

# UniRuy & Área 1 | Wyden PROGRAMA DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO TEORIA DE COMPILADORES

Dalvan Batista Dos Santos

Teoria de Compiladores: Representação e operações de conjuntos funções e relações grafos e árvores técnicas básicas de demonstração de provas matemáticas: prova por indução, prova por contradição.

Salvador - Bahia - Brasil 2022 Dalvan Batista Dos Santos

Teoria de Compiladores: Representação e operações de

conjuntos funções e relações grafos e árvores técnicas

básicas de demonstração de provas matemáticas: prova

por indução, prova por contradição.

Trabalho Acadêmico elaborado ao programa de Engenharia UniRuy & Área 1 | Wyden, como requisito para obtenção de nota parcial da AV1 na disciplina Teoria de Compiladores no curso de Graduação em Engenharia da Computação, que tem como objetivo consolidar os tópicos do plano de ensino da disciplina.

Orientador: Prof. MSc. Heleno Cardoso

Salvador - Bahia - Brasil

2022

da Tal, Aluno Fulano

Teoria de Compiladores: Resenha / Mapa Mental / Perguntas

Aluno Fulano de Tal. Salvador, 2022.18 f.: il.

Trabalho Acadêmico apresentado ao Curso de Ciência da Computação, UniRuy & Área 1 | Wyden, como requisito para obtenção de aprovação na disciplina Teoria de Compiladores.

Prof. MSc. Heleno Cardoso da S. Filho.

- 1. Resenha
- 2. Mapa Mental
- 3. Perguntas/Respostas (Mínimo de 03 Máximo de 05)
- 4. Conclusão

I. da Silva Filho, Heleno Cardoso II. UniRuy & Área 1 | Wyden. III. Trabalho Acadêmico

CDD:XXX

# TERMO DE APROVAÇÃO

Dalvan Batista Dos Santos

TEORIA DE COMPILADORES: REPRESENTAÇÃO E OPERAÇÕES DE CONJUNTOS FUNÇÕES E RELAÇÕES GRAFOS E ÁRVORES TÉCNICAS BÁSICAS DE DEMONSTRAÇÃO DE PROVAS MATEMÁTICAS: PROVA POR INDUÇÃO, PROVA POR CONTRADIÇÃO.

Trabalho Acadêmico aprovado como requisito para obtenção de nota parcial da AV1 na disciplina Teoria de Compiladores, UniRuy & Área 1 | Wyden, pela seguinte banca examinadora:

BANCA EXAMINADORA

 $\operatorname{Prof}^{\underline{o}}.$  MSc $^{\underline{o}}.$  Heleno Cardoso Wyden

Salvador, 04 de Outubro de 2022

Dedico este trabalho acadêmico a todos que contribuíram direta ou indiretamente com minha formação acadêmica.

# Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus. Ele, sabe de todas as coisas, e através da sua infinita misericórdia, se fez presente em todos os momentos dessa trajetória, concedendo-me forças e saúde para continuar perseverante na minha caminhada. A minha familia por sempre acreditarem no meu potencial.

 ${\bf E}$  a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a minha formação acadêmica.



#### Resumo

Este trabalho de Teoria da computação e compiladores é um compilado de forma resumida e simples sobres os assuntos de conjuntos, com suas representações e operações, grafos, sendo ele bastante usado arvores, sendo estes bastantes usados em programação, uma pequena demonstração de técnicas matemáticas, prova por indução e contradição.

Palavras-chaves: Conjuntos, Números, Matématica.

## Abstract

This work of Theory of Computation and Compilers is a summary and simple compilation on the subjects of sets, with their representations and operations, graphs, being it quite used trees, which are quite used in programming, a small demonstration of mathematical techniques, proof by induction and contradiction.

Keywords: Compilers, Turing, Formalism, Language, architecture, graphs, algorithms, automaton.

# Lista de figuras

Figura 1 – Diagrama de Venn	 14
Figura 2 – Simbolos	 15
Figura 3 – Simbolos	 17
Figura 4 – Tipos de Fução	 18
Figura 5 – Relações	 19
Figura 6 – Grafico Dominio e imagem	 19
Figura 7 – Relação X / Y	 20
Figura 8 – Exemplo de um Grafo	 21
Figura 9 — Demostração Grafo dirigido	 21
Figura 10 – Demostração Ponte de Konisberg	 22
Figura 11 – Demostração arvore	 24
Figura 12 – Arvore no Sistema Operacional	 24
Figura 13 – Grafo	 27

# Lista de tabelas

# Lista de abreviaturas e siglas

URL - Uniform Resource Locator (Localizador Uniforme de Recursos).

