ARITMÉTICA BINÁRIA e HEXADECIMAL

Adão de Melo Neto

Sumário

– <u>ARITMÉTICA BINÁRIA</u>
  - Adição
  - Multiplicação
  - Subtração
  - Divisão
  - Representação SINAL MAGNITUDE
    – Representação
    – Valor em Decimal
    – Aritmética (soma e subtração)
  - Representação EM COMPLEMENTO DE 2
    – Representação
    – Valor em Decimal
    – Aritmética (soma e subtração)

– <u>ARITMÉTICA HEXADECIMAL</u>
  - Adição

Adição Binária (regras)

- Regras

  0 + 0 = 0

  0 + 1 = 1

  1 + 0 = 1

  1 + 1 = 0

  - (0 e vai 1 ao dígito de ordem superior)

  1 + 1 + 1 = 1

  - (1 e vai 1 ao dígito de ordem superior)

Adição Binária (exemplos)

- Exemplo 1: $10101_2 + 10111_2$

$$
\begin{array}{rcl}
\color{red}{111} & & \\
10101_2 & = & 21_{10} \\
\underline{+10111}_2 & = & \underline{23}_{10} \\
101100_2 & & 44_{10}
\end{array}
$$

Multiplicação Binária (regras)

- Regras

  0 x 0 = 0

  0 x 1 = 0

  1 x 0 = 0

  1 x 1 = 1

- Mesmo método que o decimal
  - deslocamentos e adições
- Número maior deve ser colocado acima do menor

Multiplicação Binária (exemplo)

- Exemplo 1: $10101_2 \times 111_2$

$$
\begin{array}{rcr}
10101 & = & 21_{10} \\
\underline{111} & = & 7_{10} \\
10101 & & \\
+10101 & & \\
+\underline{10101} & & \\
10010011 & = & 147_{10}
\end{array}
$$

Subtração Binária (regra)

- Regras

  0 - 0 = 0

  0 - 1 = 1

  Não é possível

  Pedir emprestado 1 ao dígito de ordem superior

  1 - 0 = 1

  1 - 1 = 0

Subtração Binária (exemplos)

- Exemplo 1: $111_2 - 100_2$

$$
\begin{array}{rrcr}
 & 111_2 & = & 7_{10} \\
- & \underline{100_2} & = & \underline{4}_{10} \\
 & 011_2 & & 3_{10}
\end{array}
$$

Subtração Binária (exemplos)

- Exemplo 2: $1000_2 - 111_2$

$$
\begin{array}{rcl}
1000_2 & = & 8_{10} \\
- \quad \underline{111_2} & = & \underline{7}_{10} \\
 & & 1_{10}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
01110_2 & = & 8_{10} \\
- \quad \underline{11\ \ 1_2} & = & \underline{7}_{10} \\
00\ \ 1_2 & & 1_{10}
\end{array}
$$

(emprestou 1_2 e 100_2 se tornou 011_2)

($10_2 - 1_2 = 1_2$)

Subtração Binária (exemplos)

- Exemplo 3: $10100_2 - 1011_2 =$

$$
\begin{array}{rcr}
10100_2 & = & 20_{10} \\
\underline{-\quad 1011_2} & = & \underline{11_{10}} \\
 & & 9_{10}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcrl}
100110_2 & = & 20_{10} & \text{(emprestou } 1_2 \text{ e } 1010_2 \text{ se tornou } 1001_2\text{)} \\
\underline{-\ 101\ \ 1_2} & = & \underline{11_{10}} & (10_2 - 1_2 = 1_2) \\
1\,00\ \ 1_2 & & 9_{10} &
\end{array}
$$

Subtração Binária (exemplos)

- Exemplo 4: $101101_2 - 100111_2 =$

$$\begin{array}{rcl} & 101101_2 & = 45_{10} \\ - & \underline{100111_2} & = \underline{39_{10}} \\ & & 6_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & 101101_2 & = 45_{10} \\ - & \underline{100111_2} & = \underline{39_{10}} \\ & 0_2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & 1010101_2 & = 45_{10} \\ - & \underline{1001\ 11_2} & = \underline{39_{10}} \\ & 10_2 & \end{array}$$

45_{10} (emprestou 1_2 e 1011_2 se tornou 1010_2)

39_{10} ($10_2 - 1_2 = 1_2$)

Subtração Binária (exemplos)

