LISTA 1 DE EXERCÍCIOS

Professor Heleno Cardoso

Assuntos: Operações binárias; Teoria dos Erros e Zeros de Função.

O Cálculo Numérico consiste na obtenção de soluções aproximadas de problemas de Álgebra Linear e Não-Linear, Estatística e Análise de Dados, Cálculo Diferencial e Integral e outros métodos matemáticos, utilizando métodos numéricos.

1. Encontrar a raiz da função $f(x)= x^2 - 3$ contida no intervalo [1;2] com erro $\varepsilon \leq 10^{-2}$.

Resposta: raiz = 1,734375

2. Dados $x = 0{,}937 \times 10^4$ e $y = 0{,}1272 \times 10^2$, obter x + y, em aritmética de ponto flutuante, num sistema computacional com t = 4 e $\beta = 10$. A máquina opera com arredondamento ABNT.

Resposta: $0{,}9382 \times 10^4$

3. Converta os números binários para o sistema de numeração **base 10.**
   a) $(101101)_2$ = **Resposta $(45)_{10}$**
   b) $(10{,}1)_2$ = **Reposta $(2{,}5)_{10}$**
   c) $(110101011)_2$= **Reposta $(427)_{10}$**
   d) $(0{,}1101)_2$ = **Reposta $(0{,}8125)_{10}$**
   e) $(1111001001001101)_2$= **Resposta Parcial $(F24D)_{10}$**
   f) $(110{,}1001)_2$ = **Reposta $(6{,}5625)_{10}$**
   g) $(1010{,}0001)_2$ = **Reposta $(10{,}0625)_{10}$**

4. Converta os números binários para o sistema de numeração **Base 16**.
   a) $(1111001001001101)_2$= **Resposta $(F24D)_{16}$**
   b) $(110101011)_2$= **Resposta $(1AB)_{16}$**
   c) $(101101)_2$= **Resposta $(2D)_{16}$**

5. Converta os números binários para o sistema de numeração **Base 8**.
   a) $(1111001001001101)_2$= **Resposta $(171115)_8$**
   b) $(110101011)_2$= **Resposta $(653)_8$**
   c) $(101101)_2$= **Resposta $(55)_8$**
   d) $(100011000)_2$= **Resposta $(430)_8$**

6. Converta os números decimais abaixo para sua forma binária
   a) $(18)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(10010)_2}$
   b) $(0{,}1875)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(0.0011)_2}$
   c) $(11{,}25)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(1011.010)_2}$
   d) $(0{,}125)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(0.001)_2}$
   e) $(38,15)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(100110.0010011)_2}$
   f) $(46{,}05)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(101110.0\overline{0001}10)_2}$
   g) $(2345)_{10}$ = **Reposta** $\mathbf{(100100101001)_2}$

7. Converta os números decimais abaixo para sua forma hexadecimal
   a) $(28)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(1C)_{16}}$
   b) $(3899)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(F3B)_2}$
   c) $(123)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(7B)_2}$

8. Converta os números decimais abaixo para sua forma octal
   a) $(19)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(23)_2}$
   b) $(815)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(1457)_2}$
   c) $(147)_{10}$= **Reposta** $\mathbf{(223)_2}$

9. Quais as principais fontes de erros que surgem durante a resolução de um problema real? Estes erros influenciam no resultado final?

10. Suponha que tenhamos um valor aproximado de 0.00004 para um valor exato de 0.00005. Calcular os erros absoluto, relativo e percentual para este caso.

11. Suponha que tenhamos um valor aproximado de 100000 para um valor exato de 101000. Calcular os erros absoluto, relativo e percentual para este caso.

12. Considerando os dois casos acima, onde se obteve uma aproximação com maior precisão? Justifique sua resposta.

13. Dados os binários abaixo, calcule:

=> 9 = $(1001)_2$; 3 = $(11)_2$; 6 = $(110)_2$, calcule:

a) +9 -3 = $(110)_2$;
b) -9 +3 = -$(110)_2$; (1010) em complemento de 2; (11111010) 8 bits
c) +9 +3 = $(1100)_2$;
d) -9 -3 = -$(1100)_2$; (10100) em complemento de 2; (11110100) 8 bits
e) +9 -6 = $(11)_2$;
f) -9 +6 = -$(11)_2$; (1101) em complemento de 2; (11111101) 8 bits
g) +9 +6 = $(1111)_2$;
h) -9 -6 = -$(1111)_2$; (10001) em complemento de 2; (11110001) 8 bits

=> 55 = $(110111)_2$; 32 = $(100000)_2$

a) 55 - 32 = 23 => (010111)2
b)-55 + 32 = (101001) em Complemento de 2; (11101001) 8 bits

=> 23 = $(10111)_2$; 11 = $(1011)_2$

a) 23 - 11 = 12 => (1100)2
b)-23 + 11 = (110100) em complemento de 2; (11110100) 8 bits

