

UIC

COURS GEOTECHNIQUE



Référence	COURS GÉOTECHNIQUE
Date	16/02/2018
Emetteur	JELLOUL BRAHIM.

SOMMAIRE

1	LA GEOTECHNIQUE	4
2	ETUDES GEOTECHNIQUE.....	4
2.1	LE SOL MATERIAU DE CONSTRUCTION IMPOSE	4
2.2	ROLE DU GEOLOGUE	5
2.3	GEOPHYSICIEN	6
2.4	ROLE DU GEOTECHNICIEN.....	7
2.5	DIFFERENTES PHASES DE L'ETUDE GEOTECHNIQUE	8
3	RECONNAISSANCE DE SOL	9
3.1	NATURE DES INVESTIGATIONS.....	9
3.2	DENSITE DES SONDAGES ET ESSAIS	9
3.3	PROFONDEUR D'INVESTIGATIONS	9
3.4	REPERAGE ET NIVELLEMENT DES SONDAGES	10
3.5	GEOPHYSIQUE.....	10
3.5.1	METHODES ELECTRIQUES	10
3.5.2	METHODES SISMIQUES (SISMIQUE REFRACTION).....	12
3.5.3	SONDAGES ET FORAGES.....	14
3.5.4	RECONNAISSANCES A FAIBLE PROFONDEUR.....	14
3.5.5	RECONNAISSANCE PAR SONDAGES MECANIQUES PROFONDS.....	15
4	ESSAIS IN SITU.....	17
4.1	IMPORTANCE DE L'EAU DANS LES SOLS.....	17
4.2	HYDRAULIQUE DES SOLS	18
4.2.1	ÉLÉMENTS D'HYDRAULIQUE SOUTERRAINE	18
4.2.4	ECOULEMENT TRIDIMENSIONNELS.....	31
	<i>Exemples.....</i>	31
	<i>Types de nappes phréatiques</i>	32
4.3	FORCE D'ECOULEMENT ET POUSSÉE D'ARCHIMEDE	38
4.4	PROTECTION DES OUVRAGES CONTRE LA BOULANCE.....	40
4.5	ESSAI SPT	42
4.6	ESSAI IN SITU- RESISTANCE AU CISAILLEMENT	42
4.6.1	ESSAIS PRESSIONMETRIQUES MENARD.....	43
4.6.2	ESSAI PENETROMETRE STATIQUE	49
4.6.5	<i>ESSAI A LA PLAQUE.....</i>	57
5	DEFORMATIONS DES SOLS	60
5.1	CONTRAINTE DANS LES SOLS.....	60

5.1.1	CONTRAINTE TOTALE.....	60
5.1.2	CONTRAINTE EFFECTIVE.....	60
5.2	CALCUL DES CONTRAINTES DUES AUX SURCHARGES.....	63
6	ESSAIS DE LABORATOIRE	68
6.1.1	OEDOMETRE	69
7	NOTION DE POUSEE ET DE BUTEE.....	91
7.1	TERRES AU REPOS.....	91
7.2	NOTION DE POUSEE ET BUTEE	92
7.3	RUPTURE DES MASSIFS SEMI- INFINIS EQUILIBRE	97

1 LA GEOTECHNIQUE

La géotechnique est l'ensemble des activités liées aux applications de la Mécanique des sols, de la mécanique des roches et de la géologie de l'ingénieur.

La géotechnique s'appuie principalement sur deux sciences :

- la géologie qui retrace l'histoire de la terre, précise la nature et la Structure des matériaux et leur évolution dans le temps,
- la mécanique des sols et des roches qui modélise leur comportement en tant que déformabilité et résistance des matériaux.

2 ETUDES GEOTECHNIQUE

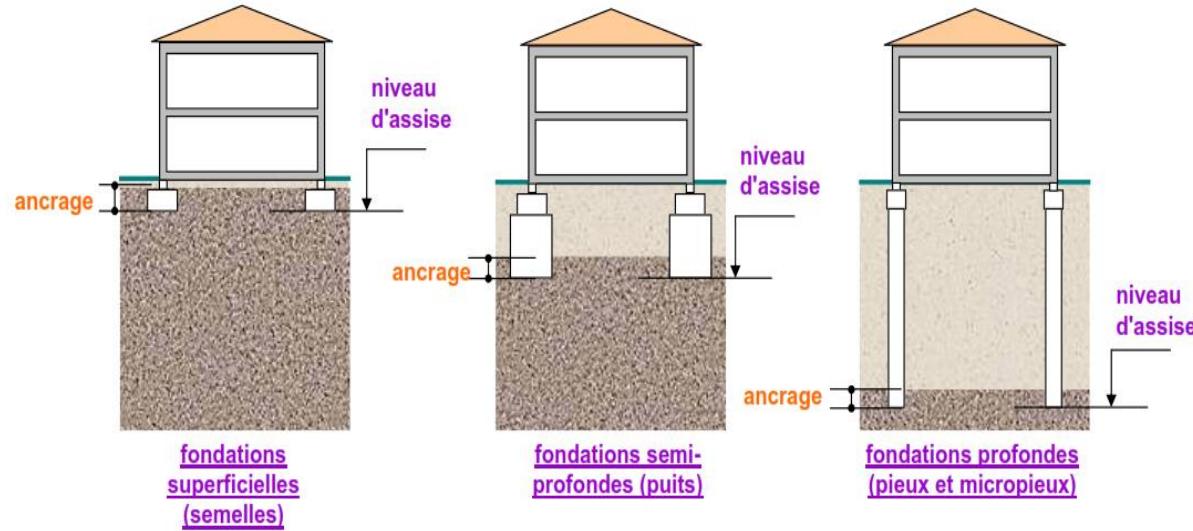
Indépendamment de l'ouvrage, le maître d'ouvrage public ou privé doit, dans son propre

Intérêt de faire réaliser une étude géotechnique. La conception de l'ouvrage prendra compte de la nature du sous-sol pour mieux définir le système de fondation avec le meilleur rapport sécurité / coût et se garantir contre les effets de la réalisation des travaux sur les constructions voisines.

2.1 LE SOL MATERIAU DE CONSTRUCTION IMPOSE

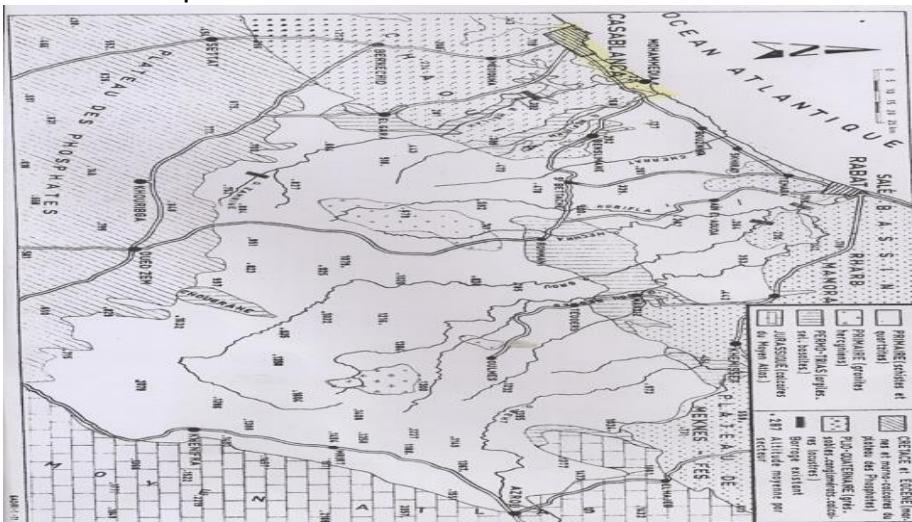
Contrairement à la plupart des matériaux de construction utilisés par l'ingénieur, qui sont des produits manufacturés, le sol est un matériau naturel imposé au constructeur, un massif de sol se présente généralement sous forme d'une série de couches, aux propriétés distinctes. Bien souvent d'ailleurs, certaines couches peuvent être peu étendues, constituant des hétérogénéités locales appelées lentilles. De plus, la plupart du temps, une couche de sol n'est pas complètement homogène, et les propriétés des matériaux sont dispersées autour d'une valeur moyenne. Il est donc absolument nécessaire de procéder à une reconnaissance géotechnique avant d'entreprendre l'étude d'un ouvrage de génie civil. Une telle reconnaissance, dont l'ampleur variera en fonction de l'importance de l'ouvrage projeté, mais qui doit toujours être réalisées, fera appel à plusieurs spécialistes : géologue, géophysicien, géotechnicien

Type de fondation superficielle – fondation semi profonde – fondation profonde



2.2 ROLE DU GEOLOGUE

Le géologue donnera un avis préliminaire très précieux concernant la nature et la forme probable des différentes couches du sol, l'hydraulique souterraine de la zone étudiée ; la géométrie des fissurations éventuelles du substratum, l'histoire géologique du site, permettant ainsi d'avoir une première idée de l'histoire des déformations et contraintes.



2.3 GEOPHYSICIEN

Le géophysicien précisera l'étendue et la géométrie des différentes formations par des mesures de résistivité électrique ou du temps de propagation d'ondes (prospection électrique et prospection sismique).

- Classification de la Zone Sismique

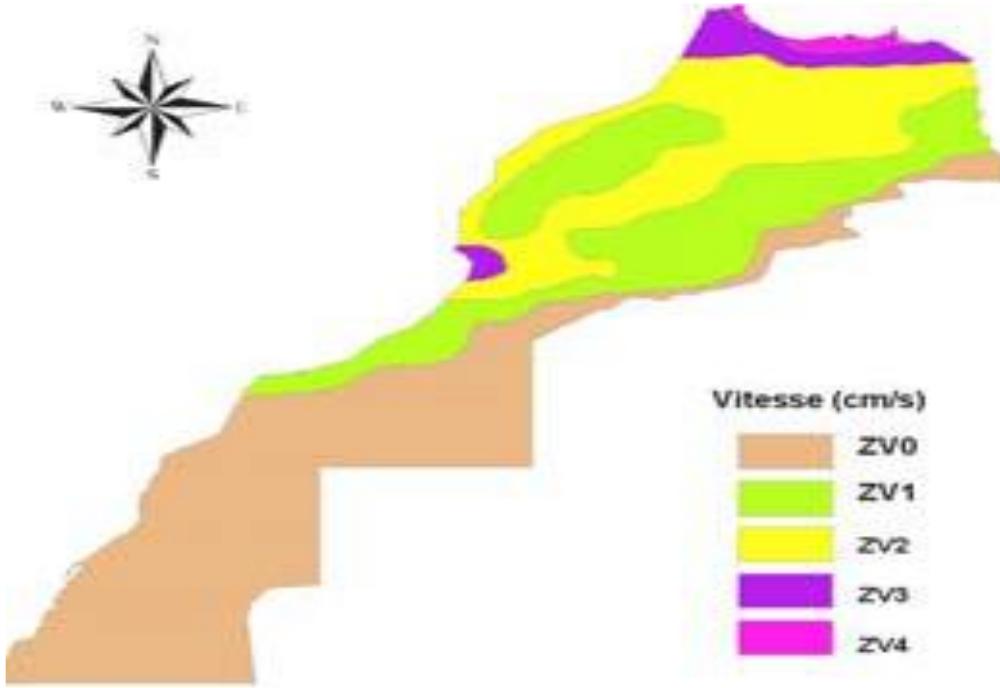


RPS PRINCIPALES MODIFICATIONS APPORTÉES

RPS 2000

RPS2000 (version 2011)

La carte de zonage de la version RPS 2000 dépend seulement de l'accélération sismique du sol: la nouvelle version RPS 2011 dispose de deux cartes sismiques, introduisant en plus de l'accélération, la vitesse sismique du sol.



Carte 2011

2.4 ROLE DU GEOTECHNICIEN

La mission de responsabilité des problèmes liés au sol relève du spécialiste en géotechnique. Il s'agit de compléter la reconnaissance par une détermination plus précise de l'étude et de la lithologie du terrain avec l'épaisseur de chacune des couches, et par une mesure des caractéristiques physiques des matériaux, ce qui permettra leur identification de chacune des couches. la mesure des caractéristiques mécaniques par des essais de laboratoire ou essais in situ

Le géotechnicien doit avoir une approche à la fois naturaliste et technique des problèmes. Pour mener à bien sa mission, sa première tache, est de définir le programme de reconnaissance. Il convient de ne pas se limiter à l'emprise du projet, mais être éventuellement étendue à son voisinage, ce que l'appel le site géotechnique

A fin d'établir ce programme ; le géotechnicien doit relever les problèmes particuliers liés au site vis-à-vis du projet et préjuger des solutions. Il va donc se livrer à une enquête portant sur :

- La visite du site avec examen des ouvrages voisins,
- l'étude des cartes topographique, géologiques et éventuellement des photos aériennes,
- la consultation des documents relatifs aux risques naturels, cartes sismiques, etc,
- l'utilisation de banques de données.

Avant de s'engager dans un projet, il est souhaitable que ces premières phases d'étude fassent l'objet d'une mission spécifique confié à des géotechniciens. En effet, les campagnes d'investigation sont parfois définies par le donneur d'ordre sans tenir compte des particularités du site, ce qui peut conduire à de graves déboires.

2.5 DIFFERENTES PHASES DE L'ETUDE GEOTECHNIQUE

De cette enquête préliminaire, de la nature de l'ouvrage et de l'état d'avancement du projet vont dépendre le volume de la reconnaissance et la nature de la mission du géotechnicien. A ce propos, il convient de se reporter au projet de norme des missions.