- Exemplo 4: $101101_2 - 100111_2 =$

$$
\begin{array}{rll}
\color{red}{1010}101_2 & = 45_{10} & \text{(emprestou } 1_2 \text{ e } 1011_2 \text{ se tornou } \color{red}{1010_2}\text{)} \\
-\quad \underline{1001\ \ 11_2} & = \underline{39}_{10} & (10_2 - 1_2 = 1_2) \\
10_2 & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rll}
\color{red}{100}10101_2 & = 45_{10} & \text{(emprestou } 1_2 \text{ e } 101_2 \text{ se tornou } \color{red}{100_2}\text{)} \\
\underline{-100\ \ 1\ \ 11_2} & = \underline{39}_{10} & (10_2 - 1_2 = 1_2) \\
000\ \ 1\ \ 10_2 & \ 06_{10} &
\end{array}
$$

Divisão Binária (exemplos)

- Mesmo método que o decimal
  - deslocamentos e adições

Divisão Binária

- Exemplo 1 : 1110 / 10 ou seja $14_{10} / 2_{10} = 7_{10}$

```
11 10 | 10
10      111
  11
  10
   10
   10
      0
```

Divisão Binária

- Exemplo 1 : 101 / 10 ou seja 5_{10} / 2_{10} =$2,5_{10}$

  101 | 10

  10 10,1

  010

  10

  10

  0

  Note que 10,1 = $1x2^{1} + 1x2^{-1}$= 2,5

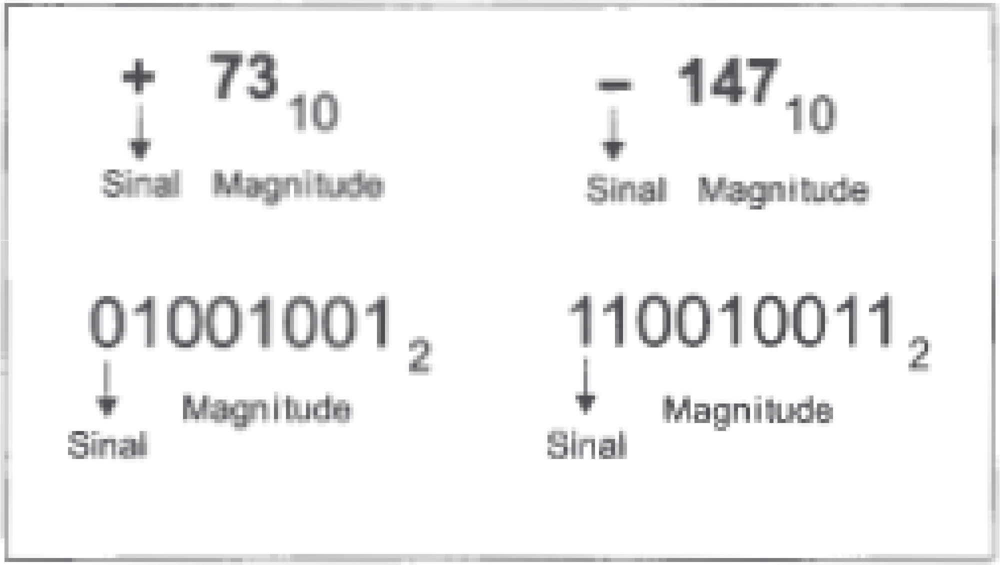
Representação SINAL MAGNITUDE

- Bit de sinal
  - É o bit mais a esquerda do número
  - Se for 0 o número é positivo
  - Se for 1 o número é negativo
- Sinal Magnitude
  - o bit mais a esquerda é o bit de sinal e os outros bits representam a magnitude do número.
  - Exemplo:

$$+25_{10} = \textcolor{red}{0}0011001_2$$

$$-25_{10} = \textcolor{red}{1}0011001_2$$

Representação SINAL MAGNITUDE



REPRESENTAÇÃO SINAL MAGNITUDE

Valor em decimal de um número com sinal

$10010101_2 = -\ 21_{10}$

POIS

1 ➔ SINAL NEGATIVO

e

$0010101_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 16 + 4 + 1 = 21_{10}$

REPRESENTAÇÃO SINAL MAGNITUDE

Valor em decimal de um número com sinal

$00010101_2 = +\ 21_{10}$

POIS

0 ➔ SINAL POSITIVO

e

$0010101_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 16 + 4 + 1 = 21_{10}$

Aritmética em Sinal Magnitude

- Soma
  - Se os sinais forem iguais soma e conserva o sinal da parcela de maior magnitude.
  - Exemplo1:

0	010	+2
+ 0	101	+5
0	111	+7

  - Exemplo2:

1	010	-2
+ 1	101	-5
1	111	-7

Aritmética em Sinal Magnitude

- Soma
  - Se os sinais forem diferentes subtrai e conserva o sinal da parcela de maior magnitude.
  - Exemplo1:

```
  0 111    +7
+ 1 011    -3
  0 100    +4
```

