第十讲 动态随机一般均衡模型及其 Stata 操作

许文立1

安徽大学经济学院, 宏观经济研学会

2018-08-18

动态随机一般均衡(DSGE)模型是近 40 年来宏观经济学的最大进展。现在,它已经成为宏观经济和政策研究的中流砥柱,并且该方法也已经成为宏观经济学家之间交流思想观点的最重要方式(Kehoe et al., 2018; Solis-Garcia, 2018)。作为回应 Lucas 批判(Lucas, 1976)的结构宏观计量模型,DSGE 模型不仅在宏观经济学专业领域广泛传播,同时,也被各国政府和国际机构用于政策分析和预测工具(Del Negro and Schorfheide, 2013; Cai et al., 2018)。

但是,正如 JFV et al.,(2016)指出:"对于博士研究生来说不幸、对长期研究 DSGE 的研究人来说幸运的是,DSGE 模型的门槛非常高。"如果 DSGE 对于博士研究生来说门槛都高,那么,对于本科生和硕士研究生来说鸿沟更是巨大。本讲最大的目的就在于尽量降低 DSGE 的门槛,从而让研究生,甚至高年级本科生都能对 DSGE 的理论与经验含义有直观上的感知与认识。

一方面,主流中级水平的宏观经济学教科书——Blanchard (2017) 的《Macroeconomics (7th edition)》和 Mankiw (2015) 的《Macroeconomics (9th edition)》——已经用专门章节来阐述 DSGE 的基本结构和经济含义,他们均从传统的静态 IS-LM-PC 框架扩展到动态 IS, NKPC 和泰勒规则货币政策的分析框架。另一方面,Stata 15 推出了 DSGE 模块,国内大部分高校均开设了以 Stata 软件为工具的计量经济学课程,国内学者和学生对 Stata 软件较为

_

¹ 邮箱:xuweny87@163.com。更多详细资料请参见*微信公总号"宏观经济研学会"*。

熟悉,因此,基于 Stata 软件来实现 DSGE 模型的定量政策分析与预测教学也具有事半功倍的作用。

第一节 静态 IS-LM-PC 模型

在短期内,产出由需求决定。而封闭经济中的需求由消费、投资和政府支出组成。消费 依赖于收入扣除税收后的可支配收入;投资依赖于产出和实际借贷成本;政府支出是外生决 定的。用代数形式表示为

$$Y = C(Y - T) + I(Y, r) + G$$
 (10.1)

其中,等式左边的Y和投资函数中的Y均表示产出;C表示消费,消费函数中的Y表示收入,T表示税收;I表示投资,r表示实际利率;G表示政策支出。

在税收和政府支出给定的情况下,我们可以根据式(10.1)将产出 Y 写成实际利率 r 的 函数 *Y=f(r)*,来表示实际利率与产出 Y 之间的关系,即 *IS 曲线*。IS 曲线向下倾斜:在 LM 曲线水平时,利率越高,均衡产出去越低。

回忆一下,LM 曲线是由货币供给和货币需求函数组成的。而货币市场的均衡条件是货币供给等于货币需求,即 *LM 曲线*为

$$m = L(Y, i) \qquad (10.2)$$

其中, m 表示实际货币供给, L 表示货币需求函数, Y 表示总需求, i 表示央行选择的名义利率。在泰勒规则的指导下, 央行都是选择一个既定的名义利率ī, 来调整货币供给量使得式(10.2)成立。因此, LM 曲线还可以表示成

$$i = \bar{\iota}$$
 (10.3)

