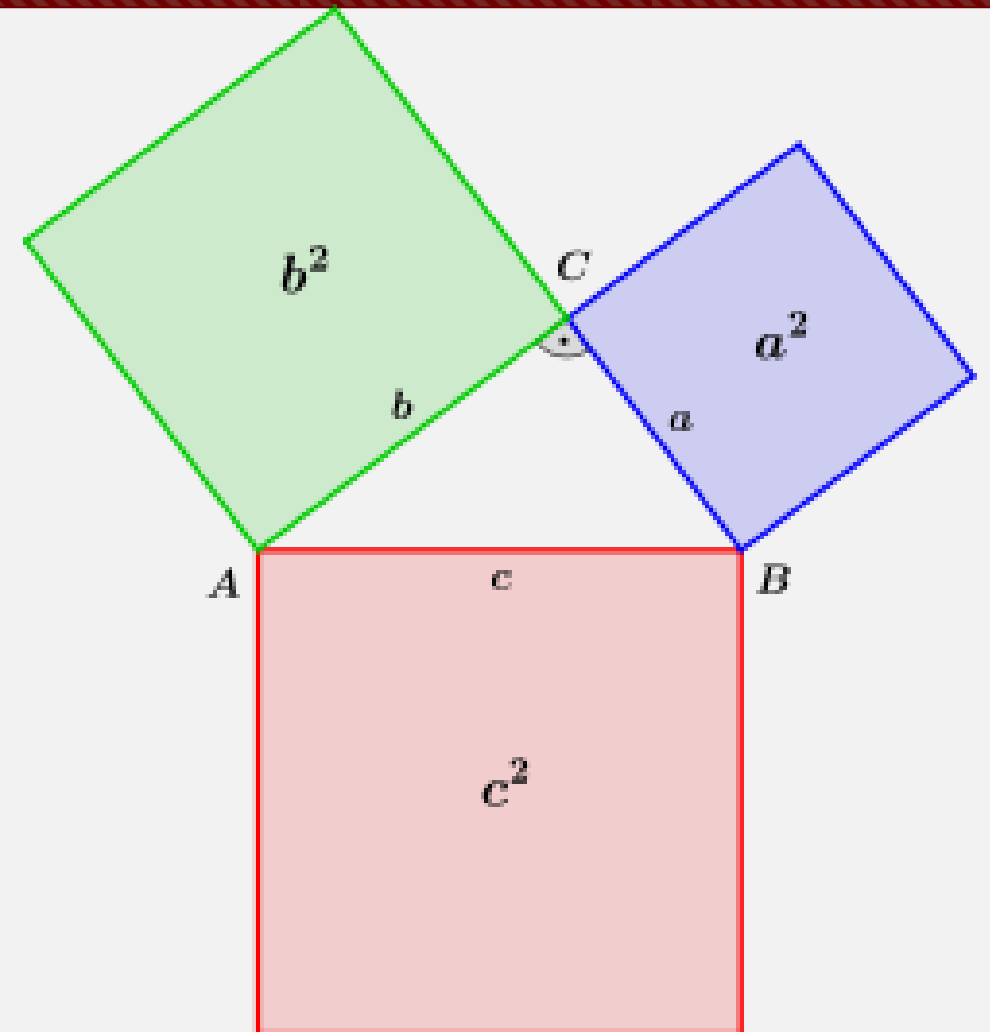


Rechtwinklige Dreiecke

Satz des Pythagoras für Dreiecke mit
Rechtem Winkel (90 Grad)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\sin^2(a) + \cos^2(a) = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$$

