Métodos Numéricos

Conceitos Básicos

Material baseado nos slides dos Professores:

- ✓ Bruno C. N. Queiroz (UFCG);
- ✓ J. Antão B. Moura (UFCG);
- ✓ Ulrich Schiel (UFCG);
- ✓ Maria Izabel C. Cabral (UFCG).

UEPB / CCT / DC

O que é o Cálculo Numérico?

- O Cálculo Numérico corresponde a um conjunto de ferramentas ou métodos usados para se obter a solução de problemas matemáticos de forma aproximada.

- Esses métodos se aplicam principalmente a problemas que não apresentam uma solução exata, portanto precisam ser resolvidos numericamente.

Princípios usados em CN

1. Iteração ou aproximação sucessiva

- **Partindo-se de solução aproximada, inicial, repetem-se mesmas ações/processos para refinar solução inicial**
- OBS: para evitar trabalho sem fim (e de graça), deve-se determinar se a iteração **converge** (nem sempre é o caso...) e **condições de parada**

Princípios usados em CN

2. Discretização

- **Na resolução de problemas contínuos (aqueles definidos matematicamente com uma passagem ao limite), inverte-se a passagem ao limite, discretizando o problema**
- Ex: $\int e^{x^2} dx$ ~ **Σ...**

Princípios usados em CN

3. Aproximação

- **Substituir uma função ou modelo por outro que ofereça comportamento (de interesse) semelhante, mais simples de manipular**
  - f(x) $\Longrightarrow$ g(x)
- Ex: assíntotas ilustram comportamento “no limite” de uma função (complexa) de interesse

Princípios usados em CN

4. Transformação

– Dado um problema P, desmembra-se P em dois problemas mais simples de resolver, P1 e P2

- **Área de um trapézio por retângulo (P1) e triângulos (P2)**

Princípios usados em CN

5. Divisão e Conquista

– Resolver um problema P, por partes ou etapas

- **Exemplo anterior (área do trapézio)**
- **Aulas nesta disciplina de MN**

Representação de Números

- Calcular a área de uma circunferência de raio 100 m:

  a) $A = 31400\ m^2$

  b) $A = 31416\ m^2$

  c) $A = 31415.92654\ m^2$

Representação de Números

- Efetuar os somatórios seguintes em uma calculadora e em um computador:

$$S = \sum_{i=1}^{30000} x_i \qquad \text{para } x_i = 0.5 \text{ e para } x_i = 0.11$$

Representação de Números

- Representação não posicional
  - *romanos*
    - MDCCCXLIX e MMCXXIV
    - Como seria MDCCCXLIX + MMCXXIV ?

Representação de Números

- Representação posicional
  - Base decimal (10)
    - 10 dígitos disponíveis [0,1,2, ... ,9]
    - “Posição” indica potência positiva de 10
    - $5432 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$

Representação de Números

- **Exercício:** Represente os seguintes números decimais na forma polinomial:

a. 5236
b. 123,456

Sistemas de Numeração (SN)

- É uma maneira de representar graficamente informações quantitativas, ou seja, é um conjunto de regras para representação dos números;

Sistemas de Numeração (SN)

- **OS MAIS IMPORTANTES:**
  - ✓ **Binário**
    - 0, 1
  - ✓ **Octal**
    - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
  - ✓ **Decimal**
    - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
  - ✓ **Hexadecimal**
    - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

SN: Binário

- Representação de inteiros
  - Base binária (2)
    - 2 "**bits**" disponíveis [0,1]
    - "Posição" indica potência positiva de 2
    - 1011 na base 2 = $1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = 8+0+2+1 =$ 11 na base decimal
    - Ou, melhor $1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 =$ $1 + 2(1+2(0+2(1))) = 11$

SN: Octal

- **Símbolos:**

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7;

- **Representação:** Combinação dos oito símbolos, associado com sua posição.

SN: Hexadecimal

- **Símbolos:**

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F;

- **Representação:** Combinação dos dezesseis símbolos, associado com sua posição.

Sistemas de Numeração

- Representação de números fracionários
  - Base decimal (10)
    - “Posição” da parte inteira indica potência positiva de 10
    - Potência negativa de 10 para parte fracionária
    - $54{,}32 = 5 \times 10^{1} + 4 \times 10^{0} + \mathbf{3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}}$

Sistemas de Numeração

- Representação de números fracionários
  - Base binária (2)
    - "Posição" da parte inteira indica potência positiva de 2
    - Potência negativa de 2 para parte fracionária
    - 10,11 na base 2 = $1x2^{1} + 0x2^{0} + \mathbf{1x2^{-1} + 1x2^{-2}} =$ $2+0+1/2+1/4 = 2{,}75$ na base decimal

Outros sistemas de numeração

- Maior interesse em decimal (10)
  - Nossa anatomia e cultura

  e binário (2)
  - Uso nos computadores
- Outros sistemas
  - Octal (8), {0,1,2, ... , 7}
  - Hexadecimal (16), {0,1,2, ... , 9, A,B,C,D,E,F}

Conceitos Básicos

Alguns sistemas numéricos

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
. . .	. . .	. . .	. . .

