

# 学习格子 Boltzmann 方法 (LBM) 该如何入门, 需要有哪些前置知识?



邱笑阳

前段时间做过一些 LBM 相关的工作, 正好借此机会分享一下我当时从零开始的 LBM 入门之路。

在接触 LBM 之前, 我主要用有限体积法 (FVM) 来做一些流体力学以及流固耦合的问题。但苦于每次画一个畸变程度小的网格都要耗费很多的精力, 所以当时开始了解一些非网格类的算法 (或者叫粒子类算法)。在简单查了一下目前一些广泛应用的 CFD 算法的谱系关系之后, 我打算试一试号称编程简单、并行方便的格子 Boltzmann 方法 (Lattice-Boltzmann method, LBM)。(ps: 其实我也不太确定 LBM 算不算粒子类算法, 但它的画风确实跟普通的 FVM 很不一样。)

入门之初自然要拜读一下前人的 paper, 特别是 review。我选的是陈十一院士等人 98 年在 *Annual Review of Fluid Mechanics* 上的综述 "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows"。在这里就不放链接了, 因为即便是这“短短”36 页的综述 paper, 我大概连着看了一周才算看完, 读着读着往回翻几页甚至十几页都是常事。更让人沮丧的是, 在看完这篇 paper 之后, 我能清晰地记得整篇文章的框架和行文逻辑 (毕竟反复看了不知道多少遍), 但当我脑海中浮现出一个流体相关的动力学问题时, 我还是不知道该怎么编代码。这是很要命的事情, 因为

不管我之后是把 LBM 用在一个具体问题上还是对 LBM 进行算法上的研究, 我都得用代码去实现我的想法。于是, 我打算先暂时搁置在 LBM 理论方面的学习, 转而通过写一个自己的 LBM 程序来熟悉 LBM 的流程和内在逻辑。

之后我找到了一本看起来挺简明的小册子, 是 Yuanxun Bao 等人写的 "Lattice Boltzmann Method for Fluid Simulations"。实在要描述一下当时看到这本小册子的时候的感受, 那就是在大作业ddl 前的最后一晚, 面对着空白的 word 界面心急如焚的学渣突然收到了学霸发来的他去年交上去而且得了满分的报告, introduction 简短而且看起来不费力, method 不包罗万象而是直说我只讲 D2Q9 情况并且给了清晰的算法流程, boundary conditions 提供了两种边界条件供你选用, 之后的几个算例更是直接飞龙骑脸地告诉你 D2Q9 条件下的 LBM 够靠谱, 您放心。(抱歉有可能吹过头了, 但当时真的满脑子都是“我的 LBM 有救了[Facepalm]”的想法) 在把 method、boundary conditions 以及第一个算例泊肃叶流看了两三遍之后, 我就着手开始自己编程重现这个算例。

最初使用的语言是 matlab, 因为感觉数据结构比较清晰, 改起来也方便。在计算区域内均匀布上  $m \times n$  个点, 创建

$f_0, f_1, \dots, f_8, \rho, u, v$  这 12 个矩阵, 每个

矩阵的大小都是  $m \times n$ , 用来存储每一个

点处对应的变量值。在初始化这些矩阵之后, 进行 streaming step, 把

$f_0, f_1, \dots, f_8$  这九个矩阵里的变量分别按

照规定的方向挪一挪 (比如  $f_5$  里的元素统一向右移一格, 之后再统一向上移一格, 边界处的元素按照边界条件进行处理)。挪完之后, 用新得到的这些  $f_0, f_1, \dots, f_8$  算得每个点处的密度  $\rho$  和速度  $u, v$  (相当于更新  $p, u, v$  这三个矩阵)。最后, 进行

collision step, 用  $f \rightarrow f - \frac{1}{\tau}(f - f^{eq})$

更新  $f_0, f_1, \dots, f_8$  这 9 个矩阵。依此续行, 直到算到想要的时间步。在 debug 了几次之后, 我得到了跟理论解匹配的流动结果。多亏了这第一个算例的成功, 我才有动力继续之后的工作。