JIT - Just in Time.

DAG - Grafos Acíclicos Dirigidos.

Assembly - Código de máquina.

Scanner - Analisador Léxico.

Parser - Analisador Sintático / Semântico.

# Sumário

1 Conjuntos					
	1.1	Introd	ução	13	
	1.2	Execu	ção/Método	13	
		1.2.1	Repositório de pesquisa	16	
		1.2.2	String de Busca por Repositório	16	
		1.2.3	Artigos Selecionados - Mínimo de 2 e Máximo de 5	16	
		1.2.4	Resenha dos Artigos Selecionados	16	
	1.3 Análise de Resultados				
2	2 Funções e Relações				
3	Gra	fos		21	
4	Arvores				
5	Pro	vas ma	atématicas: Indução e Contradição	<b>2</b> 6	
	5.1	Conclu	1São	26	
		5.1.1	Perguntas e Respostas - Mínimo de 2 e Máximo de 5	26	
Re	e <b>ferê</b> :	$\mathbf{ncias}^1$		28	

 $<sup>\</sup>overline{\ ^{1}\ }$  De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

## 1 Conjuntos

## 1.1 Introdução

Feitas de elementos que fazem parte de determinados conjuntos. Operações matemáticas com elementos que fazem parte de um grupo. Com isso temos união, intersecção e diferença. Na matemática os conjuntos representam a reunião de vários objetos. Quando os elementos de um conjunto são números os chamamos de conjunto numéricos. Temos vários tipos de conjuntos numéricos, dentre eles: Números Naturais(N), números inteiros(Z), números racionais(Q), números irracionais(I) e números reais(R).

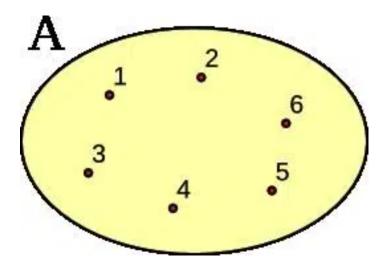
Os conjuntos podem ser representados de três formas, a primeira é por nomeação de elementos Exemplo: cores primarias:

C = vermelho, amarelo e azul A segunda por compreensão, assim representamos por uma característica comum de todos os elementos do conjunto, como por exemplo: C = cores primárias Por fim temos o diagrama de Venn, é definido por curvas fechadas no interior de um plano onde nas curvas encontram-se os elementos, assim o conjunto de números primários estariam representados da seguinte forma: A = 1, 2, 3, 4, 5, 6.

# 1.2 Execução/Método

Operações com conjuntos: Alguns símbolos precisam serem conhecidos antes de se aplicar a relação entre os elementos nas operações com conjuntos. Na figura abaixo temos esses símbolos.

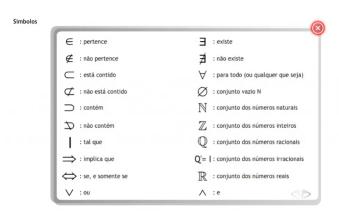
Figura 1 – Diagrama de Venn



Fonte: Site Conhecimento Cientifico

Também temos os símbolos das operações, que vemos na imagem abaixo.

Figura 2 – Simbolos



Fonte: Site Conhecimento Cientifico

É possível realizar algumas operações com conjuntos, sendo elas união de conjuntos, intersecção e diferença de conjuntos.

União de conjuntos: é a junção dos elementos dos conjuntos dados, um conjunto formado com os elementos dos outros conjuntos.