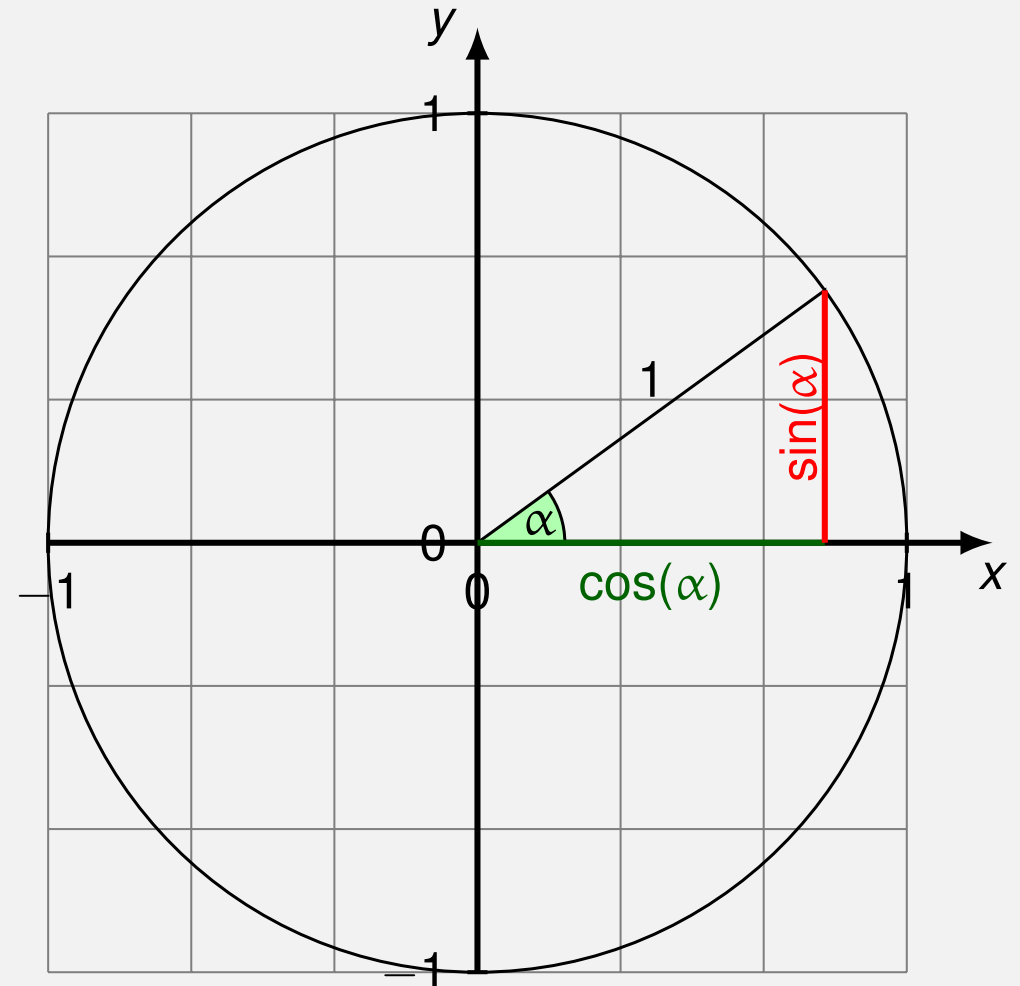


Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(a) + \cos^2(a) = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$$

