

# Statistique Descriptive

Youssef SEFRI

5<sup>ème</sup> Chapitre:

- Les caractéristiques de forme et de concentration (coefficients d'asymétrie, paramètre d'aplatissement)
- Indicateurs de concentration

# Introduction

## A propos des indicateurs :

Indicateurs de tendance centrale : fournissent l'ordre de grandeur des valeurs de la série et la position où se rassemblent ces valeurs.

Indicateurs de dispersion : quantifient les fluctuations des valeurs autour de la valeur centrale. Permettent d'apprécier l'étalement des valeurs de la série (les unes par rapport aux autres ou à la valeur centrale).

Indicateurs de forme : donnent une idée de la symétrie et de l'aplatissement d'une distribution.

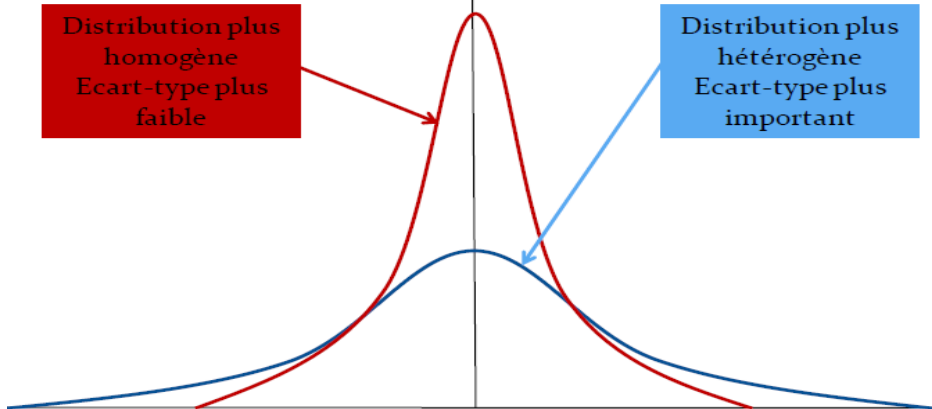
## Les caractères de concentration

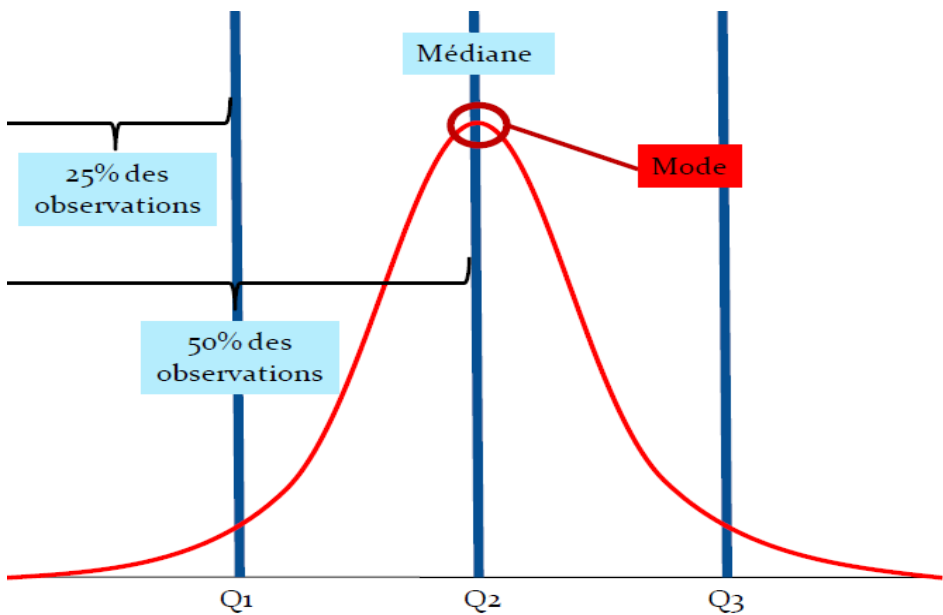
- La mesure de la concentration revient à celle de la conséquence de dispersion. Très importante en économie (concentration des salaires, des revenus, de la taille des entreprises...) elle concerne des variables continues ne pouvant prendre que des valeurs positives.
- Il existe deux méthodes de détermination de concentration: par calcul; par les graphes.