Exemplo:

Faça a união dos conjuntos

$$A = 1.5.8.9 \text{ e B} = 7.6.3.2$$

$$A U B = 1,5,8,9,7,6,3,2$$

Intersecção de conjuntos: é um conjunto de elementos comum a dois ou mais conjuntos ao mesmo tempo. Exemplo:

Faça intersecção dos conjuntos abaixo:

$$A = 1,3,5,7,9,10,11,13 \text{ e B} = 0,2,5,6,9,13,15$$

A 
$$B = 5,9,13$$

Se por acaso os dois conjuntos não apresentarem elementos em comum Em sua intersecção , podemos chamá-lo de conjunto vazio que é representado por:

 $A B = \emptyset$  Exemplo: Faça intersecção dos conjuntos abaixo

A1,2,3,4,5

B 6,7,8,9

 $A B = \emptyset$ 

Diferença de conjuntos: representa os elementos de um conjunto que não aparece em outro conjunto:

Exemplo: Observe os conjuntos

A = 1,2,3,4,5,6,7 e

$$B = 1,2,3,4,5,6,7,9,15,13,$$

indique o conjunto diferença entre eles.

#### 1.2.1 Repositório de pesquisa

- 1.2.2 String de Busca por Repositório
- 1.2.3 Artigos Selecionados Mínimo de 2 e Máximo de 5
- 1.2.4 Resenha dos Artigos Selecionados

Conforme (??)

#### 1.3 Análise de Resultados

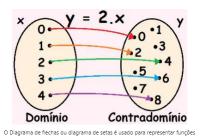
#### Mapa Mental

Esta seção apresenta o mapa mental/conceitual da temática, objeto de estudo, como pré-requisito para entendimento e consolidação do conteúdo.

## 2 Funções e Relações

Funções são a regra que relaciona cada elemento de um conjunto a um só elemento de outro conjunto, sendo representados pelas variáveis X e Y, respectivamente. Em cada valor de x, pode-se determinar um valor de y, assim pode se dizer que y está em função de x. As funções podem ser injetoras, sobrejetoras, bijetoras e simples. Representando a função de números naturais, na qual em cada numero escolhido obtenha-se o seu dobro. Se escolhermos o 1, teremos 2, se escolhermos o 2, teremos o 4, e assim por diante. Podemos representar essa função utilizando o diagrama de flechas, como no exemplo abaixo.

Figura 3 – Simbolos



Fonte: Brasil escola

Representando a função de números naturais, na qual em cada número escolhido obtenha-se o seu dobro. Se escolhermos o 1, teremos 2, se escolhermos o 2, teremos o 4, e assim por diante. Podemos representar essa função utilizando o diagrama de flechas, como no exemplo abaixo.

Representando a função de números naturais, na qual em cada número escolhido obtenha-se o seu dobro. Se escolhermos o 1, teremos 2, se escolhermos o 2, teremos o 4, e assim por diante. Podemos representar essa função utilizando o diagrama de flechas, como no exemplo abaixo.

Na imagem acima temos o domínio e o contradomínio, que são dois conjuntos numéricos. Temos um subconjunto chamado imagem, dentro do contradomínio. O subconjunto é composto por elementos que estão com setas, são eles que possuem relação com os elementos do domínio. Trabalhando com funções, teremos a "lei da função" que determina como serão os elementos da imagem dessa função. No caso acima temos uma função y em relação a x , para cada x escolhido, possuímos um , dizemos que y é a variável dependente,

por sua vez que x é a variável independente. "Se os elementos do domínio e da imagem de uma função pertencem ao conjunto dos números inteiros, por exemplo, dizemos que f:  $\rightarrow$ , lemos que "f é uma função cujo domínio pertence aos inteiros e cuja imagem pertence aos inteiros" ou, simplesmente, "f é uma função de inteiros em inteiros"."

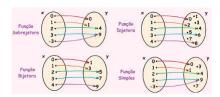
Classificamos as funções em: Função sobrejetora: todos os elementos do contradomínio devem pertencer ao conjunto da imagem, isto é, os elementos recebem uma seta vinda do domínio ou se o conjunto da imagem e do contradomínio são iguais. O mesmo elemento do contradomínio pode receber uma correspondência de mais de um elemento do domínio,

Função injetora: cada elemento do domínio deve possuir uma única e distinta imagem, ou seja, um elemento do conjunto da imagem pode corresponder a dois elementos do domínio.

Função bijetora: se ao mesmo tempo que ela for injetora e sobrejetora ela é chamada de bijetora, se todos os elementos do contradomínio pertencem ao conjunto da imagem e um elemento do contradomínio corresponde a um único elemento do domínio. Função simples: Uma função é dita simples se ela não é injetora nem sobrejetora.

