

# Électricité

## Table des matières

<b>1 Concepts fondamentaux en électricité</b>	<b>2</b>
Grandeurs fondamentales en électricité . . . . .	2
Circuit électrique . . . . .	2
Aspects énergétiques . . . . .	2
<b>2 Circuits en régime continu ou stationnaire</b>	<b>3</b>
Lois de Kirchhoff . . . . .	3
Méthodes de résolution . . . . .	3
Bilans de puissance . . . . .	3
<b>3 Circuits en régime transitoire</b>	<b>4</b>
Effet capacitif d'ordre 1 . . . . .	4
Effet inductif d'ordre 1 . . . . .	4
<b>4 Régime sinusoïdal</b>	<b>5</b>
Introduction et définitions . . . . .	5
Impédances complexes . . . . .	5
Lois en régime sinusoïdal forcé . . . . .	5
<b>5 Puissance en régime sinusoïdal</b>	<b>6</b>
Définitions . . . . .	6
Puissance des dipôles usuels . . . . .	6
<b>6 Filtres électroniques</b>	<b>7</b>
Qu'est-ce qu'un filtre ? . . . . .	7
Fonction de transfert : définitions . . . . .	7
Diagramme de Bode . . . . .	7
Fréquence(s) de coupure . . . . .	7
Types de filtres usuels . . . . .	7

# Concepts fondamentaux en électricité

## Grandeurs fondamentales en électricité

Le sens réel du courant électrique est celui des charges positives (produit  $q \cdot \vec{v}$ ).

Les multimètres comptent le courant positivement quand le courant va de la borne A/V à la borne COM (donc quand les électrons entrent par COM).

- Régime continu ou stationnaire :  $U$  et  $I$  constantes.
- Régime variable :  $u$  et  $i$  variables (régime permanent sinusoïdal ou régime transitoire).

## Circuit électrique

Caractéristique d'un dipôle :  $i = f(u)$ .

Tout point  $M$  appartenant à la caractéristique s'appelle point de fonctionnement du dipôle.

Convention générateur :  $\vec{u}$  et  $\vec{i}$  de même sens.

Convention récepteur :  $\vec{u}$  et  $\vec{i}$  de sens opposés.

La caractéristique d'un dipôle dépend de la convention utilisée.

Dipôle linéaire : caractéristique linéaire.

Dipôle non polarisé : symétrique par rapport à  $(0,0)$  (ne dépend pas du sens de branchement).

Dipôle passif : quand débranché, la tension à ses bornes est nulle (si  $i = 0$ , alors  $u = 0$ ).

## Aspects énergétiques

Soit  $E_{p\acute{e}lec}$  l'énergie potentielle électrique et  $V$  le potentiel électrique :

$$E_{p\acute{e}lec} = q \cdot V \quad (1.1)$$

$$\Delta E_{p\acute{e}lec} = q \cdot (V_A - V_B) \quad (1.2)$$

$U_{AB} = V_A - V_B$ , avec  $\vec{U}$  de  $B$  vers  $A$ .

En convention générateur, si  $U_{AB} > 0$ , alors  $\Delta E_{p\acute{e}lec} > 0$ .

En convention récepteur, si  $U_{AB} > 0$ , alors  $\Delta E_{p\acute{e}lec} < 0$ .

# Circuits en régime continu ou stationnaire

## Lois de Kirchhoff

### 1. Définitions

- Branche : portion de circuit entre 2 noeuds consécutifs.
- Maille : succession de branches formant une boucle fermée.
- Dipôles en série : parcourus par le même courant.
- Dipôles en parallèle ou dérivation : même tension à leurs bornes.

### 2. Lois

- Loi des noeuds : la somme des courants entrants dans un noeud est égale à la somme des courants sortants.
- Loi des mailles : la somme des tensions aux bornes des branches successives d'une maille est nulle.

### 3. Équivalence source de Thévenin / Norton

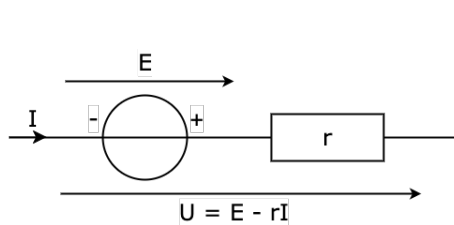


FIGURE 2.1 – Thévenin

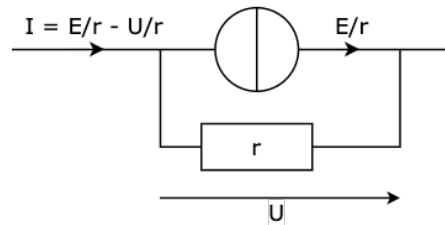


FIGURE 2.2 – Norton

On peut passer d'une représentation à une autre pour simplifier les résistances d'un circuit.

