



UniRuy & Área 1 | Wyden

PROGRAMA DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO
TEORIA DE COMPILADORES

JOÃO MARCELO TAVARES SOUZA MATOS

Teoria de Compiladores: Noções e
Terminologias Matemáticas.

Salvador - Bahia - Brasil

2022

JOÃO MARCELO TAVARES SOUZA MATOS

**Teoria de Compiladores: Noções e Terminologias
Matemáticas.**

Trabalho Acadêmico elaborado junto ao programa de Engenharia UniRuy & Área 1 | Wyden, como requisito para obtenção de nota parcial da AV1 na disciplina Teoria de Compiladores no curso de Graduação em Engenharia da Computação, que tem como objetivo consolidar os tópicos do plano de ensino da disciplina.

Orientador: Prof. MSc. Heleno Cardoso

Salvador - Bahia - Brasil

2022

da Tal, Aluno Fulano

Teoria de Compiladores: Resenha / Mapa Mental / Perguntas

– Aluno Fulano de Tal. Salvador, 2022.
18 f. : il.

Trabalho Acadêmico apresentado ao Curso de Ciência da Computação, UniRuy & Área 1 | Wyden, como requisito para obtenção de aprovação na disciplina Teoria de Compiladores.

Prof. MSc. Heleno Cardoso da S. Filho.

1. Resenha
2. Mapa Mental
3. Perguntas/Respostas (Mínimo de 03 – Máximo de 05)
4. Conclusão

I. da Silva Filho, Heleno Cardoso II. UniRuy & Área 1
| Wyden. III. Trabalho Acadêmico

CDD:XXX

TERMO DE APROVAÇÃO

JOÃO MARCELO TAVARES SOUZA MATOS

TEORIA DE COMPILADORES: NOÇÕES E TERMINOLOGIAS
MATEMÁTICAS.

Trabalho Acadêmico aprovado como requisito para obtenção de nota parcial da AV1 na disciplina Teoria de Compiladores, UniRuy & Área 1 | Wyden, pela seguinte banca examinadora:

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. MSc^o. Heleno Cardoso
Wyden

Salvador, 09 de Outubro de 2022

Dedico este trabalho acadêmico a todos que contribuíram direta ou indiretamente com
minha formação acadêmica.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus. Ele, sabe de todas as coisas, e através da sua infinita misericórdia, se fez presente em todos os momentos dessa trajetória, concedendo-me forças e saúde para continuar perseverante na minha caminhada. A minha família por sempre acreditarem no meu potencial.

E a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a minha formação acadêmica.

”Toda ação humana, quer se torne positiva ou negativa, precisa depender de motivação”.

Dalai Lama.

Resumo

Dentro de todas as matérias que a faculdade exige para formar um profissional da computação, sem dúvidas a Matemática é uma das mais importantes, se não a mais. Torna o aluno apto a desenvolver-se em situações diversas de pensamento lógico e faz com que ele se torne um resoluto de desafios que nem todos estarão aptos a realizar. A lógica está intrinsecamente dentro de todos os envoltos na computação, a modo que tudo que fazemos é motivo de pensamento lógico, portanto, tem como objetivo tornar o indivíduo hábil a realizar problemas usando técnicas matemáticas. Dentre as diversas técnicas usadas na matemática, existem algumas mais famosas no universo matemático como lógica e conjuntos, relações e funções, grafos e árvores.

Palavras-chaves: Matemática, Computação, Lógica.

Abstract

Among all the subjects that college requires to form a computer professional, Mathematics is undoubtedly one of the most important, if not the most. It makes the student able to develop himself in different situations of logical thinking and makes him become a resolute of challenges that not everyone will be able to perform.

