

CHAPITRE EN4

Machines à états finis

- 1. Classification des circuits numériques
- 2. Description d'une MEF
- 3. Structures d'une MEF
- 4. Synthèse d'une MEF
- 5. Les compteurs

CLASSIFICATION DES CIRCUITS – Combinatoire vs Séquentiel

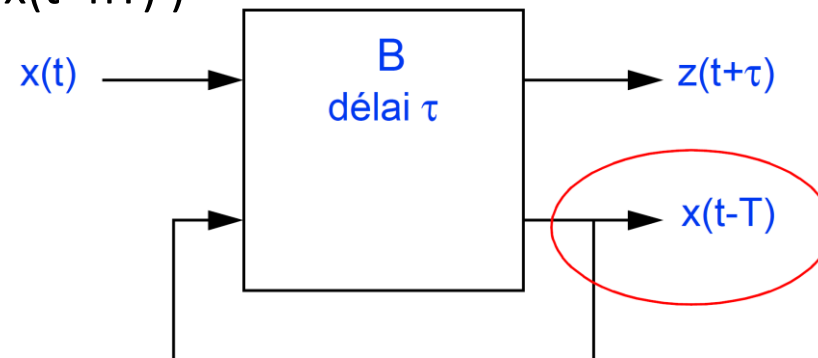
- **Circuit combinatoire:** les sorties du circuit à l'instant t ne dépendent que de l'état de ses entrées au même instant

$$z(t) = A(x(t))$$



- **Circuit séquentiel:** les sorties du circuit à l'instant t dépendent de l'état de ses entrées au même instant ainsi que de l'état de ses entrées aux instants précédents ($t-nT$) (effet de mémoire)

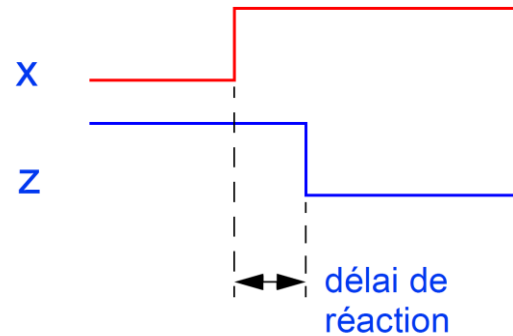
$$z(t) = B(x(t), x(t-T), x(t-2T), \dots, x(t-nT))$$



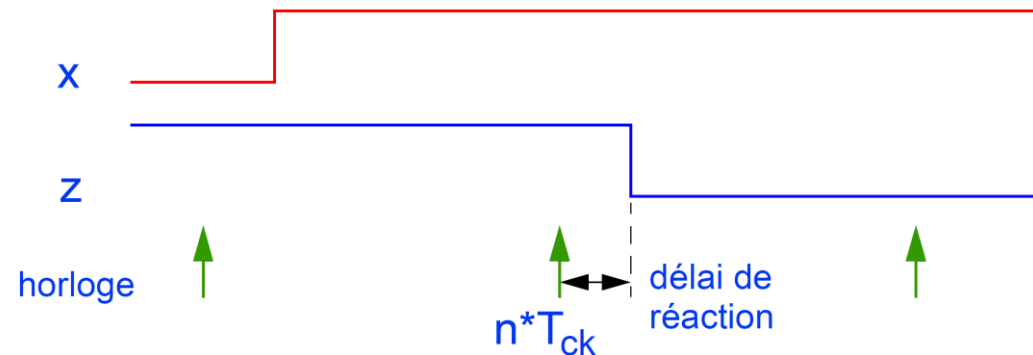
ceci n'est pas une sortie mais
une variable interne

CLASSIFICATION DES CIRCUITS – Synchrones vs Asynchrones

- **Circuit asynchrone** : les sorties du circuit peuvent changer d'état à tout instant



- **Circuit synchrone** : les sorties du circuit ne peuvent changer d'état qu'à des instants particuliers (synchronisation par une horloge de période T_{ck})



DESCRIPTION D'UNE MEF – Exemple 1

$I = \{0, 1, 2, 3\}$ c'est l'ensemble des valeurs en entrée (2 bits sur x)

$O = \{a, b\}$ c'est l'ensemble des valeurs en sortie (1 bit sur z)

$S = \{S0, S1\}$ c'est l'ensemble des états possibles (1 élément mémoire)

$S(t+T) = S0$ si $S(t) = S0$ et ($x(t)=0$ ou $x(t)=2$)
= $S0$ si $S(t) = S1$ et ($x(t)=1$ ou $x(t)=3$)
= $S1$ dans les autres cas

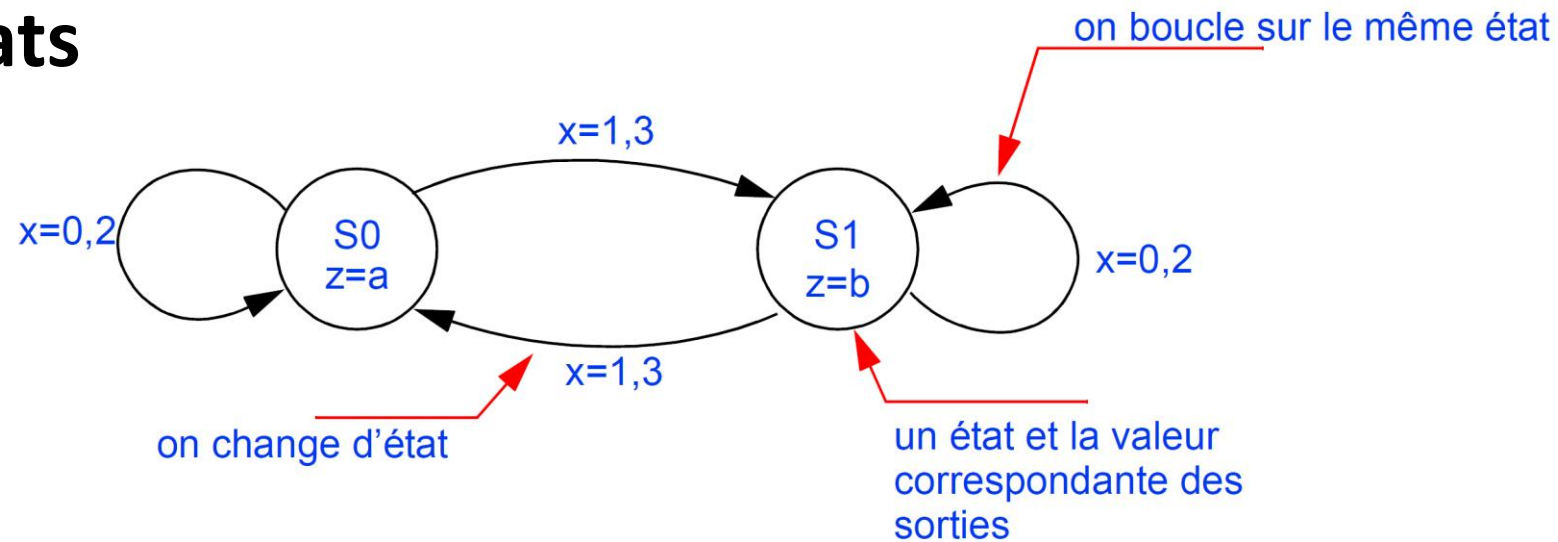
c'est la description de
l'enchaînement des états:
on connaît l'état suivant ($t+T$) à
partir de l'état présent (t)