## Méthodes de résolution

### 1. Équations de résolution

Si on a  $b$  branches, il va falloir  $b$  équations pour déterminer tous les courants.

La loi des noeuds nous donne  $n - 1$  équations, où  $n$  est le nombre de noeuds.

On établit donc  $b - n + 1$  équations aux mailles pour déterminer toutes les intensités.

### 2. Transfiguration du réseau

Deux sources de tension en série ou de courant en parallèle peuvent être simplifiées en appliquant la loi des mailles ou des noeuds.

Deux résistances en séries peuvent être simplifiées en une seule résistance où  $R_{eq} = R_1 + R_2$ .

En parallèle, c'est les intensités qui s'ajoutent donc  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ , soit  $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .

Si  $R_1 = R_2$ , alors  $R_{eq} = \frac{R_1}{2}$ .

## Bilans de puissance

La puissance vaut toujours  $P = UI$ , mais sa signification dépend de la convention utilisée.

# Électricité 3

## Circuits en régime transitoire

### Effet capacitif d'ordre 1

#### 1. Condensateur

Il s'établit un équilibre entre la charge du condensateur et la tension à ses bornes :  $q = Cu_c$ .

$$\text{On a } i_c = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}.$$

→ force la tension à être continue, car  $i_c$  ne peut pas être infini.

#### 2. Caractérisation du régime transitoire

$$\text{Tension de la forme : } u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + u_p.$$

$\tau$  caractérise la durée d'existence du régime transitoire.

On peut le déterminer quantitativement :

- Pente à l'origine  $\frac{u_p}{\tau} \cdot x = u_p \iff x = \tau$  :  
on regarde la distance horizontale, à la hauteur finale de la tension.
- Hauteur à 63% :  
on regarde après quelle durée la tension est à 63% de sa valeur finale.

#### 3. Analyse énergétique

$$\text{On associe une énergie à un condensateur : } E_c = \frac{1}{2}Cu_c^2.$$

$$\text{La puissance reçue par le condensateur est donc } P = \frac{dE_c}{dt} = Cu_c \frac{du_c}{dt}.$$

### Effet inductif d'ordre 1

#### 1. Bobine

$$\text{Tension et courant sont liés par la relation : } u_L = L \frac{di_L}{dt}.$$

→ force le courant à être continue, car  $u_L$  ne peut pas être infini.

#### 2. Analyse énergétique

$$\text{On associe une énergie à une bobine : } E_L = \frac{1}{2}Li_L^2.$$

$$\text{La puissance reçue par la bobine est donc } P = \frac{dE_L}{dt} = Li_L \frac{di_L}{dt}.$$

# Électricité 4

## Régime sinusoïdal

### Introduction et définitions

#### 1. Caractéristiques d'un signal sinusoïdal

- Régime continu (DC) :  $I$  et  $U$  constantes.
- Régime alternatif (AC) : souvent sinusoïdal

On a donc  $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$  :

- Amplitude  $U_m$  :  $U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  et  $U_{c-c} = 2 \times U_m$ .
- Pulsation ou fréquence angulaire  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ .
- Phase  $\omega t + \varphi$ .
- Phase à l'origine  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .

#### 2. Comparaison de tensions (ou intensités)

En régime sinusoïdal forcé,  $u(t)$  et  $i(t)$  ont généralement la même fréquence que le générateur. On compare alors les amplitudes et les déphasages.

Déphasage de  $u_1$  par rapport à  $u_2$  :  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ .  
(Positif si  $u_1$  est en avance sur  $u_2$ ).

#### 3. Représentation de Fresnel (diagramme de phase)

⇒ Met en évidence les liens entre tension et courant en régime sinusoïdal.

On dessine des vecteurs par rapport à une référence de phase :  $\varphi_i$  (série) ou  $\varphi_u$  (dérivation) :

- Norme des vecteurs :  $U_m$  ou  $I_m$  (ou valeur efficace).
- Angle des vecteurs :  $\varphi_u$  ou  $\varphi_i$  (par rapport à la référence).

Lorsqu'on fait la loi des mailles (ou des noeuds), on additionne alors les vecteurs.

#### 4. Notation complexe associée

La notation complexe n'a pas de sens physique. Module = amplitude, argument = phase.

On s'intéressera uniquement à la partie réelle si cos ou imaginaire si sin.