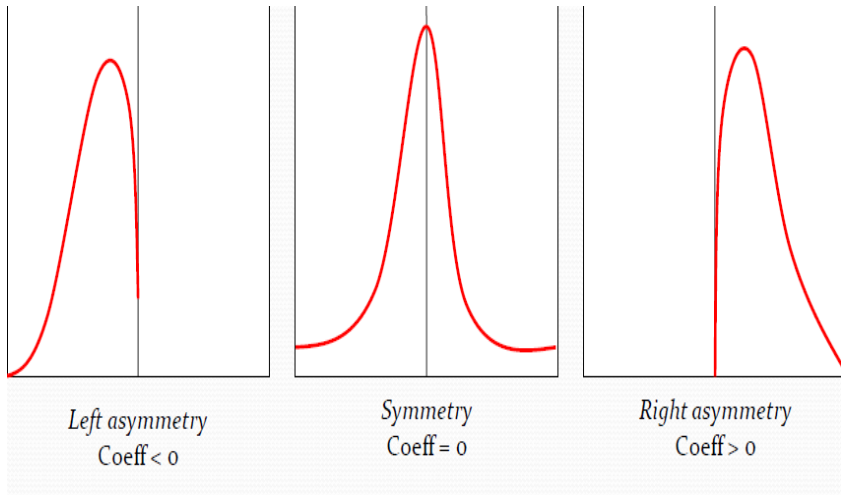
## Deux distributions de même moyenne

Distribution plus  
homogène  
Ecart-type plus  
faible

Distribution plus  
hétérogène  
Ecart-type plus  
important







# Indicateurs de forme

# Mesure de l'asymétrie



# Mesure de l'asymétrie

## Définition :

Une série a **une distribution symétrique** si ses valeurs sont également dispersées de part et d'autre de la valeur centrale, c'est-à-dire si le graphe de la distribution -histogramme ou diagramme en bâtons en fréquences -admet un axe de symétrie.

Dans une distribution **parfaitement symétrique**, on a

$$Me = Mo = \bar{x}$$

# Mesure de l'asymétrie

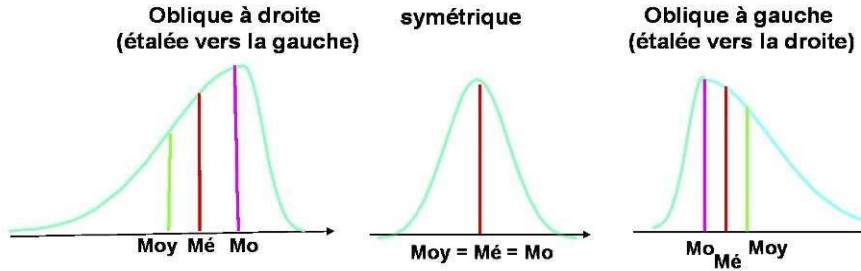


FIG. 2 – Mesures de l'asymétrie. Centre : Distribution symétrique. Gauche et droite : Distributions non symétriques

# Mesure de l'asymétrie

- Certains coefficients (indices) permettent de situer la distribution dans un des trois cas précédents.
- Coefficient de Yule :
- Le coefficient de Yule : s'exprime par :

$$C_Y = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)}$$

$$C_Y = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Me}{Q_3 - Q_1}$$

Avec

- \* "Me" c'est la médiane de la série.
- \* Q1 et Q3 sont, respectivement, le premier quartile et le troisième quartile de la série.

# Mesure de l'asymétrie

Caractérisation de l'asymétrie via le coefficient de Yule :

On a

$$C_Y = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Me}{Q_3 - Q_1}$$

- 1- Si  $C_Y = 0$  alors la distribution est symétrique.
- 2- Si  $C_Y > 0$  alors la distribution est étirée vers la droite.
- 3- Si  $C_Y < 0$  alors la distribution est étirée vers la gauche.

# Exemple de référence : Coefficient de Yule

On a  $\frac{75}{4} = 18.75 = k$  et  $3k = 56.25$

➤ La classe du **premier quartile** est [ 100 ; 130[

$$Q_1 = 100 + \frac{75 \times 0.25 - 15}{15} (130 - 100) = 107.5$$

➤ La classe du **troisième quartile** est [ 150 ; 180[

$$Q_3 = 150 + \frac{75 \times 0.75 - 53}{17} (180 - 150) = 155.7$$

➤ **La médiane** de la série est :

$$Me = 130 + \frac{75 \times 0.5 - 30}{23} (150 - 130) = 136.5$$

➤ Coefficient de Yule :

$$C_F = \frac{155.7 + 107.5 - 2 \times 136.5}{155.7 - 107.5} = -0.2 < 0$$

Donc : la distribution est étirée vers la gauche.

Classes	Eff	Eff cum Croissant
[ 50,70[	6	6
[ 70,100[	9	15
[ 100,130[	15	30
[ 130,150[	23	53
[ 150,180[	17	70
[ 180,200[	5	75
<b>Total</b>	<b>75</b>	

# Mesure de l'asymétrie

Coefficient de Pearson :

Le coefficient de Pearson : s'exprime par :

$$\delta = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$$

Avec

$\bar{x}$  : c'est la moyenne arithmétique de la série.

$Mo$  : c'est le mode de la série.

$\sigma$  : c'est l'écart type de la série, sachant que:

$$\text{Ecart-type} = \sqrt{\text{Variance}}$$

# Mesure de l'asymétrie

Caractérisation de l'asymétrie via le coefficient de Pearson :

On a

$$\delta = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$$

- 1- Si  $\delta = 0$  alors la distribution est symétrique.
- 2- Si  $\delta > 0$  alors la distribution est étirée vers la droite.
- 3- Si  $\delta < 0$  alors la distribution est étirée vers la gauche.