Conversão de sistema ou base

- Uma caixa alienígena com o número 25 gravado na tampa foi entregue a um grupo de cientistas. Ao abrirem a caixa, encontraram 17 objetos. Considerando que o alienígena tem um formato humanóide, quantos dedos ele tem nas duas mãos?

Conversão de base

- $17_{10} = 25_b$
- $17 = 2xb^1 + 5xb^0$
- $17 = 2b + 5$
- $b = (17-5)/2 = 6$

Conversão de Inteiro

- Binário para decimal
  - Já visto
- Inteiro decimal para binário
  - Divisão inteira (do quociente) sucessiva por 2, até que resto seja = 0 ou 1
  - Binário = composição do **último quociente** (Bit Mais Significativo – BMS) com **restos** (primeiro resto é bit menos significativo – bms)

Conversão de Inteiro

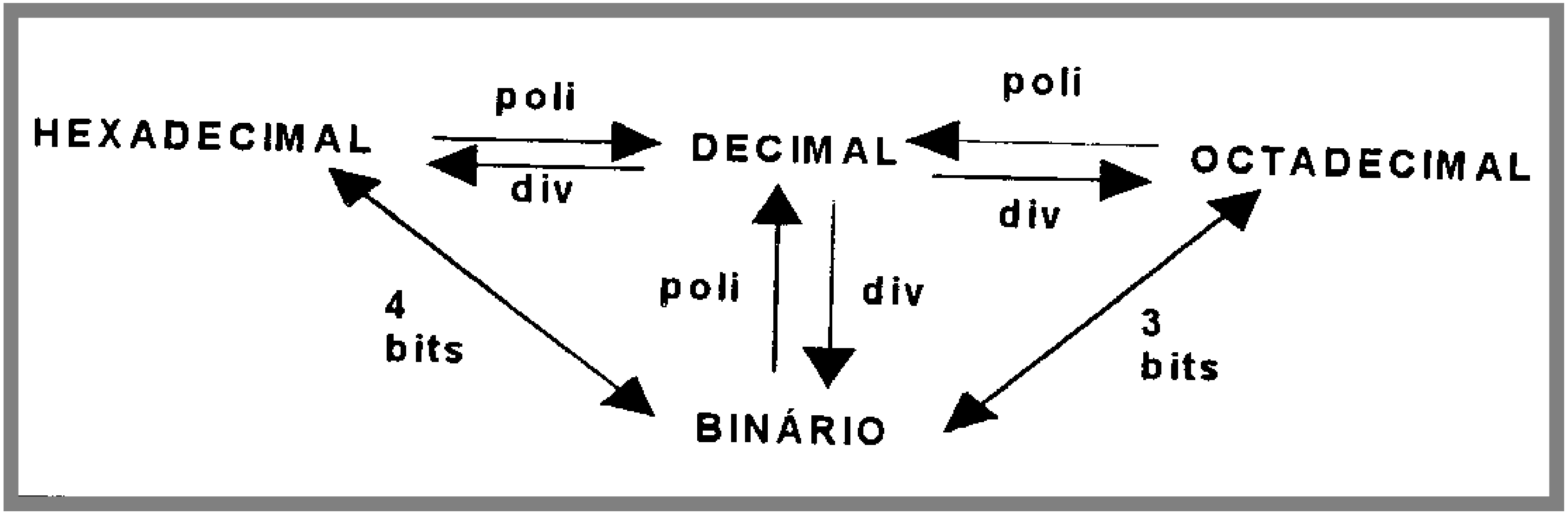
- Exemplo: Converter 25 decimal para binário
- 25 / 2 = 12 (quociente) e resto **1**= bms
- 12 / 2 = 6 (quociente) e resto **0**
- 6 / 2 = 3 (quociente) e resto **0**
- 3 / 2 = **1** (último quociente=BMS) e resto **1**
- Binário = BMS ... bms = **1 1 0 0 1**

  $= 1x2^4 + 1x2^4 + 0x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0$

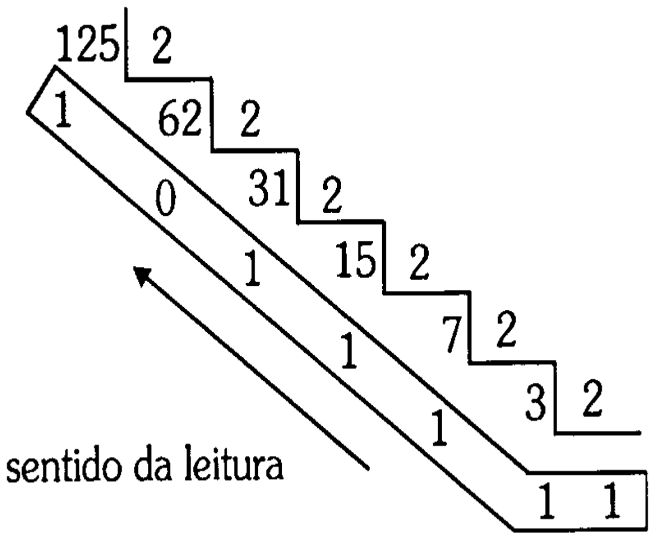
  $= 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$ decimal