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}(U_m e^{j(\omega t + \varphi)})$$

### Impédances complexes

Impédance en convention récepteur :  $\underline{z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{U_m}{I_m} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$ .

- Module de  $\underline{z}$  : donne le rapport d'amplitude entre tension et courant.
- Argument de  $\underline{z}$  : déphasage ( $\varphi_u - \varphi_i$ ).

Impédances courantes :

- Résistance :  $z = R$  (réel donc déphasage nul).
- Condensateur :  $\underline{z} = \frac{-j}{C\omega}$  (imaginaire pur négatif donc déphasage de  $-\frac{\pi}{2}$ ).
- Bobine :  $\underline{z} = jL\omega$  (imaginaire pur positif donc déphasage de  $\frac{\pi}{2}$ ).

### Lois en régime sinusoïdal forcé

Les lois de Kirchhoff sont toujours valables, mais bien uniquement avec les  $u(t)$  et les  $i(t)$ .

Les impédances s'additionnent en série et leurs inverse s'additionnent en parallèle.

On a toujours l'équivalence Thévenin/Norton :

$$\underline{u} = \underline{e} - \underline{z} \underline{i} \iff \underline{i} = \frac{\underline{e}}{\underline{z}} - \frac{\underline{u}}{\underline{z}}$$

# Puissance en régime sinusoïdal

## Définitions

Puissance instantanée : dépend du temps. On choisit  $\varphi_i = 0$  et  $\varphi_u \neq 0$  (ou l'inverse).  
On note alors  $\varphi$  le déphasage de  $u$  par rapport à  $i$ .

$$\begin{aligned} p(t) &= U_m I_m \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi) \\ &= U_{eff} I_{eff} \cos(\varphi) + U_{eff} I_{eff} \cos(2\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Le premier terme ne dépend pas du temps : c'est la puissance active (ou moyenne).  
 $U_{eff} I_{eff}$  est la puissance apparente, et  $\cos(\varphi_u)$  le facteur de puissance.

Le second terme dépend du temps et a une période doublée.

## Puissance des dipôles usuels

### 1. Résistance

$$\begin{aligned} \varphi_u &= \varphi_i \\ p(t) &= U_{eff} I_{eff} + U_{eff} I_{eff} \cos(2\omega t) \geq 0 \end{aligned}$$

### 2. Condensateur

$$\begin{aligned} \varphi_u - \varphi_i &= -\frac{\pi}{2} \\ p(t) &= 0 + U_{eff} I_{eff} \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

### 3. Bobine idéale

$$\begin{aligned} \varphi_u - \varphi_i &= \frac{\pi}{2} \\ p(t) &= 0 + U_{eff} I_{eff} \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

# Filtres électroniques

## Qu'est-ce qu'un filtre ?

C'est un quadripôle, un circuit avec des dipôles passifs (résistances, condensateurs et/ou bobines).  
Laisse passer certaines fréquences et en atténue plus ou moins d'autres.

## Fonction de transfert : définitions

Fonction complexe,  $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{U_{sm}}{U_{em}} e^{j\varphi_{u_s} - \varphi_{u_e}}$

- Module de  $H$  : gain  $G(\omega) = \frac{U_{sm}}{U_{em}}$
- Argument de  $H$  : déphasage  $\varphi(\omega) = \varphi_{u_s} - \varphi_{u_e}$

## Diagramme de Bode

Abscisse :  $f$  ou  $\omega$  (logarithmique).

Ordonnée :  $G_{dB}$  ou  $\varphi$  (linéaire).

On parle de diagramme de bode en Gain ou en Phase.

$$G_{dB} = 20 \times \log(G)$$

## Fréquence(s) de coupure

Soit  $\omega_C$  la pulsation de coupure.

Le filtre coupe si  $G(j\omega) < G(\omega_C)$  et laisse passer, si  $G(j\omega) > G(\omega_C)$

$$G(\omega_C) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$$G_{dB}(\omega_C) = G_{dB_{\max}}(\omega_C) - 3 \text{ dB}$$

Bande passante : ensemble des fréquences que le filtre laisse passer.

## Types de filtres usuels

- Passe bas :  $G_{dB} = 0$  puis décroissant (LR ou RC).
- Passe haut :  $G_{dB}$  croissant puis constant = 0 (RL ou CR).
- Passe bande :  $G_{dB}$  croissant, constant = 0 puis décroissant (condensateur et bobine en série).
- Coupe bande :  $G_{dB}$  constant = 0, constant < 0, constant = 0 (condensateur et bobine en parallèle).