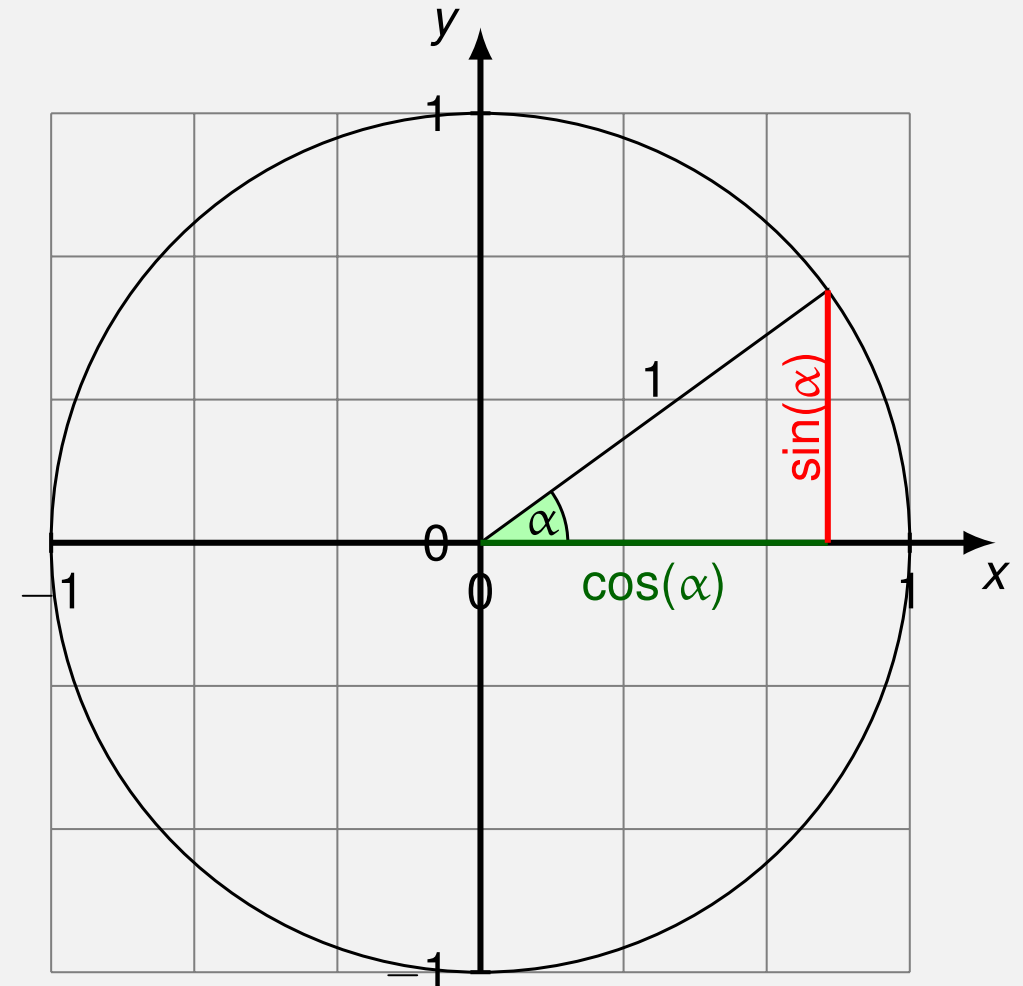
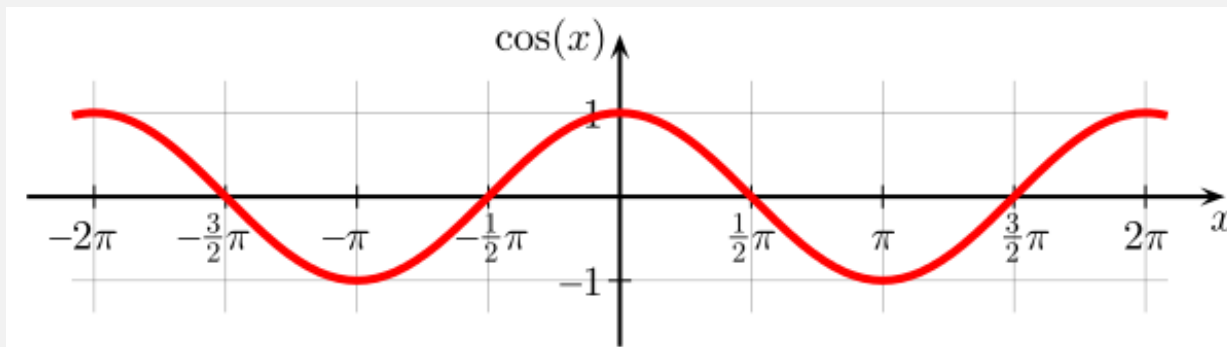
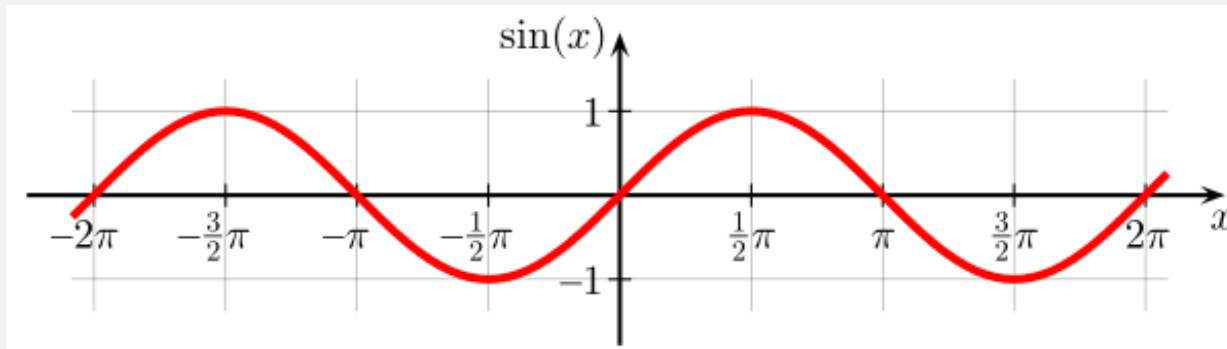
Animation:

<https://www.youtube.com/watch?v=w-hXOYZ2gpo>



Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

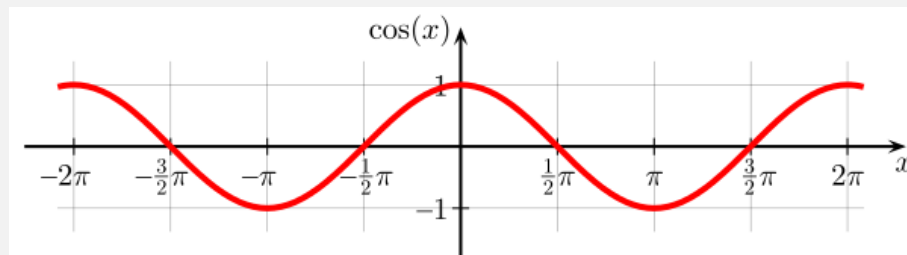
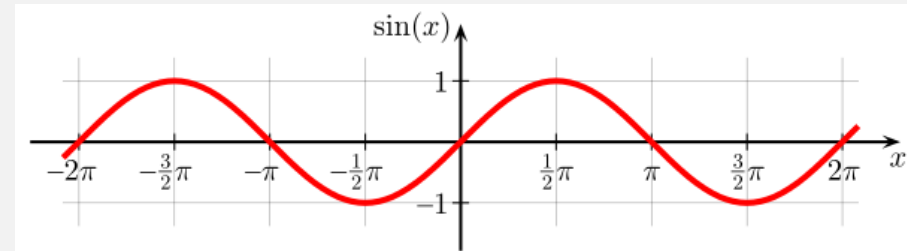
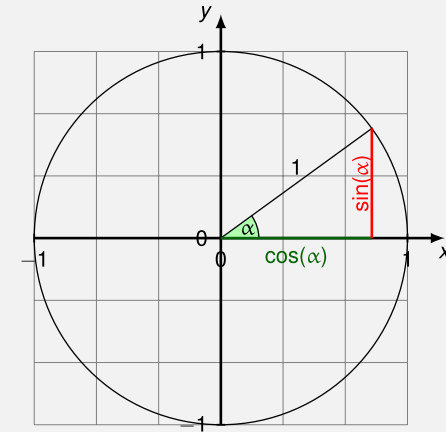


Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(a) = 1 - \cos^2(a)$$

Wertetabelle :