Na imagem abaixo temos a representação de cada tipo de função:

Figura 4 – Tipos de Fução



Fonte: Site Conhecimento Cientifico

#### Relações:

Quando estudamos função em matemática é importante compreendermos o que é uma relação, pois função nada mais é que uma relação entre dois conjuntos. Isso não significa que toda relação seja uma função, para que uma determinada relação seja uma função é preciso seguir algumas regras. iremos trabalhar a relação entre dois conjuntos e as formas pelas quais essa relação pode ser representada.

Dado dois conjuntos  $A=0,\,1,\,2,\,3$  e  $B=3,\,4,\,5,\,6,$  atribuímos à relação de A para  $B\ (A\to B)$ , isso significa que os elementos de A estão relacionados com os elementos de B, veja:

Figura 5 – Relações



Fonte: Site Mundo Educação

Da relação feita acima podemos tirar um conjunto (conjunto formado pela relação dos conjuntos A e B:

$$R = (0,3) (1,4) (2,5) (3,6)$$

O conjunto R é formado pela relação dos elementos de A e de B formados por pares ordenados, o primeiro número de cada par é chamado de domínio da relação e o segundo de imagem da relação. Assim, são formados mais dois conjuntos dessa mesma relação, o conjunto domínio e o conjunto imagem:

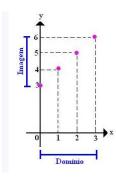
$$D(R) = 0, 1, 2, 3 \text{ Im}(R) = 3, 4, 5, 6$$

A relação A  $\rightarrow$  B pode ser representada das seguintes formas:

Pares ordenados: 
$$R = (0, 3) (1, 4) (2, 5) (3, 6)$$

Podemos colocar esses pares ordenados em forma de gráficos:

Figura 6 – Grafico Dominio e imagem



Fonte: Site Mundo Educação

Mediante uma regra Para relacionarmos o eixo x com o eixo y foi estabelecida uma regra para que essa relação seja feita. Se observarmos veremos que em cada elemento do eixo x foram adicionadas 3 unidades para que esse seja relacionado com um número do eixo y.

Figura 7 – Relação X / Y

Fonte: Site Mundo Educação

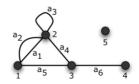
#### 3 Grafos

Um grafo é um conjunto finito não-vazio de nós (ou vértices) e um conjunto finito de arcos (ou arestas) tais que cada arco conecta dois nós. É uma tripla ordenada (N,A,g) onde: N – é um cojnto não vazio de nós A – é um conjunto de arcos g – é uma função que associa cada arco a um par não ordenado x-y de nós chamados de extremidade do arco.

Figura 8 – Exemplo de um Grafo

#### Exemplo

- Um grafo com 5 nós e 6 arestas
- A aresta a<sub>1</sub> conecta os nós 1 e 2



Fonte: Site Slideshare

Os grafos são usados em vários problemas nas mais diversas áreas, como por exemplo, rede de comunicação, malhas viárias, redes de distribuição de serviços e produtos, diagramas de fluxo.

Conceitos: Um grafo pode ser dirigido ou direcionado, caso as suas arestas tenha uma direção ele é considerado dirigido, porem se suas arestas não tiverem direção, ele é chamado de não dirigido. Abaixo temos a definição de alguns tipos de grafos.

Figura 9 – Demostração Grafo dirigido



Fonte: Site WikiCiencias

Grafo Simples: é não direcionado, não possui laços, e possuí apenas uma aresta entre dois vértices, que não possuem arestas paralelas.

Grafo completo: é um grafo simples que todos os vértices do grafo têm o mesmo grau, cada aresta se conecta com este vértice a cada um dos outros vértices.

Grafo nulo: conjunto de vértices é vazio.

Grafo vazio: diferente do nulo, o conjunto de arestas é vazio.

Grafo trivial: não possuem arestas, mas possui um único vértice.

Grafo regular: nesse caso os vértices tem o mesmo grau.

Multigrafo: permite múltiplas arestas que são ligadas ao mesmo vértice (arestas paralelas)

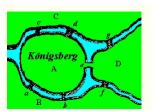
Laço: num grafo ou num digrafo é uma aresta e em E cujas terminações estão no mesmo vértice.

Pseudografo: possuem arestas parelelas e laços.