14. Calcule o complemento de 1 dos números binários abaixo:
    d) $(101010111)_2$= **Reposta $(010101000)_2$**
    e) $(11001110110)_2$= **Reposta $(00110001001)_2$**

15. Calcule o complemento de 2 dos números binários abaixo:
    f) $(110101011)_2$= **Reposta $(110101100)_2$**
    g) $(1110101010)_2$= **Reposta $(1110101011)_2$**

16. Dados os valores hexadecimais abaixo, calcule em hexadecimal, base 10 e binário:
    a) $(AC + BD + 85)_{16}$ =
    Respostas: $(1EE)_{16}$; $(494)_{10}$; $(0001\ 1111\ 1111)_2$
    b) $(DF + A5 + EB + 17)_{16}$=
    Respostas: $(286)_{16}$; $(646)_{10}$; $(0010\ 1000\ 0110)_2$
    c) $(C1D + 2B8 + 3FF)_{16}$ =
    Respostas: $(12D4)_{16}$; $(4820)_{10;}$ C1D = 3101; 2B8 = 696; 3FF = 1023; $(1\ 0010\ 1101\ 0100)_2$

17. Dados os valores em octal abaixo, calcule em hexadecimal, base 10 e binário:
    a) $(89 + 78)_8$ =
    Resposta: (Erro, não existe na base octal)
    b) $(46 + 76 + 47)_8$ =
    Respostas: $(213)_8$; $(139)_{10}$; $(010\ 001\ 011)_2$
    c) Ex2: $(45 + 37 + 26 + 77)_8$ =
    Respostas: $(231)_8$; $(153)_{10}$; $(010\ 011\ 001)_2$

18. Queremos saber quanto é a estimativa de distância de uma árvore para outra, seguindo passos largos podemos perceber que a distância entre elas é de 18 metros – esse é o valor experimental. Em seguida, você realiza uma medição com uma fita métrica, mede a mesma distância e descobre que, na verdade, elas estão a 20 metros de distância uma da outra. Esse é o valor real. Calcule o erro absoluto, relativo e relativo em percentual.

Respostas: O erro absoluto: é 20 – 18 = 2 metros.
Erro relativo: 2 ÷ 20= 0,1
Erro relativo em percentual: 2 ÷ 20= 0,1 x 100= 10%. Então, o erro relativo será 10% do valor real.

19. Sejam os números reais abaixo. Escreva a representação de cada um deles no sistema do ponto flutuante SPF(10, 2,– 15,15).
a) 10,128 b) 30,0 c) 3,2 d) – 43,53 e) – 0,7559

20. Supondo que as operações abaixo estão sendo processadas, numa máquina aritmética de ponto flutuante SPF(10,4,– 4,4) com quatro dígitos significativos. Dados os números $x = 0.7237 \times 10^4$; $y = 0.2145 \times 10^{-3}$ e $z = 0.2585 \times 10^1$, efetue as operações abaixo e obtenha o erro absoluto e relativo no resultado em cada item, através do valor verdadeiro (obtido considerando-se todos os dígitos significativos) e do valor aproximado (considerando-se somente os quatro dígitos significativos).
a) x+y+z b) x-y-z c) (x*y)/z
d) x+y-z e) x-y+z

21. Escrever os números $x_1 = 0,35$; $x_2 = -5,172$; $x_3 = 0,0123$; $x_4 = 5391,3$ e $x_5 = 0,0003$, de acordo com o sistema de aritmética de ponto flutuante F(10, 3, – 2, 2).

22. Os números abaixo são fornecidos a um computador decimal que trabalha com um ponto flutuante e quatro dígitos:
a) $0,4523*10^4$ b) $0,2116*10^{-3}$ c) $0,2583*10^1$

23. Nesta máquina, as operações têm arredondamento no corte dos dígitos, isto é, se o primeiro dígito a ser desprezado for maior ou igual a 5, arredondar o último dígito representativo para cima. Qual é o resultado das seguintes operações, calculadas na máquina:
a) a + b + c = b) a – b – c = c) a / c = d) a*b/c = e) b*c/a = f) a–b =

24. Resolva as operações, obedecendo em F(10,2,-5,5):
a) Sejam x = 4,32 e y = 0,064 Calcular x + y.
b) Sejam x = 372 e y = 371 Calcular x - y.

25. As operações abaixo foram processadas em uma máquina com t = 5 dígitos significativos e fazendo-se $x_1 = 0,73491 \times 10^5$ e $x_2 = 0,23645 \times 10^0$ tem-se
a) $(x_2+x_1) - x_1 =$ b) $x_2+ (x_1 - x_1) =$

26. Consideremos um equipamento com o sistema de ponto flutuante normalizado SPF (b, t, exp. mín, exp. máx) = SPF (10,4, –5, 5). Sendo a = $0,5324 \times 10^3$, b = $0,4212 \times 10^{-2}$ e c = $0,1237 \times 10^2$, represente o resultado de a x b e a + c arredondado e truncado.

