



UniRuy & Área 1 | Wyden

PROGRAMA DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO
TEORIA DE COMPILADORES

DALVAN BATISTA DOS SANTOS

Teoria de Compiladores: Linguagens,
Expressões e Gramáticas Regulares

Salvador - Bahia - Brasil

2022

DALVAN BATISTA DOS SANTOS

Teoria de Compiladores: Linguagens, Expressões e Gramáticas Regulares

Trabalho Acadêmico elaborado junto ao programa de Engenharia UniRuy & Área 1 | Wyden, como requisito para obtenção de nota parcial da AV2 na disciplina Teoria de Compiladores no curso de Graduação em Engenharia da computação, que tem como objetivo consolidar os tópicos do plano de ensino da disciplina.

Orientador: Prof. MSc. Heleno Cardoso

Salvador - Bahia - Brasil

2022

da Tal, Aluno Fulano

Teoria de Compiladores: Resenha / Mapa Mental / Perguntas

– Aluno Fulano de Tal. Salvador, 2022.
18 f. : il.

Trabalho Acadêmico apresentado ao Curso de Ciência da Computação, UniRuy & Área 1 | Wyden, como requisito para obtenção de aprovação na disciplina Teoria de Compiladores.

Prof. MSc. Heleno Cardoso da S. Filho.

1. Resenha
2. Mapa Mental
3. Perguntas/Respostas (Mínimo de 03 – Máximo de 05)
4. Conclusão

I. da Silva Filho, Heleno Cardoso II. UniRuy & Área 1
| Wyden. III. Trabalho Acadêmico

CDD:XXX

TERMO DE APROVAÇÃO

DALVAN BATISTA DOS SANTOS

TEORIA DE COMPILADORES: LINGUAGENS, EXPRESSÕES E
GRAMÁTICAS REGULARES

Trabalho Acadêmico aprovado como requisito para obtenção de nota parcial da AV2 na
disciplina Teoria de Compiladores, UniRuy & Área 1 | Wyden, pela seguinte banca
examinadora:

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. MSc^o. Heleno Cardoso
Wyden

Salvador, 08 de Novembro de 2022

Dedico este trabalho acadêmico a todos que contribuíram direta ou indiretamente com minha formação acadêmica. A minha família que sempre acreditou em meu potencial.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus. Ele, sabe de todas as coisas, e através da sua infinita misericórdia, se fez presente em todos os momentos dessa trajetória, concedendo-me forças e saúde para continuar perseverante na minha caminhada.

E a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a minha formação acadêmica.

*"As pessoas costumam dizer que a motivação não dura sempre. Bem, nem o efeito do
banho, por isso recomenda-se diariamente."*

Zig Ziglar.

Resumo

O presente artigo sobre Linguagens, Expressões e Gramáticas Regulares, falaremos um pouco sobre linguagens regulares, operações regulares, gramática regular e expressões regulares. Iremos saber como determinar se uma linguagem é regular ou não através de um teorema, o do bombeamento, se uma gramática é regular à esquerda ou à direita.

Palavras-chaves: Linguagens , teoremas, Bombeamento.

Abstract

In this article on Languages, Expressions and Regular Grammar, we will talk a little about regular languages, regular operations, regular grammar and regular expressions. We will know how to determine if a language is regular or not through a theorem, the pumping theorem, if a grammar is regular left or right.

Keywords: Languages, Theorems, Pumping.

Lista de figuras

Figura 1 – Lema Bombeamento	13
Figura 2 – Tabela resumo - Operações Regulares	16
Figura 3 – Algebr de linguagens	17
Figura 4 – Prova Lema 1	19
Figura 5 – Prova Lema 1	20

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

AFs	- Autômatos Finitos.
ER	- Expressões Regulares.
AFN	- Autômato Finito Não Determinístico.

Sumário

1	Linguagens, Expressões e Gramáticas Regulares	13
1.1	Introdução	13
1.2	Linguagem Regular	13
2	Expressão Regular	14
3	Gramática Regular	15
4	Operações Regulares	16
5	Equivalência entre gramática regular, autômato finito e expressão regular.	19
5.0.1	Perguntas e Respostas - Mínimo de 2 e Máximo de 5	20
6	Conclusão	21
	Referências¹	22

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

1 Linguagens, Expressões e Gramáticas Regulares

1.1 Introdução

Se refere-se a uma linguagem simples, assim pode-se desenvolver algoritmos de reconhecimento ou que gere pouca complexidade, com uma grande eficiência e que seja fácil de implementá-la. São utilizadas para descrever dispositivos simples, como os autômatos finitos, que é classificada pela hierarquia de Chomsky como elementar, pois não necessita de memória para ser reconhecida.

1.2 Linguagem Regular

Uma linguagem é chamada linguagem regular se algum autômato finito a reconhece.

