

## Projet M31:

**Sujet:** Simulations montrant la convergence de certaines lois binomiales vers des lois de Poisson.

### Analyse du sujet:

#### Problèmes:

Le principal problème ici est que la loi binomiale  $B(n,p)$  doit remplir certaines conditions pour qu'elle puisse converger vers une loi de Poisson. En effet,  $n \geq 30$ ,  $p \leq 0.1$  et  $np \leq 15$ .

#### Fonctionnalités:

- Création d'une loi binomiale selon les données saisies par l'utilisateur.
- Création d'une loi de Poisson avec  $\lambda = np$ .
- Sauvegarde des coordonnées de chaque point dans un fichier afin de représenter graphiquement les fonctions des deux lois.

#### Solutions retenues:

Pour répondre au sujet, nous prévoyons de stocker les valeurs correspondant à la loi binomiale  $P(X=k)$  ainsi que  $k$  avant de les sauvegarder dans un fichier .csv. Pour obtenir les valeurs de

$P(X=k)$ , nous appliquerons la formule:  $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ .

Puis, nous ferons de même avec la loi de Poisson en stockant à nouveau  $P(X=k)$  et  $k$  mais cette fois-ci  $P(X=k)$  sera calculé avec la

formule:  $\frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$  où  $\lambda = n \cdot p$ .

Pour finir, nous allons créer des graphiques en fonction des données sauvegardées afin de montrer la convergence des deux lois.

## Mise en oeuvre:

### Entrées - sorties:

L'utilisateur saisit les valeurs  $n$  et  $p$  de la loi Binomiale en entrée.  
Les données sont stockées dans un fichier .csv en sortie.

### Découpage fonctionnel:

`factorielle()`: fonction retournant la factorielle d'un nombre car la librairie "math.h" ne contient pas de telle méthode.

`createPoisson()`: méthode permettant de récupérer les coordonnées de tous les points de la loi de Poisson à représenter.

`createBinomiale()`: méthode permettant de récupérer les coordonnées de tous les points de la loi Binomiale à représenter.

`sauvegarde()`: méthode qui stocke les différentes coordonnées dans un fichier .csv.

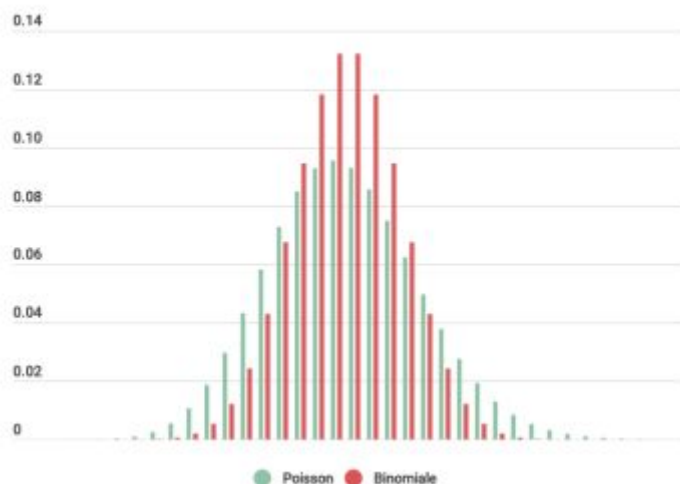
### Types:

La probabilité  $p$  est un double, le nombre  $n$  d'expériences est un int.

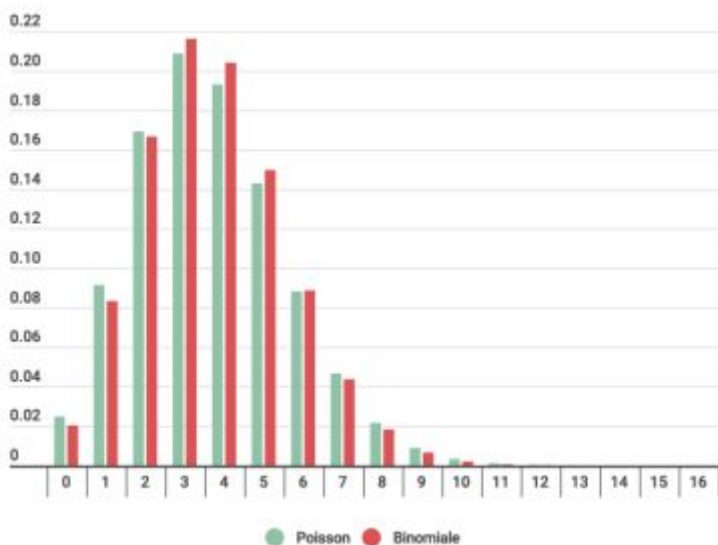
Pour stocker les coordonnées des points à représenter, nous avons choisi d'utiliser une structure contenant un tableau de int ainsi qu'un tableau de double. Le premier tableau stockera les coordonnées en abscisse et le second, celles en ordonnées.

