

TD n°5

Traitement du Signal

Objectifs :

- Calcul et représentation de la TFD de fonctions classiques
- Interprétation d'une TFD

Exercice 1

On considère un signal $x(t)$ échantillonné à $T_e = 0.1s$ à partir de $t = 0$. On calcule une transformée de Fourier discrète (TFD) à partir de trois échantillons $x(n)$ ($n \in \{0,1,2\}$) :

$$x(0) = 0, x(1) = 1, x(2) = 0.$$

1. Ecrire la matrice 3×3 permettant de calculer la TFD de x .
2. En quelles fréquences la TFD va-t-elle évaluer le spectre de x ?
3. Calculer les échantillons spectraux de TFD.
4. Tracer les spectres d'amplitude et de phase de la TFD pour $\nu \in [-20 \text{ Hz}; +20 \text{ Hz}]$. L'axe des fréquences sera gradué en **Hertz**.

Exercice 2

On veut calculer, par TFD avec une résolution d'au moins 5 Hz, le spectre d'un signal pour lequel on peut admettre que le spectre est négligeable pour les fréquences au-delà de 1,25 kHz.

1. Quelles sont la fréquence d'échantillonnage minimale et la durée minimale du signal à traiter ?
2. Quel est le nombre de points à considérer et la résolution spectrale obtenue ?
3. Peut-on compléter le signal par des valeurs nulles si on ne dispose que d'une observation de durée $T=150 \text{ ms}$?

Exercice 3

On considère un signal périodique $x(t)$ échantillonné à la fréquence d'échantillonnage ν_e . On note $x(n)$ un échantillon. On sait que :

$$x(n) = 1 + \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) + 2\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right).$$

1. Ecrire la fonction $x(t)$ dont l'échantillonnage a donné l'expression précédente de $x(n)$. Cette expression fera intervenir un signal sinusoïdal de fréquence f_0 et un signal cosinusoidal de fréquence f_1 .
2. Donner les expressions de f_0 et de f_1 en fonction de $T_e = 1/v_e$.
3. Quelle est la période du signal $x(t)$ en fonction de T_e ?
4. Combien $x(t)$ compte-t-il d'échantillons par période ? On appelle K ce nombre.
5. On veut faire une analyse spectrale de x par une TFD sur N points. Donner, en fonction de K , les nombres de points N permettant d'obtenir un spectre de TFD ne faisant pas apparaître de raies parasites (c'est-à-dire autres que celles placées aux maxima des lobes principaux).
6. Evaluer le spectre du signal analogique $x(t)$ à partir du spectre de TFD.