27. Efetue as operações abaixo, sabendo que: a = $0,3216 \times 10^3$, b = $0,3156 \times 10^{-2}$, c = $0,4567 \times 10^1$, com t = 4.
    a) a + b + c = b) a – b – c = c) a / c = d) a*b / c =

28. Utilize o Método da Falsa Posição para encontrar soluções com precisão de 10^{-3} para $f(x) = e^x - \text{sen}(x) - 2$, no intervalo [1; 1.2] e com t = 5.

29. Aplique o Método da Bisseção com o estudo da convergência, para encontrar a solução com precisão de 10^{-2} e t = 4 para $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 6$, no intervalo [0;1]. (com t = 5)

30. Utilize o Método da Bisseção com o estudo da convergência, para encontrar soluções com precisão de 10^{-1} para $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 4x + 4$ nos seguintes intervalos: (com t=5)
    a) [–2; –1] b) [0; 2]

31. Aplique o método da Falsa Posição para: $f(x) = x^3 - x - 1$, I = [1; 2] e $\varepsilon \leq 2*10^{-3}$, com t=5

32. Utilize o Método da Bisseção para encontrar soluções com precisão $\varepsilon \leq 10^{-2}$ para $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$ nos seguintes intervalos:
    a) [0; 1];

33. Para as equações abaixo, calcular o número de iterações necessárias para, com o método da Bisseção, obter uma aproximação da raiz com precisão $\varepsilon \leq 0,01$ e uma aproximação para a raiz da equação contida no intervalo informado.
    a) $f(x) = x^2 - 3 = 0$ I = [1;2]
    b) $f(x) = x^3 - 9x + 3 = 0$ I = [0;1,5]
    c) $f(x) = x^3 - 10 = 0$ I = [1,5;3]
    d) $f(x) = x^2 + \ln x = 0$ I = [0,1;1]

    Respostas: a) n = 7 passos, x = 1,726563
    b) n = 8 passos, x = 0,333984
    c) n = 8 passos, x = 2,150391
    d) n = 7 passos, x = 0,655469

34. Mostre por meio de uma tabela se sinais e por análise gráfica quais os intervalos que contêm as raízes da equação $\ln(x) + 2 = 4x^2$. Justifique seu resultado inserindo o gráfico gerado por algum programa computacional, de preferência o MatLab.

35. Dada a função $f(x)= x^2+\ln(x)$, use o método da bissecção e da falsa posição para achar o zero da função com precisão de 10^{-3}. Calcule o número de iterações para bissecção utilizando a fórmula e compare os resultados e o número de iterações dos dois métodos.

36. Determinar, utilizando o método da falsa posição modificado, com um erro absoluto inferior a $5 * 10^{-3}$ o zero de $f(x)= x + e^{x5}-5$ no intervalo [0;1.3]

37. Determinar, utilizando o método do ponto fixo, com um erro absoluto inferior a $5 * 10^{-4}$ o zero de $f(x)= x^3-9x+3$ com $X_0=0.5$. Prove utilizando o Teorema de convergência que a função de iteração escolhida é convergente. Para a mesma função de iteração escolhida mostre graficamente se esta é convergente para $X_0=-2$.

38. É dado o polinômio $p(x)=x^3+-0.25x^2+0.75x-2$.
    a) Delimite um intervalo que contenha um único zero real x de p(x).
    b) Calcule, utilizando o método de Newton-Raphson, o zero real de p(x) com precisão de 0.01 a partir de $x_0=1$.

39. Determinar, utilizando o método da secante ou de Newton-Raphson, com um erro absoluto inferior a $5*10^{-6}$ o zero de $f(x)=1 + x + e^x$ no intervalo $[-2;-1] = [x_0;x_1]$.

40. Encontre a raiz da equação $f(x)=x^3-x-1$, utilizando o método da bissecção, dados: I[1;1.5]; $\varepsilon < 0,1$ **(Resposta: x = 1,34375)**

41. Encontre a raiz da equação $f(x)=x^3-9x+3$, empregando o método da falsa posição. Dados: I[0;1]; $\varepsilon < 2*10^{-3}$ **(Resposta: x = 0,33763504551)**

42. Encontre a raiz da equação $f(x)=x^3-x-1$, utilizando o método da falsa posição. (Truncar com 04 casas decimais, na sua precisão). Dados: I[1;1.5]; $\varepsilon < 0,1$ **(Resposta: x = 1,3159)**

43. Encontrar a raiz da função $f(x)=x^2 + x -6$ através do método de Newton-Raphson. Dados: I = [1.5; 2.5] ; $\varepsilon < 10^{-3}$ **(Resposta: x = 2)**

44. Encontrar a raiz da função $f(x)=x^2 + x -6$ através do método da secante. Dados: I = [1.5; 1.7] ; $\varepsilon < 10^{-2}$ **(Resposta: x = 2)**

45. Encontrar a raiz da função $f(x)=x^3 -9x +3$ empregando o método da secante. Dados: $x_0=0$ e $x_1=1$; $\varepsilon < 0,0005$ **(Resposta: x = 0,3376)**