O que não pode ser considerado uma linguagem regular são as linguagens que requerem a atuação de uma memória para estruturar os elementos de suas cadeias, isto é, quando a frequência de um elemento da cadeia determina a frequência de outro elemento da mesma cadeia. Portanto, linguagens como "todas cadeias de 'a' seguido de 'b', onde o número de 'a' é igual ao de 'b'", não são regulares pois o número de 'a' determina o número de 'b'.

De acordo (PRADO, S.A) Com o lema do bombeamento podemos definir se uma linguagem é regular ou não regular, pois segundo o lema representando na imagem a seguir:

Figura 1 – Lema Bombeamento

Lema do bombeamento

Se L é uma Linguagem regular, então existe uma constante n tal que para qualquer palavra w de L onde $|w| \geq n$, w pode ser definida como $w = uv^iz$ onde $|uv| \leq n$, $|v| \geq 1$ e para todo $i \geq 0$, uv^iz é palavra de L .

Fonte: FC.UNESP

2 Expressão Regular

de acordo (MALAQUIAS, 2011), a expressão regular, também conhecida como padrão, serve para descrição de cadeias de símbolo que de forma concisa, sem a necessidade de listar todos os elementos do conjunto. Um conjunto formado pelas cadeias s Handel, Händel e Haendel pode ser descrito pelo padrão $H(\tilde{a}|ae?)ndel$. De acordo com a teoria das linguagens formais, se uma expressão regular sobre um conjunto finito de símbolos (chamado de alfabeto) denota uma linguagem regular sobre .

- o conjunto vazio \emptyset é uma expressão regular que denota a linguagem vazia
- a cadeia vazia ϵ é uma expressão regular que denota a linguagem
- o literal a é uma expressão regular que denota a linguagem a
- se R e S são expressões regulares, então RS , também escrito como $R \cdot S$, é uma expressão regular que denota a linguagem $| L(R) L(S)$ cujas cadeias são formadas pela concatenação de uma cadeia de $L(R)$ com uma cadeia de $L(S)$
- se R e S são expressões regulares, então $R|S$ é uma expressão regular que denota a linguagem $L(R) L(S)$
- se R é uma expressão regular, então $R^?$ é uma expressão regular que denota a linguagem $L(R) L(RR)L(RRR)\dots$

3 Gramática Regular

De acordo com [Ramos \(2010\)](#), Termo que é usado para designar os tipos de gramática linear, sendo elas gramáticas lineares à esquerda ou gramáticas lineares à direita, sendo indiferente o emprego de uma delas ou de qualquer outra variante de gramática, devido possuírem a mesma capacidade de representação de linguagens. Linguagens geradas por gramáticas regulares recebem o nome de linguagens regulares.

Segundo ([REGIVAN, 2007](#)) Uma gramática $G : (V, T, S, P)$, diz-se linear se todas as produções são da forma a seguir:

$$A \rightarrow wB$$

$$A \rightarrow Bw$$

$$A \rightarrow w$$

Sendo $A, B \in V$ e $w \in T^*$.

Gramática linear à esquerda é se a forma $A \rightarrow Bw$ ou $A \rightarrow w$. Analogamente, uma gramática linear à direita se todas as produções tem a forma $A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$.

Nem toda gramática linear é regular. Por exemplo, a gramática $S \rightarrow aS \mid Sb \mid ab$ é linear, mas não é regular, pois, nem é regular à direita nem regular à esquerda.

4 Operações Regulares

segundo (ANDERSON, 2011) Muito provavelmente sem perceber, podemos ter utilizado operações regulares quando especificamos pesquisas avançadas utilizando programas como emacs, egrep, perl, python, dentre outros. União, concatenação e Kleene-star (fecho de Kleene) são três operações regulares básicas.

Figura 2 – Tabela resumo - Operações Regulares

Operação	Símbolo	Versão UNIX	Significado
União	\cup		casa um dos padrões
Concatenação	\bullet	<i>implícito em UNIX</i>	casa os padrões em sequência
Kleene-star	*	*	casa o padrão 0 ou mais vezes
Kleene-plus	+	+	casa o padrão 1 ou mais vezes

Fonte:Decom.UFOP

um pouco sobre algumas operações regulares.

União:

UNIX: usando o comando “egrep -i ‘a|e|i|o|u’” , pesquisamos em um texto todas as linhas que cotem vogais. O padrão vogal é casado por qualquer linha que contenha um dos símbolos a, e, i, o, ou u.

O que é um padrão string?

Nada melhor que um conjunto de strings para definir o padrão string, i.e uma linguagem. A linguagem para um dado padrão é o conjunto de todos os strings que satisfazem o predicado do padrão.

EX: no caso da padrão -vogal =

uma string que contenham qualquer um dos símbolos a e i o i

Linguagens formais: Dados os padrões

A = (aardvark),

B = (bobcat)

C = (chimpanzee)

A união desses padrões resulta em:

$$A \cup B \cup C = (aardvark, bobcat, chimpanzee)$$

Concatenação:

Em unix, pra pesquisar todas as ocorrências duplas consecutivas de vogais, usamos: `egrep -i '(a|e|i|o|u)(a|e|i|o|u)'`.