Au stade de l'avant projet sommaire(APS)

L'aspect qualitatif de la reconnaissance est privilégié. Des moyens d'investigation seront adaptés à l'étude de l'hétérogénéité du site : géophysique, sondage, pénétromètre dynamique ou statique, etc. Les sondages pour la réalisation d'essais mécaniques effectués en nombre réduit et, à ce stade.

Cette reconnaissance doit :

- conduire aux choix d'un système de fondation,
- mettre en évidence, sans pour autant forcément les résoudre, tous les problèmes particuliers que risque de poser la réalisation du projet
- permettre de dresser un programme précis de reconnaissance définitive

Au stade de l'avant projet définitif(APD)

La reconnaissance permet au géotechnicien de répondre à tous les points figurant dans sa mission.

Dans la pratique pour les ouvrages d'importance modeste et sur des sites homogènes, les deux phases d'étude sont souvent confondues.

3 RECONNAISSANCE DE SOL

3.1 NATURE DES INVESTIGATIONS

Parmi les essais dont peut disposer le géotechnicien, les essais in situ et les essais de laboratoire car ils peuvent fournir des informations fiables tant sur la résistance à la rupture que sur la déformation. D'autres essais moins universels mais mieux adaptés s à un problème ou à un sol. En tout état de cause, il est vivement conseillé de combiné Les types d'essais afin d'en vérifier la qualité par corrélation des résultats et de pouvoir, éventuellement, recouper les méthodes de calcul des ouvrages.

3.2 DENSITE DES SONDAGES ET ESSAIS

Il n'existe pas de règle simple quant à l'emplacement à adopter à entre les sondages. Ceci est lié à l'hétérogénéité supposée du site et au projet lui-même, d'où l'importance à accorder à l'enquête préliminaire et l'intérêt de réaliser l'étude géotechnique en plusieurs phases

La fréquence des essais parfois est fixée par les normes. D'une façon générale, les essais doivent être faits en nombre suffisant, afin d'obtenir des valeurs statistiques représentatives de chaque couche (homogène). Lorsque les essais de laboratoire sont prévus, il convient de prélever un ou plusieurs prélèvements d'échantillons intacts selon l'épaisseur de chaque couche.

D'autres essais sont envisageables : le piézomètre en nombre suffisamment pourra apprécier une direction d'écoulement, il faut au minimum trois point de mesures.les essais d'eau le franc et lugeons pourront donner des informations sur la perméabilité du sol ou l'état de fracturation de la roche.

3.3 PROFONDEUR D'INVESTIGATIONS

Il est toujours difficile d'estimer a priori la profondeur optimale des sondages puisqu'elle est fonction de la qualité des terrains et du mode de fondation, éléments non encore connus lors de la reconnaissance. L'intérêt d'une enquête préliminaire permet de donner des informations sur la qualité du sol.

Les règles suivant peuvent être retenues :

- pour les fondations superficielles : la profondeur à prévoir doit atteindre cinq fois la largeur présumé de la semelle, sauf rencontre d'une couche réputée incompressible et suffisamment épaisse ;
- pour les fondations profondes : la profondeur doit atteindre cinq mètre sous

la base présumée des pieux, comme le stipule le cahier des clauses spéciales du DTU 13-2.

3.4 REPERAGE ET NIVELLEMENT DES SONDAGES

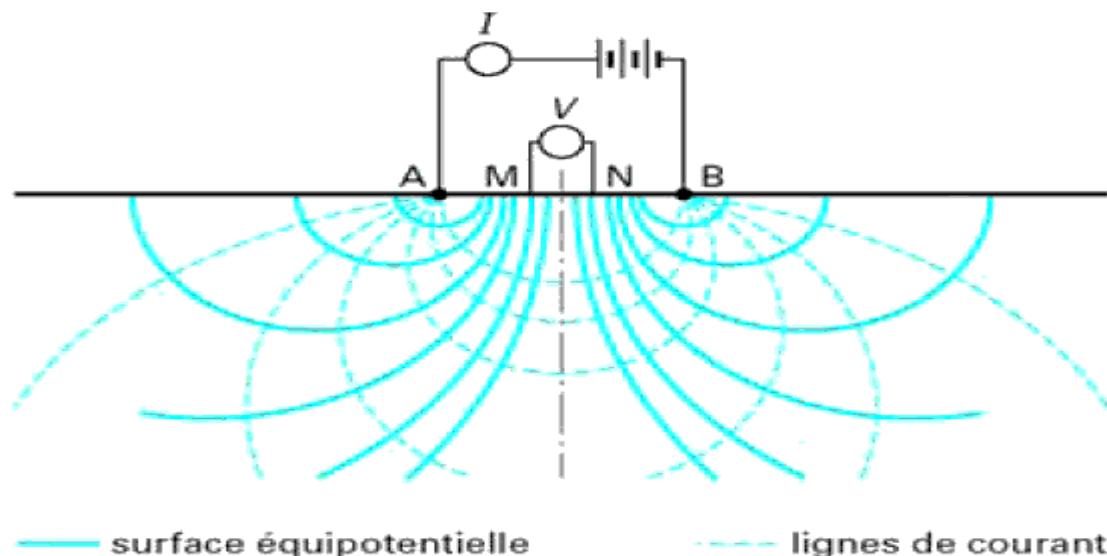
L'implantation des sondages et essais in situ ainsi que leur repérage, tant en plan qu'en nivèlement, doivent être faits avec le plus grand soin. La meilleure façon est le rattachement de chaque point en coordonnées Lambert ainsi qu'au nivèlement général

3.5 GEOPHYSIQUE

3.5.1 METHODES ELECTRIQUES

La prospection électrique implique la détection en surface d'effets produits lorsqu'un courant électrique traverse le sous-sol. Il existe une grande variété de techniques utilisant les méthodes électriques, on peut mesurer par exemple :une chute de potentiel

un courant ; un champ électromagnétique. Par ailleurs, dans un domaine envisagé, il existe de nombreuses techniques de mesure. Les méthodes fondées sur la mesure du paramètre "résistivité" sont actuellement les plus répandues, les plus développées et les plus diversifiées (Elles ont été imaginées en 1912 par les frères Schlumberger).



En prospection géophysique, nous exploitons la méthode de la sismique réfraction et la méthode du sondage électrique. Le principe du sondage électrique consiste à mettre le sous-sol sous potentiel électrique et d'étudier les variations de la résistance électrique du sous-sol. La conformation du sous sol est donnée de manière ponctuelle par une coupe (Log géo électrique) présentant la succession des différentes couches du sous-sol d'après leur résistivité électrique. Elle consiste à injecter un courant électrique dans le sol, de mesurer la résistance puis de calculer la résistivité des terrains traversés. La résistivité ρ qui présente le plus grand intérêt en prospection électrique et surtout en recherche pétrolière, minière, et hydrique. De la physique fondamentale nous avons la relation suivante:

$$R = \rho \cdot [l / s] \text{ (Ohm)} \text{ d'où: } \rho = R \cdot [s / l] \text{ (Ohm.m) ;}$$

ρ : résistivité

R - résistance;

l - longueur d'un conducteur

s - l'aire de la circonférence du conducteur; ρ - résistivité

La conductibilité électronique est conditionnée par le déplacement des électrons.

La conductibilité ionique est conditionnée par la possibilité de déplacement des ions; ce déplacement dépend donc de:

- la porosité ;
- la perméabilité;
- nature du fluide ;
- teneur en sel dissous;
- température

L'eau la plus pure a une résistivité de l'ordre de 106 à 107 Ohm.mètre, mais il suffit d'une quantité infime de matières en solution pour que cette résistivité tombe à quelques centaines ou quelques dizaines d'Ohm.mètres.

Par exemple à 18°, une eau douce (ou eau des oueds) à 0.1g/l de NaCl a une résistivité de 55 Ohm.mètre, une eau à 1g/l a une résistivité de 5.7 Ohm.mètre, tandis qu'une eau salée à 10g/l a une résistivité de 0.65 Ohm.mètre.

La résistivité de l'eau de mer varie de 0.18 à 0.23 Ohm. Mètre. En générale, l'eau des sources ordinaires a une résistivité voisine de 10 Ohm. Mètre(roches sédimentaires) et de 30 à 150 Ohm. Mètre pour les roches ignées. Si l'on fait circuler un courant électrique dans une roche ou un terrain imprégnée d'eau, les lignes du courant suivent, dans leur très grande majorité, le réseau constitué par les pores remplies d'eau.

La résistivité d'une roche dépend donc à la fois de la résistivité propre de l'eau d'imbibition, de la proportion d'eau qu'elle contient, de la façon dont celle-ci est répartie et du facteur de formation , lié à la porosité, à la perméabilité et à la consolidation.

La résistivité dépend aussi de la texture (granulométrie) et de la structure (anisotropie).

En ce qui concerne la structure, il est bien connu que les terrains stratifiés conduisent mieux le courant dans le sens des strates "conductance longitudinale", que dans le sens transversale "résistivité transversale".

En général, la résistivité d'une roche diminue lorsque le degré d'humidité ou la salure de l'eau contenue dans celle-ci augmente. La porosité est liée au faciès; ainsi, les calcaires sont plus résistants que les marnes ou les argiles.

Les hydrocarbures à l'état pur sont en pratique très résistants.

L'expérience montre que la résistivité d'une roche est loin d'être constante, même dans une région géologiquement connues, mais pour interpréter convenablement les mesures électriques, il est nécessaire de s'avoir les valeurs moyennes de résistivité

des roches. Les facteurs dont dépend la géologiquement connues, mais pour interpréter convenablement les mesures électriques, il est nécessaire de s'avoir les valeurs moyennes de résistivité des roches.

Les facteurs dont dépend la résistivité des roches sont les suivants: -

- résistivité des minéraux composants la partie dure de la roche; -
- résistivité des liquides et des gaz remplissant les pores des roches;
- humidité des roches;
- porosité des roches;
- structure des roches

Cette méthode est plus fiable dans les sols argileux.

3.5.2 METHODES SISMIQUES (SISMIQUE REFRACTION)

La sismique réfraction est une méthode de reconnaissance géophysique du sous-sol fondée sur l'étude de la propagation des ondes sismiques élastiques. L'objectif de l'essai est de caractériser la nature et la structure des différents couches du sous-sol dont on détermine ainsi l'état mécanique (altération, fissuration, fracturation), les épaisseurs et les vitesses sismiques des ondes de compression, elles mêmes reliées aux propriétés mécaniques du matériau. Les vitesses des ondes de compression varient approximativement de 300 m/s à 6000 m/s quand on passe d'un sol à une roche cristalline saine. Plus une roche est raide et compacte, plus sa vitesse sismique est élevée. La sismique réfraction permet aussi de localiser les accidents

tectoniques (faille). La profondeur maximale opérationnelle de reconnaissance est d'environ cent mètres mais on ne dépasse pas en pratique une trentaine de mètres. La sismique réfraction peut aussi bien être appliquée en milieu terrestre qu'en milieu aquatique. Son application ne peut être envisagée que si la vitesse sismique

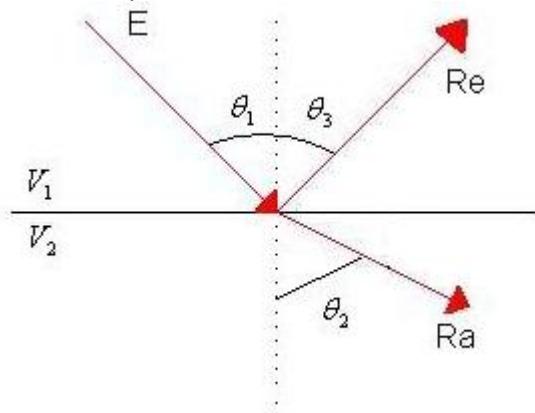
augmente avec la profondeur, si les contrastes de vitesse entre couches sont suffisamment marqués et si les couches du sous-sol sont relativement tabulaires.

L'essai consiste à mettre en place à la surface du sol, un profil rectiligne de capteurs sismiques, appelée dispositif sismique, reliés par un câble de mesure à un enregistreur sismique. La source sismique est actionnée en différents points le long du dispositif et on enregistre le temps de propagation entre la source et chaque capteur. La source sismique et l'enregistreur sont synchronisés pour mesurer précisément l'instant de l'émission sismique. On adopte plusieurs émissions sismiques afin d'augmenter le rapport signal sur bruit. Typiquement, on utilise des dispositifs de 12, 24 ou 48 capteurs espacés de 5, 10 ou 20 mètres pour des profondeurs de reconnaissance variant de 15 m à 100 m. La source est généralement un dispositif de chute de poids mais on peut aussi utiliser de petites charges explosives mises à feu au fond de petits forages, ce qui est très efficace mais très contraignant réglementairement. Les temps de propagation sont reportés sur un graphique hodochrone.

L'interprétation menée par la méthode du plus-minus permet de cartographier les couches du sous-sol et d'établir la coupe sismique (Les vitesses sont exprimées en m/s). Des sondages mécaniques de vérification sont nécessaires pour caler la profondeur de chaque couche rencontrée et réduire les incertitudes inhérentes à la méthode.

