
ОТЧЕТ

Двумерное численное интегрирование

Автор

Черепяхин Иван
409 группа, мехмат

1 Постановка задачи

Пусть T - треугольник на плоскости, $S(T)$ - его площадь и A, B, C - середины сторон. Тогда квадратурная формула

$$I(f) = \iint_T f(x)dx \sim S(f) \frac{S(T)}{3} (f(A) + f(B) + f(C))$$

точна для всех квадратичных форм. Требуется выполнить следующие задания:

1. Для заданного прямоугольника со сторонами Lx, Ly построить триангуляцию;
2. Численно для $I(f) = \iint_{[0,1] \times [0,1]} (x_1^4 + x_1^2 x_2^2 + x_2^4) dx$ найти асимптотику с использованием найденной триангуляции прямоугольника 1×1 ;

2 Решение

2.1 Триангуляция

Использовали алгоритм триангуляции для прямоугольника, разбивая его на равномерные прямоугольники. Далее разбиваем северо-западной диагональю получившиеся прямоугольники и уже работаем с треугольниками. Конфигурацию задаем в виде

$$Lx = 1, Ly = 1, N = 1.$$

Получаем следующую триангуляцию в необходимом формате.

```
4
2
5
4
1:  0.000000000000000  0.000000000000000
2:  1.000000000000000  0.000000000000000
3:  0.000000000000000  1.000000000000000
4:  1.000000000000000  1.000000000000000
1: 1 2 3
2: 2 3 4
1: 2 3
1: 1 2
2: 1 3
3: 2 4
4: 3 4
```

Рис. 1: Вывод.

2.2 Пример

Так как наш пример является подходящим, то проверим его на нашем алгоритме. Я проверки корректности посчитаем асимптотику $R_N^{[0,1]^2} = |I(f) - S_N(f)| \sim C/N^p$. Получаем ответ $p = -3.998687719110023$.

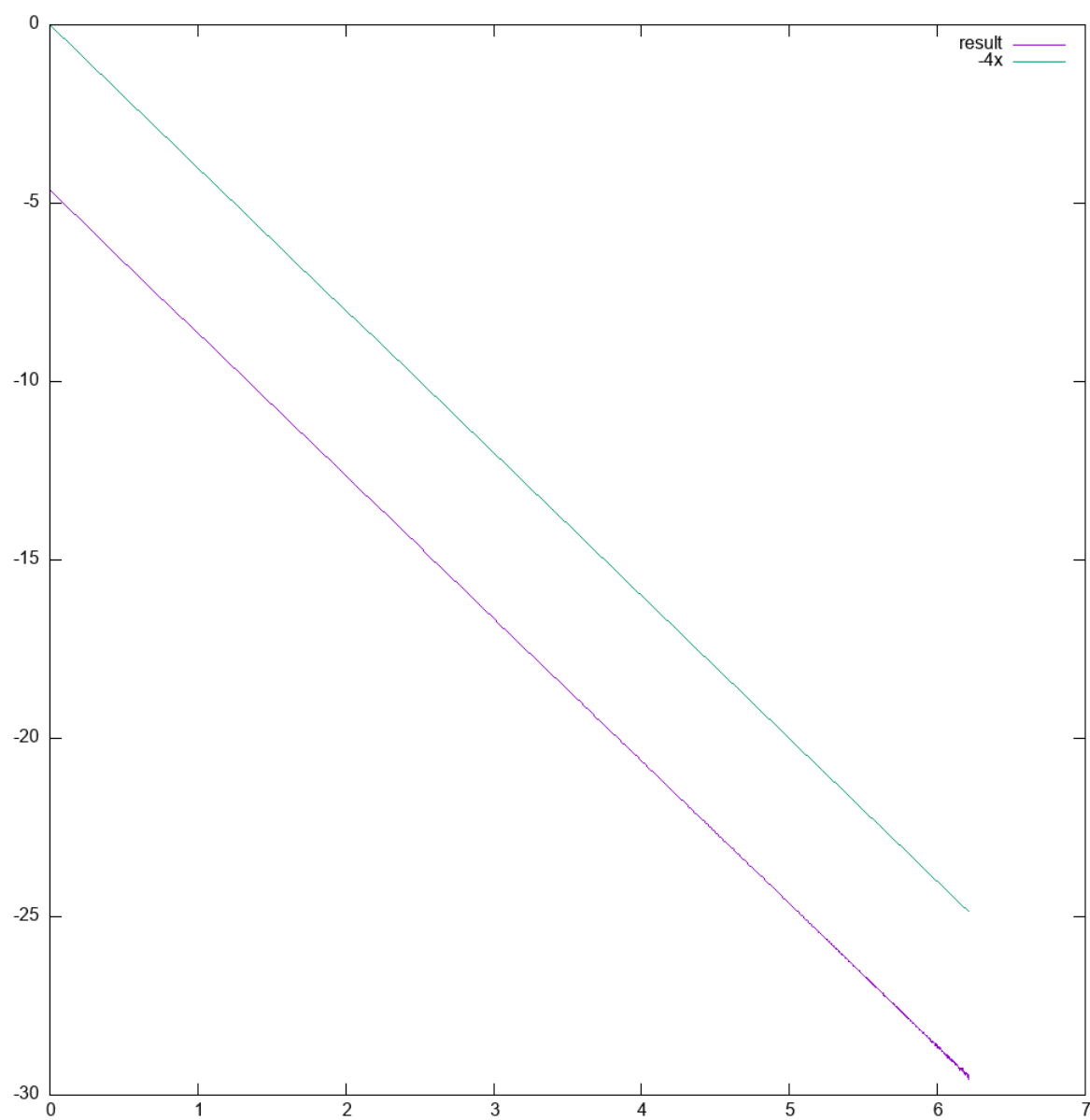


Рис. 2: График сходимости.

3 Программная реализация

Программа реализует построение дискретного ряда Фурье и подсчет порядка сходимости для него. Общая структура проекта:

1. `main.cpp` - файл, который содержит тестовую функцию и функцию счета файла с конфигурациями модели `config.txt`;
2. `integr_methods.cpp` - файл, который реализует методы треангуляции и подсчет интеграла для квадратичной формы;