Problema das Pontes de Königsberg:

No século 18 havia na cidade de Königsberg um conjunto de sete pontes (identificadas pelas letras de a até f na figura abaixo) que cruzavam o rio Pregel . Elas conectavam duas ilhas entre si e as ilhas com as margens:

Figura 10 – Demostração Ponte de Konisberg



Fonte: Site UFSC

Por muito tempo os habitantes daquela cidade perguntavam-se se era possível cruzar as sete pontes numa caminhada contínua sem passar duas vezes por qualquer uma delas.

A solução consiste em, partindo de qualquer vértice, tentar atravessar todas as arestas uma única vez e retornar ao vértice de origem. Euler, ao propôr a solução para este problema, se preocupou em descobrir em que tipos de grafos se pode fazer esse caminhamento fechado, passando por todas as arestas uma única vez. Esse tipo de caminhamento foi chamado 'caminho de Euler', e um grafo que consiste de um caminho de Euler foi denominado 'grafo de Euler'. Como todo grafo de Euler possui um caminho

de Euler, como o proposto no problema das pontes de Königsberg, para sabermos se existe solução, basta sabermos se o grafo modelo do problema é um grafo de Euler ou não.

TEOREMA: Um grafo conexo G é um grafo de Euler se e somente se todos os seus vértices são de grau par.

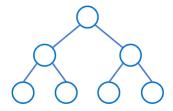
PROVA: Imagine que G seja um grafo de Euler. Então ele contém um caminho de Euler. Seguindo esse caminho nota-se que chegamos num vértice 'entrando'por uma aresta e encontramos outra para 'sair' do vértice e continuar o caminho. Se houver outras arestas adjacentes ao vértice, 'entramos' por uma destas arestas e devemos encontrar uma, ainda não visitada, para 'sairmos' do vértice. Se houver um número n ímpar de arestas em pelo menos um dos vértices, ao realizar o caminhamento, cruzaremos esse vértice (n / 2) vezes, passando por (n-1) arestas. Ao passarmos pela n-esima aresta, 'entraremos' no vértice e não encontraremos mais arestas ainda não visitadas. O caminhamento não pode continuar.

Solução: Pela análise do grafo modelo G para o problema das pontes de Königsberg, observa-se que Para Todo v E V, gr(v) é ímpar. Logo, o grafo G não é um grafo de Euler. Isso significa que o problema não possui solução. Note que não é necessário que tenhamos Para Todo v E V, gr(v) é impar , basta que Exista Pelo Menos Um v E V | gr(v) é impar para concluirmos que o grafo em questão não é um grafo de Euler.

### 4 Arvores

Considerado um dos tipos de estrutura de dados mais importantes do ramo da computação, podendo ser implementadas em varias linguagens de programação.

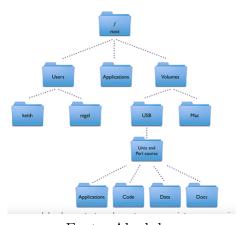
Figura 11 – Demostração arvore



Fonte: Algol.dev

Os elementos de uma arvore são propensos de forma hierárquica. Com uma vasta utilidade, como por exemplo estruturas de pastas de um Sistema Operacional, como na imagem abaixo.

Figura 12 – Arvore no Sistema Operacional



Fonte: Algol.dev

Toda arvore é formada por dois elementos básicos denominados nos e arestas. Algumas informações tais como numero de telefone, um nome, alguma data, lista de e-mails, perfil de usuário, são armazenados nos nós. Já as arestas é o que representa o relacionamento entre esses nos, como eles se conectam.

Características de uma arvore:

Raiz: é o nó inicial.

Grau: quantidade de filhos que um nó tem.

Nível: distancia de um nó até a raiz.

Altura: o maior nível encontrado na árvore (altura de uma árvore com n<br/> nós podem variar de  $\lg(n)$  até n-1;

Folha: Nó sem filhos.

# 5 Provas matématicas: Indução e Contradição

Usa-se indução matemática para mostrar resultados em uma grande variedade de objetos discretos. Como por exemplo, complexidade de algoritmos, corretude de alguns tipos de programa de computado, teoremas de grafos e arvores, e uma vasta quantidade de inequações.