之后便是基于这个 D2Q9 情况下的 LBM 程序, 结合其他论文, 实现更多的功能和更好的精度。比如把 matlab 程序转写成 C 以加快速度 (说起来我测试了一些简单情况下的算例, 感觉在算到同样物理时间且 LBM 格点数与 FVM 网格数相近的情况下, LBM 的计算速度比基于 FVM 的 OpenFOAM 要快不少, 不知道是不是在复杂边界条件或者高  $Re$  高  $Gr$  高  $St$  的算例里会有不同), 把二维拓展到三维, 把 D2Q9 拓展到 D3Q15、D3Q19, 把传统的弱可压模型拓展到不可压模型 [1], 把反射边界条件换成外插边界条件 [2] (该论文认为 LBM 是一种特殊的有限差分法 FDM), 把基于分配函数  $f$  的 LBM 拓展到基于真实物理量  $p, \vec{u}$  的

SHSLBM [3] (这种算法可以大大减少计算所需的内存空间, 而且计算步骤和传统 LBM 在一个量级上)。这样一套弄下来,

我对 LBM 的实施流程和细节都掌握得足够熟练了, 而且在等 LBM 跑出结果的时间里, 我能看看 LBM 理论方面的 paper, 照着前人的论述从 LBM 的方程推出了 NS 方程, 知道了程序里的各种参数为什么这么取, 以及为什么要照着这套逻辑写代码。

(甚至还弄出了一些小的创新点, 比如基于不可压模型的 SHSLBM 算法啥的  $\rightarrow$  当然啦不指望靠这种排列组合发 paper) 有了这些代码上的准备和理论上的皮毛, 我得以开始做原本打算的与 LBM 相关的工作。

稍微总结一下, 我觉得 LBM 对前置知识的要求不是很高。会写代码 (常用的语言都行), 知道面对的流体问题大概是个什么情况 (主要是初始条件和边界条件), 就迈过 LBM 的使用门槛了。理论方面当然要看,

@Raymond Fei

的回答里写得很全面了。不过看理论的时候别忘了随时写写代码, 测测算例, 甚至我觉得对于初学者而言, 写 LBM 代码的熟练度要比对理论的掌握程度更重要。毕竟, 与其让一篇 paper 告诉你弛豫时间

$$\tau = \frac{1}{2}$$

的时候计算会发散, 还不如你自己在程序里把  $\tau$

设成 0.5, 然后看程序输出一堆 NAN 来得生动形象。

## 参考

- ^ Guo Z , Shi B , Wang N .  
Lattice BGK Model for

Incompressible Navier–Stokes Equation[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 165(1):288–306. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999100966166>

- ^ Chen S , Martinez D , Mei R . On boundary conditions in lattice Boltzmann methods[J]. Physics of Fluids, 1996, 8(9):2527–0. <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.869035>
- ^ Chen Z , Shu C , Tan D , et al. On improvements of simplified and highly stable lattice Boltzmann method: Formulations, boundary treatment, and stability analysis[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2017. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/flid.4485>



Brainy...

转载一下东南大学孙东科老师在 2017 年写的 LBM 入门攻略, 原文地址:

<http://www.dongkesun.net/MesoLab/downloads/%E6%A0%BC%E5%AD%90%E7%8E%BB%E5%B0%94%E5%85%B9%E6%9B%BC%E6%96%B9%E6%B3%95%E5%85%A5%E9%97%A8%E6%94%BB%E7%95%A5.pdf> [www.dongkesun.net](http://www.dongkesun.net)



原文如下:

#### 参考书 1

格子 Boltzmann 方法的原理及应用 (郭照立  
科学出版社)

格子 Boltzmann 方法的理论及应用 (何雅玲  
王勇李庆编著科学出版社)

起步时不需要读得非常细, 但要知道 LBM 是  
怎么回事, 能解决什么问题。这本书关于微尺  
度流动的进展涉及较少。

#### 参考书 2

数值分析孙志忠东南大学出版社 (限于东南大  
学研究生, 其他学校可参考类似图书)

研究生必修课程之教科书, 要知道数值计算基  
本方法, 掌握偏微分方程的基本解法。

#### 参考书 3

流体力学人民教育出版社 [美] J.W. 戴莱等

这本书比较老, 可能借不到。可以去图书馆借  
一本较老的流体力学书看一看, 了解流体力学  
基本知识。理解流体、流动、黏性等基本概念  
以及 Euler 方程、Navier–Stokes 方程等。