Conversão de Inteiros entre Sistemas

- **Procedimentos básicos**: - divisão
  - polinômio
  - agrupamento de bits

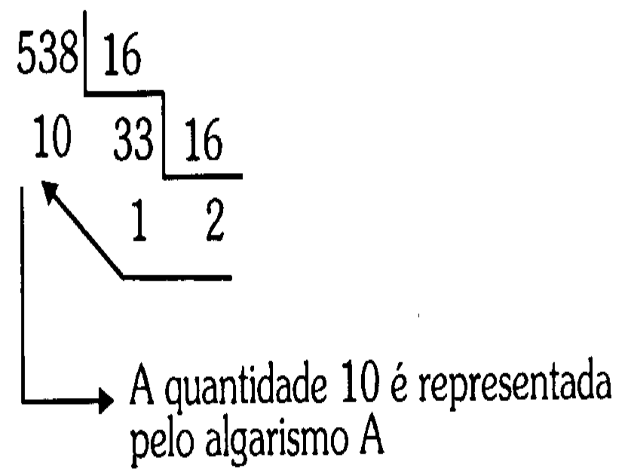


Conversão (Inteiros) entre sistemas



$(125)_{10} = (1111101)_2$

$(538)_{10} = (\ ?\ )_{16}$



$(538)_{10} = (21A)_{16}$

Conversão (Inteiros) entre sistemas

a) $(1011110010100111)_2 = (\ ?\ )_{16}$

b) $(A79E)_{16} = (\ ?\ )_2$

$$\begin{array}{cccc} 1011 & 1100 & 1010 & 0111 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ B & C & A & 7 \end{array}$$

$$(1011110010100111)_2 = (BCA7)_{16}$$

$$\begin{array}{cccc} A & 7 & 9 & E \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1010 & 0111 & 1001 & 1110 \end{array}$$

$$(A79E)_{16} = (1010011110011110)_2$$

Conversão (Inteiros) entre sistemas

- **Exercício:**

a. $110111_{(2)} = (x)$
b. $1010111_{(2)} = (x)_8$
c. $1111_{(2)} = (x)_{16}$
d. $46_{(16)} = (x)_2$
e. $256_{(16)} = (x)_{10}$
f. $256_{(8)} = (x)_2$
g. $46_{(8)} = (x)$

Conversão (Inteiros) entre sistemas

Conversão octal → hexadecimal

- Não é realizada diretamente → não há relação de potências entre as bases oito e dezesseis.
- Semelhante à conversão entre duas bases quaisquer → **base intermediária** (base binária)

Conversão de Fração

- Operação inversa: multiplicar parte fracionária por 2 até que parte fracionária do resultado seja 0 (zero)
- Bits da parte fracionária derivados das partes inteiras das multiplicações
- Bit imediatamente à direita da vírgula = Parte inteira da primeira multiplicação

Conversão de Fração

- Exemplo: converter 0,625 decimal para binário
- 0,625 x 2 = 1,25 logo a primeira casa fracionária é **1** ; nova fração (resto) é 0,25 (1,25-1=0,25)
- 0,25 x 2 = 0,5 segunda casa é **0** ; resto é 0,5
- 0,5 x 2 = 1,0 terceira casa é **1** ; resto é zero.
- Resultado: $0{,}625_{10} = 0{,}\mathbf{101}_2$

Conceitos Básicos

Conversão partes inteira e fracionária juntas

- Para converter um número com parte inteira e parte fracionária, fazer a conversão de cada parte, separadamente.

$$\text{Número} = \underbrace{a_n.b^n + a_{n-1}.b^{n-1} + a_{n-2}.b^{n-2} + \ldots + a_0.b^0}_{\text{parte inteira}} + \underbrace{a_{-1}.b^{-1} + a_{-2}.b^{-2} + \ldots + a_{-m}.b^{-m}}_{\text{parte fracionária}}$$

Conversão partes inteira e fracionária juntas

$$\mathbf{(8{,}375)_{10} = (\ ?\ )_2}$$

- parte inteira: $(8)_{10} = (1000)_2$
- parte fracionária:

$$0{,}375 \times 2 = 0{,}750 \rightarrow 0$$
$$0{,}750 \times 2 = 1{,}500 \rightarrow 1$$
$$0{,}500 \times 2 = 1{,}000 \rightarrow 1$$
$$0{,}000 \rightarrow \text{Final}$$

$$(8{,}375)_{10} = (1000{,}011)_2$$

Conceitos Básicos

Conversão partes inteira e fracionária juntas

- Resolva:
  - $5,8 = (x)_2$.
  - $11,6 = (x)_2$