Dans un milieu multicouche où les vitesses sismiques sont croissantes avec la profondeur, il existe un angle critique θ_c au-delà duquel les ondes ne sont plus réfractées. Les ondes qui se présentent à l'interface avec un angle de θ_c , seront réfractées

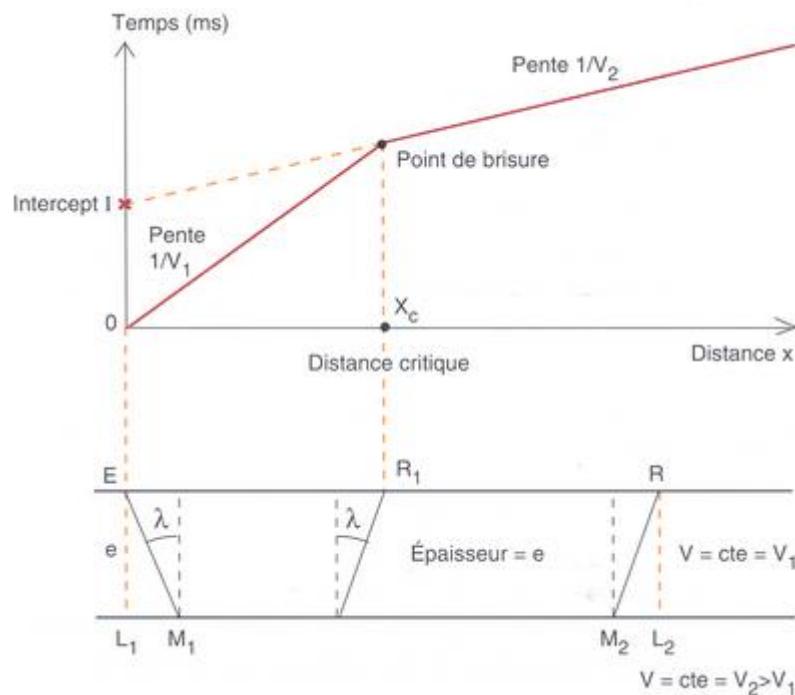
suivant l'interface entre couches et des ondes seront émises vers la surface suivant ce même angle critique. (Lois de Snell-Descartes)



$$\theta_1 = \theta_3 \text{ et } \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

Avec :

Schéma de principe :



Le principe de la sismique réfraction est de ne considérer que le premier pic à arriver sur les récepteurs, si les couches du sol

ont des vitesses sismique croissante avec la profondeur, on aura des trajectoires qui passent dans des couches de vitesse sismique plus rapide qui auront un temps d'arriver plus court que les ondes directs à partir d'une certaine distance (distance critique X_c sur le schéma) entre la source et le récepteur.

La sismique réfraction est principalement utilisée dans deux cas :

- la recherche et le suivi de l'évolution de la position d'un substratum sous une couverture meuble,
- la caractérisation de l'état physique des différentes zones du massif rocheux grâce à la connaissance des vitesses sismiques de ces zones.

3.5.3 SONDAGES ET FORAGES

3.5.4 RECONNAISSANCES A FAIBLE PROFONDEUR

- tranchées
- puits:

Objectifs des reconnaissances

- Emplacements : pas de quadrillage systématique mais zones ciblées
- lignes structurales
- Recherche du substratum, sous couverture peu épaisse
- Épaisseur d'altération de ce substratum
- reconnaissance visuelle du sol
- zones sensibles
- Relevé géologique des parois découvertes
- méthodique, précis et complet : plan à grande échelle 1/50 ou 1/100
- compléter par des photos
- Prélèvement d'échantillons remaniés ou intacts pour essais mécaniques

Ils sont exécutées en générale à la pelle- pioche ou pelle mécanique

Ce type de reconnaissance est limité :

- A une profondeur de 4 à 5m
- Terrains à faible cohésion: soutènements indispensables
- Terrains durs (rocheux) : coût d'excavation important
- Présence d'une nappe phréatique

3.5.5 RECONNAISSANCE PAR SONDAGES MECANIQUES PROFONDS

Des forages de trous généralement verticaux et de faible diamètre (5cm à 1m), la profondeur dépend de la profondeur de reconnaissance . Il y a lieu de distinguer :

- Forages destructifs

Généralement exécutés à l'aide d'une tarière ou un tricône (fig1) qui désagrège le sol et fournit des échantillons remaniés



Figure 1 tricône à roues dentées

- Forages carotté

Les sondages carottés permettent d'obtenir des carottes pour relever une coupe du terrain et prélèvement d'échantillons intacts. Ces derniers sont placés dans un étui étanche immédiatement scellé à la paraffine pour éviter toutes diminution de la teneur en eau, et transporter avec précaution (en évitant les vibrations et les chocs) jusqu'au laboratoire qui doit effectuer les essais.



Couronne T 146

Objectifs des sondages

- faire une coupe géologique du sous-sol
- collecter des échantillons qui seront testés en laboratoire

- faire des mesures, en cours de forage, de certaines caractéristiques des terrains en place

COUPE				Description des sols			% de récup.	R.Q.D %	Echant.	Résultats d'essai ou observat.
Prof. (m)	Outils	Tubage	Elages	Prof	NGM					
1						Vide (empty space)				
2										
3										
4										
5										
6				6.40	- 01.41					
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16	146			15.60	- 07.79	Sable vaseux (Sand and Mud)	18			
17				16.80	- 08.99	Grès dunaire (Sand stone)	100	62%		
18	146			18.65	- 10.84	Sable très compact (very compact Sand)	100	41%		
19				18.95	- 11.94	Grès dunaire poreux avec passage friable 19.75-19.9 (sand stone)	90	39%		
20				20.45	- 12.64		100	100%		
21										
22						Grès sableux (Sandy sanstone)	100	66%		
23				22.94	- 15.13	Grès poreux (Sand stone)	100	65%		
24				24.10	- 16.29	Grès dunaire (Sand stone)	100	0%		
25				24.80	- 16.99	Grès sableux (Sandy sand stone)	100	72%		
26				26.00	- 18.19	Grès poreux (Sand stone)	67	79%		
27				26.80	- 18.99		90	67%		
28							100	0%		
29						Grès sableux (Sandy sand stone)	90	73%		
30							90	97%		
31							100	0%		
32				29.95	- 22.14	Marne (marl)	80	100%		
33							80	0%		
34	146			32.35	- 24.54	Grès sableux (Sandy sand stone)	81	16%		
35				32.70	- 24.89	Sable avec trace d'argile rouge (Sand)	29	19%		
36				33.30	- 25.49	Grès dunaire (Sand stone)	22	0%		
37				34.42	- 26.61	Alluvions grossières	95	71%		
38				35.31	- 27.50	Grès fin avec passages éléments grossiers entre 36.2 et 36.5(Sand stone)	95	87%		
39				36.73	- 28.92	[Arrêt du sondage]				
40										

Sondeuse: dril 520

Observations : Chute de l'outil 32.4 à 34.3

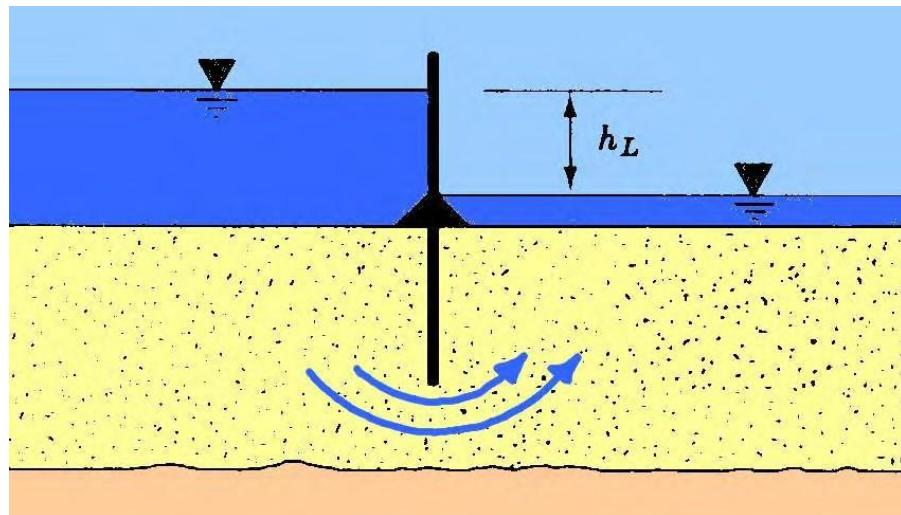
Niveau d'eau à 6.4 m.
niveau relevé le 18/02/2016 à 9h2

4 ESSAIS IN SITU

4.1 IMPORTANCE DE L'EAU DANS LES SOLS

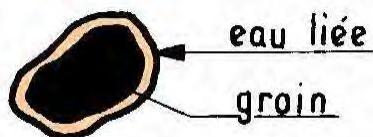
Effet direct sur le comportement de la plupart des sols

- *capillarité*
- *gonflement et action du gel*
- *percolation à travers les barrages*
- *tassemement des structures*
- *instabilités des talus dans l'argile*



Différents états de l'eau dans les sols

- *eau de constitution*
- *eau liée ou adsorbée*
- *eau interstitielle : eau capillaire et eau libre*



4.2 HYDRAULIQUE DES SOLS

4.2.1 ÉLEMENTS D'HYDRAULIQUE SOUTERRAINE

Hypothèses et définitions fondamentales

Condition de continuité

Hypothèses lors de l'étude de l'écoulement de l'eau dans les sols

sol saturé

eau + grains incompressibles

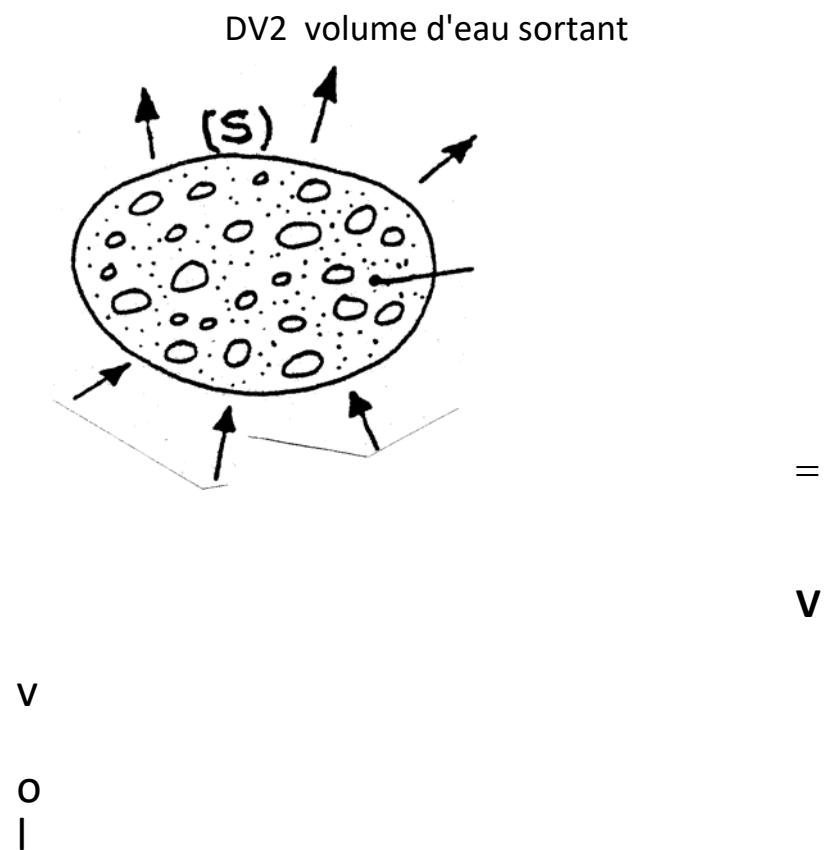
phase liquide continue

Condition de continuité

- Volume de sol saturé traversé par un écoulement
- pendant dt , dV_1 entre et dV_2 sort
- si les grains restent fixes et compte tenu de l'hypothèse 2

→ V_w dans S reste le même DV_1 volume entrant

$$dV_1 = dV_2$$



hydraulique des sols - régime permanent

Vitesse de l'eau dans le sol

Vitesse de décharge (ou d'écoulement ou de percolation)

- débit d'eau s'écoulant au travers une surface d'aire totale S (grains + vides)
- vitesse fictive ou apparente (utilisée pour les calculs)
mouvement global du fluide



$$v = \frac{q}{S}$$

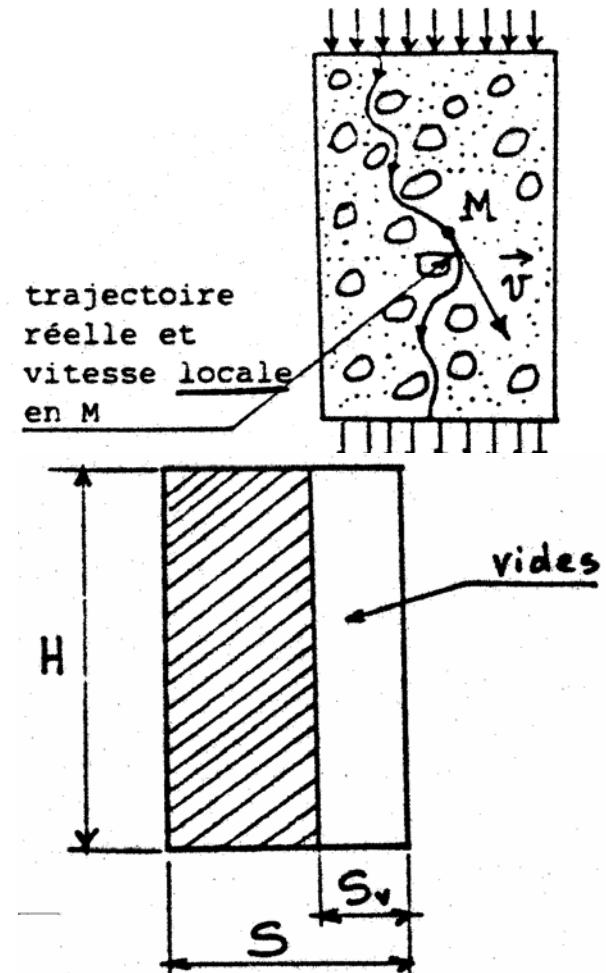
Réalité d'eau ne circule que dans les vides, entre les grains

