Mécanique 1

Statique du solide

Définitions indispensables

1. Fluides et solides

- **Solide** : possède une forme et un volume propre, indéformable, la distance entre deux points quelconques reste constante.
- **Fluide :** n'a pas de forme propre
  - **Liquide :** Volume propre
  - **Gaz :** Pas de volume propre, occupe toute la place disponible

Point matériel ou masse ponctuelle : point d'un volume nul et de masse non nulle.

2. Système et référentiel

Penser à définir le **système** et le **référentiel** au début du problème.
Barycentre d'un système :

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{GA_i} = \overrightarrow{0} \qquad \text{ou} \qquad \overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OA_i}}{M_{total}}$$

Pour un solide de masse M :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{M} * \iiint_{\text{solide}} \rho \text{ dV } \overrightarrow{OM}$$

3. Modéliser des interactions par des forces

Force : concept physique modélisant l'interaction entre deux systèmes (créant un mouvement, une déformation).

Troisième loi de Newton (actions réciproques) : $\overrightarrow{F_{1\to 2}} = -\overrightarrow{F_{2\to 1}}$ (dans tout référentiel).

Deux types de forces : force à distance ou de contact.

- Interaction gravitationnelle : $\overrightarrow{F_{g1\to 2}} = -G\dfrac{m_1 m_2}{d^2}\overrightarrow{u_{1\to 2}}$
- Interaction Électromagnétique : $\overrightarrow{F_{e1\to 2}} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2}\overrightarrow{u_{1\to 2}}$.
- Tension d'un fil : toujours inconnue sauf si le fil est détendu.
- Rappel élastique d'un ressort : $\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{\imath}$.
  Avec l_0 la longueur à vide, l la longueur étiré/comprimé et k la constante de raideur du ressort.
- Réaction d'un support
  - Composante normale $\overrightarrow{R_N}$: perpendiculaire au support.
  - Composante tangentielle $\overrightarrow{R_T} = \overrightarrow{f}$, frottements solides : s'oppose au mouvement.
    Ne dépend que de la masse, $\|\overrightarrow{R_T}\| = \mu_d \|\overrightarrow{R_N}\|$. ($\mu_d$ coefficient de frottements dynamique).
    Le système est immobile si $\|\overrightarrow{R_T}\| < \mu_s \|\overrightarrow{R_N}\|$ (μ_s coefficient de frottements statique).
    En général, $\mu_s > \mu_d$.
- Forces pressantes, la somme de des forces pressantes donne la poussée d'Archimède : $\overrightarrow{\Pi} = -\rho_{fluide}\, V_{fluide\ déplacé}\, \vec{g}$

Énergie cinétique et potentielle

Énergie cinétique (point matériel) : $\overrightarrow{E_c} = \dfrac{1}{2}mv^2$
Pour un solide :

$$\overrightarrow{E_c} = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Énergie potentielle de position :

$$E_{pp}(M) = E_{pp}(0) + mgz$$

Bien définir l'origine des E_{pp}
Pour un solide, on prend l'altitude du barycentre.

Énergie potentielle élastique :

$$E_{pe}(M) = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2$$

Avec $E_{pe} = 0$ pour $x = l_0$.

Équilibre d'un point matériel

Seconde loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}$
L'équilibre d'un point s'exprime aussi en fonction de l'énergie potentielle. Soit x_{eq} sa position d'équilibre :

$$\left(\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}\right)_{x=x_{eq}} = 0$$

L'équilibre est stable si le point tend à revenir vers x_{eq} s'il s'en est écarté (dérivée seconde positive).

Équilibre d'un solide

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ ne suffit pas pour un solide (exemple du couple).
→ Le moment d'une force caractérise sa capacité à faire tourner un solide.

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F}$$

Bras de levier : distance entre la droite d'action de $\overrightarrow{F}$ et le centre O.

$$d = \|\overrightarrow{OM}\| \cdot \sin\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{F}\right) \text{ soit } \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = d \cdot \|\overrightarrow{F}\|$$

Dans le plan, le moment n'as pas besoin d'être une valeur vectorielle, on peut alors prendre le produit scalaire avec un vecteur directeur de l'axe de rotation (le signe du moment détermine alors le sens de rotation).