#### 参考书 4

[美] S.V. 帕坦卡著传热和流体流动的数值方  
法安徽科学技术出版社

可称为数值传热学和计算流体力学经典入门教  
材。阅读此书, 学习传热问题、对流扩散、边  
界条件……认真学习第 4 章之后的内容。

可参考书中离散方程, 编程实现一维、二维、三维传热和扩散问题。

\*\*\*\*\*

### 预备知识

学会使用 Visual Studio 2010 或更新版本 C++ 编译器编程。

学会使用 tecplot、paraview、gnuplot、sigmaplot 等软件进行数据可视化。

### 初级阶段

第一步: 能够编程实现一维和二维传热或扩散问题的计算, 只计算传热不考虑源项。

第二步: 能够编程关于传热和扩散问题的实现三类边界条件, 并深刻相关物理意义。

第三步: 能够编程实现温度回升法、等效热熔法和焓方法计算包含潜热释放的问题。

### 中级阶段

第四步: 参考郭照立教授、何雅玲院士的书, 编程实现单松弛 LBM 程序计算流场, 周期性边界。

第五步: 理解并掌握 LBM 边界条件处理格式, 能够实现 Newmann 边界与 Dirichlet 边界, 能够计算 Poiseuille 流、Couette 流及顶盖驱动流。

第六步: 结合 LBM 流场计算程序, 编程实现 LBM 计算对流扩散方程, 起步时采用周期边界且不包含源项。

### 高级阶段

第七步: 结合 LBM 流场计算程序, 参考郭照立的书或文章, 编程开发包含外力项的 LBM 程序。

第八步: 以 LBM 对流扩散程序为基础, 参考 LBM 书或文章, 编程开发包含源项对流扩散程序。

第九步: 结合 LBM 计算对流扩散方程, 引入 Boussinesq 假设, 实现描述自然对流的 LBM 程序。

要点:

谦虚谨慎、戒骄戒躁, 问题驱动、重在实战。  
学而时习之: 边动手边看书, 充分利用网络。  
必须掌握二维输运问题的单松弛 LBM, 复杂问题可将来探索。

最快的人一个月不到就能上手, 慢则几年都不得其门而入。

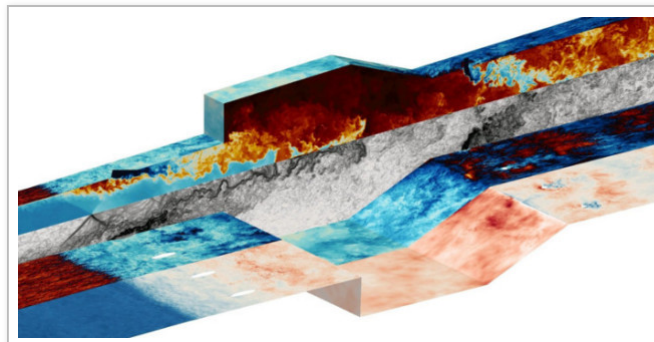
入门之后, 就可以深入学习相关理论与方法, 从国际领先的一流科学家那里汲取营养。

孙东科

2017 年 11 月 23 日

老师提到的教材, 可以查看我的文章和回答

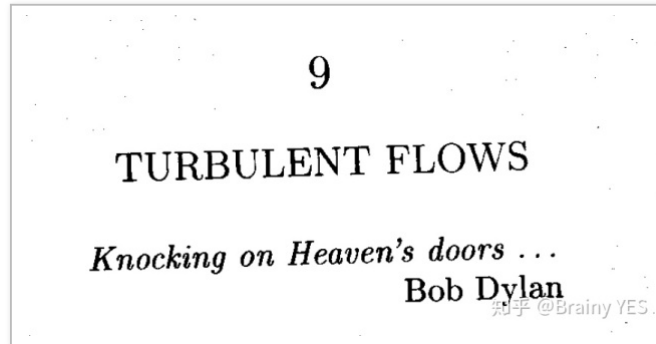
Brainy YES: 入门格子 Boltzmann 方法的一些资料 @ zhuanlan.zhihu.com





LBM (Lattice Boltzmann Method 格子波兹曼) 方法的中英文教材有哪些? [🔗](#)

www.zhihu.com



党小阳

这个方法我曾经花了一个月研究过, 发现其实和 N-S 方程没有任何区别, 很多论文的结论就是把 N-S 方程的修正项推导到 Boltzmann 方程中变成新的修正项 (对 boltzmann 基于微尺度情况的修正应该也能反推到 N-S 方程中)。而且论计算量, boltzmann 方程更大。