Remarque : on a toujours

$$-1 \leq \delta \leq 1$$

## Exemple de référence : coefficient de Pearson

Reprenons l'exemple de référence : coefficient de Yule, on sait que :

**Médiane** =  $Me = 136.5$ ,  $Q1 = 107,5$ ,  $Q3 = 155,7$   $Cy = -0,2$

\* **Moyenne arithmétique** : La variable est continue, donc on applique

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i c_i, \text{ ainsi}$$

$$\bar{x} = \frac{6 \times 60 + 9 \times 85 + 15 \times 115 + 23 \times 140 + 17 \times 165 + 5 \times 190}{75} = 131$$

\* **L'écart type** : On applique la formule  $V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i c_i^2 - \bar{x}^2$

calculer la variance, puis on calcul l'écart type de la série via  $\sigma = \sqrt{V}$ .

**= 35,03 ; Mo = 141,42**

Le coefficient de Pearson s'exprime comme suit :

$$\delta = \frac{131 - 141,42}{\sigma} = \frac{131 - 141,42}{35,03} = -0,29 < 0$$

**Donc, la distribution est étirée vers la gauche.**



# Mesure de l'asymétrie

Rappelons que les **moments centrés d'ordre  $r \in \mathbb{N}$**  s'expriment

$$m_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r$$

Coefficient de Fisher :

**Le coefficient de Fisher :** s'exprime par :

$$\gamma = \frac{m_3}{\sigma^3}$$

Avec

- ①  $m_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3$  est le **moment centré d'ordre 3**;
- ②  $\sigma^3$  est le **cube** de l'écart-type  $\sigma$ , donné par  $\sigma = \sqrt{V}$ , avec

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$$

# Mesure de l'asymétrie

Caractérisation de l'asymétrie via le coefficient de Fisher :

On a

$$\gamma = \frac{m_3}{\sigma^3}$$

- 1- Si  $\gamma = 0$  alors la distribution est symétrique.
- 2- Si  $\gamma > 0$  alors la distribution est étirée vers la droite.
- 3- Si  $\gamma < 0$  alors la distribution est étirée vers la gauche.

# Exemple de référence : coefficient de Fisher

Classes	Effectif $n_i$	centre $c_i$	$(c_i - \bar{x})^2$	$n_i(c_i - \bar{x})^2$	$n_i(c_i - \bar{x})^3$
[50,70[	6	60	5041	30246	-2147466
[70,100[	9	85	2116	19044	-876024
[100,130[	15	115	256	3840	-61440
[130,150[	23	140	81	1863	16767
[150,180[	17	165	1156	19652	668168
[180,200[	5	190	3481	17405	1026895
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>			<b>92050</b>	<b>-1373100</b>

<b>Moyenne</b>	<b>=</b>	<b>131</b>
<b>Variance</b>	<b>=</b>	<b>1227,333333</b>
<b>Ecart type</b>	<b>=</b>	<b>35,0331748</b>
<b>Moment d'ordre 3</b>	<b>=</b>	<b>-18308</b>
<b>Coefficient de Fisher =</b>		<b>-18308 / (35,04)^3</b>
	<b>=</b>	<b>-0,42579162</b>

**Le coefficient de Fisher est négatif donc distribution est étirée vers la gauche.**

# Résumé : Mesure de l'asymétrie

Résumé : Les coefficients (indices) permettent d'étudier l'asymétrie

**1- Le coefficient de Yule** s'exprime par :  $C_Y = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Me}{Q_3 - Q_1}$

**2- Le coefficient de Pearson** s'exprime par :  $\delta = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$

**3- Le coefficient de Fisher** s'exprime par :  $\gamma = \frac{m_3}{\sigma^3}$

Caractérisation de l'asymétrie via les trois coefficients :

1- Si  $C_Y = \gamma = \delta = 0$  alors la distribution est symétrique.

2- Si  $C_Y$  ou  $\gamma$  ou  $\delta > 0$  alors la distribution est étirée vers la droite.

3- Si  $C_Y$  ou  $\gamma$  ou  $\delta < 0$  alors la distribution est étirée vers la gauche.

# Mesure de l'aplatissement

# Mesure de l'aplatissement

Les **indicateurs d'asymétrie et d'aplatissement** permettent un premier lieu de comparaison entre les distributions statistiques.

L' **asymétrie** d'une distribution peut être approchée par une **comparaison entre le mode, la médiane et la moy arithmétique**.

L' **aplatissement** peut être approchée par l'étude des observations **aux alentours du mode**. Plus le nombre d'individus aura une valeur proche du mode de la distribution plus la courbe sera concentrée et plus l'aplatissement sera faible.

Dans la pratique, pour mesurer l'aplatissement d'une série on compare son graphique de cette dernière avec la distribution dite **normale**.