Keywords: Math, Computing, Logic

Sumário

1	Conjuntos	10
1.1	Introdução	10
1.2	Execução/Método	10
2	Funções e Relações	12
3	Grafos	14
3.0.1	Conceitos	14
3.0.2	Grafo Simples	14
3.0.3	Grafo Completo	14
3.0.4	Grafo Nulo	14
3.0.5	Grafo Vazio	15
3.0.6	Grafo Trivial	15
3.0.7	Grafo Bipartido	15
3.0.8	Grafo Regular	15
3.0.9	Multigrafo	15
3.0.10	Laço	15
3.0.11	Pseudo Grafo	15
3.0.12	Problema das Pontes de Königsberg:	16
3.0.13	TEOREMA:	16
3.0.14	PROVA:	16
3.0.15	Solução:	17
4	Arvores	18
5	Provas matemáticas: Indução e Contradição	19
5.1	Conclusão	19
5.1.1	Perguntas e Respostas - Mínimo de 2 e Máximo de 5	19
5.1.1.1	1° Pergunta	19
5.1.1.2	2° Pergunta	20
	Referências¹	21

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

1 Conjuntos

1.1 Introdução

Feitas de elementos que fazem parte de determinados conjuntos. Operações matemáticas com elementos que fazem parte de um grupo. Com isso temos união, intersecção e diferença. Na matemática os conjuntos representam a reunião de vários objetos. Quando os elementos de um conjunto são números os chamamos de conjunto numéricos. Temos vários tipos de conjuntos numéricos, dentre eles: Números Naturais(\mathbb{N}), números inteiros(\mathbb{Z}), números racionais(\mathbb{Q}), números irracionais(\mathbb{I}) e números reais(\mathbb{R}).

Os conjuntos podem ser representados de três formas, a primeira é por nomeação de elementos Exemplo: cores primarias:

$C = \text{vermelho, amarelo e azul}$ A segunda por compreensão, assim representamos por uma característica comum de todos os elementos do conjunto, como por exemplo: $C = \text{cores primárias}$ Por fim temos o diagrama de Venn, é definido por curvas fechadas no interior de um plano onde nas curvas encontram-se os elementos, assim o conjunto de números primários estariam representados da seguinte forma: $A = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

1.2 Execução/Método

Operações com conjuntos: Alguns símbolos precisam serem conhecidos antes de se aplicar a relação entre os elementos nas operações com conjuntos.

É possível realizar algumas operações com conjuntos, sendo elas união de conjuntos, intersecção e diferença de conjuntos.

União de conjuntos: é a junção dos elementos dos conjuntos dados, um conjunto formado com os elementos dos outros conjuntos.

Exemplo:

Faça a união dos conjuntos

$A = 1, 5, 8, 9$ e $B = 7, 6, 3, 2$

$A \cup B = 1, 5, 8, 9, 7, 6, 3, 2$

Intersecção de conjuntos: é um conjunto de elementos comum a dois ou mais conjuntos ao mesmo tempo. Exemplo:

Faça intersecção dos conjuntos abaixo:

$A = 1,3,5,7,9,10,11,13$ e $B = 0,2,5,6,9,13,15$

$A \cap B = 5,9,13$

Se por acaso os dois conjuntos não apresentarem elementos em comum Em sua intersecção , podemos chamá-lo de conjunto vazio que é representado por:

$A \cap B = \emptyset$ Exemplo: Faça intersecção dos conjuntos abaixo

$A = 1,2,3,4,5$

$B = 6,7,8,9$

$A \cap B = \emptyset$

Diferença de conjuntos: representa os elementos de um conjunto que não aparece em outro conjunto:

Exemplo: Observe os conjuntos

$A = 1,2,3,4,5,6,7$ e

$B = 1,2,3,4,5,6,7,9,15,13,$

indique o conjunto diferença entre eles.

$A - B = 9,15,13$

2 Funções e Relações

Funções são a regra que relaciona cada elemento de um conjunto a um só elemento de outro conjunto, sendo representados pelas variáveis X e Y , respectivamente. Em cada valor de x , pode-se determinar um valor de y , assim pode se dizer que y está em função de x . As funções podem ser injetoras, sobrejetoras, bijetoras e simples. Representando a função de números naturais, na qual em cada numero escolhido obtenha-se o seu dobro. Se escolhermos o 1, teremos 2, se escolhermos o 2, teremos o 4, e assim por diante. Podemos representar essa função utilizando o diagrama de flechas. (RIBEIRO, 2022)

Temos o domínio e o contradomínio, que são dois conjuntos numéricos. Temos um subconjunto chamado imagem, dentro do contradomínio. O subconjunto é composto por elementos que estão com setas, são eles que possuem relação com os elementos do domínio. Trabalhando com funções, teremos a “lei da função” que determina como serão os elementos da imagem dessa função. No caso acima temos uma função y em relação a x , para cada x escolhido, possuímos um y , dizemos que y é a variável dependente, por sua vez que x é a variável independente.