$z(t) = a$ si $S(t)=S0$
= b si $S(t)=S1$

c'est la description de
la valeur des sorties pour
chaque état présent (t)

DESCRIPTION D'UNE MEF – Graphe d'états & Table d'états

- Graphe d'états



- Table d'états

	x(t)				z
	0	1	2	3	
S0	S0	S1	S0	S1	a
S1	S1	S0	S1	S0	b

S(t) S(t+T) z(t)

Remarque: la sortie $z(t)$ ne dépend que de $S(t)$

DESCRIPTION D'UNE MEF – Exemple 2

$$I = \{a, b\}$$

$$O = \{p, q\}$$

$$z(t) = q \text{ si } [x(t-2T) = a \text{ et } x(t-T) = b \text{ et } x(t) = b]$$
$$= p \text{ autrement}$$

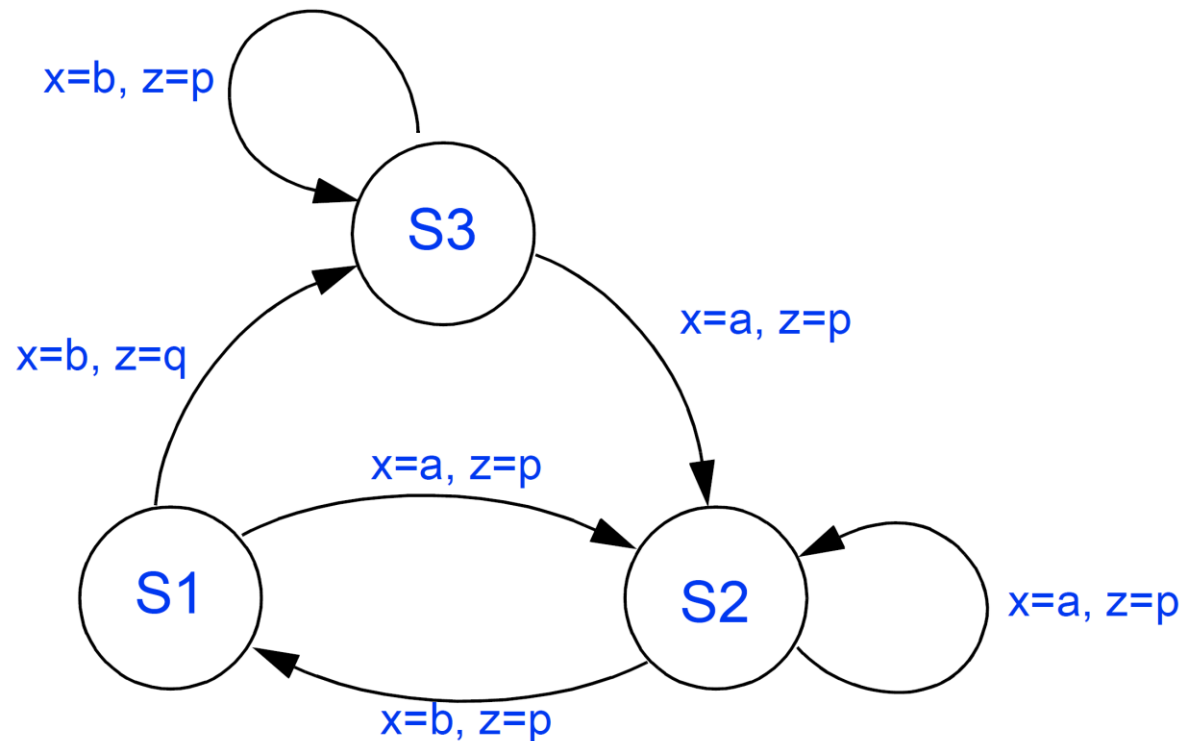
Remarque : la sortie $z(t)$ dépend de $S(t)$ et de $x(t)$