# Mesure de l'aplatissement

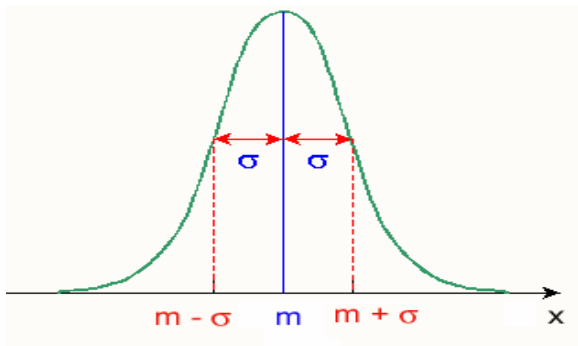
## Présentation de la loi normale

La **loi normale** représente une distribution théorique qui est parfaitement connue sur le plan mathématique. Elle a été définie par Laplace et Gauss. Son **graphique** est de la forme d'une « **cloche** » ( beaucoup d'individus autour de la moyenne ; de moins en moins au fur à mesure qu'on s'en éloigne, et ceci de **façon symétrique**).  
L'équation de la courbe de fréquence d'une distribution normale ne dépend que de deux paramètres :

- 1-  **$m$**  : la **moyenne** de la variable ;
- 2-  **$\sigma$**  : l'**écart type** de la variable.

# La loi normale

La représentation graphique d'une loi normale est la suivante :





# Mesure de l'aplatissement

- Une distribution peut être plus ou moins aplatie selon qu'une proportion plus ou moins grande des observations est proche de son mode.
- Lorsqu'une forte proportion des observations prend une valeur proche de celle du mode de la distribution, l'aplatissement est faible.

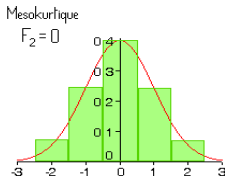


Figure 1: loi normale

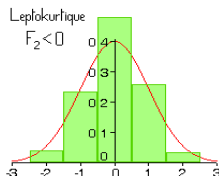


Figure 2: Distribution

Leptokurtique

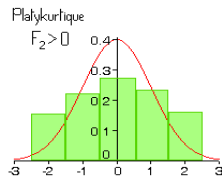
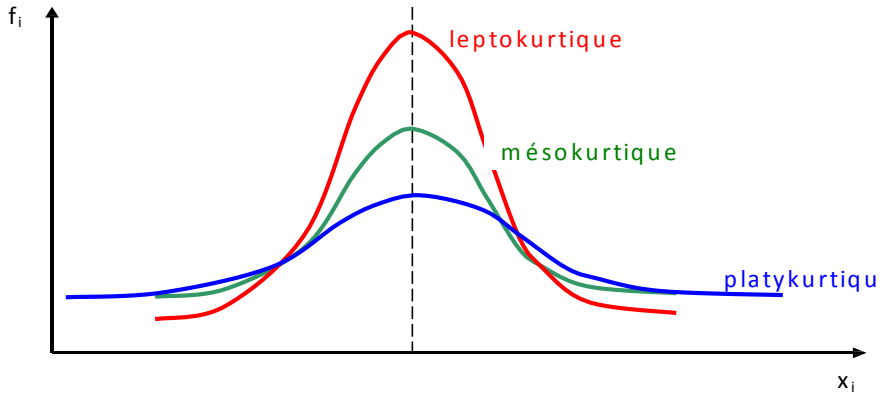


Figure 3: Distribution

Platykurtique

# Mesure de l'aplatissement



# Mesure de l'aplatissement

Certains coefficients d'aplatissement permettent de situer la distribution dans un des trois cas précédents :

## Le coefficient d'aplatissement de Pearson

$$\beta = \frac{m_4}{\sigma^4}$$

## Le coefficient d'aplatissement de Yule

$$F_2 = \beta - 3 = \frac{m_4}{\sigma^4} - 3$$

Avec

- 1  $m_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4$  sont les moments centrés d'ordre 4.
- 2  $\sigma = \sqrt{V}$  est l'écart-type de la série.

# Mesure de l'aplatissement

Caractérisation de l'aplatissement via  
les coefficients de Pearson et Yule :

- 1- Si  $\beta = 3$  (équivalent à  $F_2 = 0$ ) alors la distribution est mésokurtique  
= Normale ;
- 2- Si  $\beta > 3$  (équivalent à  $F_2 > 0$ ) alors la distribution est leptokurtique  
= moins plate que la loi Normale ;
- 3- Si  $\beta < 3$  (équivalent à  $F_2 < 0$ ) alors la distribution est platykurtique  
= plus plate que la loi Normale.

# Indicateurs de concentration

# Indicateurs de concentration

La mesure de concentration ne s'applique qu'aux caractères statistiques **quantitatifs** représentant une grandeur **positive cumulable**. La concentration d'une distribution mesure sa répartition "observée" par rapport à une "norme" de répartition (la répartition à laquelle on s'attend). Donc il s'agit de comparer deux séries de fréquences cumulées. Elle est souvent utilisée dans l'analyse des parts distributives des salaires, des fortunes ou encore des parts de marché des entreprises.

Afin de mesurer la concentration, il convient de définir les valeurs globales, la médiale, l'indice de Gini et la courbe de concentration appelée "courbe de Lorentz".