而*菲利普斯曲线 PC* 则描述了通胀与失业之间的负向关系,即

$$\pi - \pi^* = -\alpha(u - u_n) \qquad (10.4)$$

其中, π 表示通胀率; π^* 表示预期通胀;u失业率; u_n 表示自然失业率。当失业率低于自然失业率时,通胀就会高于预期通胀,反之亦然。用 L 表示总的劳动力,N 表示就业数量。假设一种简单的生产函数 Y=N,那么,Y=L(1-u)。同理,自然产出为 $Y_n=L(1-u_n)$ 。由此,可以得到

$$Y - Y_n = -L(u - u_n)$$

上式表示的是产出与自然产出之间的差额,即产出缺口。将上式带入式(10.4),可以得到

$$\pi - \pi^* = \frac{\alpha}{L}(Y - Y_n)$$
 (10.5)

换言之,公式(10.5)意味着产出缺口为正时,通胀会高于预期通胀,反之亦然。 综上所述,传统的静态 IS-LM-PC 模型由下列三方程系统组成

第二节 三方程 DSGE 模型

三方程 DSGE 模型从形式上看与第一节中的 IS-LM-PC 模型类似。需要说明两个方面:第一,每个内生变量的下标 t 均表示时间,例如,Y 表示产出和国民收入,而 Y_t 表示第 t 期的产出和国民收入,同理, Y_{t-1} 表示第 t-1 期的产出和国民收入, Y_{t+1} 表示第 t+1 期的产出和国民收入;第二,在传统 IS-LM-PC 模型中引入预期。

根据第一节的 IS 曲线形式,本节将其转换成带有时间维度的动态形式。因为 IS 曲线表示产出与实际利率之间的负向关系,我们将其动态形式写成

$$Y_t = E_t Y_{t+1} - \theta(r_t - r_t^n) + \varepsilon_t \qquad (10.6)$$

其中, Y_t 表示第 t 期的总产出, E_t 表示期望算子, E_tY_{t+1} 表示在 t 期对下一期产出的预期; r_t 表示实际利率, r_t^n 表示自然利率; ε_t 表示随机需求冲击; θ 表示大于 0 的参数,表示需求对利率变化的敏感程度,其值越大,总需求对利率变化的响应越大。

式(10.6)也展示了产出与利率之间的负向关系——*动态 IS 曲线*,即实际利率越高,借贷成本越大,储蓄也可以得到更多收益。因此,企业会减少投资,消费者会更多储蓄而减少当期消费。进而导致产出下降。

 ε_t 表示外生随机需求冲击。 ε_t 是一个随机变量,均值为 0,方差为常数。例如,凯恩斯指出,投资者从某些程度上来说是被"动物精神"——乐观和悲观的情绪波动——驱动的。而这些情绪波动就被 ε_t 刻画出来了,如果投资者对经济很乐观,他们会增加产品和服务的需求, ε_t 为正值,反之亦然。

根据费雪方程——描述实际利率、名义利率和预期通胀之间的关系,即

$$r_t = i_t - E_t \pi_{t+1}$$

将上式带入(10.6)中,得到 动态 IS 曲线

$$Y_t = E_t Y_{t+1} - \theta (i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n) + \varepsilon_t$$
 (10.7)

从第一节可知,传统的 PC 曲线描述了通胀与产出缺口之间的正向关系。基于此,将其扩展成动态 PC 曲线,加入时间维度和通胀预期因素,以及随机供给冲击。则*动态 PC 曲线*变为

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa (Y_t - Y_n) + v_t$$
 (10.8)

公式(10.8)也被称为**新凯恩主义菲利普斯曲线(NKPC)**,它从形式上看与传统 PC 曲线基本相同,只是在预期通胀前增加了参数 β ,并增加了外生随机供给冲击 v_t 。通胀依赖于预期通胀是因为企业会提前设定期价格,即当企业预期到未来通胀上升时,其也会预期到生产成本会上升,从而会提高本期价格,进而推动当期通胀上升,反之亦然。

参数β表示当期通胀对预期通胀的敏感程度。参数κ表示当期通胀对产出缺口波动的反应程度, 该参数既反映了边际成本对经济活动的响应程度, 也反映了企业应对成本变化而调整价格的敏感程度。