DESCRIPTION D'UNE MEF – Exemple 2

$I = \{a, b\}$

$O = \{p, q\}$

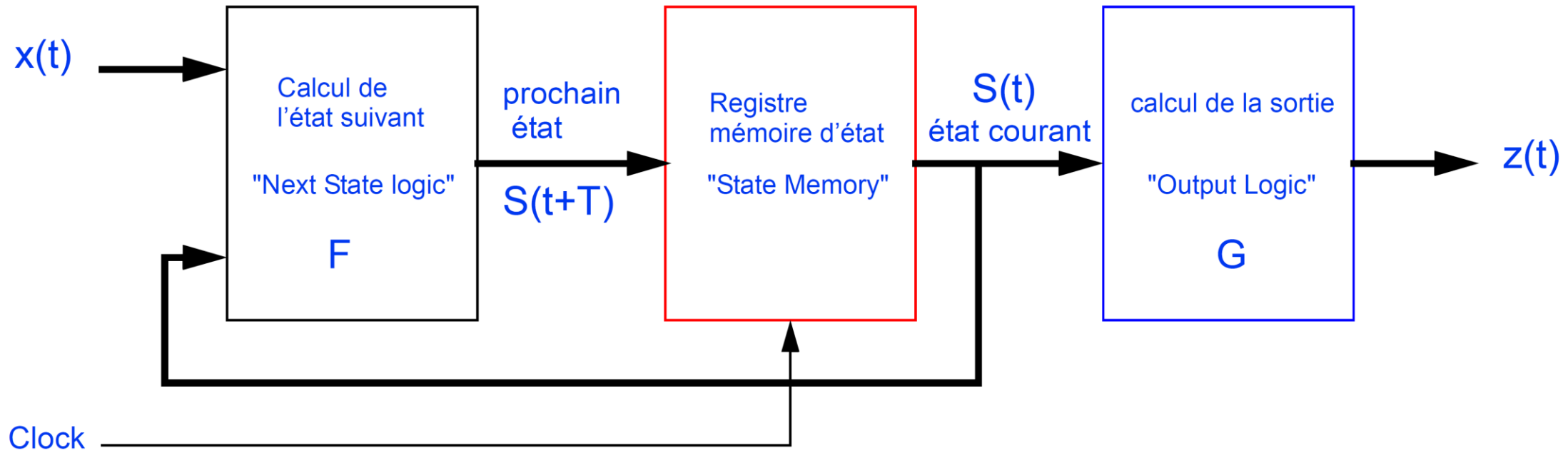
$z(t) = q$ si [$x(t-2T) = a$ et $x(t-T) = b$ et $x(t) = b$]
= p autrement



	a	b
S1	S2,p	S3,q
S2	S2,p	S1,p
S3	S2,p	S3,p

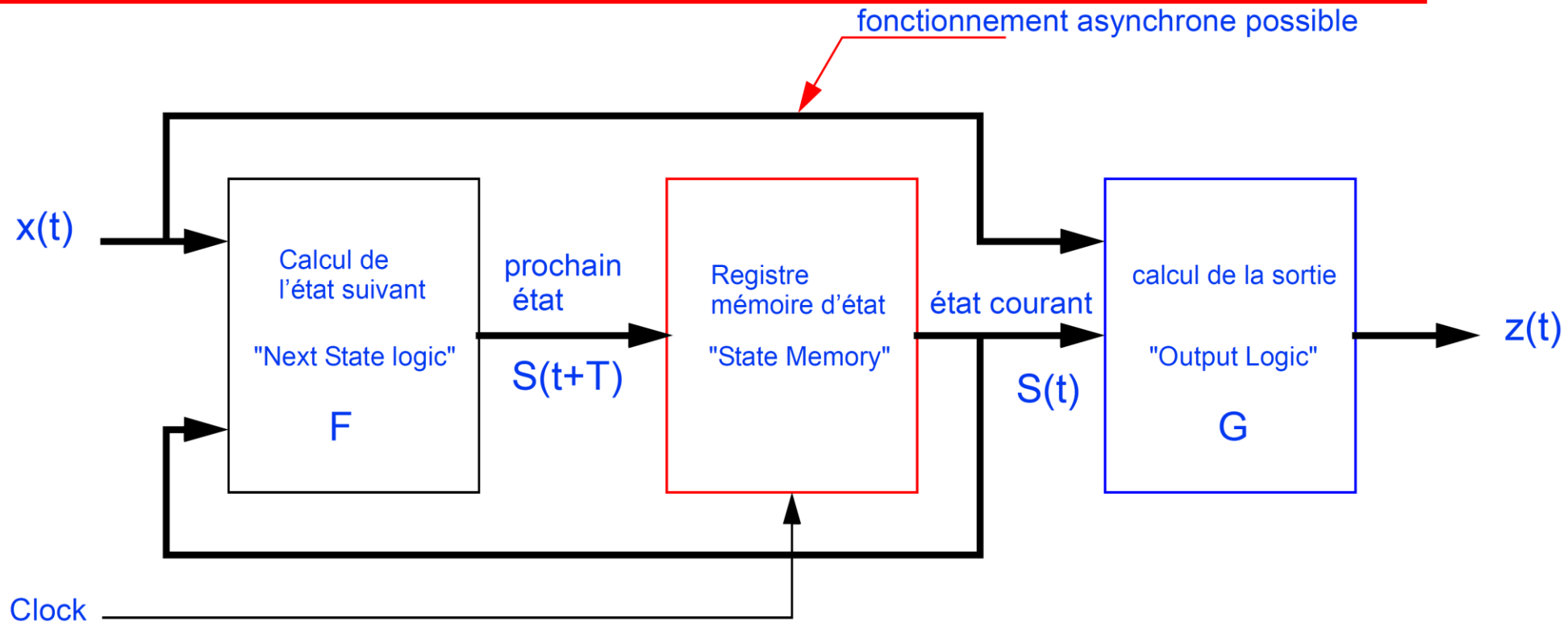
Remarque : la sortie $z(t)$ dépend de $S(t)$ et de $x(t)$

STRUCTURES D'UNE MEF – Machine de MOORE



- La sortie $z(t)$ ne dépend que de $S(t)$ (c.f. exemple 1)
- La sortie change d'état sur le front (ou le niveau) actif de l'horloge
- Un élément de mémoire = une bascule
- Une bascule stocke 2 états
- Pour N états, il faut M bascules tel que $N \leq 2^M$

STRUCTURES D'UNE MEF – Machine de MEALY



- La sortie $z(t)$ dépend de $S(t)$ et de $x(t)$ (c.f. exemple 2)
- La sortie change d'état sur le front (ou le niveau) actif de l'horloge ainsi que sur un changement de $x(t)$: fonctionnement asynchrone possible