# I. Détermination analytique de la concentration

# Indicateurs de concentration

## Définition:

Considérons une série statistique comportant  $n$  observations dans un tableau statistique  $(x_i; n_i)$ , présentant  $r$  modalités, on appelle :

1- Masse associée à la modalité  $x_i$  d'effectif  $n_i$  la quantité définie par

$$\text{Masse} = n_i x_i;$$

2- Masse relative associée à la modalité  $x_i$  la quantité définie par

$$q_i = n_i x_i / \sum_{i=1}^r n_k x_k$$

Généralement, les masses relatives  $q_i$  sont exprimées en pourcentage

de la masse totale  $S = \sum_{i=1}^r n_k x_k$

( appelée masse salariale dans le cas des salaires)



# Les valeurs globales

## Exemple de calcul des masses:

Le tableau suivant indique les réserves de pétrole, en milliards de barils, dont disposent les pays producteurs :

Réserves	ni	ci=xi	f_i en %	ficc en %	ni * xi	qi en %	qiccen %
[0;10[	10	5	40	40	50	3,94632991	3,94632991
[10;50[	8	30	32	72	240	18,9423836	22,8887135
[50;100[	3	75	12	84	225	17,7584846	40,6471981
[100;275[	4	188	16	100	752	59,3528019	100
TOTAL	25		100		1267	100	

# Indicateurs de concentration

## Définition

La **Médiale** est la valeur du caractère qui partage en deux parties égales la **masse totale** du caractère  $n_j \times x_j$ .

## Plus simplement :

La médiale d'une série  $x_j$  c'est la médiane de la série  $n_j \times x_j$ .

**Notation** : La **Médiale** est notée **MI**.

## Remarques :

- 1- La masse totale  $q_j$  de la série  $n_j \times x_j$  joue le rôle de la fréquence  $f_j$  pour la série  $x_j$ .
- 2- Pour calculer la **Médiale** on applique la même formule que la médiane mais appliquée aux données  $n_j \times x_j$  ou  $q_j$ .

# La médiale

Exemple de Calcul des masses :

Réserv es	ni	ci= xi	f_i en %	ficc en %	ni * xi	qi en %	qiccen %
[0;10[	10	5	40	40	50	3,94632991	3,94632991
[10;50[	8	30	32	72	240	18,9423836	22,8887135
[50;100[	3	75	12	84	225	17,7584846	40,6471981
[100;275[	4	188	16	100	752	59,3528019	100
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>		<b>100</b>		<b>1267</b>	<b>100</b>	

Colonne ficc en %

$$k_1 = \frac{100}{2} = 50 \text{ donc la classe médiane c'est [10 ;50[}$$

On applique la formule de calcul de la médiane :

$$Me = 10 + \frac{50-40}{32} \times 40 = 22.5$$

Colonne qicc en %

$$k_2 = \frac{100}{2} = 50 \text{ donc la classe médiale c'est [100 ;275[}$$

On applique la formule de calcul de la médiane sur les données de la colonne qicc en % :

$$MI = 100 + \frac{50-40.6471981}{59.3528019} \times 175 = 127.57$$

# La médiale

## Interprétation :

50% des pays ont une réserve de pétrole inférieur ou égale à  $Me = 22.5$  milliards de barils ;

Les pays ayant une réserve inférieure ou égale à  $MI = 127.57$  (milliards de barils), se partagent au moins 50% des réserves totales.

**Conséquence** : Donc la moitié de ces pays détient moins de la moitié des parts de marchés (des réserves).

**Autre Cas** : Lorsque  $x_i$  est le salaire, le produit  $n_i \times x_i$  constitue la masse salariale.

La médiale est le salaire de l'individu  $i$  telle que 50% de la masse salariale est distribuée à des salariés qui touchent moins que ce salaire et 50% de la masse salariale est distribuée à des salariés qui touchent plus que ce salaire.

# La médiale

## Vocabulaires

1- Écart médiale-médiane :  $\Delta M = MI - Me$

2- L'intervalle de variation : c'est l'étendue.

3- Une mesure de la concentration :  $C = \frac{\Delta M}{\text{l'intervalle de variation}}$

## Caractérisation

1- Si  $\Delta M = 0$  alors la concentration est nulle ;

2- Si  $\Delta M$  est grande par rapport à l'intervalle de variation  $\Leftrightarrow C > 1$ , alors la concentration est forte ;

3 - Si  $\Delta M$  est petite par rapport à l'intervalle de variation  $\Leftrightarrow C < 1$ , alors la concentration est faible.

# l'écart médiale-médiane

## Application :

<i>salaires</i>	$n_i$	$x_i$	$n_{icc}$	$n_i x_i$	$n_i x_i \text{ cc}$
[10 – 15[	9	12,5	9	112,5	112,5
[15 – 20[	25	17,5	34	437,5	550
[20 – 25[	32	22,5	66	720	1270
[25 – 30[	16	27,5	82	440	1710
<b>TOTAL</b>	<b>82</b>			<b>1710</b>	

Colonne $n_{icc}$	Colonne $n_i x_i \text{ cc}$
$k_1 = \frac{82}{2} = 41$ donc la <b>classe médiane</b> c'est <b>[20 ; 25[</b> On applique la formule de calcul de la médiane :  $\text{Me} = 20 + \frac{41 - 34}{32} \times 5 = 21,09$	$k_2 = \frac{1710}{2} = 855$ donc la <b>classe médiale</b> c'est <b>[20 ; 25[</b> On applique la formule de calcul de la médiane sur les données de $n_i x_i \text{ cc}$ :  $\text{MI} = 20 + \frac{1710 \times 0,5 - 550}{720} \times 5 = 22,12$