  - Exemplo2:

```
  1 111    -7
+ 0 011    +2
  1 100    -5
```

Aritmética em Sinal Magnitude

- Subtração
  - Sejam dois número binário A e B
  - A-B corresponde a A+(-B)

REPRESENTAÇÃO EM COMPLEMENTO DE 2

Valor em decimal de um número com sinal

- Complemento de 2
  - Para representação de números negativos em complemento de 2 deve-se inverter os bits do número e somar 1.
  - Exemplo:

    $+25_{10} = 00011001_2$

    $-25_{10} = 11100111_2$

    - Note que:

      00011001_2

      11100110_2

      $+1_2$

      11100111_2 (complemento de 2) $= -25_{10}$

Complemento de 2

1000	−8
1001	−7
1010	−6
1011	−5
1100	−4
1101	−3
1110	−2
1111	−1
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7

REPRESENTAÇÃO EM COMPLEMENTO DE 2

Valor em decimal de um número com sinal

- Complemento de 2

$01010110_2 = +86_{10}$

$2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^1 = 64 + 16 + 4 + 2 = +86_{10}$

$10101010_2 = -86_{10}$

$-2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^1 = -128 + 32 + 8 + 2 = -86_{10}$

- NOTE QUE

$01010110_2 = +\ 86_{10}$

10101001_2 (VALOR INVERTIDO)

1_2 (SOMA 1)

$10101010_2 = -\ 86_{10}$

Aritmética em Complemento de 2

- Soma
  - Some os dois números e observe se ocorre carry (vai 1) sobre o bit de sinal e se ocorreu carry após o bit de sinal.
  - Se ocorreu um e somente um dos dois carrys houve estouro (resultado errado), caso contrário a soma está correta.

$(40_{10}) + (-50_{10}) = -10_{10}$

$40_{10} = 00101000_2$

$50_{10} = 00110010_2 \implies -50_{10} = 11001110_2$

$$\begin{array}{r} 00101000_2 \\ \underline{+11001110_2} \\ 11110110 \end{array}$$

$11110110 = -2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^2 + 2^1 = -10$ (correto)

Aritmética em Complemento de 2

- Soma (carry sobre bit de sinal)

$(5_{10}) + (6_{10}) = 11_{10}$

$5_{10} = 0101_2$

$6_{10} = 0110_2$

$$
\begin{array}{r}
1\\
0101_2\\
\underline{+0110_2}\\
1011
\end{array}
$$

=> carry sobre bit de sinal (estouro = overflow)

$-2^3 + 2^1 + 2^0 = -5$ (resultado errado)

Aritmética em Complemento de 2

- Soma (carry após o bit de sinal)

$(-5_{10}) + (-6_{10}) = -11_{10}$

$-5_{10} = 1011_2$

$^{-}6_{10} = 1010_2$

1 1

1011_2

$+1010_2$

10101 => carry após o bit de sinal (estouro = overflow)

$2^2 + 2^0 =$ 5 (resultado errado)

Aritmética em Complemento de 2

- Subtração
  - – Sejam dois número binário A e B
  - – A-B corresponde a A+(-B)

COMPARAÇÃO DAS REPRESENTAÇÕES

Decimal	Sinal e magnitude	Complemento a 2
−16	—	10000
−15	11111	10001
−14	11110	10010
−13	11101	10011
−12	11100	10100
−11	11011	10101
−10	11010	10110
−4	10100	11100
−3	10011	11101
−2	10010	11110
−1	10001	11111
−0	10000	—
+0	00000	00000
+1	00001	00001
+2	00010	00010
+3	00011	00011
+4	00100	00100
+10	01010	01010
+11	01011	01011
+12	01100	01100
+13	01101	01101
+14	01110	01110
+15	01111	01111

COMPARAÇÃO DAS REPRESENTAÇÕES

Tipo de representação	Dupla representação para o zero	Custo	Velocidade
Sinal e magnitude	SIM (desvantagem)	Alto (componentes separados para soma e subtração)	Baixa (algoritmo de verif. sinais, soma e subtração)
Complemento a 2	NÃO (vantagem)	Baixo (um componente único para soma e subtração)	Alta (algoritmo simples e igual para soma e subtração)

Quadro Comparativo entre as Modalidades de Representação em Ponto Fixo

ARITMÉTICA HEXADECIMAL

Adão de Melo Neto

Adição em hexadecimal (exemplos)

- Exemplo 1: A1A + 2B3

$$\begin{array}{r} A1A_{16} \\ \underline{+2B3_{16}} \\ CCD_{16} \end{array}$$

- Exemplo 2: C1D + 2B3

$$\begin{array}{r} {\color{red}1} \\ C1D_{16} \\ \underline{+2B3_{16}} \\ ED0_{16} \end{array}$$