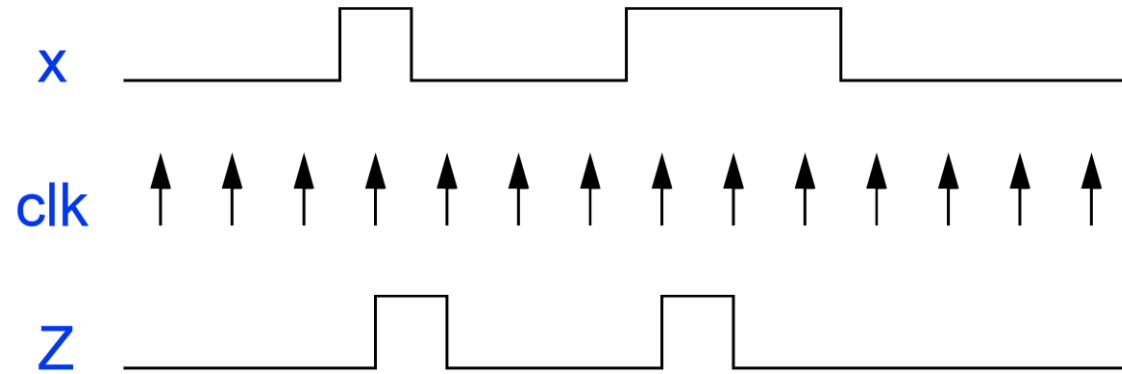
SYNTHÈSE D'UNE MEF – Spécifications, graphe d'états

$$I = \{0,1\}$$

$$O = \{0,1\}$$

$$z(t)=1 \text{ si } [x(t-T)=0 \text{ et } x(t)=1]$$

=0 autrement

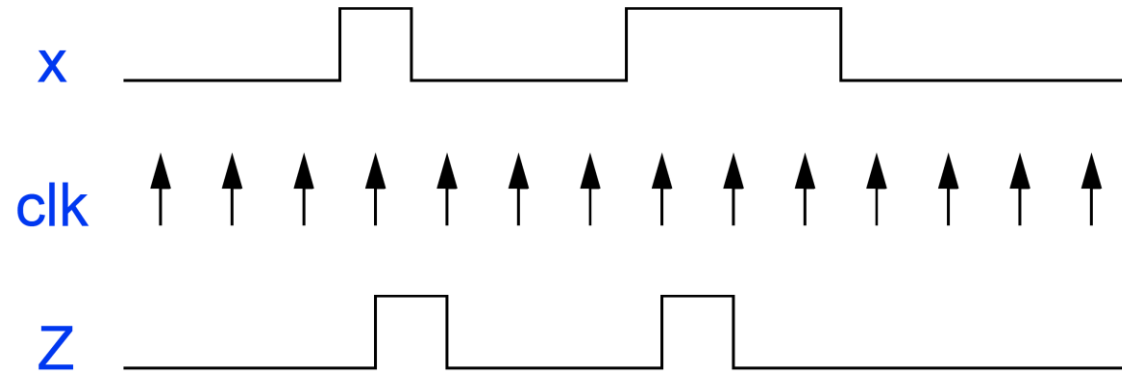


SYNTHÈSE D'UNE MEF – Spécifications, graphe d'états

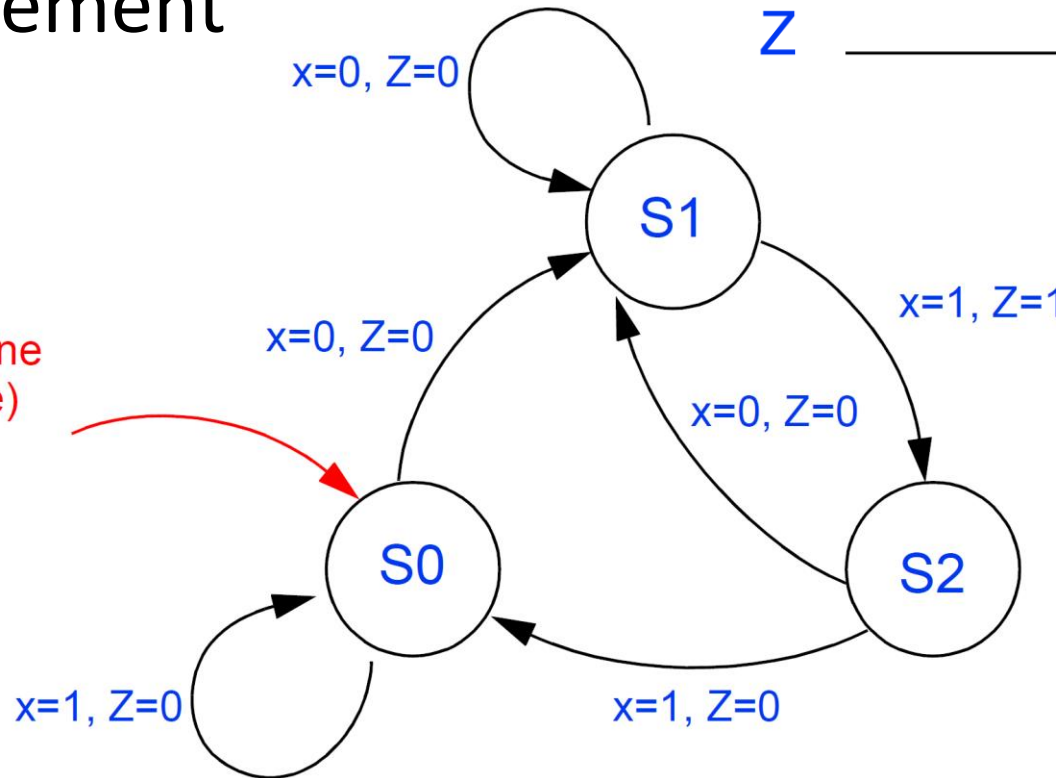
$I = \{0,1\}$

$O = \{0,1\}$

$z(t)=1$ si [$x(t-T)=0$ et $x(t)=1$]
=0 autrement



reset (synchrone
ou asynchrone)
requis.