La mesure de la concentration :

$$C = \frac{\Delta M}{\text{Etendue}} = \frac{22,12 - 21,09}{(30 - 10)} = \frac{1,03}{20} = 0,0515 < 1, \text{ donc la concentration est faible}$$

## II. Détermination géométrique de la concentration

# la courbe de concentration

## Détermination graphique de la concentration

Il existe un moyen visuel de déterminer la concentration sans passer par la comparaison des deux médianes. Il suffit de confronter les deux fonctions cumulatives sur un graphique, appelé : la courbe de **Gini-Lorenz**

### Méthode de construction :

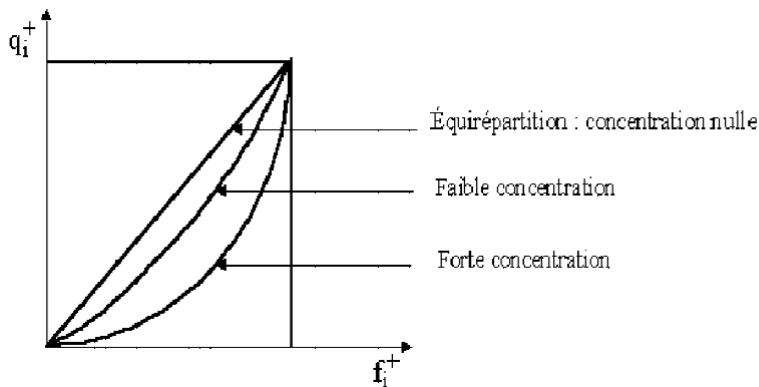
Pour tracer courbe de Gini-Lorenz on met :

- 1-Sur l'axe des abscisses la fréquence cumulée ( $f_{i;cc}$ ) de la série "classique" ( $x_i; n_i$ ) ;
- 2-Sur l'axe des ordonnées la fréquence cumulée ( $q_{i;cc}$ ) de la la série ( $n_i \times x_i; q_i$ ) ;
- 3-On trace la droite passant par l'origine d'équation  $q_{i;cc} = f_{i;cc}$  .



## Courbe de Gini-Lorenz:

allure de la courbe permet d'avoir une idée de la concentration



# Exemple de construction de la courbe de concentration

Le tableau ci-dessous indique la répartition des 22 régions françaises selon le nombre de lits dont elles disposent en maisons de retraite au 1 Janvier 2005 :

Nombre de lits	$n_i$	$x_i$	$f_i$	$f_{icc}$	$n_i x_i$	$q_i$	$q_{icc}$
[0 ; 12 250[	4	6 125	18,18%	18,18%	24 500	5,41%	5,41%
[12 250 ; 24 500[	12	18 375	54,55%	72,73%	220 500	48,65%	54,05%
[24 500 ; 36 750[	4	30 625	18,18%	90,91%	122 500	27,03%	81,08%
[36 750 ; 49 000[	2	42 875	9,09%	100,00%	85 750	18,92%	100,00%
<b>Somme</b>	22		100,00%		453 250	100,00%	

**Calcul de la médiale** : la classe médiale c'est [12 250 ; 24 500[

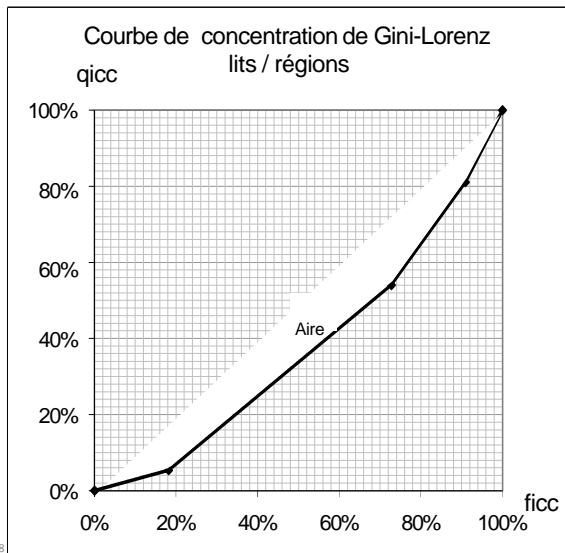
On trouve **MI= 23 479,17 lits**

**Ce qui signifie** que 50% des lits disponibles en maisons de retraite françaises proviennent de régions qui ont moins de 23 479,17 lits.

**Pour construire la courbe de Gini-Lorenz** on place les points de coordonnées :

(18,18 ; 5,41) - (72,73 ; 54,05) - (90,91 ; 81,08) - (100 ; 100)

# Exemple de construction de la courbe de concentration



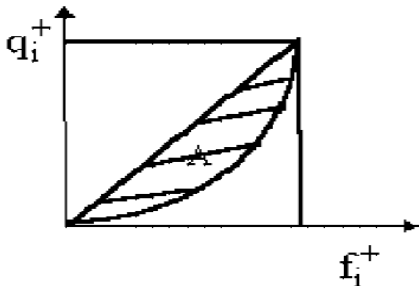
# Courbe de Gini-Lorenz

## L'indice de Gini

L'**indice de GINI** est une mesure de l'indice de concentration à partir de la courbe de Gini-Lorenz. Il est donné par la formule :

$$G = 2 \times A$$

ou **A** est l'**aire** comprise entre la courbe de concentration et la diagonale.