Winkel in Grad	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel in Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$\sin a = y$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos a = x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

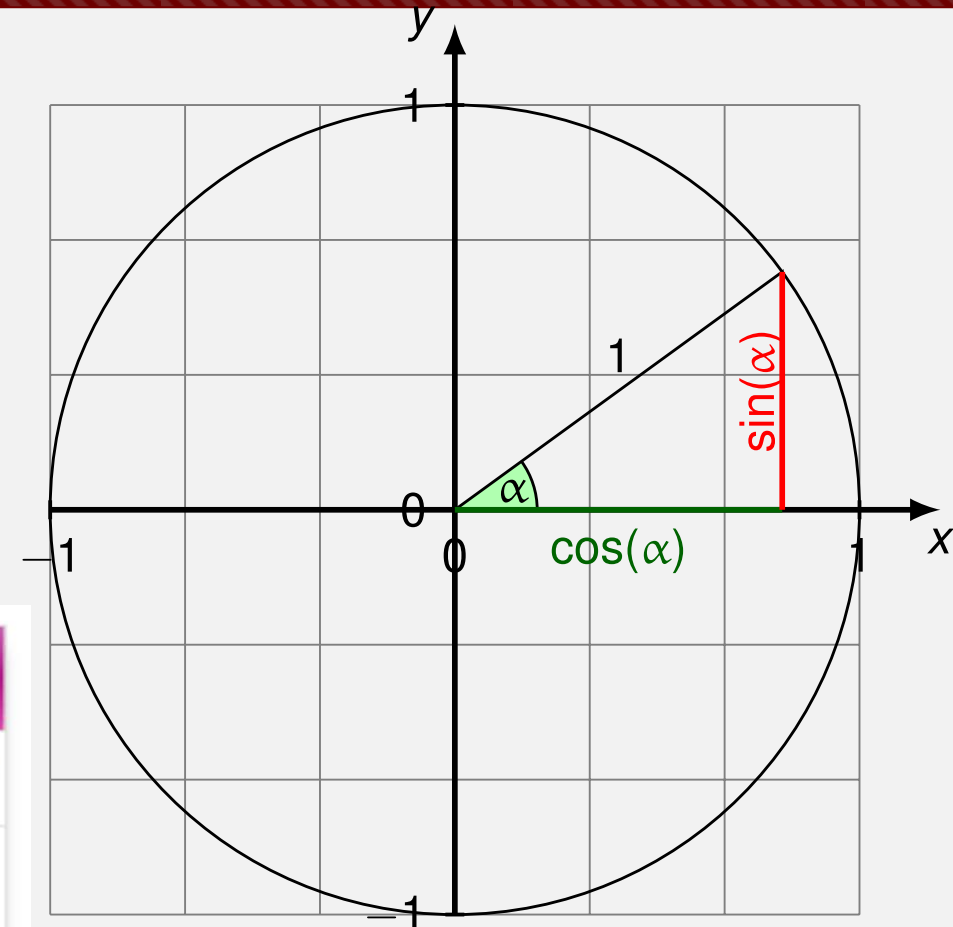


Rechtwinklige Dreiecke

$$\sin^2(a) = 1 - \cos^2(a)$$

Winkel in Grad	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel in Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$\sin(a) = y$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos(a) = x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
α°	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Ziel der Veranstaltung:

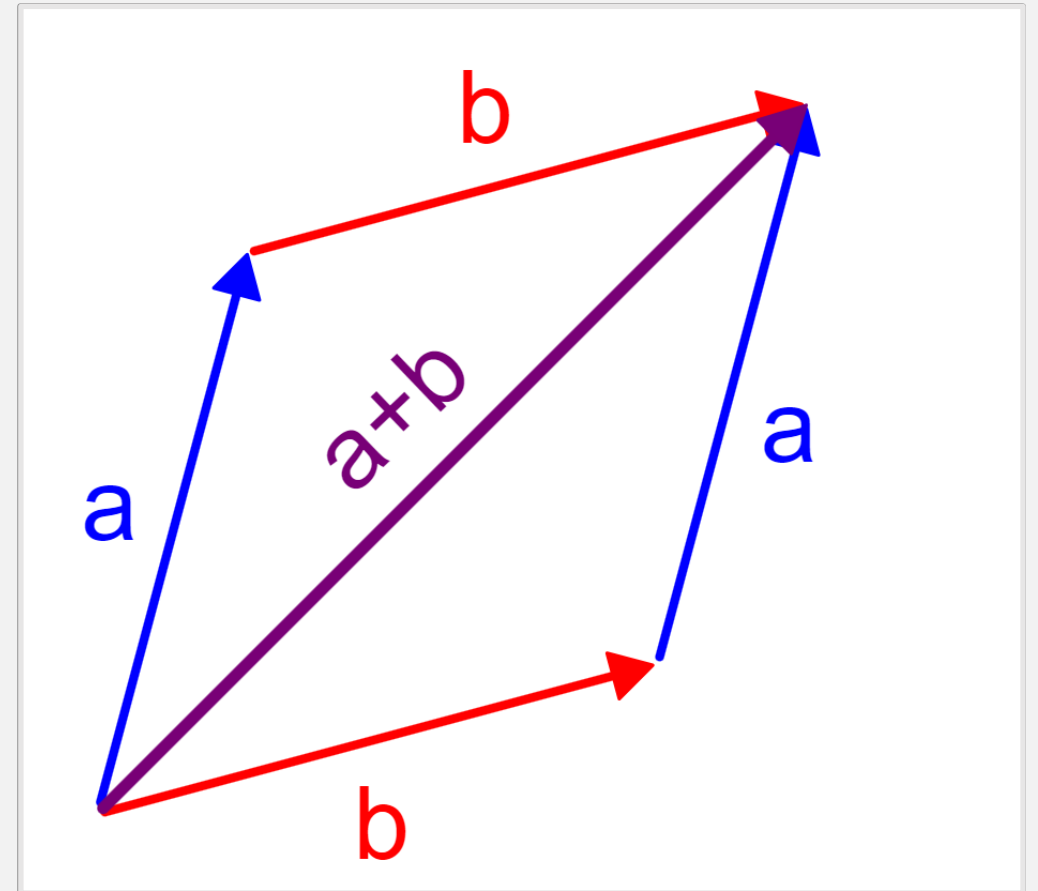
Ihr besteht ALLE den Aufnahmetest für das
Studienkolleg :)

Mathe Grundlagen

○ Kommutativ Gesetz

$$a + b = b + a$$

$$a * b = b * a = ba$$



Mathe Grundlagen

○ Distributiv Gesetz

○ $a(b + c) = ab + ac$

○ $(b + c)/a = b/a + c/a$

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

The diagram illustrates the distributive law $a(b+c) = ab + ac$ using rectangles. On the left, a green rectangle with height a and width b is shown next to a blue rectangle with height a and width c . Below these rectangles are the labels ab and ac respectively. An equals sign follows. On the right, a single rectangle is shown, divided into a green part with width b and a blue part with width c , both with height a . Below this rectangle is the label $a(b+c)$.

$$ab + ac = a(b+c)$$

Binomische Formeln

Binomische Formeln: $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b = a^2 - b^2$$

Dritter Ordnung:

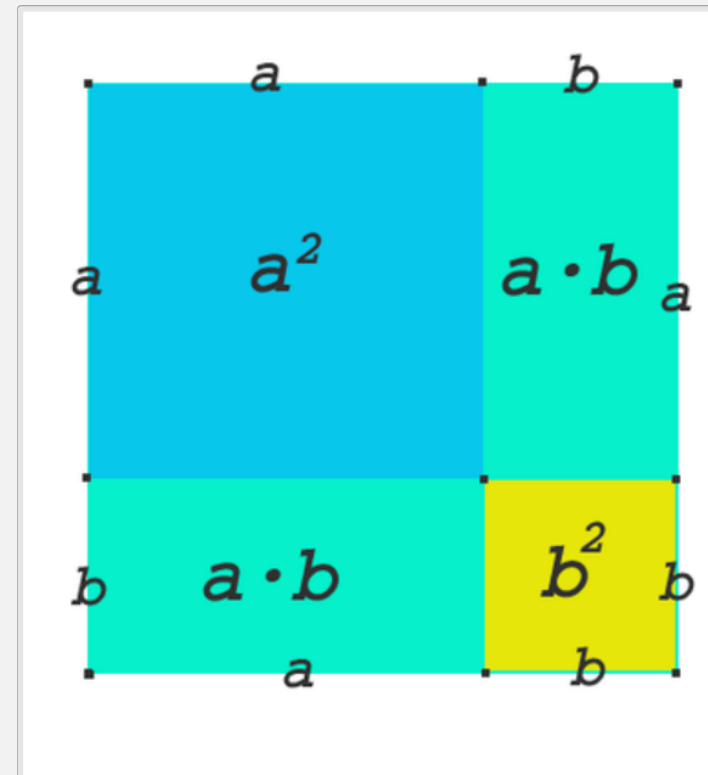
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Mathe Grundlagen

Erste Binomische Formel

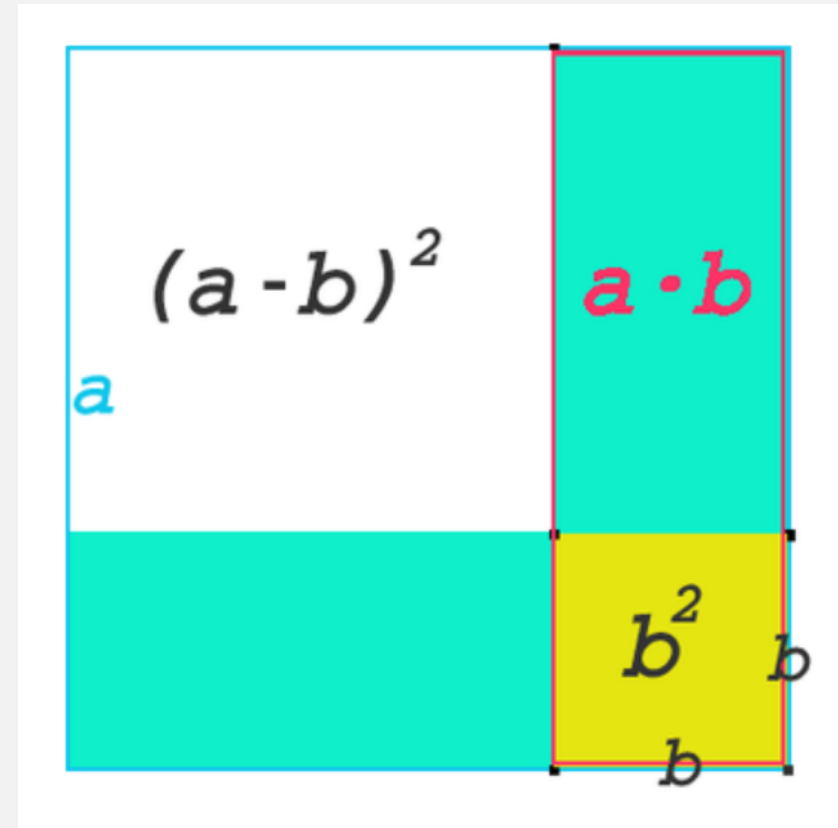
$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$