Machine de MOORE

SYNTHÈSE D'UNE MEF – Mémoire d'états

- **Quelle taille pour la mémoire d'états?**

Un état va être représenté en mémoire par une combinaison binaire:

le registre doit comporter au moins N bascules telles que nombre d'état $\leq 2^N$

Notre exemple: 2 bascules

- **Comment gérer les états non utilisés?**

Notre exemple: 2^2 états possibles - 3 états utilisés = 1 états non utilisés = danger potentiel

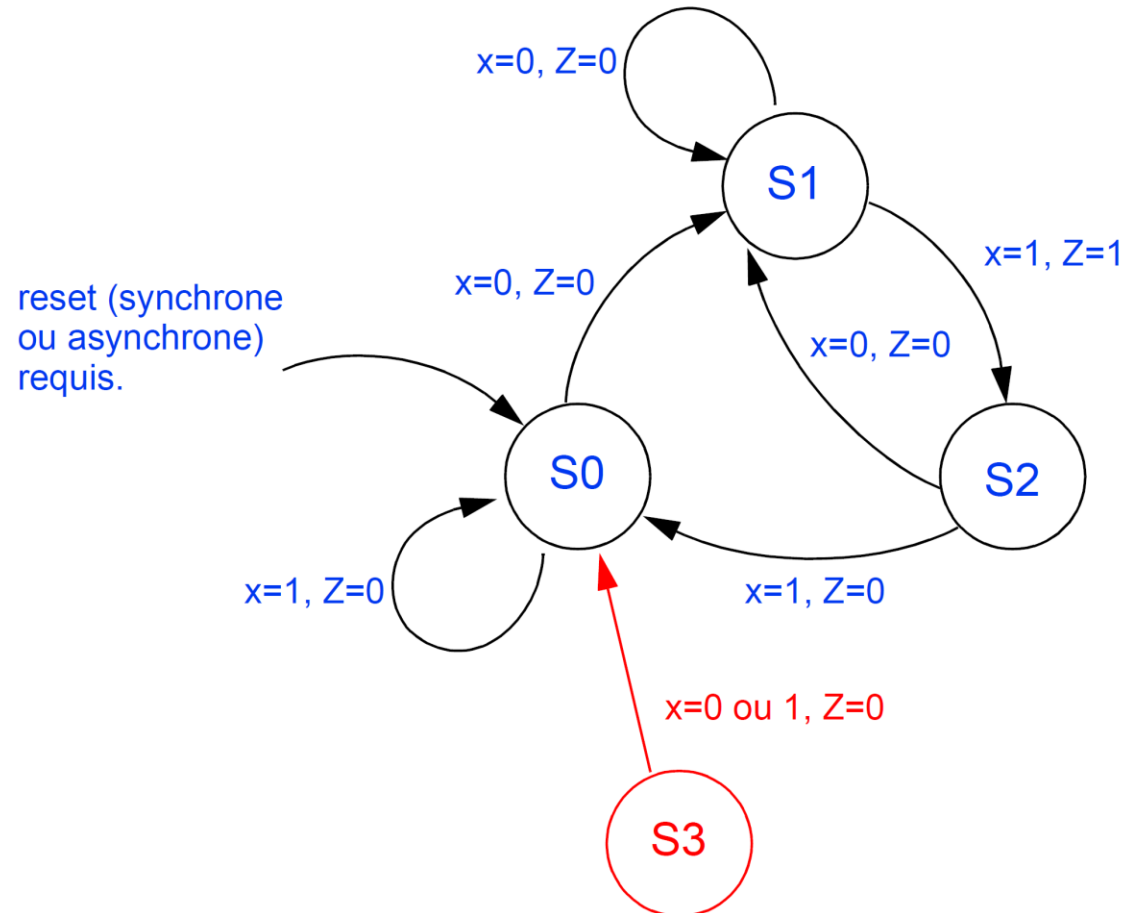
Stratégie à coût minimal: on considère que les états non utilisés ne peuvent jamais survenir (!), l'état suivant est donc indifférent

=> simplification possible des équations par la suite

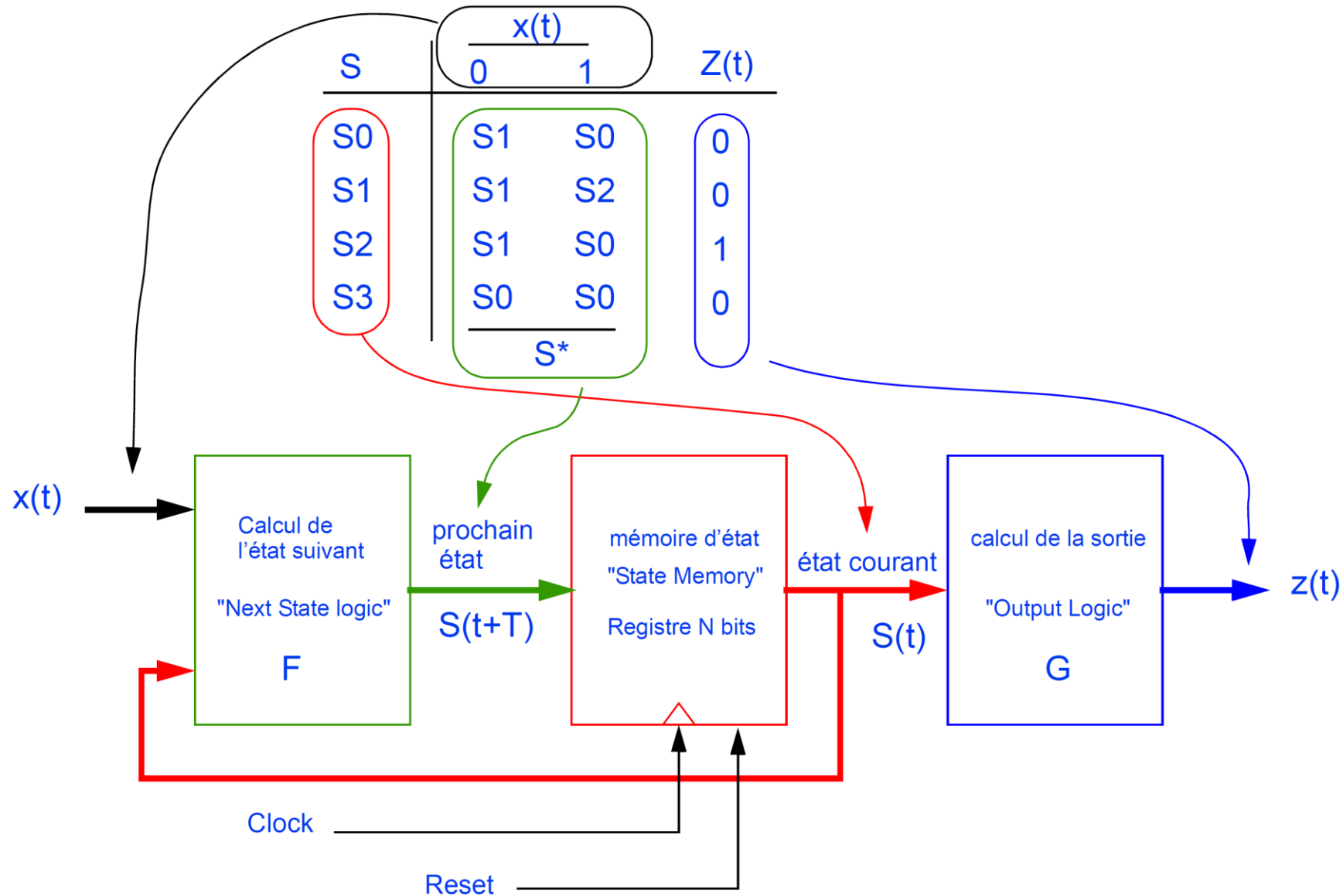
Stratégie à risque minimal: on affecte à chaque état non utilisé un état suivant adéquat à déterminer en fonction de l'application