É notável a repetição do padrão vogal, assim utilizamos parênteses para mostrar onde ocorre de forma exata a concatenação.

Linguagens formais. Considere o resultado anterior:

$$L \approx (aardvark, bobcat, chimpanzee)$$

Vamos Concatenar L com ela propria:

$$L \bullet L \approx (aardvark, bobcat, chimpanzee)(aardvark, bobcat, chimpanzee) = (aardvarkaardvark, \dots)$$

Q1: O que é $L \bullet 9(\epsilon)$?

Q2: O que é $L \bullet (\emptyset)$?

Definição na imagem abaixo

Figura 3 – Álgebra de linguagens

Álgebra de Linguagens

A1: $L \bullet \{\epsilon\} = L$. De modo geral, $\{\epsilon\}$ é a **identidade** da “álgebra” de linguagens. I.e., se pensarmos na concatenação como sendo multiplicação, $\{\epsilon\}$ age como o número 1.

A2: $L \bullet \emptyset = \emptyset$. Dualmente a $\{\epsilon\}$, \emptyset age como o número zero, obliterando qq string com o qual é concatenado.

Nota: Na analogia entre números e linguagens, a adição corresponde à união e a multiplicação corresponde à concatenação, formando assim uma “álgebra”.

28

Fonte:Decom.UFOP

Kleene: pesquisar por linhas que consistem puramente de vogais (incluindo a linha vazia):

`egrep -i '(a|e|i|o|u)* $'`

Linguagens formais : Considere a linguagem

$$B = (ba, na)$$

Q: Qual é a linguagem B^* ?

A: $B^* = (ba, na)^* = (\varepsilon,$
 $ba, na, baba, bana, naba, nana, bababa, babana, banaba,$
 $banana, nababa, nabana, nanaba, nanana, babababa, bababana, \dots)$

5 Equivalência entre gramática regular, autômato finito e expressão regular.

De acordo com (CAMBUIM,) AFS e ER possuem equivalência em poder descritivo, tanto que uma ER pode ser convertida em um AF, assim como um AF pode ser convertido em um ER, pois a linguagem que as descreve é reconhecida por ambos.

(CAMBUIM,) diz que no teorema:

Teorema: Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve. Esse teorema tem duas direções. Enunciamos e provamos cada uma das direções como um lema separado.

Lema 1.55: Se uma linguagem é descrita por uma expressão regular então ela é regular.

Lema 1.60: Se uma linguagem é regular então ela é descrita por uma expressão regular.

Prova Lema 1.55:

Figura 4 – Prova Lema 1

Caso 1: $R = a$ para algum a em Σ . Então $L(R) = \{a\}$, e o seguinte AFN reconhece $L(R)$.

$$N = (\{q_1, q_2\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_2\})$$

$$\delta(q_1, s) = \begin{cases} \{q_2\} & \text{para } s=a \\ \emptyset & \text{para } s \neq a \end{cases}$$

$$\delta(q_2, s) = \emptyset$$



Fonte: Slide Cambuim

Figura 5 – Prova Lema 1

Caso 2: $R = \varepsilon$. Então $L(R) = \{\varepsilon\}$



$$N = (\{q_1\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_1\})$$

$$\delta(r, s) = \emptyset \text{ para quaisquer } r \text{ e } s$$

Fonte: Slide Cambuim

5.0.1 Perguntas e Respostas - Mínimo de 2 e Máximo de 5

1) (UFOP) Obtenha expressões regulares a partir de AFD que denotem as seguintes linguagens sobre $(0,1)$:

- a) Conjunto das palavras que começam e terminam com 1.
- b) Conjunto das palavras que começam com 1, terminam com 1 e tem pelo menos um 0.

2) (UFOP) Seja L uma linguagem regular sobre a,b , mostre que cada conjunto a seguir é uma linguagem regular:

- a) $(w \in L \mid w \text{ contém pelo menos um } a)$
- b) $(w \in L \mid w \text{ contém pelo menos um } a \text{ (ou ambos)})$

6 Conclusão

Com isso concluimos que o lema do bombeamento nos auxilia a descobrir se uma linguagem é ou não é regular, que Gramáticas lineares à esquerda ou à direita sempre serão consideradas regulares.

Referências¹

- ANDERSON. *Operações Regulares e Expressões Regulares*. 2011. Citado na página 16.
- CAMBUIM, L. *EQUIVALÊNCIA COM AUTÔMATOS FINITOS*. Citado na página 19.
- MALAQUIAS, B. J. R. *Construção de Compiladores*. 2011. Citado na página 14.
- PRADO, S. das G. D. *Linguagens Regulares*. S.A. Citado na página 13.
- RAMOS, B. *1 Linguagens Formais: Teoria, Modelagem e Implementação*. 2010. Citado na página 15.
- REGIVAN, B. *Graamticas Regulares*. 2007. Citado na página 15.

Linguagens Formais: Teoria, Modelagem e Implementação M.V.M. Ramos, J.J. Neto e I.S. Vega Bookman, 2009

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.