供给冲击 v_t 是一个随机变量,均值为 0。这个随机变量刻画了所有影响通胀,而不影响 预期通胀 $\beta E_t \pi_{t+1}$ 和短期经济条件 $\kappa(Y_t - Y_n)$ 。总之, v_t 反映了所有直接影响通胀的外生事件。

与第一节的货币政策相同,几乎全世界的中央银行都选择名义利率,但其决策规则是基于通胀偏离和产出缺口。**货币政策**的数学表达式为

$$i_t = r_t^n + E_t \pi_{t+1} + \phi_{\pi} (\pi_t - \pi^*) + \phi_{Y} (Y_t - Y_n) + u_t$$
 (10.9)

其中, π^* 表示目标通胀。 ϕ_{π} 和 ϕ_{Y} 都是泰勒规则的政策参数,它们分别意味着央行允许 名义利率对通胀和产出波动的反应强度。这一政策规则显示,央行选择的名义利率目标如何 应对宏观经济条件的变化。 u_{t} 是外生货币政策冲击。

由此得到经典的三方程 DSGE 模型

$$Y_t = E_t Y_{t+1} - \theta (i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n) + \varepsilon_t \cdots$$
 动态IS曲线
$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa (Y_t - Y_n) + v_t \cdots NKPC$$

$$i_t = r_t^n + E_t \pi_{t+1} + \phi_\pi (\pi_t - \pi^*) + \phi_Y (Y_t - Y_n) + u_t \cdots$$
 货币政策

从上述三方程 DSGE 模型可以看出,财政政策和货币政策会影响到总需求,进而影响到产出和通胀。

(1) 货币政策,央行会改变名义利率,即对货币政策规则施加一个 u_t 的冲击,因此,会影响到货币政策左边的名义利率 i_t 。但是需要注意的是,根据费雪方程,实际利率 $r_t=i_t-E_t\pi_{t+1}$,也就是说,央行施加的 u_t 的冲击实际改变了实际利率,然后通过动态 IS 曲线影响到产品和服务的总需求,进而通过 NKPC 影响通胀。这就说明,实施货币政策需要财政政策的配合。

(2) 财政政策,政策制定者改变税收或者政府支出时,实际上就是对动态 IS 曲线施加了一个 ε_t 的外生冲击,也就是说, ε_t 刻画了财政政策冲击。政府支出的增加或者减税意味着 ε_t 为正值,总需求增加。通过 NKPC 的传导,带来了通胀压力。通过泰勒规则改变了名义利率。也就是说,实施财政政策需要货币政策的配合。

第三节 DSGE 在 Stata 中的应用(一)

Stata 15 最新的 DSGE 估计命令总体感觉还可以,命令较为丰富,基本可以满足 DSGE 的估计、IRF、预测等等方面的分析需求。

用 Stata 运行 DSGE 模型:

第一步,一定要线性化模型:

我们以 Stata-dsge 手册中的模型为例——实际上,就是我们在中讲到的"三方程 NK 模型",如下

$$x_t = E_t x_{t+1} - (r_t - E_t \pi_{t+1} - g_t)$$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

$$r_t = \frac{1}{\beta} \pi_t + u_t$$

x 为产出缺口, r 为名义利率, π 为通胀, g、u 为外生冲击, 均为 AR(1)过程。上述三方程 NK 模型与本讲第二节中的三方程 DSGE 模型本质上是相同的。只是在符号和货币政策规则上稍有差别。尤其是货币政策规则,上述三方程 NK 模型的货币政策规则显示,名义利率并不受到产出缺口波动的影响。

$$u_{t+1} = \rho_u u_t + \epsilon_{t+1}$$
$$g_{t+1} = \rho_g g_t + \xi_{t+1}$$

第二步,声明数据(或输入时间序列数据)

stata 命令为:

• use http://www.stata-press.com/data/r15/rates2

这个数据中包括两个时间序列数据:价格水平和利率。

我们来看看数据,命令:

describe

得到如下结果:

obs:	281			Federal Reserve Economic Data St. Louis Fed, 2017-02-10
vars:	5			26 Apr 2017 21:22
size:	6,182			
	storage	display	value	
variable name	type	format	label	variable label
latestr	str10	%-10s		Observation date
daten	int	%td		Numeric (daily) date
gdpdef	float	%9.0g		GDP deflator GDPDEF
r	float	%9.0g		Federal funds rate FEDFUNDS
lateq	int	%tq		Quarterly date

因为上述数据是价格水平,模型中是通胀,因此,要把价格水平转换成通胀。对于季度数据,通胀等于 400 乘以价格水平对数的差分。命令为:

- generatep = 400*(In(gdpdef) In(L.gdpdef))
- labelvariable p "Inflation rate"

第三步,我们利用 dsge 命令来估计模型参数 命令为:

dsge(p = {beta}*E(F.p) + {kappa}*x) (x = E(F.x) -(r - E(F.p) - g), unobserved)
 (r = (1/{beta})*p + u) (F.u = {rhou}*u, state) (F.g = {rhoz}*g, state)

说明,dsge 命令后面每个小括号,就是声明上述线性化模型(三方程 NK模型加两个外生冲击过程)。参数一定要用大括号声明。

得到的结果是:

```
(setting technique to bfgs)

Iteration 0: log likelihood = -13931.564

Iteration 1: log likelihood = -1301.5118 (backed up)

Iteration 2: log likelihood = -1039.6984 (backed up)

Iteration 3: log likelihood = -905.70867 (backed up)

Iteration 4: log likelihood = -842.76867 (backed up)

(switching technique to nr)

Iteration 5: log likelihood = -812.04209 (backed up)

Iteration 6: log likelihood = -786.76609

Iteration 7: log likelihood = -777.19779

Iteration 8: log likelihood = -768.8383

Iteration 9: log likelihood = -768.1368

Iteration 10: log likelihood = -768.09519

Iteration 11: log likelihood = -768.09383

Iteration 12: log likelihood = -768.09383
```

DSGE model Sample: 1954q3 - 2016q4 Number of obs = 250 Log likelihood = -768.09383OIM [95% Conf. Interval] Coef. Std. Err. z P>|z| /structural .6598359 .5112881 .075791 6.75 0.000 .3627404 beta .076435 .2628243 .1696296 .0475492 3.57 0.000 kappa rhou .6989189 .0449192 15.56 0.000 .6108789 .7869588 rhoz .9556407 .0181342 52.70 0.000 .9200983 .9911831 sd(e.u) 2.317589 .2988024 1.731947 2.90323 sd(e.g) .6147348 .0973279 .4239757 .8054939

下面来看看,利用估计的模型,得到的 DSGE 结模型结果:

首先,看看政策函数:

命令为:

· estat policy

Policy matrix

		Delta-method					
		Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf.	Interval]
p							
	u	4170859	.0389324	-10.71	0.000	4933919	3407799
	g	.881884	.2330573	3.78	0.000	.4251001	1.338668
x							
	u	-1.580153	.3926336	-4.02	0.000	-2.3497	8106049
	g	2.658667	.9045286	2.94	0.003	.885823	4.43151
r							
	u	.1842449	.056798	3.24	0.001	.072923	.2955669
	g	1.724828	.2210259	7.80	0.000	1.291625	2.158031

二、看看转移函数:

命令为:

estat transition

Transition matrix of state variables

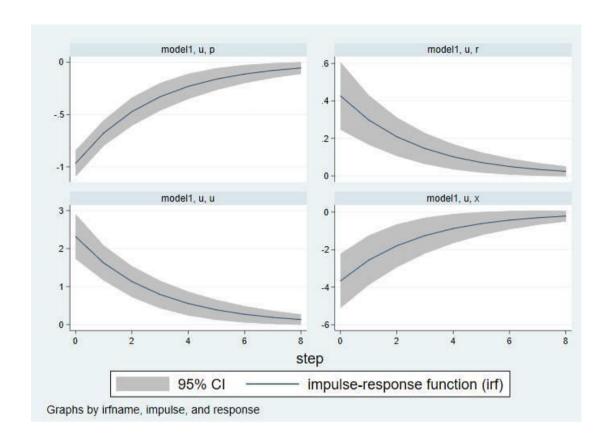
		Coef.	Delta-method Std. Err.	z	P> z	[95% Conf.	Interval]
F.u							
	u	.6989189	.0449192	15.56	0.000	.6108789	.7869588
	g	1.11e-16	7.11e-12	0.00	1.000	-1.39e-11	1.39e-11
F.g							
	u	0	(omitted)				
	g	.9556407	.0181342	52.70	0.000	.9200983	.9911831

最后,看看脉冲响应图

命令为

- irf set nkirf.irf
- irfcreate model1
- irf graph irf, impulse(u) response(x p r u) byopts(yrescale)

结果为:



Stata 手册后面还有很多命令,例如,敏感性、识别、预测等等。

第四节 DSGE 在 Stata 中的应用 (二): 政策分析

DSGE 模型通常用于冲击(shock)和反事实(counterfactuals)分析。研究者可能会对模型经济施加一个不可预期的政策变化或者经济条件变化,并关注感兴趣的经济变量如何对这些变化作出响应(response)。例如,央行突然宣布降低利率,对 GDP 会产生什么影响?要稳增长、调结构,那么,是调整所得税更好,还是调整增值说更好,亦或者两种结合?等

本节就是 Schenck (2018) 演示如何用 Stata 来估计 DSGE 模型的参数,如何产生脉冲响应 (impulse response),如何比较两种不同政策机制下的脉冲响应。

4.1、估计模型参数

本节使用的是工业产出增长率和利率的月度数据(注: DSGE 模型参数有多种估计方法, stata 使用的是极大似然估计法(ML), 其他方法参见关于 DSGE 模型的几点回应)。本文所使用的模型是三方程 NK 模型(详细的模型设定及推导过程,参见 DSGE 建模与编程入门(29):NK、程序及结果):企业生产产出(ip),央行设定利率(r)。在这个模型经济中,工业产出增长率依赖于未来预期利率和其他外生变量。利率依赖于当期产出增长率和其他隐变量。本文将影响产出的隐变量表示为 e,影响利率的隐变量表示为 m。

隐变量就是熟知的"状态变量"。对状态变量施加冲击,然后来考察冲击是如何影响整个模型经济系统的。将 m 的演化过程设定为 AR(1)过程。为了给这个模型一些额外的动态,e 的演化过程设定为 AR(2)过程。完整模型为

$$ip_t = \alpha E(r_{t+1}) + e_t \tag{1}$$

$$r_t = \beta i p_t + m_t \tag{2}$$

$$m_{t+1} = \rho m_t + v_{t+1} \tag{3}$$

$$e_{t+1} = \theta_1 e_t + \theta_2 e_{t-1} + u_{t+1} \tag{4}$$

我们先来看看,Stata 里如何估计 DSGE 模型的参数。DSGE 在 stata 里的命令为 <u>dsge</u>。 Stata 输出结果如下:

```
. dsge
       (ip = {alpha}*E(F.r) + e)
         (r = {beta}*ip + m)
         (F.m = \{rho\}*m, state)
         (F.e = {theta1}*e + {theta2}*Le, state)
         (F.Le = e, state noshock), nolog
DSGE model
Sample: 1954m7 - 2006m12
                                          Number of obs =
                                                                   630
Log likelihood = -2284.7062
                           OTM
                 Coef. Std. Err.
                                    z \qquad P > |z|
                                                  [95% Conf. Interval]
/structural
      alpha -. 6287781 . 2148459 -2. 93 0. 003
                                                  -1. 049868 -. 2076878
      beta .0239873 .0056561 4.24 0.000
                                                  . 0129016 . 035073
       rho .9870175 .0060728 162.53 0.000
                                                   . 975115
                                                               . 99892
     theta1
              1. 13085 . 0364878
                                  30.99 0.000
                                                             1. 202365
                                                    1.059335
     theta2 | -.3731307 .0364835 -10.23 0.000
                                                   -. 444637 -. 3016244
     sd(e.m) | .5464261 .0155047
                                                    . 5160374
                                                              . 5768148
     sd(e.e) | 4.079367 .1176248
                                                    3.848827
                                                              4. 309908
```