SYNTHÈSE D'UNE MEF – Gestion des états non utilisés

Notre exemple: l'état non utilisé (S3) pourrait pointer vers "S0"



SYNTHÈSE D'UNE MEF – Correspondance graphe-synoptique



SYNTHÈSE D'UNE MEF – Equations logiques de F et G

Dans cet exemple:
états codés en
binaire naturel

S (Q1-Q0)		x		Z
		0	1	
S0	0 0	0 1	0 0	0
S1	0 1	0 1	1 0	0
S2	1 0	0 1	0 0	1
S3	1 1	0 0	0 0	0

Bloc G

Bloc F: 2 équations

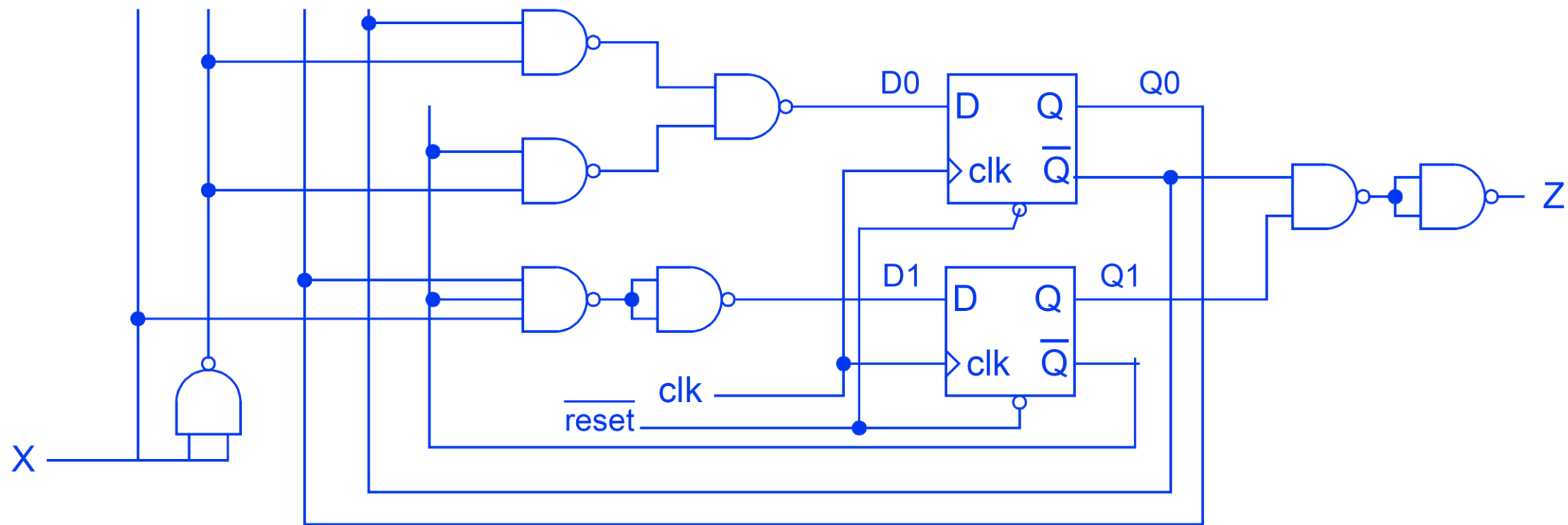
S (Q1-Q0)	Z
0 0	0
0 1	0
1 0	1
1 1	0

S (Q1-Q0)	x	
	0	1
0 0	0	0
0 1	0	1
1 0	0	0
1 1	0	0

S^* (D1)

S (Q1-Q0)	x	
	0	1
0 0	1	0
0 1	1	0
1 0	1	0
1 1	0	0

S^* (D0)



SYNTHÈSE D'UNE MEF – Langage comportemental (VHDL)

```
entity mef2 is
```

```
    port(
```

```
        clk      : in      std_logic;
        x        : in      std_logic;
        reset    : in      std_logic;
        z        : out     std_logic
```

```
    );
```

```
end entity;
```

```
architecture rtl of mef2 is
```

```
    -- Build an enumerated type for the state machine
    type state_type is (s0, s1, s2, s3);
```

```
    -- Register to hold the current state
    signal state : state_type;
```

VHDL: Very high speed integrated circuits Hardware Description Language

SYNTHÈSE D'UNE MEF – Langage comportemental (VHDL)

```
begin

    -- Logic to advance to the next state
    process (clk)
    begin
        if reset = '1' then
            state <= s0;
        elsif (rising_edge(clk)) then
            case state is
                when s0=>
                    if x = '1' then
                        state <= s0;
                    else
                        state <= s1;
                    end if;
                when s1=>
                    if x = '1' then
                        state <= s2;
                    else
                        state <= s1;
                    end if;
                when s2=>
                    if x = '1' then
                        state <= s0;
                    else
                        state <= s1;
                    end if;
                when s3 =>
                    state <= s0;
            end case;
        end if;
    end process;
```

