Modelos lineares generalizados - Lista de Exercícios 1
Aviso exercícios para entregar: 11/9 - Data de entrega: 13/9

Exercício 1. Seja y uma variável aleatória com distribuição cuja função de probabilidade é dada por

$$f(y;\mu) = \frac{4(y+1)\mu^y}{(\mu+2)^{y+2}},$$

$\mu > 0$ e $y = 0, 1, 2, \ldots$.

(a) Mostre que a distribuição de y pertence à família exponencial linear.
(b) Encontre $\mathrm{E}(y)$ e $\mathrm{Var}(y)$.
(c) Obtenha a função desvio supondo uma amostra de n variáveis aleatórias independentes com parâmetro μ_i desta distribuição.

Exercício 2. Seja y uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli.

(a) Mostre que a distribuição de y pertence à família exponencial linear.
(b) Encontre $\mathrm{E}(y)$ e $\mathrm{Var}(y)$ usando as propriedades da família exponencial linear.
(c) Obtenha a função desvio supondo uma amostra de n variáveis aleatórias independentes com parâmetro μ_i desta distribuição.

Exercício 3. Faça o Exercício 4 do livro de Gilberto Paula versão 2013

Exercício 4. Considere um modelo linear generalizado com resposta Bernoulli e função de ligação log-log, ou seja, $g(\mu_i) = -\log(-\log(\mu_i))$.

(a) Obtenha μ_i em função de η_i.
(b) Mostre que $0 < \hat{\mu}_i < 1$.

Exercício 5. Considere um modelo linear generalizado com resposta gama. Obtenha em função de μ_i o vetor z e a matriz W necessários para estimar o vetor de parâmetros β por máxima verossimilhança através do algoritmo mínimos quadrados ponderados iterativos considerando-se as seguintes funções de ligação:

(a) função de ligação canônica;
(b) função de ligação logarítmica.

Exercício 6. Mostre que no modelo linear generalizado com resposta normal, o estimador de ϕ pelo método da máxima verossimilhança é dado por $n/D^{\star}(y,\hat{\mu})$.

Exercício 7. Considere um modelo linear generalizado com resposta gaussiana inversa e função de ligação canônica. Considere ainda que há uma única variável preditora e foram observados os seguintes dados: $\mathbf{y} = (2{,}3; 1{,}8; 1{,}5; 1{,}3; 1{,}2)^{\top}$ e $\mathbf{x} = (2; 4; 6; 9; 10)^{\top}$. Estime β_0 e β_1 por máxima verossimilhança usando **manualmente** o método de mínimos quadrados ponderados iterativos e também manualmente ϕ utilizando tanto o método dos momentos quanto o método de máxima verossimilhança.