## Stratégie de Test:

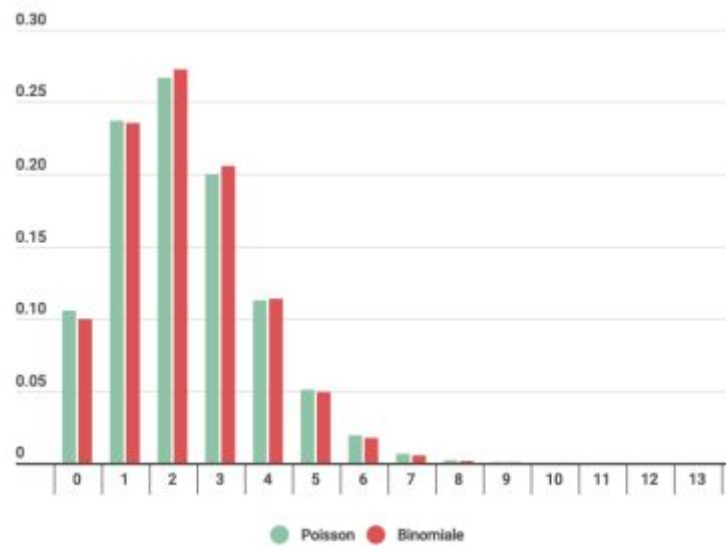
Afin de tester nos fonctions, nous avons réalisé des graphiques avec différentes valeurs ci-dessous. Nous avons testé avec des valeurs ne respectant pas les conditions, puis avec des valeurs classiques et enfin un test avec des valeurs extrêmes.



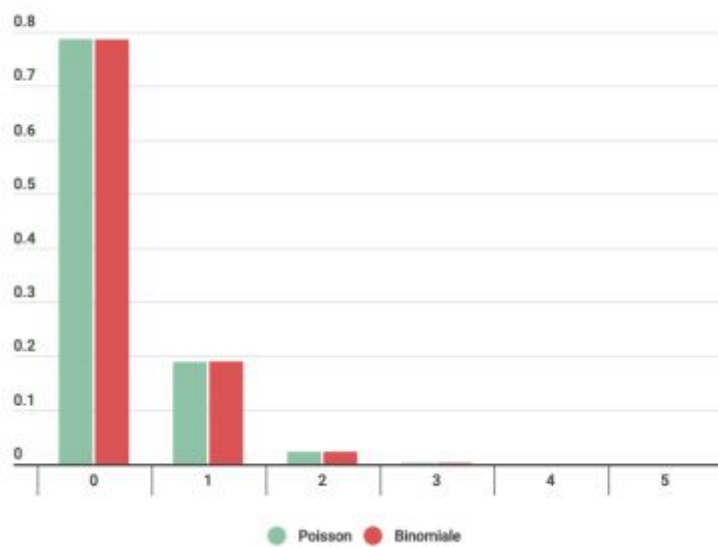
$n = 35$   $p = 0.5$  -> valeurs ne respectant pas les conditions



$n = 37$   $p = 0.1$



$n = 45$   $p = 0.05$



$n = 60$   $p = 0.004$

## Conclusion:

Les différents tests nous confirment bien que lorsque les conditions évoquées précédemment ( $n \geq 30$ ,  $p \leq 0.1$  et  $np \leq 15$ ) sont respectées, une loi Binomiale converge vers une loi de Poisson. De ce fait, dans le premier graphiques, les 2 lois ne convergent pas puisque  $p=0.5 > 0.1$ . Ces résultats sont donc limités par les conditions à réunir.