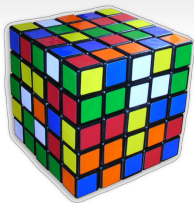


# Decomposição LU

---



**Manaíra Lima e Loïc Cerf**

27 de agosto de 2013

UFMG – ICEx – DCC





## Exercício A

### Exercício

- 1 Resolver, pelo método de decomposição LU com pivotação parcial, o sistema 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 = -2 \end{cases} .$$
- 2 Calcular o determinante da matriz dos coeficientes.



## Exercício A

O sistema na forma matricial:

$$Ax = b \text{ com } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$		1	3	5		1
$L_2$		2	4	7		2
$L_3$		1	1	0		3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$		1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$		1	1	0		3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	$\frac{1}{2}$	1	3	5		1
$L_2$		2	4	7		2
$L_3$		1	1	0		3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	<b>0,5</b>	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$		1	1	0		3
$L_4$		0			$-0,5 \times L_2 + L_1$	1



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		2	4	7		2
$L_3$		1	1	0		3
$L_4$		0	1		$-0,5 \times L_2 + L_1$	1





## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		2	4	7		2
$L_3$		1	1	0		3
$L_4$		0	1	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	1



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	$\frac{1}{2}$	<b>1</b>	1	0		3
$L_4$		0	1	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	1



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		2	4	7		2
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	1	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	1
$L_5$		0			$-0,5 \times L_2 + L_3$	3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	<b>4</b>	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	<b>1</b>	0		3
$L_4$		0	1	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	1
$L_5$		0	-1		$-0,5 \times L_2 + L_3$	3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	<b>7</b>		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	<b>0</b>		3
$L_4$		0	1	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	1
$L_5$		0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$		0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	$\frac{-1}{1}$	0	<b>-1</b>	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	<b>-1</b>	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0		$-(-1) \times L_4 + L_5$	3





## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	<b>1,5</b>	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	<b>-3,5</b>	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	-2	$-(-1) \times L_4 + L_5$	3



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	<b>4</b>	<b>7</b>		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	-2	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$$





## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	<b>0,5</b>	1	3	5		<b>1</b>
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ & & 1 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	<b>0,5</b>	1	1	0		<b>3</b>
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & & 1 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	<b>-1</b>	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	<b>3</b>
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} 1 \\ \\ \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

	$m$	$A$			operações	$p$
$L_1$	0,5	1	3	5		1
$L_2$		<b>2</b>	4	7		<b>2</b>
$L_3$	0,5	1	1	0		3
$L_4$		0	<b>1</b>	1,5	$-0,5 \times L_2 + L_1$	<b>1</b>
$L_5$	-1	0	-1	-3,5	$-0,5 \times L_2 + L_3$	3
$L_6$		0	0	<b>-2</b>	$-(-1) \times L_4 + L_5$	<b>3</b>

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } Pb = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .





## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

Fazendo  $Ux = y$ ,  $Ly = Pb$ .



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

$$\text{Fazendo } Ux = y, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

$$\text{Fazendo } Ux = y, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Soluções do sistema triangular inferior obtidas pelas substituições sucessivas:

$$y_1 = 1$$



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

$$\text{Fazendo } Ux = y, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \textcolor{red}{1} \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Soluções do sistema triangular inferior obtidas pelas substituições sucessivas:

$$y_1 = \textcolor{red}{1}$$



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

$$\text{Fazendo } Ux = y, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Soluções do sistema triangular inferior obtidas pelas substituições sucessivas:

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = 0 - 0,5 \times 1$$



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

$$\text{Fazendo } Ux = y, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Soluções do sistema triangular inferior obtidas pelas substituições sucessivas:

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = -0,5$$



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

$$\text{Fazendo } Ux = y, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Soluções do sistema triangular inferior obtidas pelas substituições sucessivas:

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = -0,5$$

$$y_3 = -2 - 0,5 \times 1 - (-1) \times (-0,5)$$



## Exercício A

Assim, o sistema  $Ax = b$  é equivalente a  $LUx = Pb$ .

$$\text{Fazendo } Ux = y, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Soluções do sistema triangular inferior obtidas pelas substituições sucessivas:

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = -0,5$$

$$y_3 = -3$$





## Exercício A

$$\text{Então, } Ux = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$



## Exercício A

$$\text{Então, } \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$



## Exercício A

$$\text{Então, } \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Soluções do sistema triangular superior obtidas pelas substituições retroativas:

$$x_3 = \frac{-3}{-2}$$



## Exercício A

$$\text{Então, } \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \textcolor{red}{1,5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Soluções do sistema triangular superior obtidas pelas substituições retroativas:

$$x_3 = \textcolor{red}{1,5}$$



## Exercício A

$$\text{Então, } \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Soluções do sistema triangular superior obtidas pelas substituições retroativas:

$$x_3 = 1,5$$

$$x_2 = \frac{-0,5 - 1,5 \times 1,5}{1}$$



## Exercício A

$$\text{Então, } \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ -2,75 \\ 1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Soluções do sistema triangular superior obtidas pelas substituições retroativas:

$$x_3 = 1,5$$

$$x_2 = -2,75$$



## Exercício A

$$\text{Então, } \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ -2,75 \\ 1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Soluções do sistema triangular superior obtidas pelas substituições retroativas:

$$x_3 = 1,5$$

$$x_2 = -2,75$$

$$x_1 = \frac{1 - 4 \times (-2,75) - 7 \times 1,5}{2}$$



## Exercício A

$$\text{Então, } \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 1,5 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,75 \\ -2,75 \\ 1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Soluções do sistema triangular superior obtidas pelas substituições retroativas:

$$x_3 = 1,5$$

$$x_2 = -2,75$$

$$x_1 = 0,75$$





## Exercício A

### Resultado

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = \begin{bmatrix} 0,75 \\ -2,75 \\ 1,5 \end{bmatrix}.$$



## Exercício A

$$\det(A) = (-1)^p \prod_{i=1}^3 u_{ii}$$

onde  $p$  é o número de permutações necessárias para colocar os índices das linhas pivotais em ordem crescente.



## Exercício A

$$\det(A) = (-1)^p \prod_{i=1}^3 u_{ii}$$

onde  $p$  é o número de permutações necessárias para colocar os índices das linhas pivotais em ordem crescente.

$p$	linhas pivotais			
0	2	1	3	



## Exercício A

$$\det(A) = (-1)^p \prod_{i=1}^3 u_{ii}$$

onde  $p$  é o número de permutações necessárias para colocar os índices das linhas pivotais em ordem crescente.

$p$	linhas pivotais			
0	2	1	3	trocar 2 com 1
1	1	2	3	



## Exercício A

$$\det(A) = (-1)^{\mathbf{1}} \prod_{i=1}^3 u_{ii}$$

$p$	linhas pivotais			
0	2	1	3	trocar 2 com 1
<b>1</b>	1	2	3	<b>ordem crescente</b>



## Exercício A

$$\det(A) = (-1)^1 \times 2 \times 1 \times (-2)$$

$p$	linhas pivotais			
0	2	1	3	trocar 2 com 1
1	1	2	3	ordem crescente



## Exercício A

$$\det(A) = 4$$

$p$	linhas pivotais			
0	2	1	3	trocar 2 com 1
1	1	2	3	ordem crescente



## Exercício B

### Exercício

Vimos que 1 é autovalor de  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{bmatrix}$ .

- 1 Sem nenhum cálculo, qual a quantidade de soluções do sistema  $Bx = x$ .
- 2 Resolver  $Bx = x$  usando duas casas decimais.

### Formulário

- $\exists v \neq 0 \mid Av = \lambda v$
- $PA = LU$
- $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$
- $\det(A) = (-1)^t \prod_{i=1}^n u_{ii}$





## Exercício C

### Exercício para entregar

Usando duas decimais, calcular o determinante de

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 10 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

### Formulário

- $\exists v \neq 0 \mid Av = \lambda v$
- $PA = LU$
- $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$
- $\det(A) = (-1)^t \prod_{i=1}^n u_{ii}$



# License

©2013 Manaíra Lima e Loïc Cerf



These slides are licensed under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported License.