

# 第四章

## 时间序列分解法和趋势外推法

金 林

中南财经政法大学统计系

jinlin82@gmail.com

2015 年 3 月 20 日



# Outline

- ① 时间序列分解法
  - 时间序列的分解
- ② 趋势外推法概述
  - 概述
- ③ 多项式曲线趋势外推法
- ④ 指数曲线趋势外推法
  - 指数曲线模型
  - 修正指数曲线模型
- ⑤ 生长曲线趋势外推法
  - 龚泊兹曲线趋势模型
  - 皮尔曲线模型
- ⑥ 曲线拟合优度分析



# ① 时间序列分解法

## ■ 时间序列的分解

# ② 趋势外推法概述

# ③ 多项式曲线趋势外推法

# ④ 指数曲线趋势外推法

# ⑤ 生长曲线趋势外推法

# ⑥ 曲线拟合优度分析



## ■ 时间序列的分解



## 4 个影响因素

经济时间序列的变化受到长期趋势、季节变动、周期变动和不规则变动这四个因素的影响。其中：

### ① 长期趋势因素 (T)

- 反映了经济现象在一个较长时间内的发展方向，它可以在一个相当长的时间内表现为一种近似直线的持续向上或持续向下或平稳的趋势。

### ② 季节变动因素 (S)

- 是经济现象受季节变动影响所形成的一种长度和幅度固定的周期波动。

### ③ 周期变动因素 (C)

- 周期变动因素也称循环变动因素，它是受各种经济因素影响形成的上下起伏不定的波动。

### ④ 不规则变动因素 (I)

- 不规则变动又称随机变动，它是受各种偶然因素影响所形成的不规则变动。



# 分解模型

- ① 时间序列  $y$  可以表示为以上四个因素的函数，即：

$$Y_t = f(T_t, S_t, C_t, I_t)$$

- ② 时间序列分解的方法有很多，较常用的模型有加法模型和乘法模型。

- ① 加法模型为：

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t$$

- ② 乘法模型为：

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t$$



## 分解方法（乘法模型）

- ① 运用移动平均法剔除长期趋势和周期变化，得到序列  $TC$ 。然后，再用按月（季）平均法求出季节指数  $S$ 。
- ② 作散点图，选择适合的曲线模型拟合序列的长期趋势，得到长期趋势  $T$ 。
- ③ 计算周期因素  $C$ 。用序列  $TC$  除以  $T$ ，即可得到周期变动因素  $C$ 。
- ④ 将时间序列的  $T$ 、 $S$ 、 $C$  分解出来后，剩余的即为不规则变动  $I$ 。



# 利用分解模型进行预测

- ① 对于乘法模型：

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t$$

一般不预测不规则波动  $I$ ，因此预测模型简化为

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t$$

- ② 对于趋势  $T$ ，一般采用趋势模型预测
- ③ 季节指数  $S$  取对应的指数
- ④ 周期变动  $C$  采取主观判断的方法





# 例子

- ① 使用乘法模型进行时间序列因素分解
- ② 利用分解得到的乘法模型进行预测



- ① 时间序列分解法
- ② 趋势外推法概述
  - 概述
- ③ 多项式曲线趋势外推法
- ④ 指数曲线趋势外推法
- ⑤ 生长曲线趋势外推法
- ⑥ 曲线拟合优度分析



## ■ 概述



# 趋势外推法的概念和假定条件

## ① 趋势外推法的概念：

- 当预测对象依时间变化呈现某种上升或下降趋势，没有明显的季节波动，且能找到一个合适的函数曲线反映这种变化趋势时，就可以用趋势外推法进行预测。

## ② 趋势外推法的两个假定：

- ① 假设事物的发展过程没有跳跃式变化；
- ② 假定事物的发展因素也决定事物未来的发展，其条件是不变或变化不大。



# 趋势模型的种类

- ① 多项式曲线外推模型：
  - ① 一次（线性）预测模型
  - ② 二次（二次抛物线）预测模型
  - ③ 三次（三次抛物线）预测模型
- ② 指数曲线预测模型
- ③ 修正的指数曲线预测模型
- ④ 对数曲线预测模型
- ⑤ 生长曲线趋势外推法
  - ① 皮尔曲线预测模型
  - ② 龚珀兹曲线预测模型



