МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лабораторная работа № 2

«Решение СЛАУ с симметричными матрицами»

**Работу выполнил:**

Шамына Алексей Артемович

Группа: 9

Минск 2024

# Оглавление

[Оглавление 1](#_Toc20156)

[Постановка задачи 2](#_Toc27433)

[Краткие теоретические сведенья 3](#_Toc14199)

[Листинг 4](#_Toc22526)

[Результаты 5](#_Toc26499)

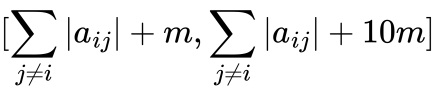
[Вывод 6](#_Toc8530)

# Постановка задачи

Написать и отладить программу (С++) численного решения СЛАУAx b с симметричной матрицей на основе LDLT-разложения. Для вычислений использовать тип double.

Выполнить следующее задание:

Найти решение системы линейных алгебраических уравнений с симметричной матрицей A порядка n = 1000. Матрицу системы A генерируем следующим образом: Недиагональные элементы матрицы aij : i < j выбираются случайным образом из диапазона от –100 до 100. Если i > j , то полагаем aij = aji

 В качестве диагонального элементаiia нужно выбрать случайное число из интервала: , где m – номер студента в списке рейтинга подгруппы.

В качестве точного решения взять вектор x = (m, m+1, …, n + m - 1)ᵀ . Правую часть b задать умножением матрицы A на вектор x: b = Ax.

В результатах необходимо привести следующую информацию: первые и последние 5 координаты вектора точного решения x; первые и последние 5 координат вектора приближенного решенияx; относительная погрешность; время выполнения. Сравнить время реализации рассматриваемого примера со временем реализации аналогичного примера в лабораторной работе №1 «Метод Гаусса»

# Краткие теоретические сведенья

# Листинг

|  |
| --- |
| for (int i = 0; i < n; i++) // заполняем матрицу А  {  vector <double> temp;  for (int q = 0; q < i; q++)  {  temp.push\_back(rand() % 201 - 100.0);  }  temp.push\_back(0);  matA.push\_back(temp);  }  for (int i = 0; i < n; i++) // заполняем диагонали  {  double sum = 0;  for (int q = 0; q < matA[i].size(); q++)  {  sum += abs(matA[i][q]);  }  for (int q = matA[i].size(); q < matA.size(); q++)  {  sum += abs(matA[q][i]);  }  matA[i][i] = rand() % 120 + 12.0 + sum;  } |

В памяти храним только нижний треугольник матрицы A тк она симметричная

|  |
| --- |
| void mulMat(vector<vector<double>>& matA, vector<double>& x, vector<double>& matB)  {  for (int i = 0; i < matA.size(); i++) // получаем значения b  {  for (int q = 0; q < matA[i].size(); q++)  {  matB[i] += matA[i][q] \* x[q];  }  for (int q = matA[i].size(); q < matA.size(); q++)  {  matB[i] += matA[q][i] \* x[q];  }  }  } |

Умножение матриц

|  |
| --- |
| void LD(vector<vector<double>>& mat)  {  for (int i = 0; i < mat.size(); i++) // идем по столбцам вниз  {  double sum = 0;  for (int k = 0; k < i; k++)  {  sum += mat[i][k] \* mat[i][k] \* mat[k][k];  }  mat[i][i] -= sum;  for (int q = i + 1; q < mat.size(); q++)  {  sum = 0;  for (int k = 0; k < i; k++)  {  sum += mat[q][k] \* mat[i][k] \* mat[k][k];  }  mat[q][i] -= sum;  mat[q][i] /= mat[i][i];  }  }  } |

Разложение матрицы на LD (снова берем только нижнюю треугольную часть тк матрица симметричка)   
Записываем новые значения в ячейки выделенные для матрицы A

|  |
| --- |
| void find\_z(vector<vector<double>>& A, vector<double>& z, vector<double>& b)  {  for (int i = 0; i < A.size(); i++)  {  for (int q = 0; q < i; q++)  {  b[i] -= A[i][q] \* z[q];  }  z[i] = b[i];  }  for (int i = 0; i < A.size(); i++)  {  z[i] /= A[i][i];  }  } |

Находим y и z одной функцией (записываем их значения так же сразу в вектор ответа)

|  |
| --- |
| void find\_x(vector<vector<double>>& A, vector<double>& z)  {  for (int i = A.size() - 1; i >= 0; i--)  {  for (int q = i + 1; q < A.size(); q++)  {  z[i] -= A[q][i] \* z[q];  }  }  } |

Находим значения x (решение СЛАУ)

|  |
| --- |
| void printVec(vector<double>& mat)  {  for (int q = 0; q < mat.size() && q < 5; q++)  {  cout << mat[q] << " ";  }  cout << "\n";  for (int q = mat.size() - 6 > 5 ? mat.size() - 6 : 5;  q < mat.size(); q++)  {  cout << mat[q] << " ";  }  cout << "\n";  } |

Вывод вектора

|  |
| --- |
| auto start = chrono::high\_resolution\_clock::now();  LD(matA); // преобразуем A в LD  find\_z(matA, impreciseSolution, matB); // находим вектор z  find\_x(matA, impreciseSolution); // находим x  auto end = chrono::high\_resolution\_clock::now();  chrono::duration<double> duration = end - start;  cout << "Imprecise solution:\n";  printVec(impreciseSolution);    cout << "\nTime: " << duration.count() << "\n\n"; |

Замер времени и вывод ответов

|  |
| --- |
| double normSol = 0;  for (int i = 0; i < solution.size(); i++)  {  normSol += abs(solution[i]);  }  double normSolImprecise = 0;  for (int i = 0; i < solution.size(); i++)  {  normSolImprecise += abs(solution[i] - impreciseSolution[i]);  }  cout << "Relative error: " << normSolImprecise / normSol << "\n"; |

Вывод относительной погрешности

# Результаты

|  |  |
| --- | --- |
| Solution: | Imprecise solution: |
| 12 | 11.9999999999999733546474 |
| 13 | 13.0000000000000728306304 |
| 14 | 14.0000000000000159872116 |
| 15 | 14.9999999999999840127884 |
| 16 | 16.0000000000000568434189 |
| 1007 | 1007.0000000000005684341886 |
| 1008 | 1008.0000000000009094947018 |
| 1009 | 1009.0000000000012505552149 |
| 1010 | 1009.9999999999986357579473 |
| 1011 | 1011.0000000000002273736754 |
| Time: | 6.2985478999999999771831s |
| Relative error: | 0.0000000000000011782716 |

По сравнению с лабораторной 1 время выполнения и относительная погрешность значительно уменьшились