

## Mihai Suciù

Martie, 4, 2025

## ① Reprezentarea / memorarea grafurilor

- Lista de adiacență
- Matricea de adiacență
- Matricea de incidență
- Exemple

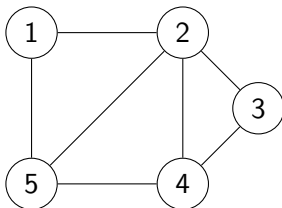
## ② Paarcurgeri în lățime și adâncime

- Parcurgere în lățime
- Parcurgere în adâncime
- Exemple
- Kosaraju



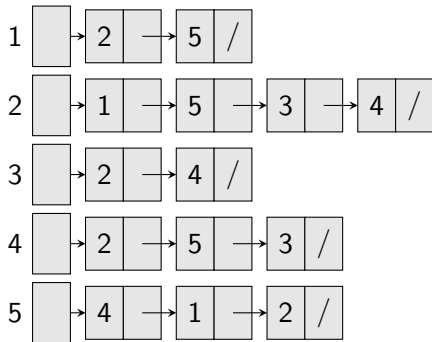
## Exemplu - graf neorientat

graf  $\rightarrow$  listă adiacență  $\rightarrow$  matrice de adiacență





# Lista de adiacență și matricea de adiacență

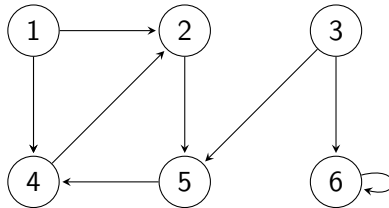


$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



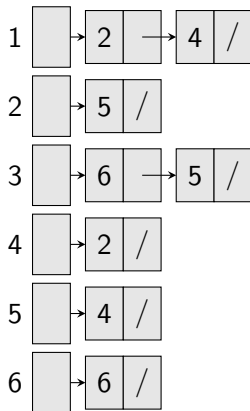
## Exemplu - graf orientat

graf  $\rightarrow$  listă adiacență  $\rightarrow$  matrice de adiacență





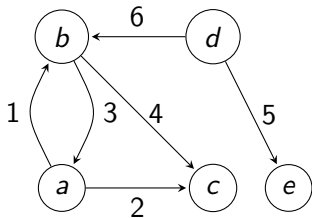
# Lista de adiacență și matricea de adiacență



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



## Exemplu - graf orientat, matricea de incidență



$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$



# Parcurgere în lăţime (BFS) - procedura

BFS( $G, s$ )

```

1: for fiecare vârf  $u \in G, V - \{s\}$  do
2:    $u.color = alb$ 
3:    $u.d = \infty$ 
4:    $u.\pi = NIL$ 
5: end for
6:  $s.color = gri$ 
7:  $s.d = 0$ 
8:  $s.\pi = NIL$ 
9:  $Q = \emptyset$ 
10: Enqueue( $Q, s$ )
11: while  $Q \neq \emptyset$  do
12:    $u = Dequeue(Q)$ 
13:   for fiecare  $v \in G.Adj[u]$  do
14:     if  $v.color == alb$  then
15:        $v.color = gri$ 
16:        $v.d = u.d + 1$ 
17:        $v.\pi = u$ 
18:       Enqueue( $Q, v$ )
19:     end if
20:   end for
21:    $u.color = negru$ 
22: end while
  
```



- durata în timp a algoritmului este  $O(V + E)$

Exemplu



# Parcurgere în adâncime (DFS) - procedura

DFS( $G$ )

```
1: for fiecare vârf  $u \in G.V$  do  
2:    $u.color = alb$   
3:    $u.\pi = NIL$   
4: end for  
5:  $time = 0$   
6: for fiecare  $u \in G.V$  do  
7:   if  $u.color == alb$  then  
8:     DFS_VISIT( $G, u$ )  
9:   end if  
10: end for
```



## DFS - procedura (II)

DFS\_VISIT( $G, u$ )

```
1:  $time = time + 1$ 
2:  $u.d = time$ 
3:  $u.color = gri$ 
4: for fiecare  $v \in G.Adj[u]$  do
5:   if  $v.color == alb$  then
6:      $v.\pi = u$ 
7:     DFS_VISIT( $G, v$ )
8:   end if
9: end for
10:  $u.color = negru$ 
11:  $time = time + 1$ 
12:  $u.f = time$ 
```

# Exemple

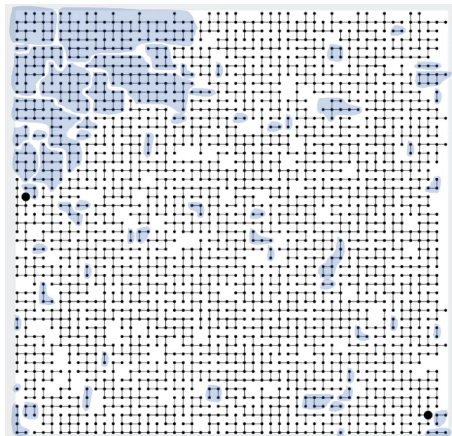


- Relația: Din orice punct puteți ajunge la orice punct
- Câte componente conexe are următorul graf?