DSGE 模型中的公式(1)是产出方程,我们在 stata 里输入这个公式的时候,

首先, 需要输入 dsge;

然后,空格后,输入英文字符下的括号();

最后, 将公式(1) 输入到() 中, 输入形式为(ip={alpha}*E(F.r)+e)。

这个方程描述了工业产出增长是未来预期利率的函数。注意: 所有的括号都用英文字符, E()期望算子, E(F.r) 表示预期未来利率, F 是前看 forward, F.r 则表示利率的前看变量。 alpha 是参数, 因此, 参数一定要用{ }。从上述参数估计结果可以看出, alpha 的估计值为负, 这意味着当预期到未来利率上升时, 工业产出增长率会下降。

公式(2)时利率方程。在 stata 中输入该方程,即另起一行(r={beta}*ip+m)。仍然要注意方程外面要有**小括号**,参数要用{}。Beta 是政策参数,它表示政策制定者对产出变化的反应程度。我们看到 beta 的估计值为正。在繁荣时,政策制定者会提高利率,当经济衰退

时,削减利率。但是,估计出的响应系数非常小。我们将 ip 的系数作为承诺政策规则,而将 m 表示成相机决策。

公式(3)时 m 的一阶自回归方程,它刻画了影响利率的相机决策机制。(3)在 stata 中为(F.m={rho}*m,state)。状态变量是前定变量,因此,时间传统就是状态方程根据状态变量的一期前看值来表示 F.m。此外,状态方程带有 state 这个选项。误差项 vt+1 是默认的,因此,不用写。Rho 的估计值为正意味着利率的持续性。

公式(4) 是外生过程 AR(2)。但是 stata 中输入了两行命令。因为为了在 **dsge** 命令中 声明这个 AR2 过程,我们需要将其拆分为两个部分(参见尾注)。

4.2、冲击-脉冲响应

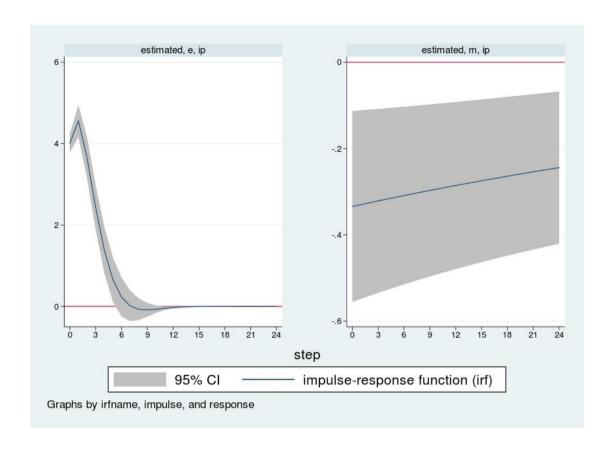
下面来看看经济对冲击的响应。首先,在 stata 中建立脉冲响应函数文件,并储存估计结果。

- irf set 命令创造一个文件——dsge_irf.irf 来保存脉冲响应结果;
- irf create estimated 命令创造一系列的脉冲响应;
- ▶ irf graph irf 命令选择画出哪个冲击,哪个响应。下图仅仅画出了 ip 对 e 和 m 的响应 图。

```
. irf set dta/dsge_irf, replace
(file dta/dsge_irf.irf created)
(file dta/dsge_irf.irf now active)

. irf create estimated, step(24)
(file dta/dsge_irf.irf updated)

. irf graph irf, impulse(e m) response(ip) byopts(yrescale)
> xlabel(0(3)24) yline(0)
```