- trajectoires tortueuses
- on définit une vitesse moyenne réelle
en ne considérant que la section des vides

$$v' = \frac{q}{S_v} = \frac{q}{nS} = \frac{v}{n}$$

$$v' \geq v$$

$$\begin{aligned} V_v &= n \cdot V \\ &= \underbrace{n \cdot S \cdot H}_{S_v} \end{aligned}$$



Charge hydraulique

Énergie d'une particule fluide de masse unité
(exprimée en mètre d'eau)

z_M : cote du point M par rapport à un plan horizontal de référence

u_M : pression de l'eau interstitielle en M

v_M : vitesse de l'eau

$$h_M = z_M + \frac{u_M}{\gamma_w} + \frac{v_M^2}{2g}$$

énergie potentielle

énergie cinétique

Remarque :

dans les sols, v est très faible (<10cm/s)

$$\rightarrow \frac{v_M^2}{2g} \text{ est négligeable (0.5 mm pour } v = 10\text{cm/s)}$$

$$h_M = z_M + \frac{u_M}{\gamma_w}$$

valeur relative dépendant de la position du plan de référence

charge de position charge de pression
d'eau

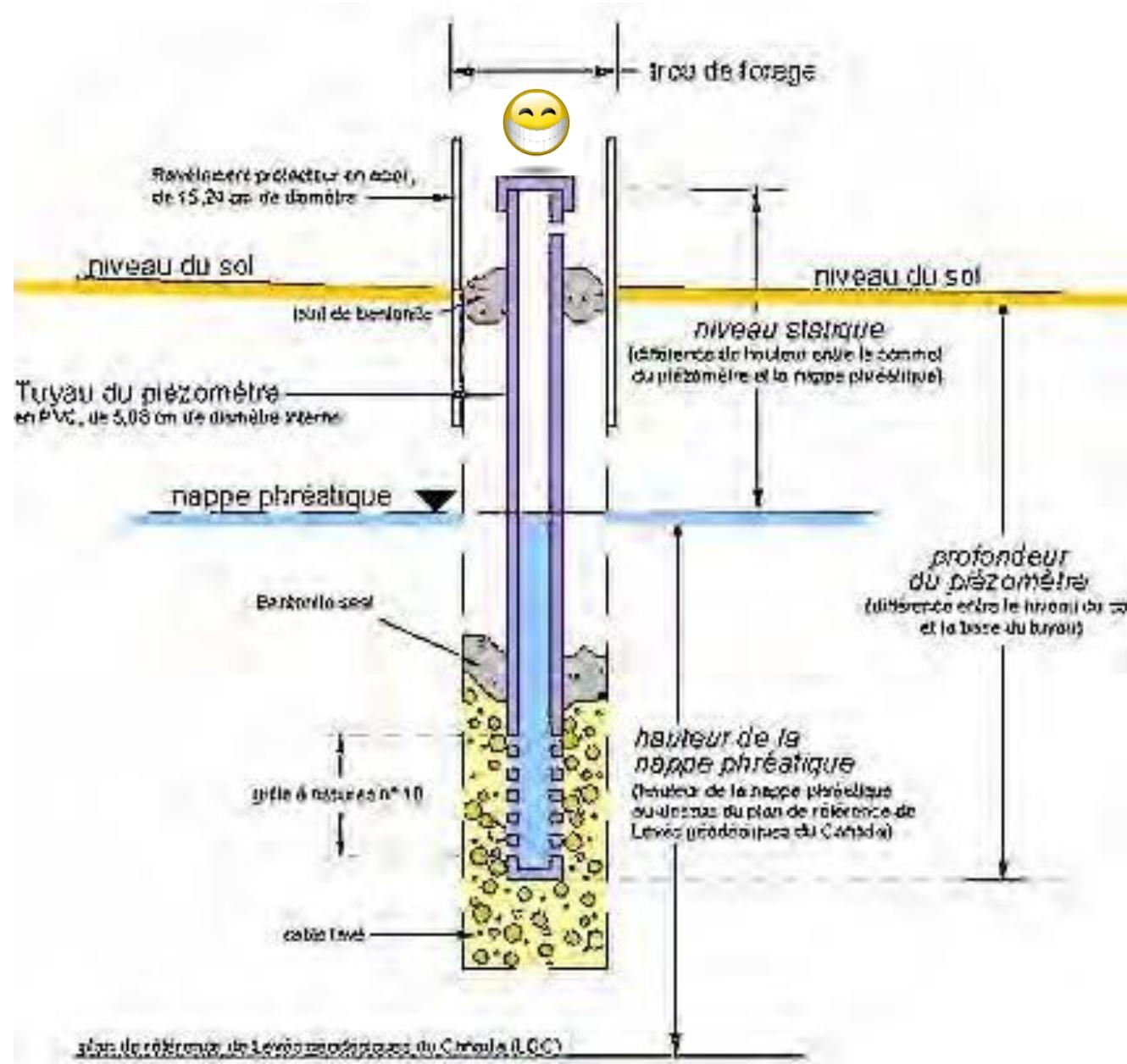
Notion de perte de charge

- écoulement d'un fluide parfait (incompressible et non visqueux)
 - *la charge reste constante entre 2 points le long de l'écoulement*
- l'eau a une viscosité non nulle
 - *interaction de l'eau avec les grains du sol*
 - *dissipation d'énergie ou de charge*
 - *perte de charge entre 2 points le long de l'écoulement*
- exemple : soit la charge h_1 au point M et la charge h_2 au point N
 - *si $h_1 = h_2 \rightarrow$ pas d'écoulement et nappe phréatique en équilibre*
 - *si $h_1 > h_2 \rightarrow$ écoulement de M vers N et perte de charge ($h_1 - h_2$)*
- charge de position : par rapport à une référence
- charge de pression d'eau : hauteur d'eau dans un tube piézométrique

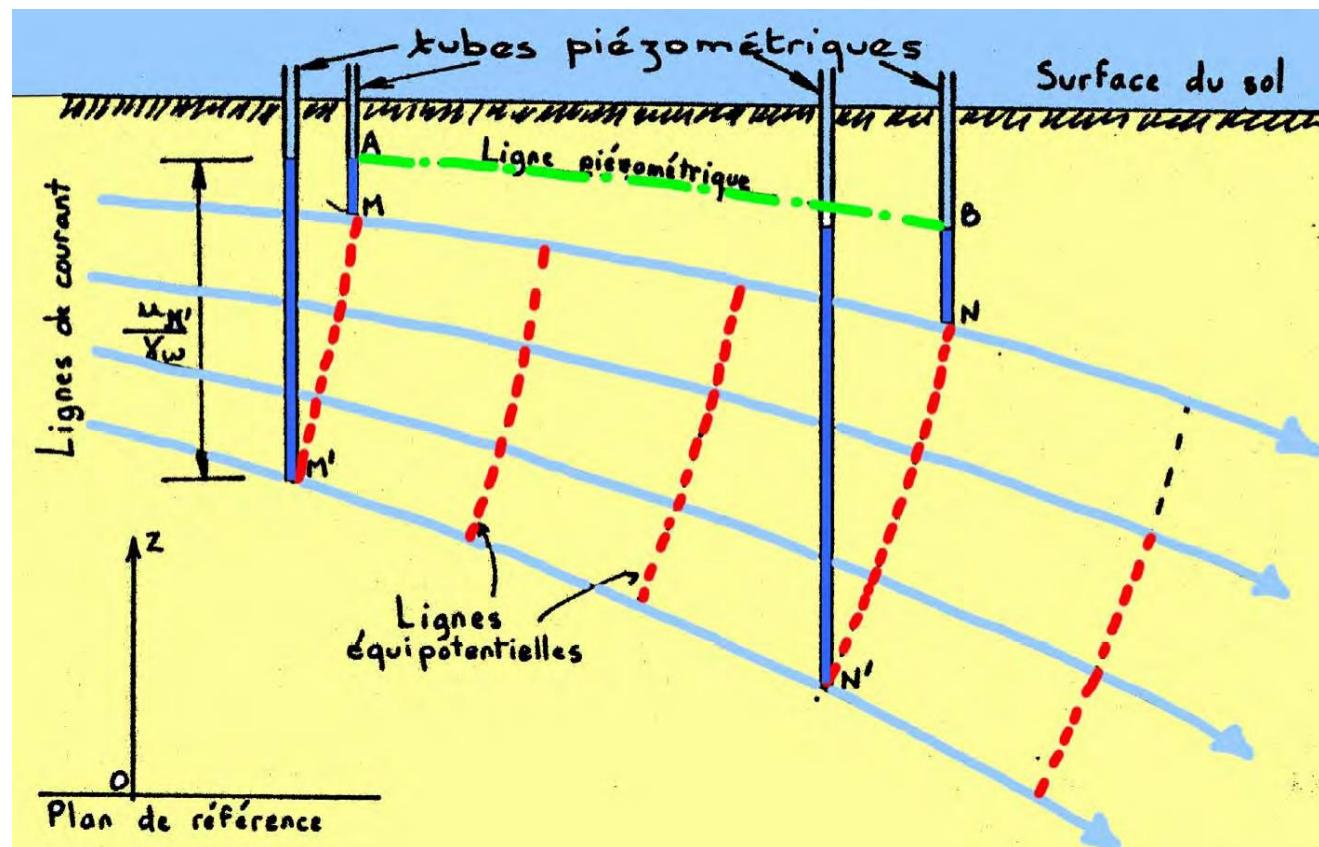
Piézomètre et ligne piézométrique

- Les piézomètres « ouverts » sont de simples tubes, enfouis verticalement, dont on relève le niveau d'eau par la longueur d'un poids (ou un contacteur électrique) au bout d'un fil.
- Il existe bien entendu des systèmes plus sophistiqués utilisant un capteur de pression en bout de tube.

Piézomètre et ligne piézométrique



Piézomètre et ligne piézométrique



Piézomètre et ligne piézométrique



Gradient hydraulique

Perte de charge par unité de longueur :

- sans unité
- dans le sens de l'écoulement

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta L}$$

Exemple de calcul de gradient

Gradient hydraulique dans le sol
(entre B et D)