# Exemple

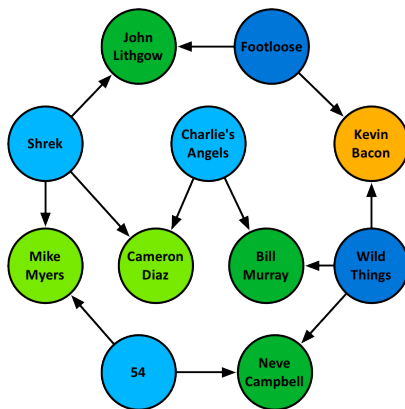
- Relația: Din orice punct puteți ajunge la orice punct
- Câte componente conexe are următorul graf?





## Exemple (II)

- facebook - sugestie de noi prieteni pe baza BFS
- numărul Kevin Bacon / Erdős Pál

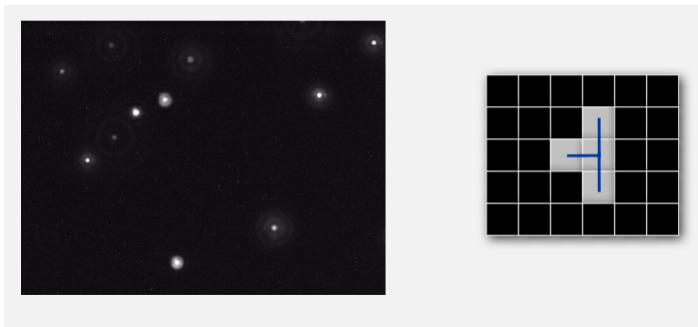


[illegible]



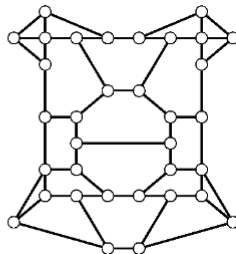
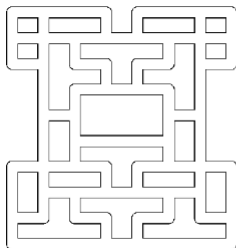
## Exemple (III) - prelucrare de imagini

- să se caute stelele mai mari din imagine





## Exemple (IV) - parcurgerea unui labirint

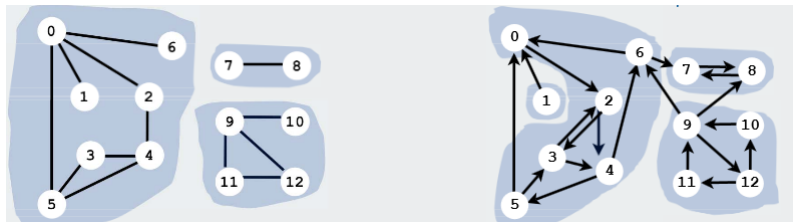


Algortmul lui Thremaux - secolul 19, bazat pe DFS



# Graf tare conex, slab conex - exemplu

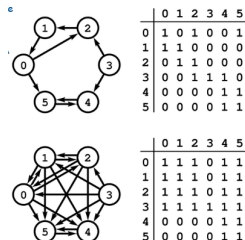
- componente conexe pe grafuri orientate / neorientate (DFS)





# Exemplu DFS

## Închiderea tranzitivă a unui graf





# Algoritmul Kosaraju - Sharir

- algoritm pentru determinarea componentelor tare conex dintr-un graf orientat
- pași
  - DFS cu vârfurile puse pe o stiva
  - DFS pe complementul grafului

Exemplu

# Cel mai scurt drum / lanț



- pentru un graf neponderat, orientat sau neorientat, putem folosi algoritmul lui Moore pentru a găsi cel mai scurt drum / lanț
- notații
  - $u$  - nodul sursă
  - $l(v)$  - lungimea drumului
  - $p(v)$  - părintele vârfului  $v$
  - $Q$  - o coadă



# Algoritmul lui Moore

```
MOORE( $G, u$ )
1.   $l(u) := 0$ 
2.  for toate vârfurile  $v \in V(G)$ ,  $v \neq u$  do
3.       $l(v) := \infty$ 
4.   $Q = \emptyset$ 
5.   $u \rightarrow Q$ 
6.  while  $Q \neq \emptyset$  do
7.       $Q \rightarrow x$ 
8.      for toți vecinii  $y \in N(x)$  do
9.          if  $l(y) = \infty$  then
10.              $p(y) := x$ 
11.              $l(y) := l(x) + 1$ 
12.              $y \rightarrow Q$ 
13. return  $l, p$ 
```



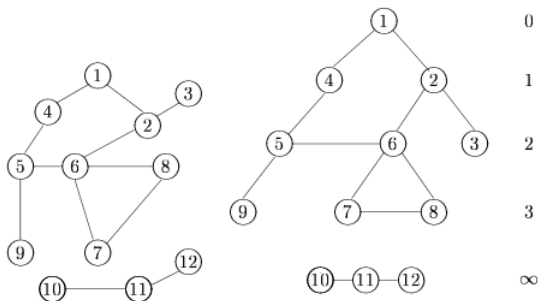
# Algoritmul lui Moore (II)

- știind  $l, p, v$  cum putem afla drumul

MOORE\_DRUM( $l, p, v$ )

1.  $k := l(v)$
2.  $u_k := v$
3. **while**  $k \neq 0$  **do**
4.      $u_{k-1} := p(u_k)$
5.      $k := k - 1$
6. **return**  $u$

# Exemplu



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$l$	0	1	2	1	2	2	3	3	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$p$		1	2	1	4	2	6	6	5			