Mathe Grundlagen

Zweite Binomische Formel

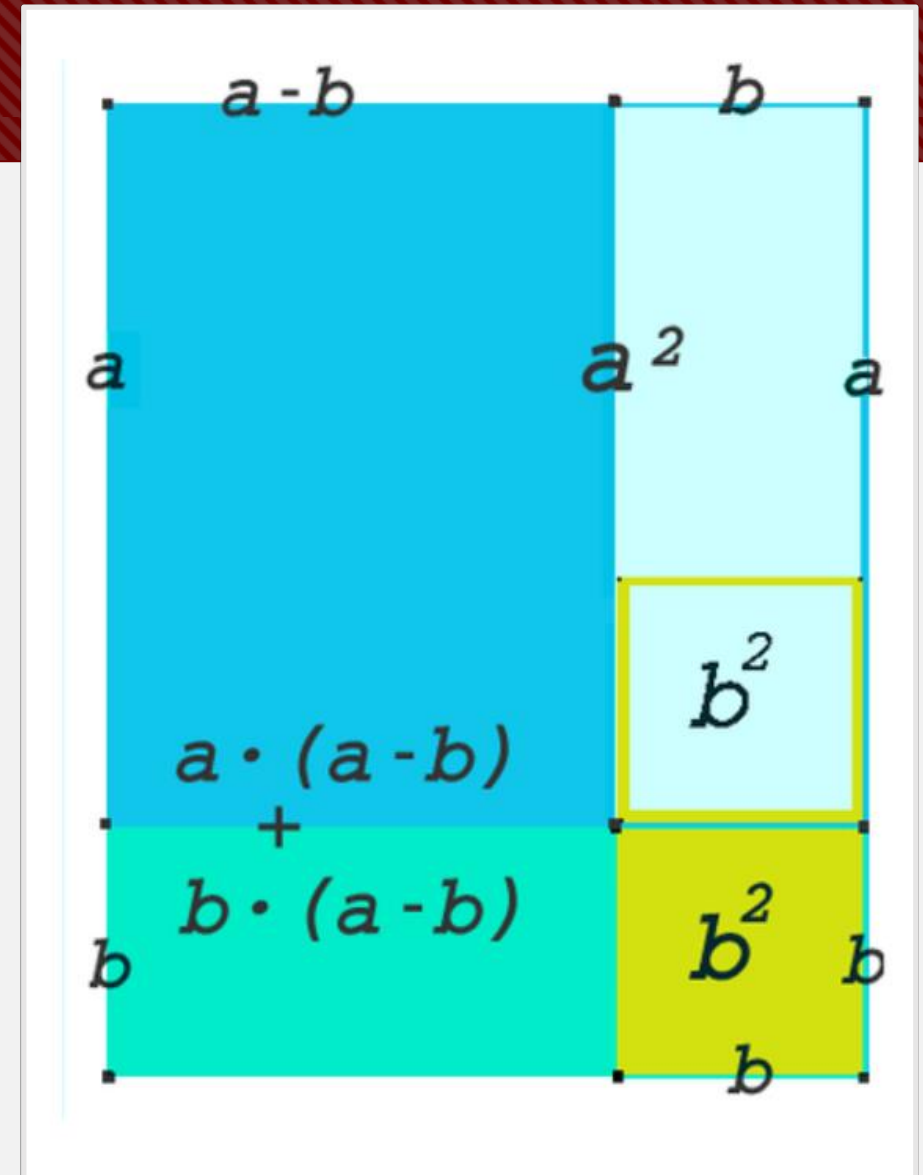
$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$



Mathe Grundlagen

Dritte Binomische Formel

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$



Kopfrechen Tricks

Trick mit den Binomischen Formel:

$$37^2 = (30 + 7)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 7 + 7^2 = 900 + 420 + 49 = 1369$$

oder

$$37^2 = (40 - 3)^2 = 40^2 - 2 \cdot 40 \cdot 3 + 3^2 = 1600 - 240 + 9 = 1369$$

Kopfrechen Tricks

Addition und Subtraktion der Wurzel:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} = \sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}}$$

Mitternachtsformel

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Auswendig lernen!