$i = \text{perte de charge /longueur traversée}$

- charge au point B

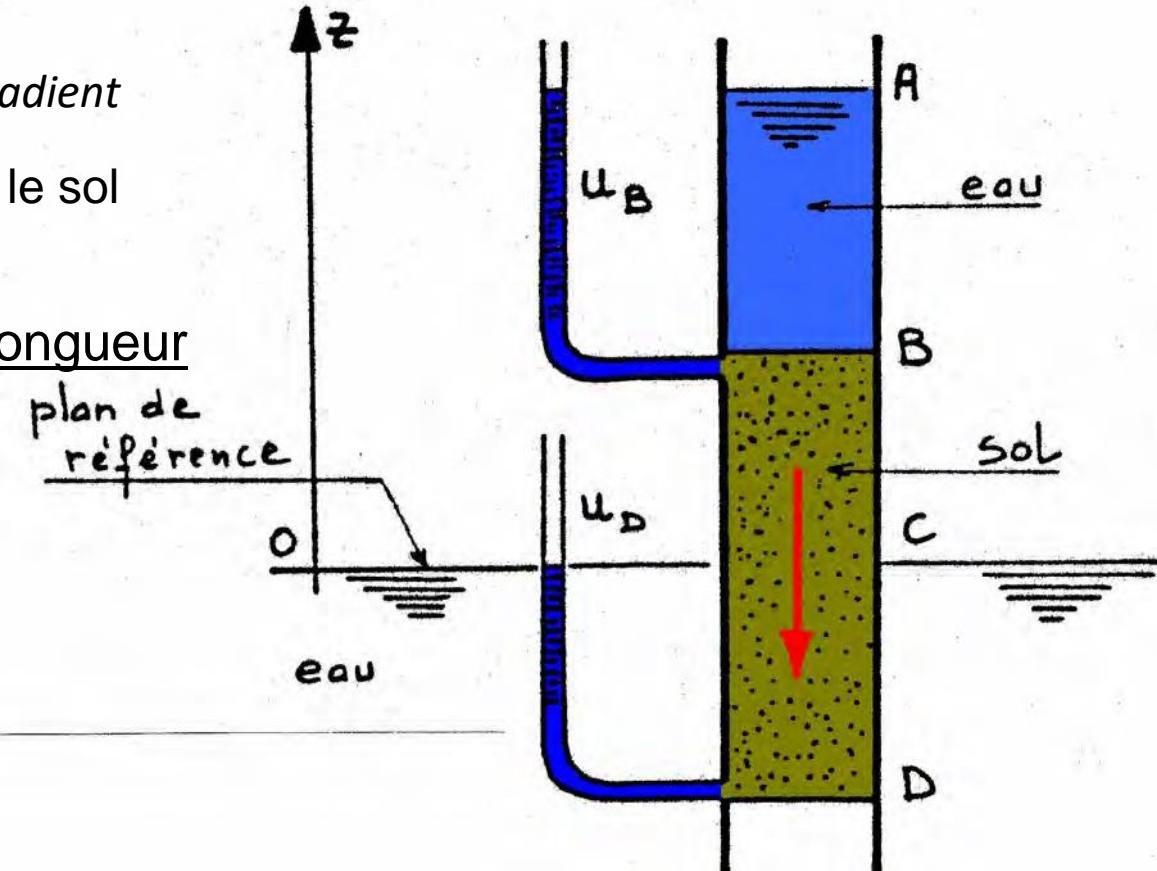
$$h_B = BC + AB = AC$$

- charge au point D

$$h_D = -CD + CD = 0$$

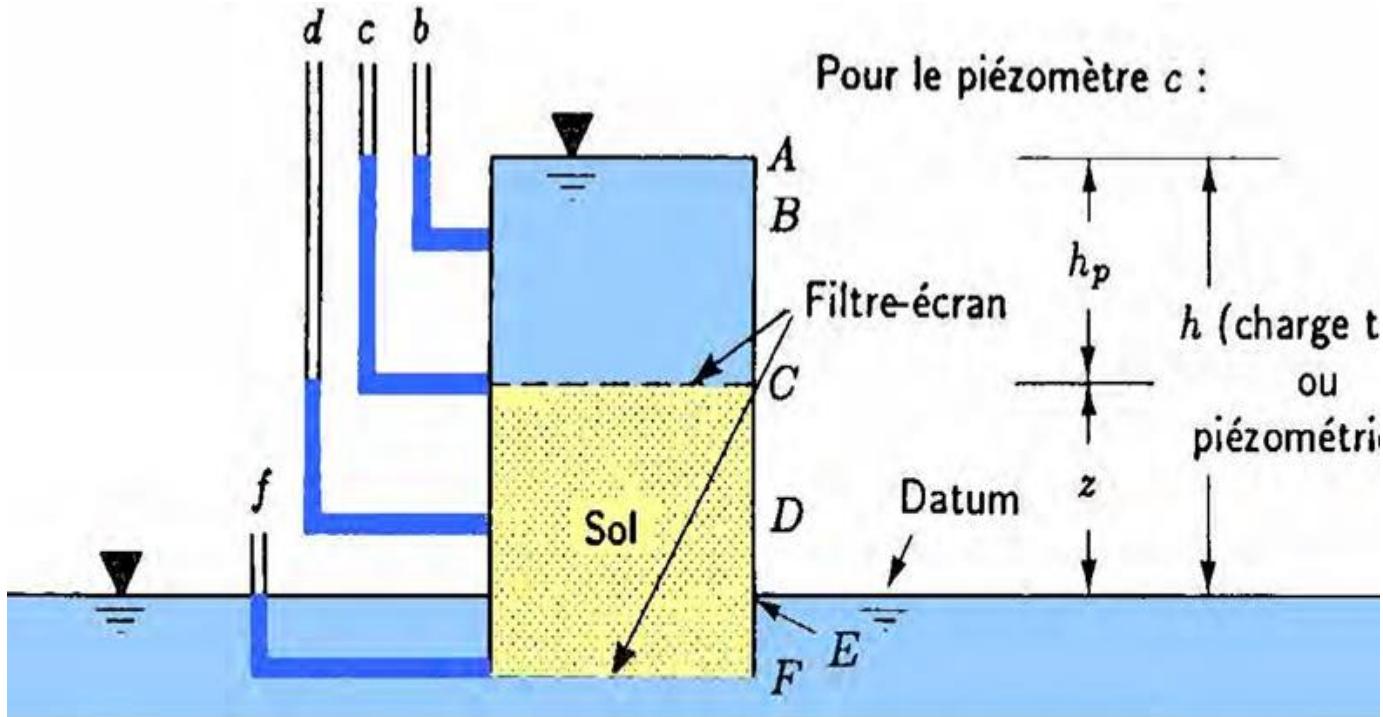
- perte de charge

$$\Delta h = h_B - h_D = AC$$



• gradient hydraulique

$$i = \Delta h / \Delta L = AC / BD$$



Point	Charge de pression	Charge de position	Charge totale	Perte de charge dans le sol
-------	--------------------	--------------------	---------------	-----------------------------

4.2.2 LOI DE DARCY (1856)

Tracé de la variation du gradient hydraulique dans un sol en fonction de la vitesse

$$\text{Sols} \\ \nu = \\ k \cdot i$$

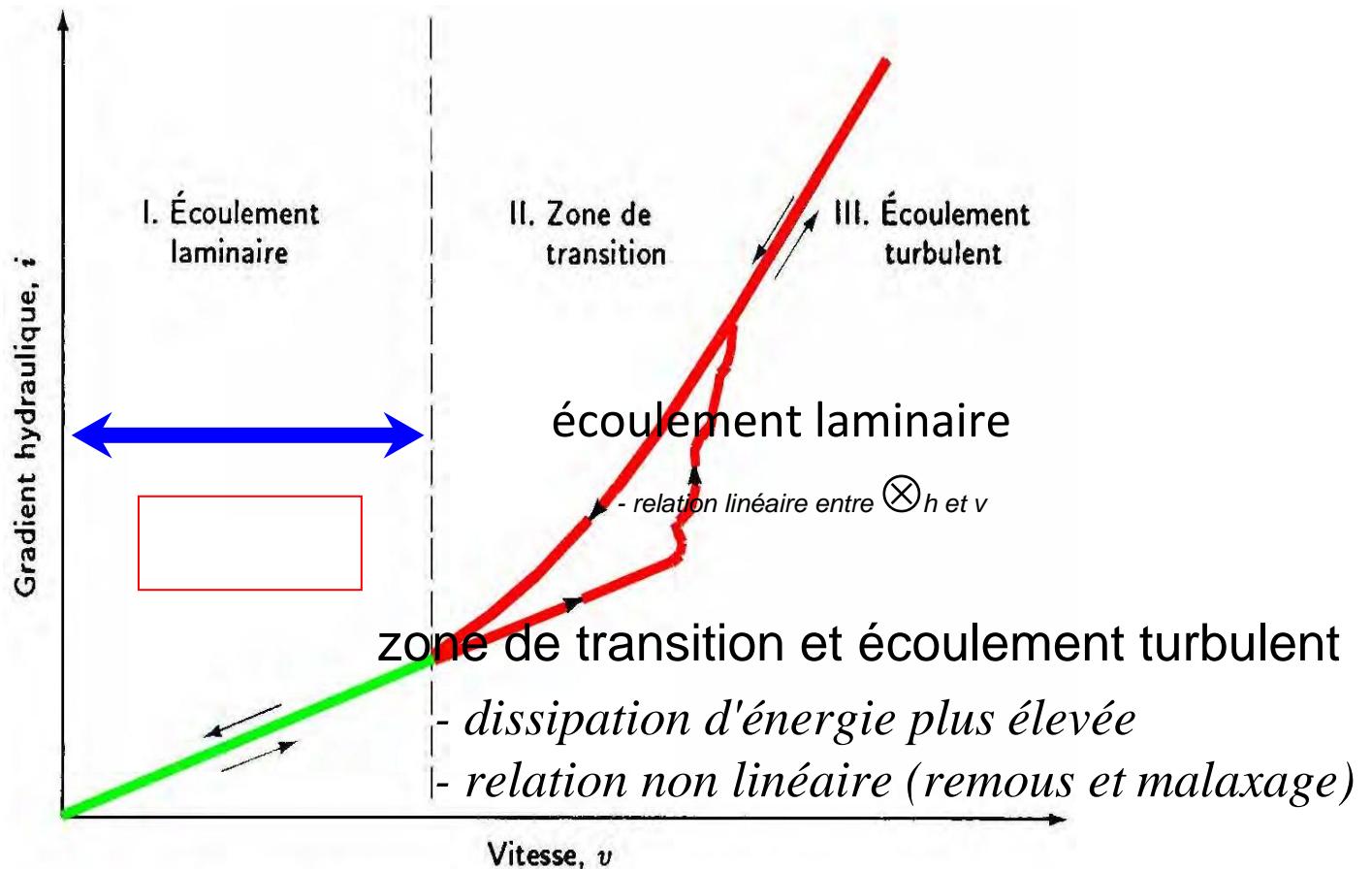


Figure 7.1 Zones d'écoulement laminaire et d'écoulement turbulent. (D'après Taylor, 1948.)

Autre représentation de la loi de Darcy

$$q = v = k \cdot i \cdot S = k \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot S$$

débit total à travers
la surface transversale S

k : coefficient de perméabilité

- comment l'eau circule à travers le sol
- unités de vitesse
- varie beaucoup avec la nature du terrain
- mesurée en laboratoire ou *in situ*

10⁻⁸ m/s → 30 cm/an

Nature	Ordre de grandeur de k en m/s	Degré de perméabilité
Graviers moyens à gros	10 ⁻³ à 10 ⁻¹	très élevé
Petits graviers, sable	10 ⁻³ à 10 ⁻⁵	assez élevé
Sable très fin, sable limoneux, loess	10 ⁻⁵ à 10 ⁻⁷	faible
Limon compact, argile silteuse	10 ⁻⁷ à 10 ⁻⁹	très faible
Argile franche	10 ⁻⁹ à 10 ⁻¹²	pratiquement imperméable

4.2.3 MESURE DE LA PERMEABILITE EN LABORATOIRE

Principe :

- relier le débit Q traversant un échantillon cylindrique de sol

- à la charge h sous laquelle se produit l'écoulement

- utilisation de la loi de Darcy

$$v = \frac{q}{S} = ki = k \frac{\Delta h}{\Delta L}$$

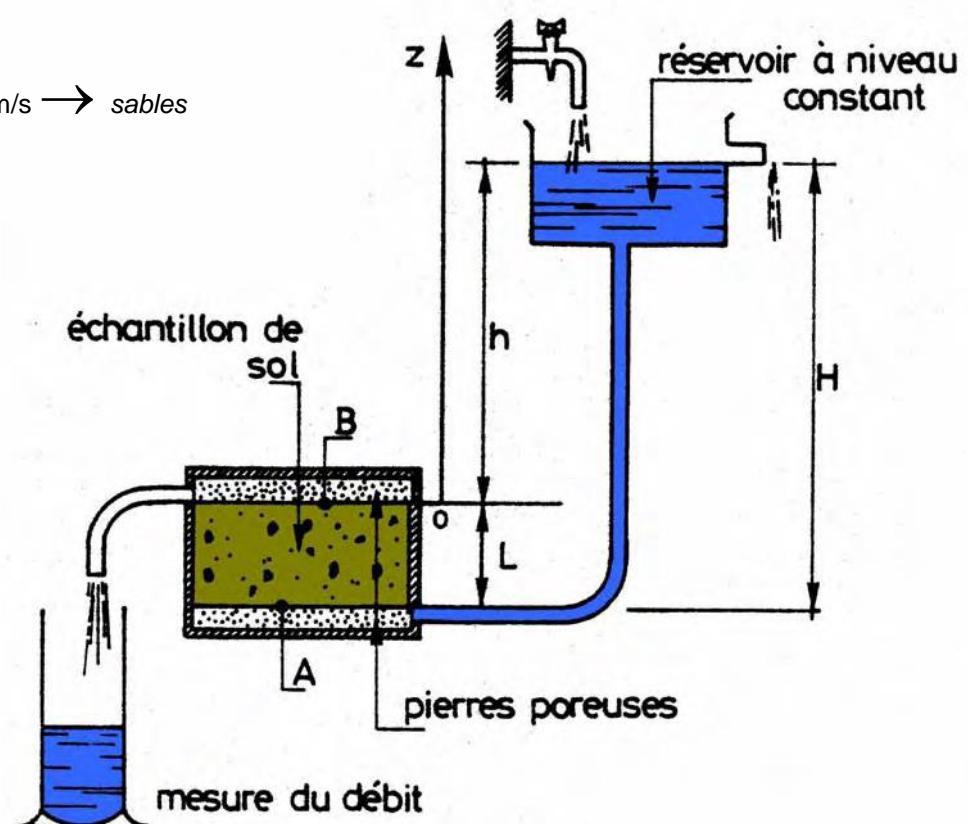
Perméamètre à charge constante

pour les sols de grande perméabilité $k > 10^{-5}$ m/s → sables

$$v = \frac{q}{S} = ki = k \frac{\Delta h}{\Delta L} = k \frac{h}{L}$$

$$k = \frac{q}{S \cdot i} = \frac{q \cdot L}{S \cdot h}$$

→ nécessite la mesure d'un débit



Perméamètre à charge variable

$$\frac{q}{S} = k \frac{h}{L}$$

- h variable
- impossibilité de mesurer q

pour les sols de faible perméabilité
 $k < 10^{-5} \text{ m/s}$ → argiles

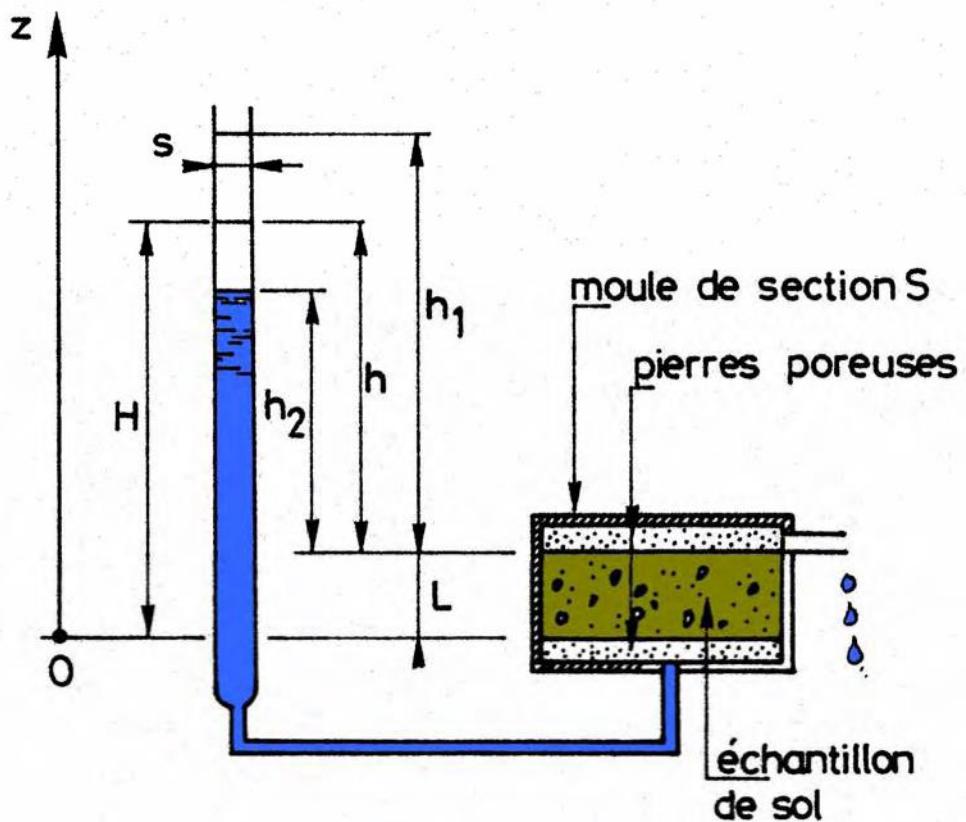
- volume d'eau qui traverse l'échantillon = diminution du volume d'eau dans le tube

$$dV = q \cdot dt = -s \cdot dh$$

- en remplaçant q

$$s \cdot k \cdot \frac{h}{L} \cdot dt = -s \cdot dh$$

$$k \cdot dt = -\frac{s}{S} \cdot L \cdot \frac{dh}{h}$$



- après intégration

$$k = \frac{s}{L} \cdot \frac{t}{\ln \frac{h_1}{h_2}}$$

- pas de mesure de débit
- mesure du temps pour que le niveau d'eau passe de h_1 à h_2