# 趋势模型的选择

## ① 图形识别法：

- 这种方法是通过绘制散点图进行的，即将时间序列的数据绘制成以时间  $t$  为横轴、时序观察值为纵轴的图形，观察并将其变化曲线与各类函数曲线模型的图形进行比较，以便选择较为合适的模型。

## ② 差分法：

- ① 利用差分法把数据修匀，使非平稳序列达到平稳序列。
- ② 一阶向后差分可以表示为：

$$\Delta y_t = y'_t = y_t - y_{t-1}$$

- ③ 二阶向后差分可以表示为：

$$y''_t = y'_t - y'_{t-1} = y_{t-2} - 2y_{t-1} + y_t$$



# 差分法识别标准

差分特性	使用模型
一阶差分相等或大致相等	一次线性模型
二阶差分相等或大致相等	二次线性模型
三阶差分相等或大致相等	三次线性模型
一阶差分比率相等或大致相等	指数曲线模型
一阶差分的一阶比率相等或大致相等	修正指数曲线模型



- 1 时间序列分解法
- 2 趋势外推法概述
- 3 多项式曲线趋势外推法
- 4 指数曲线趋势外推法
- 5 生长曲线趋势外推法
- 6 曲线拟合优度分析





# 多项式曲线趋势

- 1 判断趋势类型
- 2 进行变量变换
- 3 用线性回归进行处理



# 多项式曲线的例子

- ① 抛物线的例子
- ② 三次曲线的例子



- ① 时间序列分解法
- ② 趋势外推法概述
- ③ 多项式曲线趋势外推法
- ④ 指数曲线趋势外推法
  - 指数曲线模型
  - 修正指数曲线模型
- ⑤ 生长曲线趋势外推法
- ⑥ 曲线拟合优度分析



- 指数曲线模型
- 修正指数曲线模型



# 指数曲线趋势

- ① 判断趋势类型
- ② 线性变换
- ③ 利用线性回归进行处理
- ④ 还原指数曲线模型并进行预测
- ⑤ 指数曲线趋势的例子



- 指数曲线模型
- 修正指数曲线模型



# 修正指数曲线趋势

## ① 修正指数曲线

$$y = a + bc^t$$

## ② 判断趋势类型

## ③ 三和法估计修正指数曲线趋势模型参数

## ④ 还原修正指数曲线模型并进行预测

## ⑤ 修正指数曲线模型的例子



- ① 时间序列分解法
- ② 趋势外推法概述
- ③ 多项式曲线趋势外推法
- ④ 指数曲线趋势外推法
- ⑤ 生长曲线趋势外推法
  - 龚泊兹曲线趋势模型
  - 皮尔曲线模型
- ⑥ 曲线拟合优度分析





- 龚泊兹曲线趋势模型
- 皮尔曲线模型



# 龚泊兹曲线

## 1 龚泊兹曲线

$$y = ka^{b^t}$$

## 2 两边同时取对数，模型变换为

$$\ln y = \ln k + \ln a \cdot b^t$$

## 3 再采取变量变换就可以化为修正指数曲线模型



- 龚泊兹曲线趋势模型
- 皮尔曲线模型



# 皮尔曲线模型的估计

## ① 皮尔曲线

$$y = \frac{L}{1 + ae^{-bt}}$$

## ② 变换方法：倒数求差分，得到模型

$$\frac{1}{y_{t+1}} = \frac{1 - e^{-b}}{L} + e^{-b} \frac{1}{y_t}$$

③ 这是一个线性回归方程，可用最小二乘法得到两个参数的估计，从而解出  $b$  和  $L$  的值。

④ 再利用  $b$  和  $L$  的值估计  $a$  的值：

$$\ln a = \frac{b(n+1)}{2} + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \ln\left(\frac{L}{y_t} - 1\right)$$

其中  $n$  为时间序列的项数。



- ① 时间序列分解法
- ② 趋势外推法概述
- ③ 多项式曲线趋势外推法
- ④ 指数曲线趋势外推法
- ⑤ 生长曲线趋势外推法
- ⑥ 曲线拟合优度分析



# 曲线拟合优度分析

- ① 实际的预测对象往往无法通过图形直观确认某种模型，而是与几种模型接近。这时，一般先初选几个模型，待对模型的拟合优度分析后再确定究竟用哪一种模型。
- ② 拟合优度指标：评判拟合优度的好坏一般使用标准误差作为优度好坏的指标：

$$SE = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n}}$$