"Se os elementos do domínio e da imagem de uma função pertencem ao conjunto dos números inteiros, por exemplo, dizemos que $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, lemos que “ f é uma função cujo domínio pertence aos inteiros e cuja imagem pertence aos inteiros” ou, simplesmente, “ f é uma função de inteiros em inteiros”."

Classificamos as funções em: Função sobrejetora: todos os elementos do contradomínio devem pertencer ao conjunto da imagem, isto é, os elementos recebem uma seta vinda do domínio ou se o conjunto da imagem e do contradomínio são iguais. O mesmo elemento do contradomínio pode receber uma correspondência de mais de um elemento do domínio,

Função injetora: cada elemento do domínio deve possuir uma única e distinta imagem, ou seja, um elemento do conjunto da imagem pode corresponder a dois elementos do domínio.

Função bijetora: se ao mesmo tempo que ela for injetora e sobrejetora ela é chamada de bijetora, se todos os elementos do contradomínio pertencem ao conjunto da imagem e um elemento do contradomínio corresponde a um único elemento do domínio. Função simples: Uma função é dita simples se ela não é injetora nem sobrejetora.

Relações:

Quando estudamos função em matemática é importante compreendermos o que é uma relação, pois função nada mais é que uma relação entre dois conjuntos. Isso não significa que toda relação seja uma função, para que uma determinada relação seja uma função é preciso seguir algumas regras. iremos trabalhar a relação entre dois conjuntos e as formas pelas quais essa relação pode ser representada.

Dado dois conjuntos $A = 0, 1, 2, 3$ e $B = 3, 4, 5, 6$, atribuímos à relação de A para B ($A \rightarrow B$), isso significa que os elementos de A estão relacionados com os elementos de B.

Da relação feita acima podemos tirar um conjunto (conjunto formado pela relação dos conjuntos A e B:

$$R = (0,3) (1,4) (2,5) (3,6)$$

O conjunto R é formado pela relação dos elementos de A e de B formados por pares ordenados, o primeiro número de cada par é chamado de domínio da relação e o segundo de imagem da relação. Assim, são formados mais dois conjuntos dessa mesma relação, o conjunto domínio e o conjunto imagem:

$$D(R) = 0, 1, 2, 3 \quad \text{Im}(R) = 3, 4, 5, 6$$

A relação $A \rightarrow B$ pode ser representada das seguintes formas:

$$\text{Pares ordenados: } R = (0, 3) (1, 4) (2, 5) (3, 6)$$

Podemos colocar esses pares ordenados em forma de gráficos:

Mediante uma regra Para relacionarmos o eixo x com o eixo y foi estabelecida uma regra para que essa relação seja feita. Se observarmos veremos que em cada elemento do eixo x foram adicionadas 3 unidades para que esse seja relacionado com um número do eixo y.

3 Grafos

Um grafo é um conjunto finito não-vazio de nós (ou vértices) e um conjunto finito de arcos (ou arestas) tais que cada arco conecta dois nós. É uma tripla ordenada (N, A, g) onde: N – é um conjunto não vazio de nós A – é um conjunto de arcos g – é uma função que associa cada arco a um par não ordenado $x-y$ de nós chamados de extremidade do arco.

Os grafos são usados em vários problemas nas mais diversas áreas, como por exemplo, rede de comunicação, malhas viárias, redes de distribuição de serviços e produtos, diagramas de fluxo.

3.0.1 Conceitos

Um grafo pode ser dirigido ou direcionado, caso as suas arestas tenha uma direção ele é considerado dirigido, porém se suas arestas não tiverem direção, ele é chamado de não dirigido. Abaixo temos a definição de alguns tipos de grafos.