我看之前是希望从 LBM 中找到流场微尺度问题的解决之道, 后来发现其实和 N-S 方程没什么区别 (当然有区别, 不过方程修正项可以互推, 那我为什么不直接用 N-S 方程做), 做这个就是为了水论文, 没有什么意义。当然这是我一家之言。

如果是读研的话, LBM 方向还是很容易水论文的, 而且性价比很高, 论文多了容易拿奖学金, 也容易评教授。

看了另外一个答案, LBM 可以并行、Chapman-Enskog 二阶展开, 著作里原话也是这样的, 但我觉得这几点并不是它能比 N-S 方程强的地方。

另外, LBM 我编程也试了试一些二维的情况, 收敛性比较差 (甚至我觉得特别差), 比较挑边界条件和参数, 可能是我自身数值计算功底不好, 但主观来说我认为还是方法本身的问题。

这种冷门的问题我实话实说喷了这么多, 反正也肯定没有人回复的, 随心所欲咯, 嘿嘿。



寒明子

如果没有流体力学基础, 那么你还是先去补一补流体力学相关的知识~

或者你有相当好的物理上和数学上的感觉 (基础)

LBM 这个名词其实涵盖的内容很多, 它不仅代表了一种从介观角度描述流体运动的控制方程 (boltzmann 方程) 还代表了针对于这一方程的一种特殊的离散数值求解方法。

看书的话, 中文教材好像只有何雅玲和郭照立出的书, 大概是 2008 年左右出的。中文教材向来是精炼精炼再精炼, 干货过多, 十分干涩。我当初作为初学者的时候, 也是看这两本书, 结果十分吃力。看这两本书, 主要看前几章基础部分, 有详细推导, 比较有用。后面讲高级内容就十分简略, 不如直接去看文献。特别温馨提示, 这两本出版出来的书上不少印刷错误, 要特别小心..... 所幸的是错得都比较明显, 稍微推导一下就能发现问题。

英文教材个人觉得比较好的是 lattice boltzmann method principle and practice 这本, 内容十分全面, 有 700 多页吧。不同的层次、不同方向的读者都能在其中找到他感兴趣的话题。比起中文教材, 这本的可读性更

强, 内容深度和广度兼具。英文教材和中文教材交叉着去看, 个人感觉效果比较好



子扬

我也在学习过程中, 甚至来说刚起步没多久。深感如果不是搞 LBM 的机理本身, 而是想要用于工程实践上的话, 建议在补习完基础后开始结合代码分析学习, 尽快上手这套求解方法, 会用了之后在修改之中慢慢研究机理也不迟。

前置知识除了你自己的专业知识和 LBM 的基础几个部分外, 更多的是需要一定的数学基础和代码水平。数学方面相比不用多说了, 基本上各类教材中基础部分都能推导理解就可以了, 大致是大学数学水平再引入一些场论的基础知识就可以了。重点可能在于代码, 我个人代码水平就不是很好, 几个模型看了很久才消化得差不多, 性格也比较倔强, 全靠自己拿笔推算, 导致走了不少弯路。很多代码感觉写得非常优秀, 三两行就阐述了整个 LBM 的核心所在, 要让我自己写估计几十行就出去了, 想来修改可能才是王道吧, 毕竟只是一个求解器, 相当于一个壳子, 改改尺寸规格, 能用于其他问题就好了。

楼上几个答主写的都挺好, 应该都是大佬, 尤其是干货比较多的那位, 我看了那篇论文, 里面的算例都是比较经典的, 不过找自己熟悉的代码学习可能需要答主花一些时间了, 一开始就自己完整编写难度还是不小的, 至少我需要阅读点代码之后掌握整个逻辑结构才算刚明白了一些。

不过好像这个问题时间有点久了, 答主应该已经登堂入室了, 现在的我才是那个迷茫的弟

弟。。。



何雅玲老师或者郭照立老师的书, 后面都有二维方腔的代码, 慢慢看就行了。

匿名用户

全文完

本文由 简悦 SimpRead 优化, 用以提升阅读体验

使用了 全新的简悦词法分析引擎 <sup>beta</sup>, 点击查看详细说明