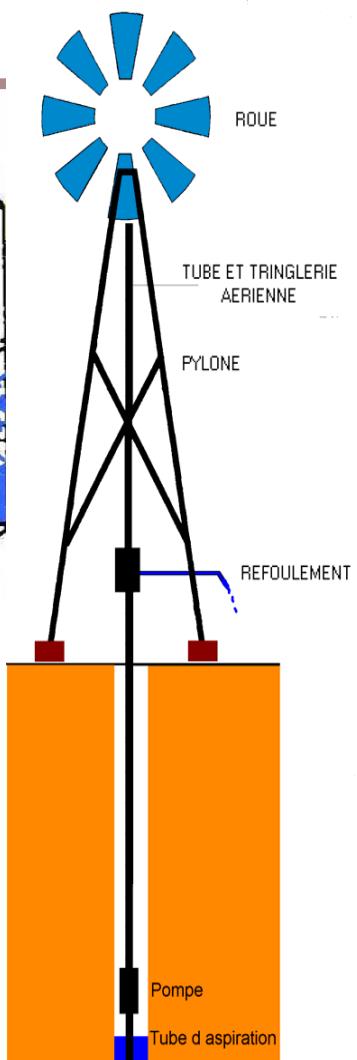
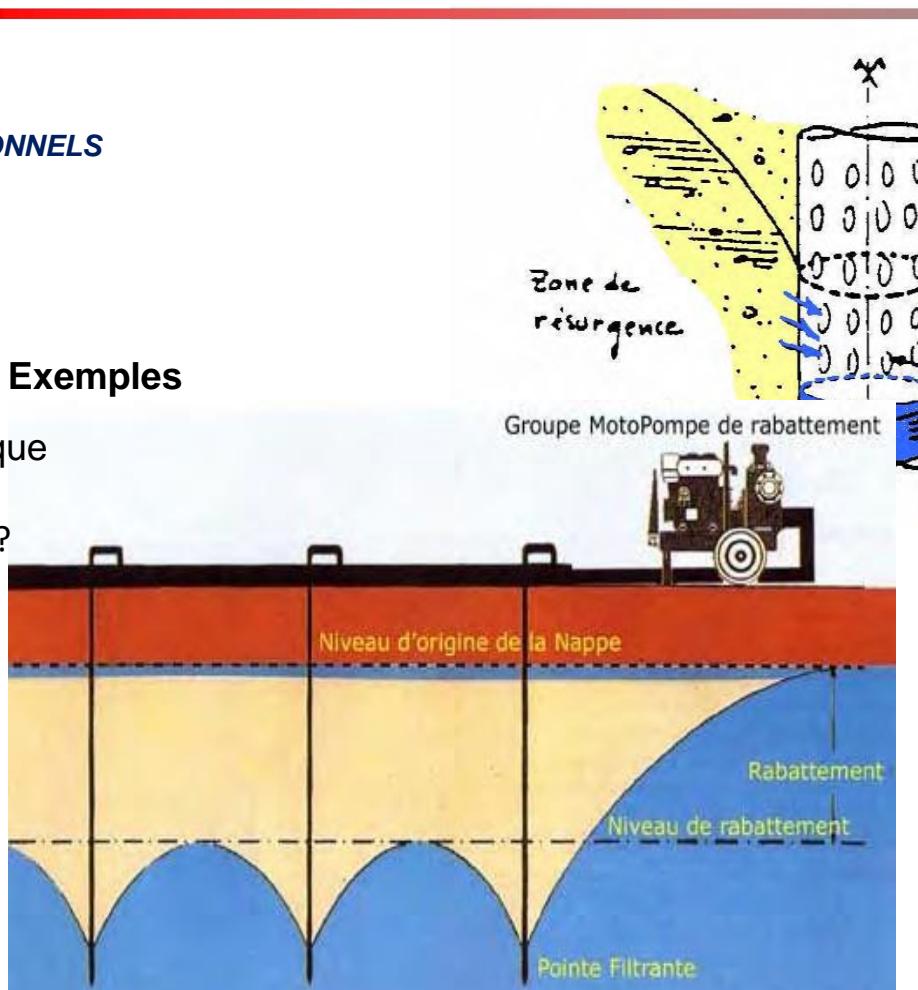
4.2.4 ECOULEMENT TRIDIMENSIONNELS

Exemples

pompage de la nappe phréatique

Pourquoi pomper dans la nappe ?

- alimentation en eau
- rabattement de nappe
- essai de perméabilité in situ



Types de nappes phréatiques

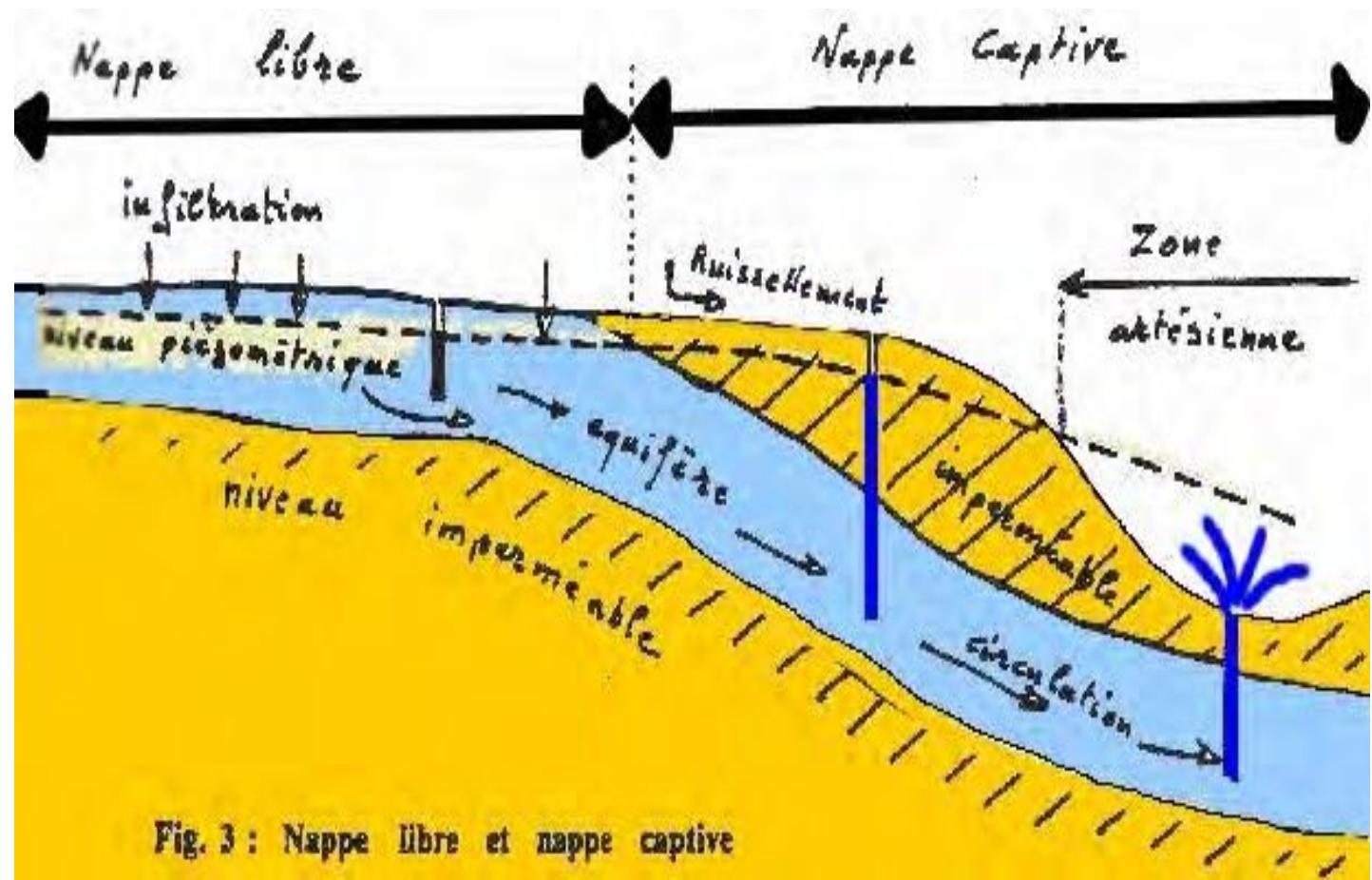
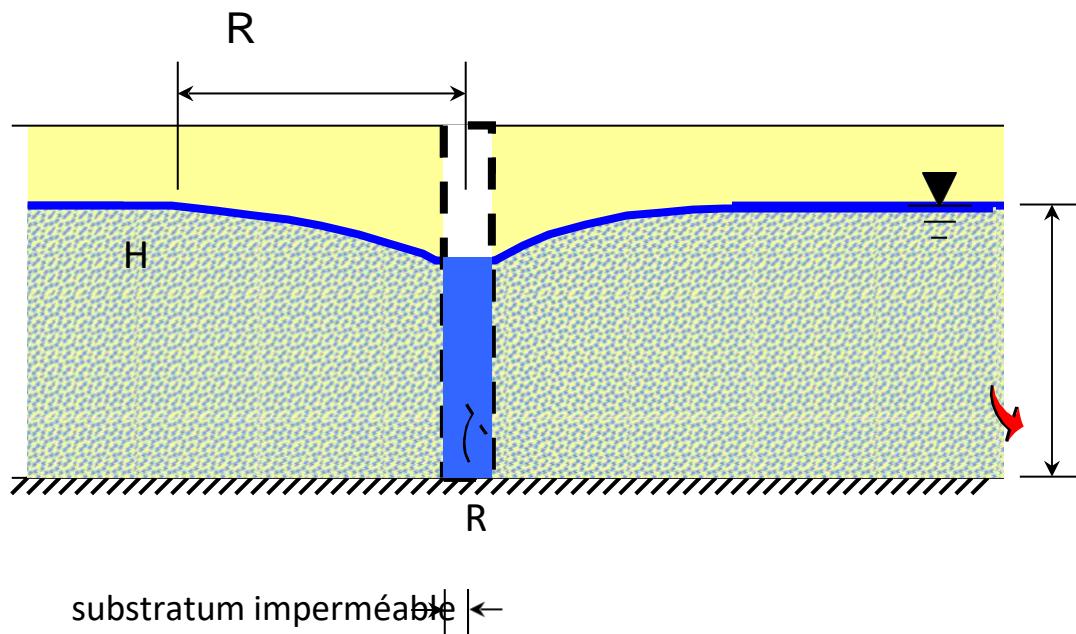


Fig. 3 : Nappe libre et nappe captive

Hypothèses de calcul

Description du problème

- massif perméable et isotrope → perméabilité k
- nappe d'épaisseur H sur substratum imperméable
- on fore un puits circulaire vertical (rayon r)
crépiné pour que les parois restent en place
- on pompe dans le puits à un débit constant q
- en régime permanent ($\sim 24h$), la surface libre de la nappe