上图的经济含义见 https://blog.stata.com/2018/04/23/dynamic-stochastic-general-equilibrium-models-for-policy-analysis/

4.3、政策机制的比较

假设政策制定者要平滑掉由 e 冲击引起的工业产出波动。根据模型,这就意味着我们要将利率对产出的响应系数 beta 从低水平增加到更高的响应水平。

dsge 中 from()和 solve 选项可以让我们来追踪所有参数的脉冲响应。

首先,我们将估计的参数储存在 stata 矩阵中:

```
. matrix b2 = e(b)
```

然后,我们用一个更大的响应系数来代替 beta。例如,我们用 0.8 来代替 0.02。那么,新旧参数向量为

再然后, 我们用 from()和 solve 选项, 新参数返回 dsge

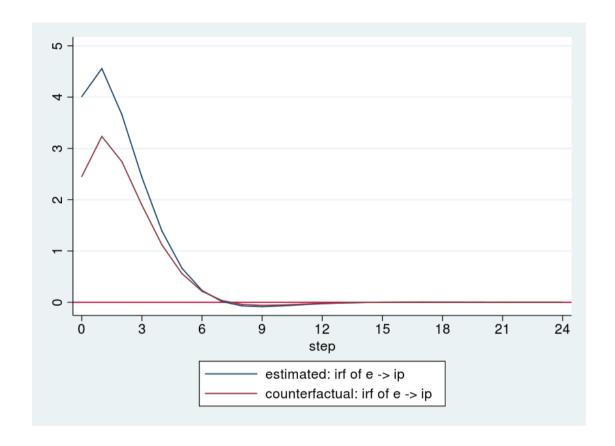
```
. dsge (ip = \{alpha\}*E(F.r) + e)
 (r = \{beta\}*ip + m) 
       (F.m = \{rho\}*m, state)
       (F. e = {theta1}*e + {theta2}*Le, state)
      (F. Le = e, state noshock)
      , from(b2) solve
DSGE model
Sample: 1954m7 - 2006m12
                                   Number of obs = 630
Log likelihood = -15344.268
              OIM
         Coef. Std. Err. z P>|z| [95% Conf. Interval]
/structural
    alpha | -.6287781
             . 8
     beta
      rho | .9870175
    theta1 | 1.13085
    theta2 | -. 3731307
   sd(e.m) | .5464261
    sd(e.e) | 4.079367
Note: Model solved at specified parameters.
```

上述过程即为**反事实分析**,即用新参数来创造新的脉冲响应。

```
. irf create counterfactual, step(24)
(file dta/dsge_irf.irf updated)
```

最后,我们画出反事实分析中的脉冲响应图,命令是 irf ograph:

```
. irf ograph (estimated e ip irf) (counterfactual e ip irf),
> xlabel(0(3)24) yline(0)
```



由上图可以看出,更加积极的利率政策会抑制产出对 e 的响应。政策制定者还可以选取 另外一些 beta 值来执行政策实验,直到政策制定者找到一个何意的政策。

注: 更多详细信息可以参见 stata 手册。上述操作均在 stata15 中进行,我们没有找到、使用破解版 stata15。版权所限,我们使用试用版,即到友万科技 www.uone-tech.cn 上申请 StataV15 试用。

数据来源:

- . import fred INDPRO FEDFUNDS
- . generate datem = mofd(daten)
- . tsset datem, monthly
- . generate ip = 400*ln(INDPRO / L3.INDPRO)
- . label variable ip "Growth rate of industrial production"
- . rename FEDFUNDS r
- . label variable r "Federal funds rate"
- . keep if yofd(daten) <= 2006