3.0.2 Grafo Simples

: é não direcionado, não possui laços, e possui apenas uma aresta entre dois vértices, que não possuem arestas paralelas. (UFSC,)

3.0.3 Grafo Completo

Um grafo é dito ser completo quando há uma aresta entre cada par de seus vértices. Estes grafos são designados por K_n , onde n é a ordem do grafo. (UFSC,)

3.0.4 Grafo Nulo

conjunto de vértices é vazio. (UFSC,)

3.0.5 Grafo Vazio

diferente do nulo, o conjunto de arestas é vazio. (UFSC,)

3.0.6 Grafo Trivial

não possuem arestas, mas possui um único vértice.

3.0.7 Grafo Bipartido

Um grafo é dito ser bipartido quando seu conjunto de vértices V puder ser particionado em dois subconjuntos V_1 e V_2 , tais que toda aresta de G une um vértice de V_1 a outro de V_2 . (UFSC,)

3.0.8 Grafo Regular

Um grafo é dito ser regular quando todos os seus vértices tem o mesmo grau. (UFSC,)

3.0.9 Multigrafo

: permite múltiplas arestas que são ligadas ao mesmo vértice (arestas paralelas) (UFSC,)

3.0.10 Laço

: num grafo ou num digrafo é uma aresta e em E cujas terminações estão no mesmo vértice. (UFSC,)

3.0.11 Pseudo Grafo

: possuem arestas paralelas e laços. (UFSC,)

3.0.12 Problema das Pontes de Königsberg:

No século 18 havia na cidade de Königsberg um conjunto de sete pontes que cruzavam o rio Pregel . Elas conectavam duas ilhas entre si e as ilhas com as margens:

Por muito tempo os habitantes daquela cidade perguntavam-se se era possível cruzar as sete pontes numa caminhada contínua sem passar duas vezes por qualquer uma delas.(EULER, 1736)

A solução consiste em, partindo de qualquer vértice, tentar atravessar todas as arestas uma única vez e retornar ao vértice de origem. Euler, ao propôr a solução para este problema, se preocupou em descobrir em que tipos de grafos se pode fazer esse caminharmento fechado, passando por todas as arestas uma única vez. Esse tipo de caminharmento foi chamado 'caminho de Euler', e um grafo que consiste de um caminho de Euler foi denominado 'grafo de Euler'. Como todo grafo de Euler possui um caminho de Euler, como o proposto no problema das pontes de Königsberg, para sabermos se existe solução, basta sabermos se o grafo modelo do problema é um grafo de Euler ou não.(EULER, 1736)

3.0.13 TEOREMA:

Um grafo conexo G é um grafo de Euler se e somente se todos os seus vértices são de grau par.(EULER, 1736)

3.0.14 PROVA:

Imagine que G seja um grafo de Euler. Então ele contém um caminho de Euler. Seguindo esse caminho nota-se que chegamos num vértice 'entrando'por uma aresta e encontramos outra para 'sair' do vértice e continuar o caminho. Se houver outras arestas adjacentes ao vértice, 'entramos' por uma destas arestas e devemos encontrar uma, ainda não visitada, para 'sairmos' do vértice. Se houver um número n ímpar de arestas em pelo menos um dos vértices, ao realizar o caminharmento, cruzaremos esse vértice $(n / 2)$ vezes, passando por $(n-1)$ arestas. Ao passarmos pela n -esima aresta, 'entraremos' no vértice e não encontraremos mais arestas ainda não visitadas. O caminharmento não pode continuar.(EULER, 1736)

3.0.15 Solução:

Pela análise do grafo modelo G para o problema das pontes de Königsberg, observa-se que Para Todo $v \in V$, $\text{gr}(v)$ é ímpar. Logo, o grafo G não é um grafo de Euler. Isso significa que o problema não possui solução. Note que não é necessário que tenhamos Para Todo $v \in V$, $\text{gr}(v)$ é ímpar, basta que Exista Pelo Menos Um $v \in V \mid \text{gr}(v)$ é ímpar para concluirmos que o grafo em questão não é um grafo de Euler. ([EULER, 1736](#))

4 Árvores

Considerado um dos tipos de estrutura de dados mais importantes do ramo da computação, podendo ser implementadas em varias linguagens de programação.