# Courbe de Gini-Lorenz

## Propriétés de l'indice de Gini

- 1- On a toujours  $0 < G < 1$  ;
- 2-  $G$  proche de  $1 \Rightarrow$  forte concentration ;
- 3-  $G$  proche de  $0 \Rightarrow$  faible concentration.

# Courbe de Gini-Lorenz

## Calcul de l'indice de Gini

Il existe 3 méthodes de détermination de l'indice de Gini :

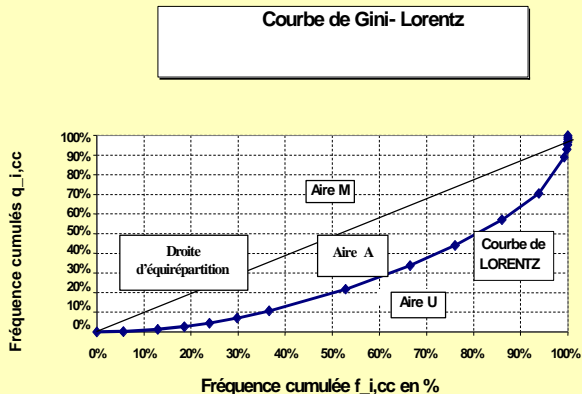
- 1- Méthode des Trapèzes ;
- 2- Méthode des Triangles ;
- 3- Méthode des moindres carrés.

Dans cette partie, nous allons se limiter à la première méthode.

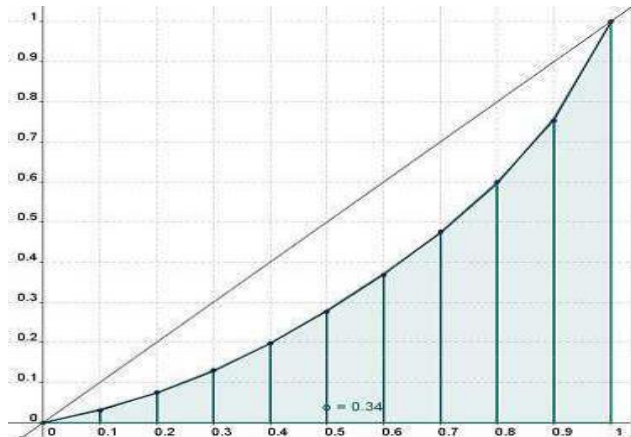
Rappelons que l'indice de Gini est donné par

$$G = 2 \times A$$

# L'indice de Gini

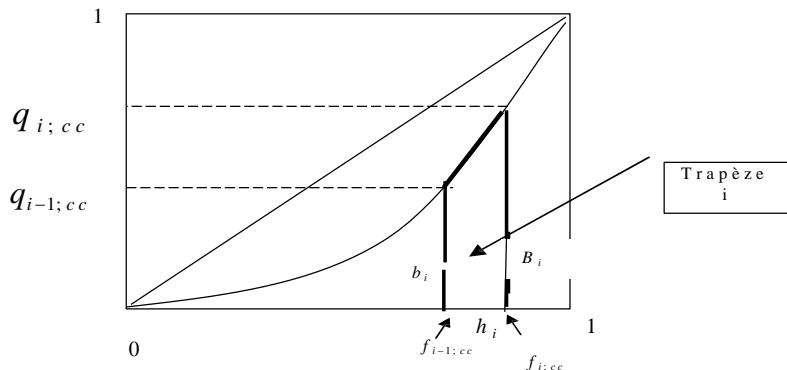


# L'indice de Gini





# L'indice de Gini



La surface de chaque trapèze « i » c'est :

$$S_i = \frac{(b_i + B_i) \times h_i}{2} = \frac{(q_{i-1;cc} + q_{i;cc}) \times (f_{i;cc} - f_{i-1;cc})}{2}$$

On somme sur tous les trapèzes (il y en a autant que de classes) :

$$\text{Surface totale} = \text{Aire U} = \sum_i S_i$$

$$\text{Aire concentration} = (\text{Aire A}) = (\text{Aire Triangle}) - (\text{Surface totale}) \\ = 1/2 - \text{Surface totale}$$

23/11/2018 Donc l'indice de Gini =  $2 \times \text{Aire (A)}$ .