Exemplo: tomemos os números naturais  $\,$ e uma propriedade  $\,$ P. Nosso objetivo é provar que  $\,$ P(k) é verdade para todo número natural k

Base: Provar que P(1) é verdadeiro.

Passo de Indução: Para cada i1, assuma que P(i) é verdadeiro (hipótese de indução) e use esta suposição para mostrar que P(i+1) é verdadeiro.

Exemplo:

Vamos provar o Teorema\*: Se x 4, então 2x x 2

Base: Se x=4, então 2x e x2 são ambos 16. Logo, 24 42 é verdadeira -P(1)

Contradição:

Uma forma comum de provar um teorema é assumir que o teorema é falso e então mostrar que esta suposição leva a uma conseqüência falsa, chamada contradição.

Exemplo: Seja U um conjunto infinito, e seja S um subconjunto finito de U. Seja T o complemento de S em relação a U. Então T é infinito.

#### 5.1 Conclusão

conclui-se que apesar de parecer simples a teoria dos conjuntos e de extrema importancia para se trabalhar o raciocinio logico, foi visto tambem que arvores é um dos assuntos mais importantes da estrutua de dados e que os grafos estão presentes no nosso dia a dia, como por exemplo na construção de redes, mapas dentre outras funcionalidades.

#### 5.1.1 Perguntas e Respostas - Mínimo de 2 e Máximo de 5

QUESTÃO 1 (Mackenzie) Sendo A = 1, 2, 3, 5, 7, 8 e B = 2, 3, 7, então o complementar de B em A é:

- a) Ø
- b) 8

- c) 8, 9, 10
- d) 9, 10, 11...
- e) 1, 5, 8

#### QUESTÃO 2

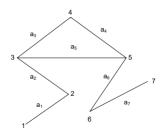
(Enem) No dia 17 de maio passado, houve uma campanha de doação de sangue em uma universidade. Sabemos que o sangue das pessoas pode ser classificado em quatro tipos quanto a antígenos. Uma pesquisa feita com um grupo de 100 alunos da universidade constatou que 42 deles têm o antígeno A, 36 têm o antígeno B, e 12 o antígeno AB. Sendo assim, podemos afirmar que o número de alunos cujo sangue tem o antígeno O é:

- a) 20 alunos
- b) 26 alunos
- c) 34 alunos
- d) 35 alunos
- e) 36 alunos

QUESTAO 3

Considere o Grafo

Figura 13 - Grafo



Fonte:Prova Antiga de Logica do autor

e responda as seguintes perguntas:

- a) O grafo é simples?
- b) O grafo é completo?
- c) O grafo é conexo?
- d) É possivel encontrar dois caminhos do nó 3 para o 6?
- e) É possivel encontrar um ciclo?
- f) g) É possível encontrar um arco cuja remoção transforma o grafo em um grafo não-conexo?

## Referências<sup>1</sup>

RIBEIRO, Amanda Gonçalves. "O que é função?"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-funcao.htm. Acesso em 27 de setembro de 2022.

PERILO, Bruna Perilo. Operações com conjuntos – Representação e os tipos. Conhecimento Científico. Disponível em: https://conhecimentocientifico.com/operacoescom-conjuntos/ Acesso em: 20 de setembro de 2022.

GOUVEIA, Rosimar Gouveia. Operações com conjuntos. Toda Matéria. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/operacoes-com-conjuntos/ Acesso em: 21 de setembro de 2022.

MIRANDA, Daniele de Miranda.Relação.Mundo Educação Disponível em:https://mundoeducac Acesso em: 25 de setembro de 2022.

PONTES DE KONISBERG, 2022. Disponível em: https://www.inf.ufsc.br/grafos/problema/por<br/>Acesso em: 06/10/2022

SANTIAGO, Daniel Santiago. Arvores: Estrutura de dados . Algol.dev. Disponível em: https://algol.dev/arvores-estrutura-de-dados/ Acesso em: 28 de setembro de 2022.

SIQUEIRA, Fernando de Siqueira .Estrutura de dados .Sites Google. Disponível em: https://sites.google.com/site/proffdesiqueiraed/aulas/aula-10—arvores Acesso em: 28 de setembro de 2022.

WIKIICMC..Tipos de prova .Sites Google. Disponível em: http://wiki.icmc.usp.br/images/7/72
Acesso em: 05 de outubro 2022

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.