SYNTHÈSE D'UNE MEF – Langage comportemental (VHDL)

```
-- Output depends solely on the current state  
process (state)  
begin
```

```
    case state is
```

```
        when s0 =>  
            z <= '0';
```

```
        when s1 =>  
            z <= '0';
```

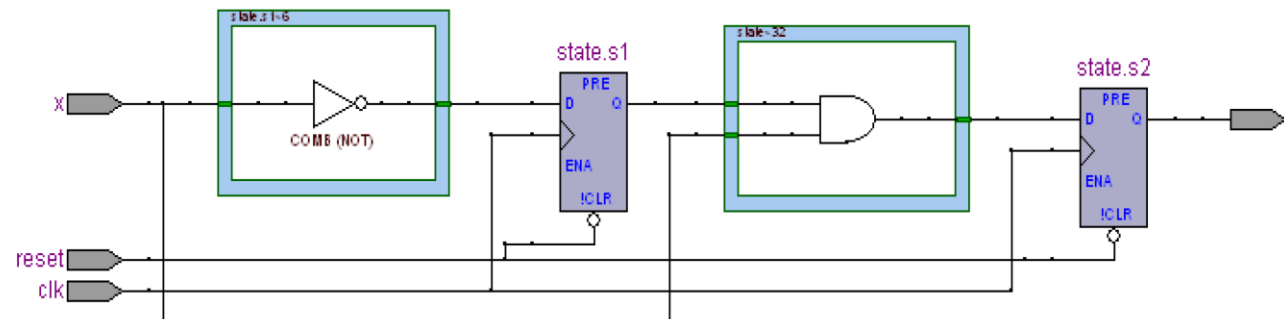
```
        when s2 =>  
            z <= '1';
```

```
        when s3 =>  
            z <= '0';
```

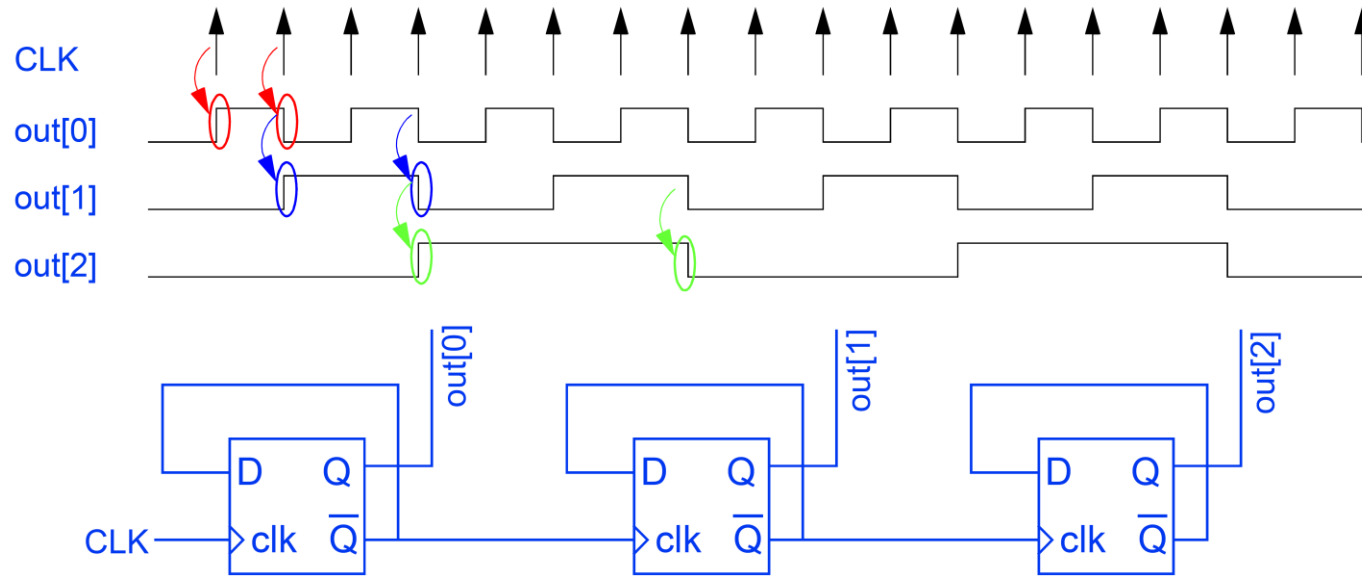
```
    end case;
```

```
end process;
```

```
end rtl;
```



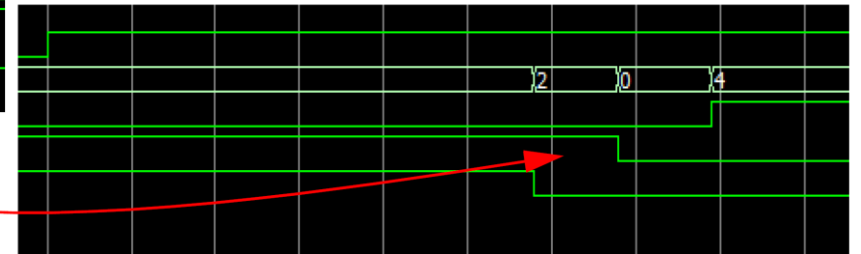
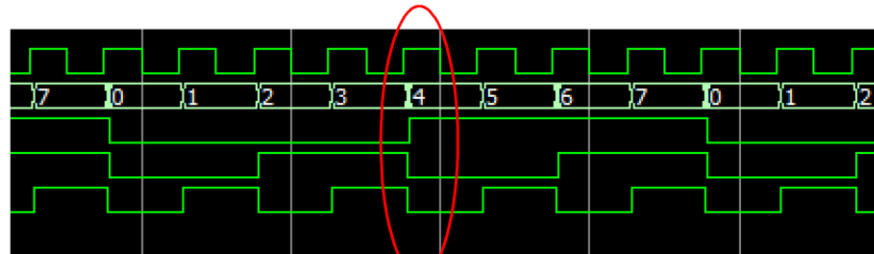
LES COMPTEURS – Compteurs asynchrones



