Algorithmen und Datenstrukturen, Übung 8

Marouane Soussi, Lars Happel, Mustafa Miresh

Mai 2022

Aufgabe 1

siehe .java Datei

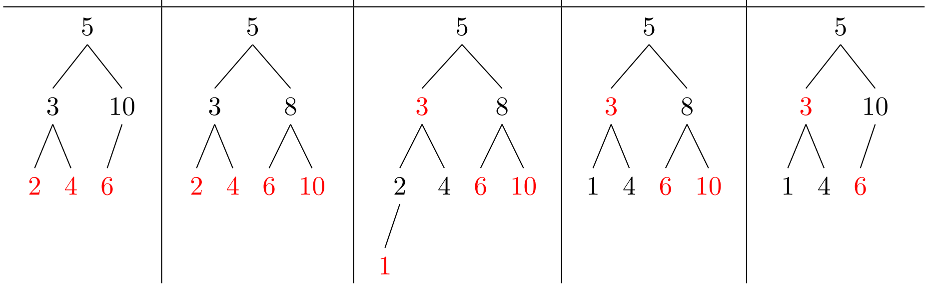
Aufgabe 2

a)

i. Ist kein R/S Baum, da die 59 im linken Teilbaum ist, obwohl sie größer ist als die Wurzel 45.
ii. Dieser Baum ist kein R/S Baum, da die Wurzel schwarz sein muss.
iii. Kann kein R/S Baum sein, da 77 Rot ist, aber selbst ein rotes Kind hat.
iv. Ist ein R/S Baum

b)

1. Start	2. 8 eingefügt	3. 1 eingefügt	4. 2 gelöscht	5. 8 gelöscht



Aufgabe 3

a)

Input: Eine Hashtabelle T der Größe m
Output: Eine Hashtabelle T' der Größe m' mit den gleichen Einträgen

```
for i = 1 to T.length:
  L := T[i] // Kopf der Liste in Tabelleneintrag i
  while L.next.key != NULL:
    Hash := L.key mod m
    if (T'[Hash] = NULL): T'[Hash] := new LinkedList L'
    T'[Hash].append(L.key)
```

b)

1. Sei z.B. $m = 4$ und $m' = 5$. Sei weiterhin $T := [4, 8, 12, 16, 20]$ Im Fall $m = 4$ sind dann alle Hashwerte $= 0$, also alle Elemente in der selben Liste eingereiht. Für $m = 5$ sind die Hashwerte jeweils unterschiedlich $(4, 3, 2, 1, 0)$ und somit sind alle Elemente in unterschiedlichen Listen abgelegt.
2. Sei T wieder wie in 1. Diesmal sei $m = 5$ und $m' = 4$, dann tritt genau der entgegengesetzte Fall von 1. ein: Nach dem Überführen in T' ist die maximale Listenlänge höher als zuvor.

c)

Allgemeine Lösung: Angenommen die Schlüssel sind m und $2m$.
Dann sind vor Überführung die Hashfunktionen $h(m) = m\%m = 0$ und $h(2m) = 2m\%m = 0$ also beide Schlüssel im selben Tabelleneintrag (an Position 0). Die Listenlänge L1 ist also immer 2 für beliebige m.
Nach Überführung nach T' ist $\frac{m}{m} = 1$ ungerade und $\frac{2m}{m} = 2$ gerade. Es wird also einer der beiden Werte abgebildet auf $h(k) = m\%m = 0$ (Position 0) und der andere auf $h(k)+m = (m\%m)+m = m$ (Position m in der Tabelle). Somit liegen beide Schlüssel in unterschiedlichen Tabelleneinträgen und damit ist die maximale Länge der Liste L2 nun 1, unabhängig davon welchen Wert m auch annimmt.
Dann ist also $\frac{|L1|}{2} = |L2|$
Lösungsbeispiel: Sei $m = 2$, also $m' = 4$.
$K = \{2, 4\}$
Für T: $2\%2 = 0$ und $4\%2 = 0$ daher beide in der selben Liste, deren Länge ist also 2
Für T': $\frac{2}{2} = 1$, also ungerade $\rightarrow$ Hashfunktion: k mod m $\rightarrow 2\%2 = 0$
$\frac{4}{2} = 2$, also gerade $\rightarrow$ Hashfunktion: (k mod m) + m $\rightarrow 2\%2+2 = 2$ daher beide in unterschiedlichen Listen, deren Länge ist also 1