

# ZEROS DE FUNÇÃO

## COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS NUMÉRICOS

Esta comparação leva em conta vários critérios entre os quais: **garantia de convergência**, **rapidez de convergência e esforço computacional**.

Os métodos da Bissecção e da Posição Falsa **têm convergência garantida** desde que a função seja contínua no intervalo  $[a, b]$  e que  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .

Os métodos de Ponto Fixo, Newton e da Secante tem condições mais restritivas à convergência. Se as condições de convergência forem satisfeitas, os métodos de Newton e da Secante convergem mais rápido.

Com relação a rapidez de convergência, o número de iterações, medida usualmente adotada para a determinação da **rapidez de convergência** de um método. Não deve ser uma medida conclusiva sobre o tempo de execução do programa. Pois o tempo gasto na execução de uma iteração varia de método para método.

O **esforço computacional** é medido, pelo número de operações efetuadas a cada iteração, da complexidade destas operações, do número de deduções lógicas e do número de iterações.

Com relação à eficiência computacional de um método, por exemplo, o método da bissecção efetua cálculos mais simples que o método de Newton, que possui cálculos mais elaborados. No entanto, o número de iterações do método da bissecção geralmente é maior que o do método de Newton.

Caso a convergência esteja assegurada, a ordem de convergência fosse alta e os cálculos de iterações fossem simples, o método de Newton é o mais indicado, sempre que ficarem claro as condições de convergência e que o cálculo de  $f'(x)$  não seja muito trabalhoso. É um dos métodos numéricos mais eficientes e conhecidos para a solução de um problema de determinação de raiz. Nos casos em que é muito elaborado obter ou avaliar  $f'(x)$ , é aconselhável usar o método da secante, uma vez que esse é o método que converge mais rapidamente, entre os outros dois métodos.

Outro detalhe é o critério de parada, pois se o objetivo for reduzir o intervalo que contém a raiz, não se deve utilizar o método da posição falsa ou falsa posição ou regula falsi, que é um método numérico usado para resolver equações lineares definidas em um intervalo  $[a, b]$ , partindo do pressuposto de que haja uma solução em um subintervalo contido em  $[a, b]$ , pois este pode não atingir a precisão estipulada, nem secante ou Newton, que trabalha exclusivamente com aproximações para a raiz.

Após estas considerações, concluímos que a escolha do método está diretamente relacionada com o comportamento da função no intervalo que contém a raiz, as dificuldades em calcular  $f'(x)$ , critério de parada, dentre outras.

Exemplos:

## COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS

□ Exemplo:  $f(x) = x \log(x) - 1$ ,  $\xi \in [0,1]$ ;  $\varepsilon = 10^{-7}$

	Dados Iniciais	$\bar{x}$	$f(\bar{x})$	Erro em $x$	$k$
Bisseção	[2, 3]	2,50618441	$1,2573 \times 10^{-8}$	$5,9605 \times 10^{-8}$	24
Falsa Posição	[2, 3]	2,50618403	$-9,9419 \times 10^{-8}$	0,49381442	5
Ponto Fixo	$x_0 = 2,5$	2,50618417	$2,0489 \times 10^{-8}$	$3,8426 \times 10^{-6}$	5
Newton	$x_0 = 2,5$	2,50618415	$4,6566 \times 10^{-10}$	$3,9879 \times 10^{-6}$	2
Secante	$x_0 = 2,3$ $x_1 = 2,7$	2,50618418	$2,9337 \times 10^{-8}$	$8,0561 \times 10^{-5}$	3

$$g(x) = x - 1,3(x \log x - 1)$$

a)  $f(x) = x^2 - x - 1$ , com [1,3] e  $\varepsilon = 10^{-6}$

Métodos	Intervalo/Dados Iniciais	X	f(x)	Erro = $\varepsilon$	Iterações
Bisseção	[1;2.5]	2	2,38418600E-06	7,152561000E-07	20
Falsa Posição	[1;2.5]	2	-2,47900100E-06	8,548295000E-08	42
Newton	$X_0=1$	2	5,820766000E-09	5,820766000E-10	4
Secante	$X_0=1$ e $X_1=1.2$	2	-4,23024600E-08	9,798250000E-06	5

b)  $f(x) = x^3 - x - 1$ , com [1,2] e  $\varepsilon = 10^{-6}$

Métodos	Intervalo/Dados Iniciais	x	f(x)	Erro = $\varepsilon$	Iterações
Bisseção	[1;2]	1,324718	2,209495E-6	2,879637E-6	21
Falsa Posição	[1;2]	1,324715	-1,087390E-5	2,614434E-6	17
Newton	$X_0=1$	1,324718	1,8233E-7	1,092171E-6	7
Secante	[0;1/2]	1,324718	1,417347E-9	1,221868E-6	8