

LISTA 2 DE EXERCÍCIOS

Professor Heleno Cardoso

Assunto: Sistemas Lineares.

1) Escalone e resolva os seguintes sistemas lineares:

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 5y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{multipl. } (-3)} \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -3x - 6y = 0 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -y = 0 \end{cases}$$

Substituindo na 1ª eq. $x + 2(0) = 0 \Rightarrow x = 0$

$x + 2y = 0$
 $x + 2(0) = 0$
 $x + 0 = 0$

$\boxed{x = 0}$
 $S = \{(0,0)\}$

b)
$$\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{multipl. } (-2)} \begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ -2x - 4y - 2z = -6 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{multipl. } (-3)} \begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ -2x - 4y - 2z = -6 \\ -9x - 11y - 8z = -17 \end{cases}$$

divid. (-3)

P.S: A divisão é feita para simplificar a equação e facilitar os cálculos. Ela não altera em nada o resultado.

$$\sim \begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ y + z = 5 \\ -7y - 5z = -31 \end{cases} \xrightarrow{\text{multipl. } (7)} \begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ y + z = 5 \\ -7y - 5z = -31 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ y + z = 5 \\ 2z = 4 \end{cases}$$

Substituindo na 1ª e na 2ª eq. $\boxed{z = 2}$

$\boxed{y = 3}$
 $\boxed{x = 1}$
 $S = \{(1,3,2)\}$

02. Resolva os sistemas abaixo por escalonamento:

a)
$$\begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ 2x + y + z = 0 \\ x + 4y - 6z = 4 \end{cases} \xrightarrow{.(-2)} \begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ -2x - 2y + 4z = 2 \\ x + 4y - 6z = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ -2x - 2y + 4z = 2 \\ 3x + 6y - 8z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2x - 2y + 4z = 2 \\ 2x + y + z = 0 \\ \hline -y + 5z = 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -x - y + 2z = 1 \\ x + 4y - 6z = 4 \\ \hline 3y - 4z = 5 \end{array} \quad \begin{cases} -y + 5z = 2 \\ 3y - 4z = 5 \end{cases} \xrightarrow{. (3)} \begin{cases} -y + 5z = 2 \\ 9y - 12z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -3y + 15z = 6 \\ 9y - 12z = 15 \\ \hline 11z = 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3y - 4z = 5 \\ 9y - 12z = 15 \\ \hline 3y - 9z = 0 \end{array}$$

$\boxed{z = 1}$ $\boxed{y = 3}$

$$\begin{array}{l} x + y - 2z = -1 \\ x + 3 - 2 = -1 \\ x + 1 = -1 \\ \boxed{x = -2} \end{array} \quad S = \{(-2; 3; 1)\}$$

b)
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y = 2 \\ 3x + 2y - 2z = -5 \end{cases} \xrightarrow{. (2)} \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y = 2 \\ 3x + 2y - 2z = -5 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y = 2 \\ 2x + 2y - 2z = -5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y - 2z = -5 \\ 3x + 2y - 2z = -5 \\ \hline 5x + 4y = -1 \end{array} \quad \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 5x + 4y = -1 \end{cases} \xrightarrow{. (-5)} \begin{cases} x + 3y = 2 \\ -5x - 15y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -5x - 15y = -10 \\ 5x + 4y = -1 \\ \hline -11y = -11 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + 3y = 2 \\ x + 3 = 2 \\ \hline x = -1 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + y + z = 2 \\ x + 3 = 2 \\ \hline z = -1 \end{array}$$

$\boxed{y = 1}$ $\boxed{x = -1}$ $\boxed{z = 2}$ $S = \{(-1, 1, 2)\}$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 & \cdot (-2) \cdot (-3) \\ 2x + y - z = 0 & \cdot (-1) \\ 3x - y + 2z = 4 & \cdot (-1) \end{cases} \\
 & \begin{array}{rcl} -2x + 4y - 6z = -2 & -3x + 6y - 9z = -3 & \\ 2x + y - z = 0 & 3x - y + 2z = 4 & \\ \hline 5y - 7z = -2 & 5y - 7z = 1 & \end{array} \quad \begin{cases} 5y - 7z = -2 & \cdot (-1) \\ 5y - 7z = 1 & \end{cases} \quad \begin{array}{rcl} -5y + 7z = 2 & & \\ 5y - 7z = 1 & & \\ \hline 0 = 3 & \text{(impossível)} & \end{array} \\
 & S = \emptyset
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } & \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 & \cdot (-2) \cdot (-5) \\ 2x + 3y + z = 2 & \cdot (-1) \\ 5x + 8y + 5z = 8 & \cdot (-1) \end{cases} \\
 & \begin{array}{rcl} -2x - 4y - 6z = -8 & -5x - 10y - 15z = -20 & \\ 2x + 3y + z = 2 & 5x + 8y + 5z = 8 & \\ \hline -y - 5z = -6 & -2y - 10z = -12 & \end{array} \quad \begin{cases} -y - 5z = -6 & \cdot (-2) \\ -2y - 10z = -12 & \end{cases} \quad \begin{array}{rcl} -y - 5z = -6 & \cdot (-1) & \\ y + 5z = 6 & & \\ \hline y = 6 - 5z & & \end{array} \\
 & \begin{array}{rcl} 2y + 10z = 12 & & \\ -2y - 10z = -12 & & \\ \hline 0 = 0 & & \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x + 2y + 3z &= 4 \\
 x + 2 \cdot (6 - 5z) + 3z &= 4 \\
 x + 12 - 10z + 3z &= 4 \\
 x &= 10z - 3z + 4 - 12 \\
 \boxed{x = 7z - 8}
 \end{aligned}$$

$$S = \{(7z - 8; 6 - 5z; z) / z \in \mathbb{R}\}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 8 \\ x + y + 4z = 15 \\ 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

O conjunto solução do sistema proposto é: $x = 2$, $y = 1$ e $z = 3$.

$$\begin{cases} 8x + 4y + 5z = -23 \\ 4x + 8y + 1z = -7 \\ -2x - 10y + 2z = 0 \end{cases}$$

A solução do sistema é, portanto, $(-4, 1, 1)$.