
L^AT_EXpour l'ISEN

TD1 - Exemple de TD

Exercice 1. $P = NP$

En mathématiques, et plus précisément en informatique théorique, le problème $P = NP$ est un problème non résolu, et est considéré par de nombreux chercheurs comme un des plus importants problèmes du domaine, et même des mathématiques en général. L'Institut de mathématiques Clay a inclus ce problème dans sa liste des sept problèmes du prix du millénaire¹, et offre à ce titre un million de dollars à quiconque sera en mesure de prouver $P = NP$ ou $P \neq NP$. Ce problème est également le troisième problème de Smale.

1) Prouvez $P = NP$ ou $P \neq NP$. Détaillez votre solution.

Correction de l'exercice 1 ($P = NP$)

Ce problème n'a, à ce jour, pas de solution.

Exercice 2. *Attracteur de Lorenz*

L'attracteur de Lorenz est une structure fractale correspondant au comportement à long terme de l'oscillateur de Lorenz. L'attracteur montre comment les différentes variables du système dynamique évoluent dans le temps en une trajectoire non périodique. Ce système dynamique s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\sigma x_1 + \sigma x_2 \\ \dot{x}_2 = \rho x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - \beta x_3 \end{cases}$$

avec σ, ρ, β trois entiers strictement positifs.

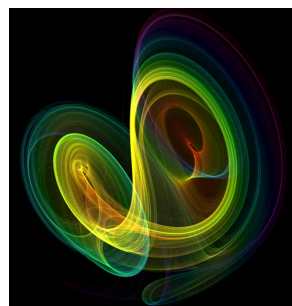


FIGURE 1 – Illustration de l'attracteur étrange de Lorenz

1) Prouvez l'existence de l'attracteur étrange de Lorenz. Détaillez votre réponse.

Correction de l'exercice 2 (Attracteur de Lorenz)

L'existence d'un attracteur étrange pour certaines valeurs des paramètres a été conjecturée par Edward Lorenz dès 1963 sur la base de simulations numériques. Il a cependant fallu attendre 2001 pour avoir une démonstration rigoureuse de ce fait par Warwick Tucker ([Tuc02]).

<http://www.chaos-math.org/en/chaos-vii-strange-attractors>

Références

[Tuc02] Warwick Tucker, *A rigorous ode solver and smale's 14th problem*, Foundations of Computational Mathematics **2** (2002), no. 1, 53–117.