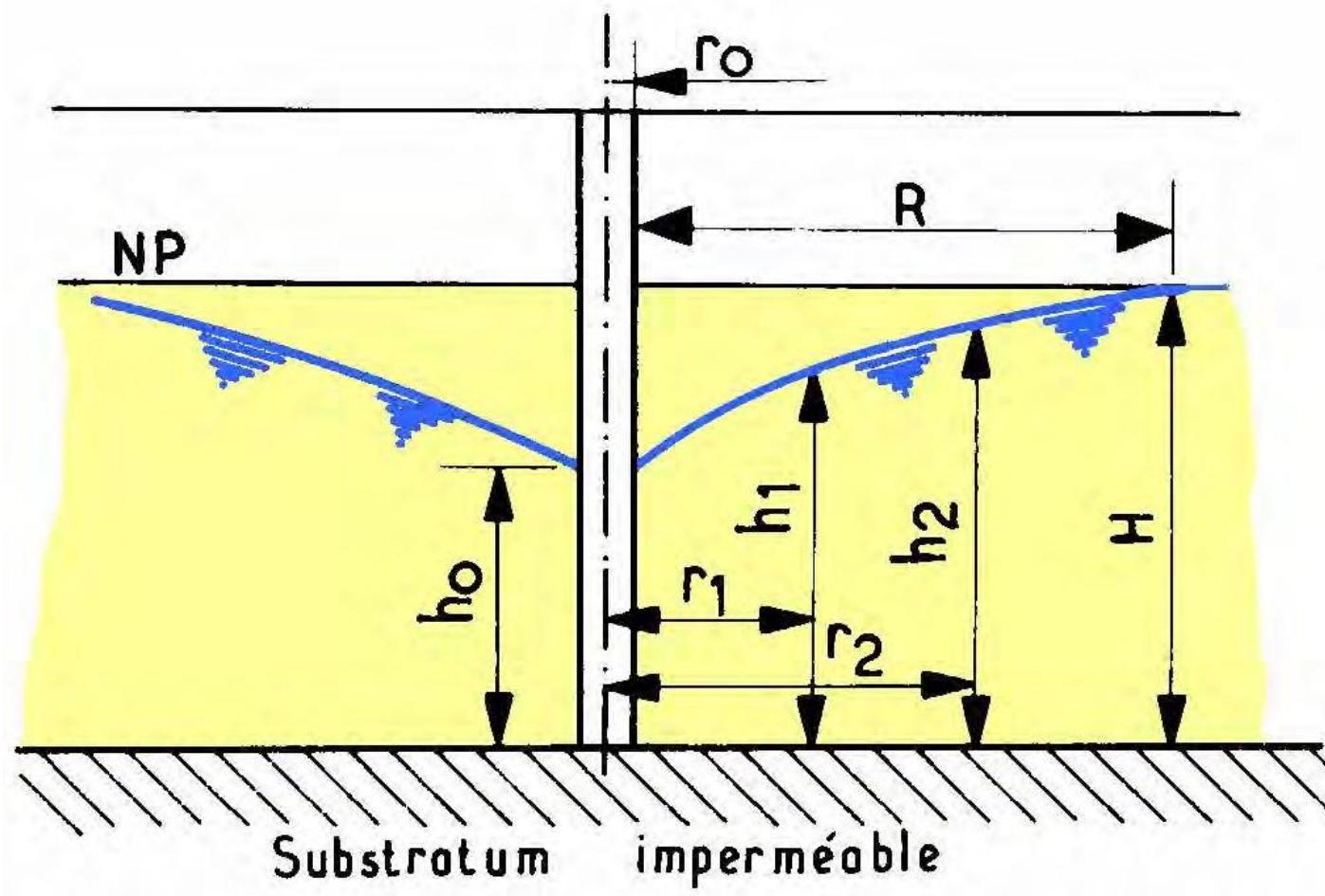


- dépression en forme d'entonnoir

- effet jusqu'à R (rayon d'action)

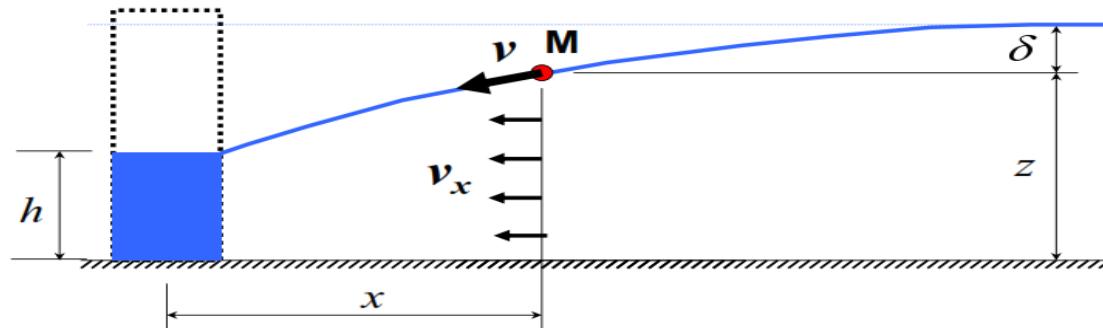
Problème de révolution autour de l'axe du puits

Pompage en régime permanent – formule de Dupuit

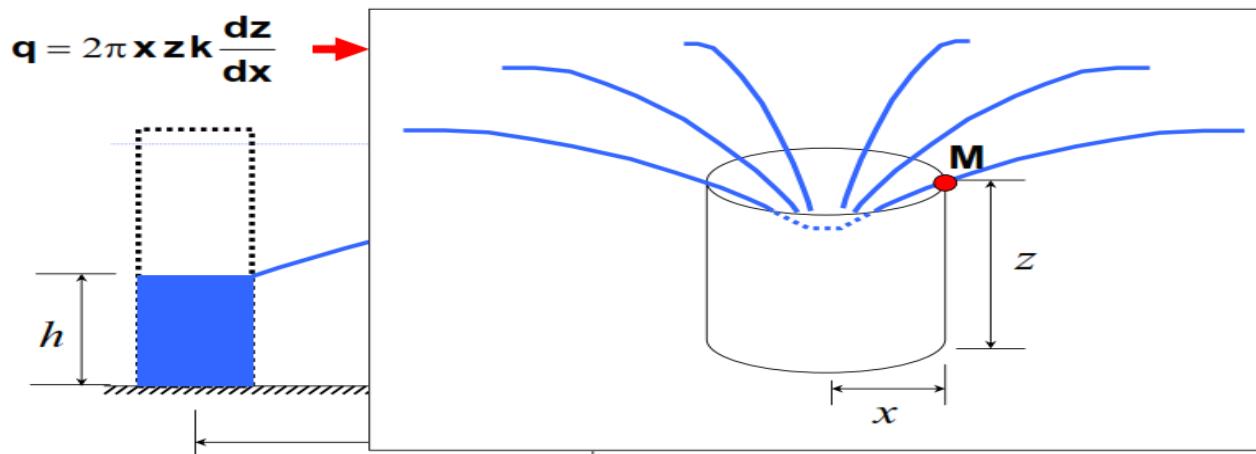


Cas d'une nappe libre

- point M (x, z) sur la surface libre de la nappe
- gradient hydraulique en M : $i_M = \frac{dz}{ds}$
 - perte de charge*
 - variation de distance sur la surface libre*
- loi de Darcy : $v = k i_M = k \frac{dz}{ds}$



- hypothèse de Dupuit : $ds \approx dx$ *raisonnable pcq surface libre a une pente faible*
 - donc la ligne de courant devient $\frac{v}{v}$ et $v_s \approx v_x$
- le débit : $q = S \cdot v \approx S \cdot v_x$
 - débit dans le cylindre de rayon x,*
d'où $S = 2\pi \cdot x \cdot z$



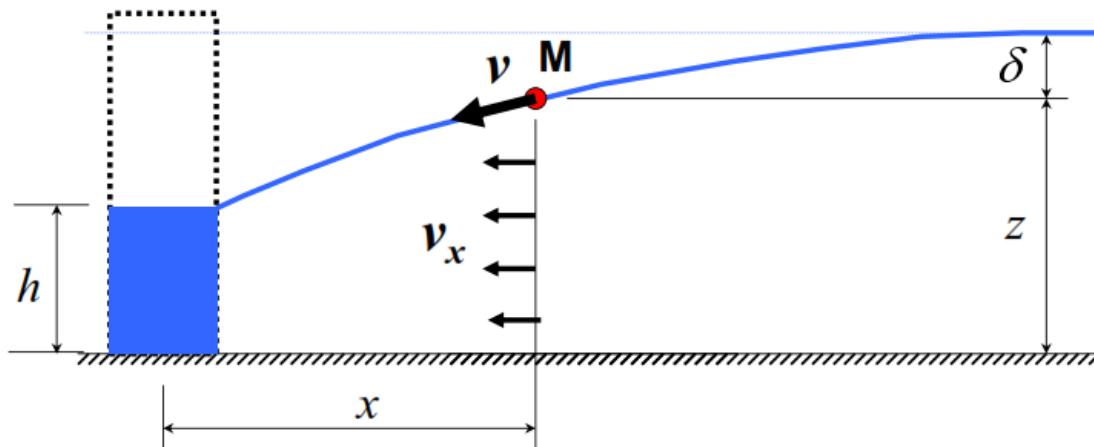
$$\int_r^R q \frac{dx}{x} = \int_h^H 2\pi k z dz \quad \rightarrow \quad q \ln \frac{R}{r} = \pi k (H^2 - h^2)$$

red arrow pointing to the result

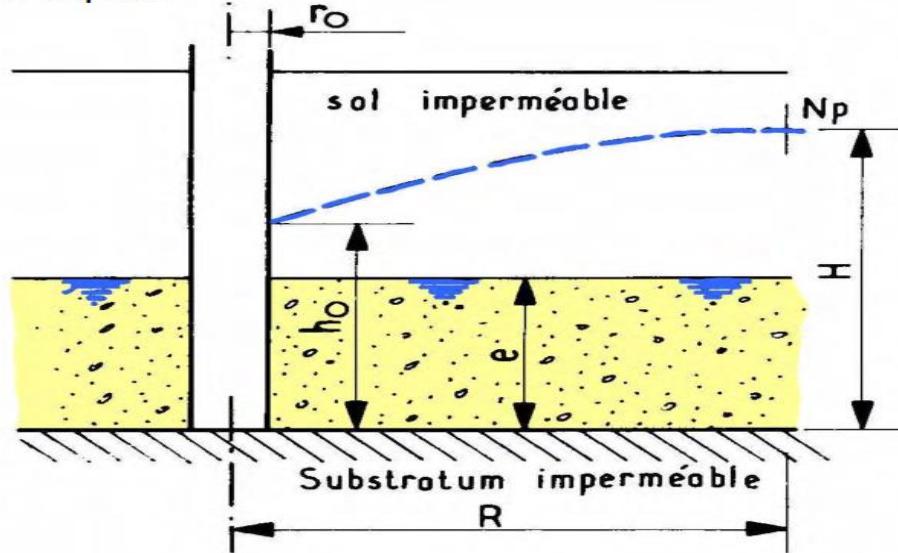
$$q = \pi k \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}$$

- bornes d'intégration :
 - 2 rayons quelconques
 - hauteurs piézométriques correspondantes à ces 2 rayons

dans notre exemple : $\frac{r}{R} \rightarrow \frac{h}{H}$



Cas d'une nappe captive



Cas d'une nappe captive

$$q \approx S \cdot v_x \text{ mais } S = 2\pi \cdot x \cdot e$$

surface à travers laquelle l'eau s'écoule sans difficulté

$$v_x = k \frac{dz}{dx}$$

la ligne piézométrique passe dans la couche imperméable

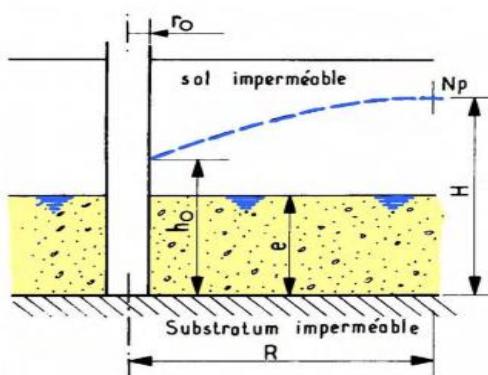
$$q = 2\pi x e k \frac{dz}{dx}$$

$$\rightarrow \int_r^R q \frac{dx}{x} = 2\pi k e \int_h^H dz$$

surface de la nappe
≠
surface piézométrique

$$q \ln \frac{R}{r} = 2\pi e k (H - h)$$

$$q = 2\pi e k \frac{H - h}{\ln \frac{R}{r}}$$



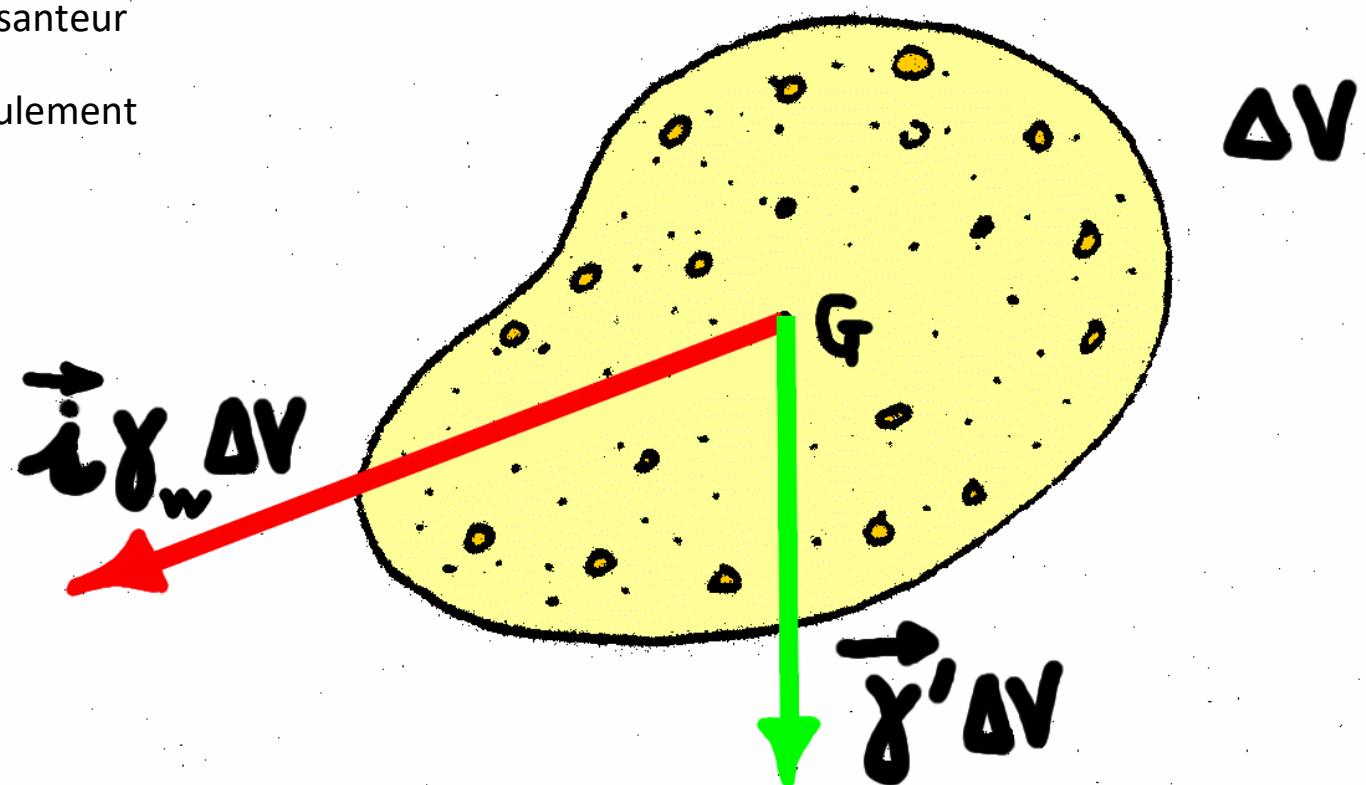
4.3 FORCE D'ÉCOULEMENT ET POUSSEE D'ARCHIMEDE