Os elementos de uma arvore são propensos de forma hierárquica. Com uma vasta utilidade, como por exemplo estruturas de pastas de um Sistema Operacional.

Toda arvore é formada por dois elementos básicos denominados nos e arestas. Algumas informações tais como numero de telefone, um nome, alguma data, lista de e-mails, perfil de usuário, são armazenados nos nós. Já as arestas é o que representa o relacionamento entre esses nos, como eles se conectam. ([SANTIAGO, 2022](#))

Características de uma arvore:

Raiz: é o nó inicial.

Grau: quantidade de filhos que um nó tem.

Nível: distancia de um nó até a raiz.

Altura: o maior nível encontrado na árvore (altura de uma árvore com n nós podem variar de $\lg(n)$ até $n-1$;

Folha: Nó sem filhos.

5 Provas matemáticas: Indução e Contradição

Usa-se indução matemática para mostrar resultados em uma grande variedade de objetos discretos. Como por exemplo, complexidade de algoritmos, corretude de alguns tipos de programa de computado, teoremas de grafos e arvores, e uma vasta quantidade de inequações.

Exemplo: tomemos os números naturais e uma propriedade P . Nosso objetivo é provar que $P(k)$ é verdade para todo número natural k

Base: Provar que $P(1)$ é verdadeiro.

Passo de Indução: Para cada $i \geq 1$, assuma que $P(i)$ é verdadeiro (hipótese de indução) e use esta suposição para mostrar que $P(i+1)$ é verdadeiro.

Exemplo:

Vamos provar o Teorema*: Se $x \geq 4$, então $2x \leq x^2$

Base: Se $x=4$, então $2x$ e x^2 são ambos 16. Logo, $24 \leq 4^2$ é verdadeira $\neg P(1)$

Contradição:

Uma forma comum de provar um teorema é assumir que o teorema é falso e então mostrar que esta suposição leva a uma consequência falsa, chamada contradição.

Exemplo: Seja U um conjunto infinito, e seja S um subconjunto finito de U . Seja T o complemento de S em relação a U . Então T é infinito.

5.1 Conclusão

É possível entender a importância da matemática e estrutura de dados, para provar que problemas podem ser resolvidos de forma lógica, de fato, todo ser computacional deve aprender a usar suas noções e terminologias afim de despertar em si mesmo uma nova visão sobre os problemas abordados.

5.1.1 Perguntas e Respostas - Mínimo de 2 e Máximo de 5

5.1.1.1 1ª Pergunta

O IMC (índice de massa corpórea) é uma função matemática que determina se uma pessoa adulta é considerada gorda, obesa, normal ou está abaixo do peso, relacionando a

massa da pessoa em quilogramas com o quadrado da medida da altura em metros. Pesquise sobre o IMC na internet e descreva a função explicando quais valores cada variável pode assumir e como se faz a leitura do resultado. ([PRETO, 2015](#))

5.1.1.2 2° Pergunta

Quantos vértices tem um grafo regular de grau 4 com 10 arestas? ([UFMG, 2018](#))

Referências¹

- EULER, L. *PONTES DE KONISBERG*. 1736. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 21.
- GOUVEIA, R. *Operações Com Conjuntos*. 2020. Citado na página 21.
- MIRANDA, D. de. *Relação*. 2018. Citado na página 21.
- PERILO, B. *Operações com conjuntos*. 2018. Citado na página 21.
- PRETO, F. de O. *Exercícios sobre funções e relações*. 2015. Citado na página 20.
- RIBEIRO, A. G. *O que é Função?* 2022. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 21.
- SANTIAGO, D. *Arvores: Estrutura de dados*. 2022. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 21.
- UFMG. *Lista de Exercícios 9 UFMG*. 2018. Citado na página 20.
- UFSC. *Conceito Básicos da Teoria de Grafos*. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

(SANTIAGO, 2022) (PERILO, 2018) (GOUVEIA, 2020) (RIBEIRO, 2022) (MIRANDA, 2018) (EULER, 1736)

¹ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.