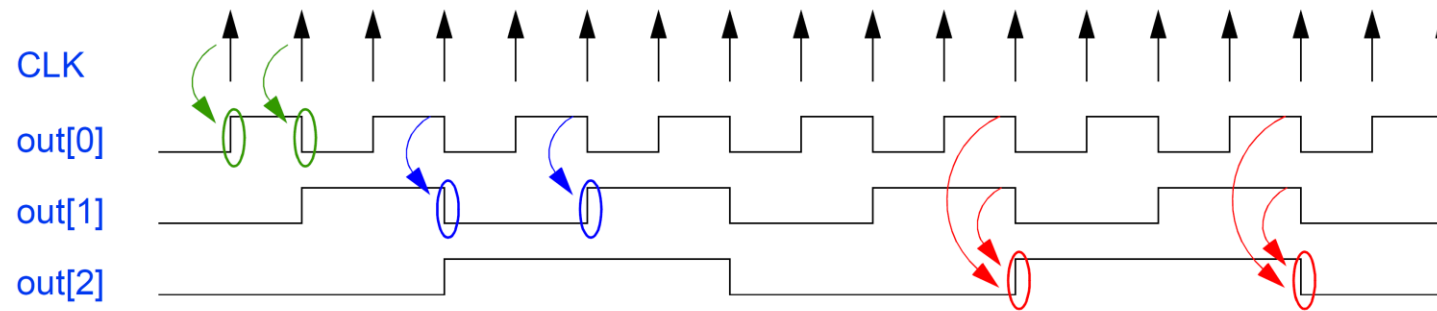
Bascule D avec D relié à Q = bascule T (Toggle)

clk relié à Q = décompteur

Glitches!



LES COMPTEURS – *Compteurs synchrones*



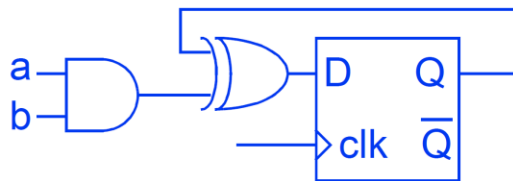
out[0] change d'état à chaque front d'horloge (Toggle)

out[1] change d'état quand out[0] est à 1

out[2] change d'état quand out[1] et out[0] sont à 1

De façon générale:

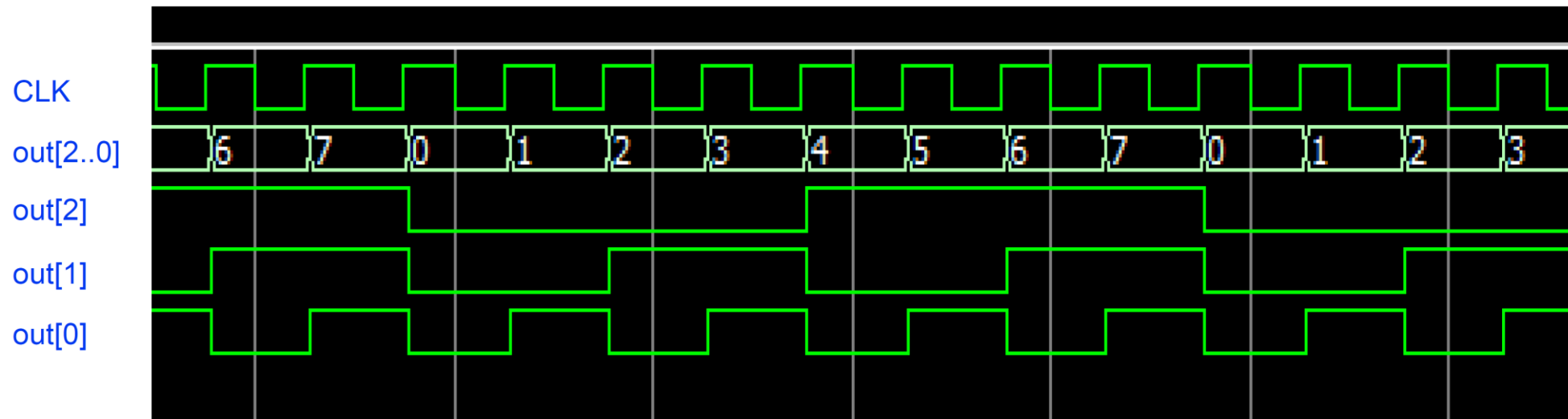
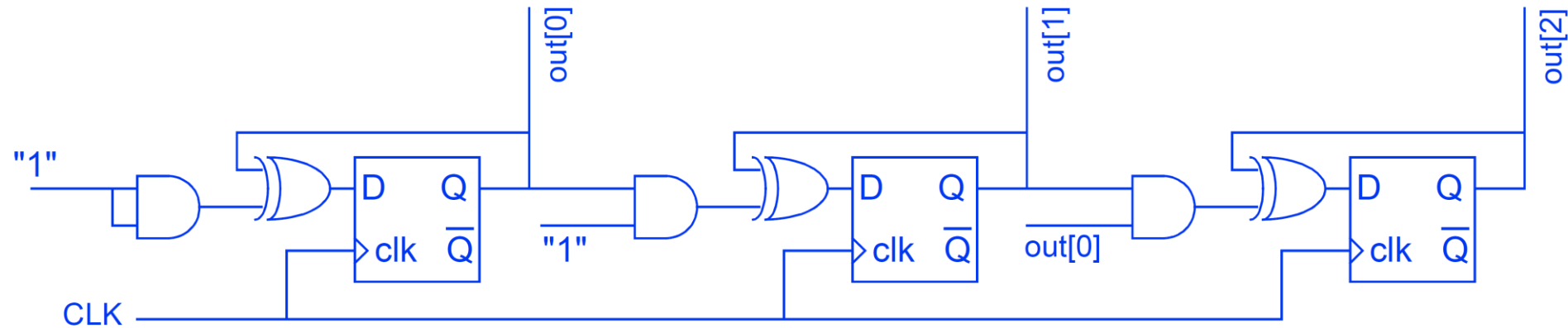
out[n] change d'état quand out[n-1] et out[n-2] sont à 1



$D = \overline{Q}$ (Toggle) quand $a=b=1$

$D = Q$ (pas de changement) sinon

LES COMPTEURS – Compteurs synchrones



TITRE