# Courbe de Gini-Lorenz

## Calcul de l'indice de Gini

**1. Description de la méthode des Trapèzes :** On cherche d'abord à estimer l'aire Aire U située au-dessous de la courbe de concentration sachant que

$$\text{Aire M} = \text{Aire U} + \text{Aire A} = \frac{1 \times 1}{2} = 0,5$$

### Calcul de l'Aire U :

on trace des segments perpendiculaires à l'axe des abscisses, et passant par les points  $(f_{i,cc}, q_{i,cc})$ . Nous obtenons ainsi une série de trapèzes dont l'aire se calcule par :

$$\text{aire d'un trapèze} = \frac{H \times (b + B)}{2} = \frac{\text{Hauteur} \times (\text{Longueur petite base} + \text{grande base})}{2}$$

$$S_i = (f_{i,cc} - f_{i-1,cc})(q_{i-1,cc} + q_{i,cc})/2 = f_i(q_{i-1,cc} + q_{i,cc})/2, \quad U = \sum S_i$$

D'où Aire A =  $0,5 - U$  et  $G = 2 \times \text{Aire A}$

# Courbe de Gini-Lorenz

- Calcul de l'indice de Gini

- On sait que l'indice de Gini est donné par

$$\bullet G = 2 \times A \quad (1)$$

- D'autre part

$$A = \frac{1}{2} - U = \frac{1}{2} - \sum \frac{f_i \times (q_{i-1;cc} + q_{i;cc})}{2} \quad (2)$$

En remplaçant (2) dans (1) nous obtenons que

Formule analytique de l'indice de Gini

$$G = 1 - \sum (f_i \times (q_{i-1;cc} + q_{i;cc}))$$

C'est la formule analytique "pratique" pour calculer l'indice de Gini d'un tableau statistique.

# L'indice de Gini

Exemple : calculer l'indice de Gini

Modalités	n_i	f_i	c_i = x_i	n_i* x_i	q_i	q_i cc	S_i = q_{i-1} cc + q_i cc	S_i * f_i
[1000;1250[	24	0,28571429	1125	27000	0,23788546	0,23788546	0,237885463	0,067967
[1250; 1500[	47	0,55952381	1375	64625	0,56938326	0,80726872	1,045154185	0,584789
[1500;1750[	10	0,11904762	1625	16250	0,14317181	0,95044053	1,757709251	0,209251
[1750;2000[	3	0,03571429	1875	5625	0,04955947	1	1,950440529	0,069659
<b>Total</b>	84	1		113500	1		-----	<b>0,931666</b>

L'indice de Gini est =  $1 - 0,931666 = 0,06833438$   La concentration est faible

### La méthode

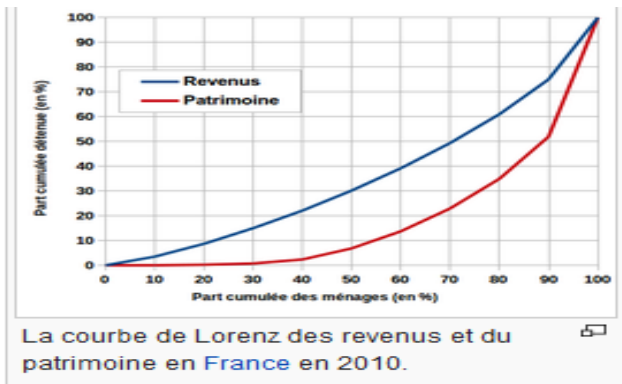
- La courbe de Lorenz illustre la répartition de la richesse dans une société.

Plus cette courbe est éloignée de la bissectrice, plus les inégalités sont fortes.

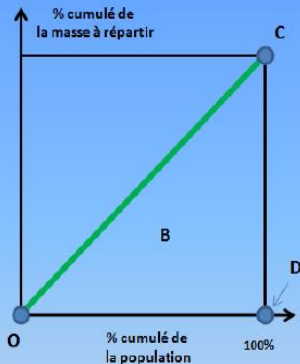
Le coefficient de Gini mesure les inégalités au sein d'une société.

Il se calcule en faisant la différence d'aire entre le triangle formé par la bissectrice et la zone délimitée par la courbe de revenu ou de patrimoine.

Plus il est proche de 1, plus la société est inégalitaire.

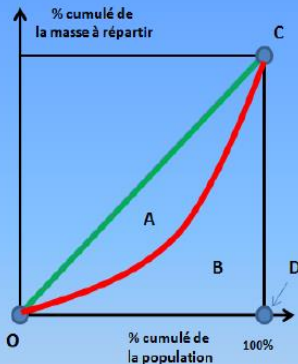


Cas numéro 1



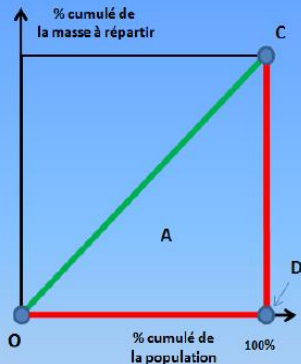
**Égalité parfaite :** la courbe de LORENZ se confond avec la droite OC d'égalité parfaite. Chaque individu de la population possède la même part de la masse totale

Cas numéro 2



**Inégalité modérée :** la courbe de LORENZ partage le triangle OCD est deux surfaces. Plus la surface A augmente aux dépends de la surface B et plus l'inégalité augmente

Cas numéro 3



**Inégalité totale :** la courbe de LORENZ est donné OCD. La surface A occupe tout le triangle OCD et la surface B a disparu. C'est le cas théorique où un seul individu possède 100% de la masse totale et les autres rien.

# Merci