Équilibre hydrostatique : poussée d'Archimède

Écoulement : force sur les grains solides dans le sens de l'écoulement

Le squelette solide est soumis à deux types de forces volumiques

- force de pesanteur
- force d'écoulement



GRADIENT HYDRAULIQUE CRITIQUE - BOULANCE RENARD

Écoulement vertical descendant

élément de sol soumis à une force

- augmentation de F

- tassement du sol (ex.: remblai inondé tassant à la décrue)

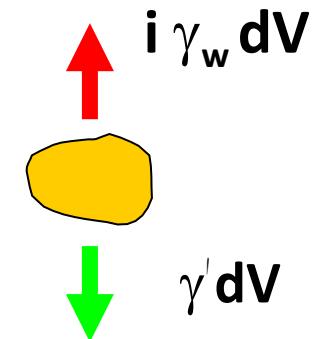
$$\mathbf{F} = (\gamma' + i\gamma_w) \mathbf{dV}$$

Écoulement vertical ascendant – boulance

$$\mathbf{F} = (\gamma' - i\gamma_w) \mathbf{dV}$$

- si le gradient est très élevé, la résultante est vers le haut
- grains de sol entraînés par l'eau

 boulance



gradient hydraulique critique

- lorsque $F = 0$

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \approx 1$$

Phénomène de renard

Dans le cas général d'un écoulement souterrain (pas forcément ascendant)

- *vitesses élevées localement*
- *entraînement des fines particules du sol*
- *augmentation de la perméabilité locale*
- *augmentation de la vitesse de filtration*
- *entraînement de gros éléments*
- *érosion progressive le long d'une ligne de courant*

4.4 PROTECTION DES OUVRAGES CONTRE LA BOULANCE

- Moyen de protection : *réalisation de filtres qui permettent à l'eau de s'écouler sans entraînement de particules*
- Matériaux utilisés : *membranes synthétiques*  *géotextiles*



- faciles à mettre en oeuvre
- imputrescibles
- peu onéreux

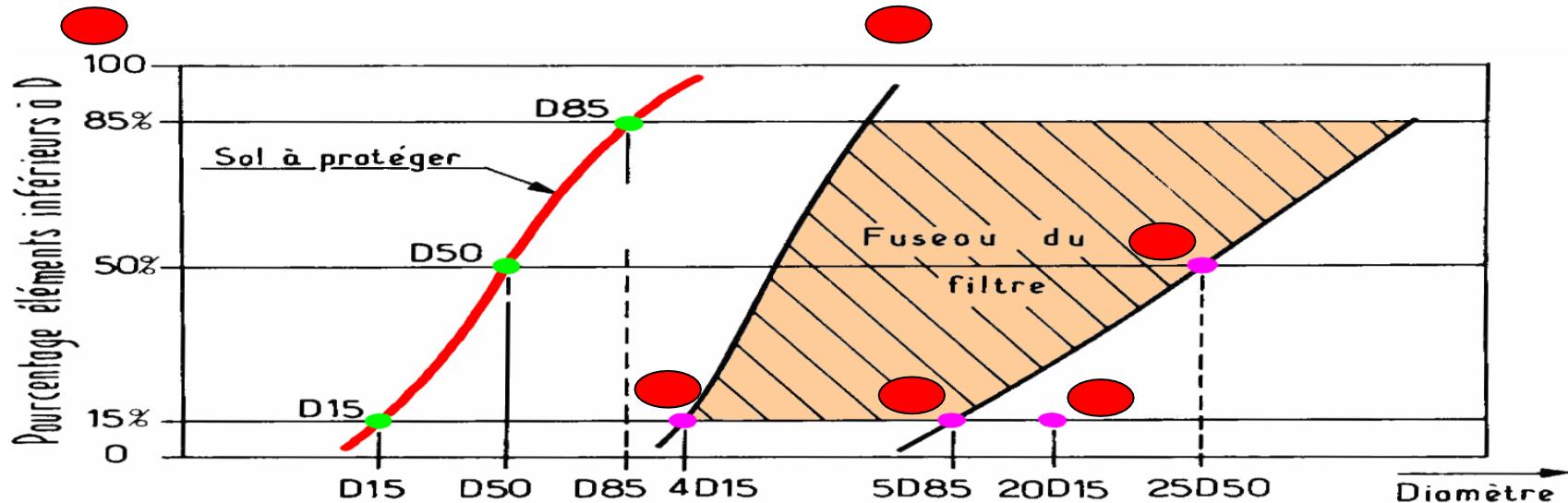
- Règles des filtres (empirique) :

1 $D_{15 \text{ filtre}} > 4 \cdot D_{15 \text{ sol à protéger}}$

2 $D_{15 \text{ filtre}} < 5 \cdot D_{85 \text{ sol à protéger}}$

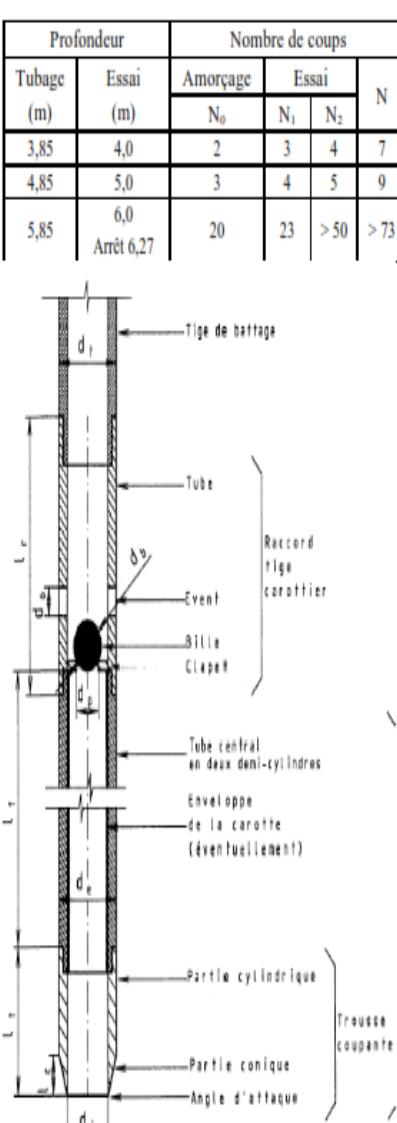
3 $D_{15 \text{ filtre}} < 20 \cdot D_{15 \text{ sol à protéger}}$

4 $D_{50 \text{ filtre}} < 25 \cdot D_{50 \text{ sol à protéger}}$



Connaissant la courbe granulométrique du sol à protéger, ces règles permettent de définir un fuseau dans lequel doit s'inscrire la granulométrie du filtre. Si l'écart de granulométrie entre les deux matériaux est important, il est nécessaire d'interposer plusieurs couches de granulométrie croissante vers le drain en respectant entre elles les règles des filtres.

4.5 Essai SPT

ARVOR Géotechnique Ingénierie des sols et des fondations	Essai de pénétration au carottier – Standard Pénétration Test (NF P 94-116)	Fiche : MPE-FT-15 Indice A du 23.12.10																															
1 Principes																																	
<p>L'essai de pénétration au carottier s'applique dans tous les sols fins et les sols grenus dont la dimension moyenne des éléments ne dépasse pas 20 mm.</p> <p>L'essai nécessite l'appareillage suivant :</p> <ul style="list-style-type: none"> - un équipement de forage et de tenu de paroi - un dispositif de battage (15 à 30 coups / minute) - un train de tiges et son guidage - un carottier - un système de mesure. <p>Il consiste à battre dans le sol, au fond d'un forage, un carottier de caractéristiques et de dimensions définies</p>																																	
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Profondeur (m)</th> <th rowspan="2">Tubage (m)</th> <th rowspan="2">Essai (m)</th> <th colspan="3">Nombre de coups</th> <th rowspan="2">N</th> </tr> <tr> <th>Amorçage N₀</th> <th>Essai N₁</th> <th>Essai N₂</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3,85</td> <td>4,0</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>7</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4,85</td> <td>5,0</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>9</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5,85</td> <td>6,0 Arrêt 6,27</td> <td>20</td> <td>23</td> <td>> 50</td> <td>> 73</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Profondeur (m)	Tubage (m)	Essai (m)	Nombre de coups			N	Amorçage N ₀	Essai N ₁	Essai N ₂	3,85	4,0	2	3	4	7		4,85	5,0	3	4	5	9		5,85	6,0 Arrêt 6,27	20	23	> 50	> 73		
Profondeur (m)	Tubage (m)				Essai (m)	Nombre de coups			N																								
		Amorçage N ₀	Essai N ₁	Essai N ₂																													
3,85	4,0	2	3	4	7																												
4,85	5,0	3	4	5	9																												
5,85	6,0 Arrêt 6,27	20	23	> 50	> 73																												
<p>Après avoir réalisé le forage maintenu par une boue ou par un tubage, le carottier y est descendu puis battu en trois étapes. Le nombre de coups de mouton N_i nécessaires à chaque enfoncement de 15 cm est relevé, soit :</p> <ul style="list-style-type: none"> - N₀ : enfoncement d'amorçage de 0 à 15 cm - N₁ : premier enfoncement d'essai de 15 à 30 cm - N₂ : deuxième enfoncement d'essai de 30 à 45 cm <p>Le nombre N = N₁ + N₂ est appelé résistance à la pénétration.</p> <p>La profondeur de l'essai correspond à la position de la base de la trousse coupante après l'enfoncement d'amorçage.</p> <p>Lorsqu'un nombre de coups supérieur à 50 ne permet pas d'obtenir un enfoncement de 15 cm, l'essai est arrêté et l'enfoncement correspondant est noté.</p>		<p>En fin de battage, la carotte est récupérée afin d'apprécier la nature du sol testé.</p> <p>Remarque : Le fond du trou de forage ne doit pas être trop modifié par la succession des opérations, qui peuvent entraîner éboulements ou décompression, notamment dans les sols placés sous la nappe.</p> <p>2 Interprétation</p> <p>A partir de milliers d'essais, réalisés en particulier aux Etats-Unis, des corrélations ont été établies entre N et les caractéristiques suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la compacité des sables et leur angle de frottement interne - la résistance des sols à la compression simple - la capacité portante pour les fondations - le risque de liquéfaction des sables <p>Cet essai doit donc être utilisé avec prudence dans les sols cohérents.</p>																															

4.6 Essai in situ- résistance au cisaillement

Objectifs de ce chapitre

- Apprendre à connaître les principales techniques de mesure in situ des caractéristiques mécaniques des sols

4.6.1 Essais pressiométriques Ménard

Principe de l'essai

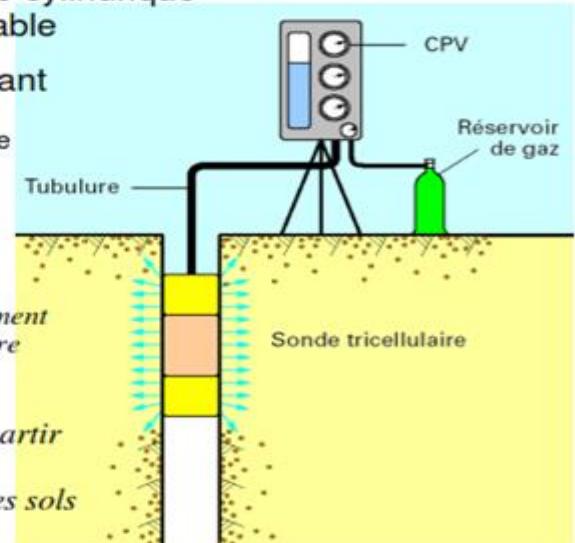
- dilatation radiale d'une cellule cylindrique placée dans un forage préalable

- obtention d'une courbe donnant
 - la variation de volume de la cellule
 - en fonction de la pression appliquée

- ↓
- déduction d'au moins deux paramètres principaux

- module pressiométrique → *tassement*
- pression limite → *rupture*

dimensionnement des fondations à partir de règles d'interprétation des caractéristiques pressiométriques des sols



Les trois parties d'un pressiomètre Ménard

La sonde

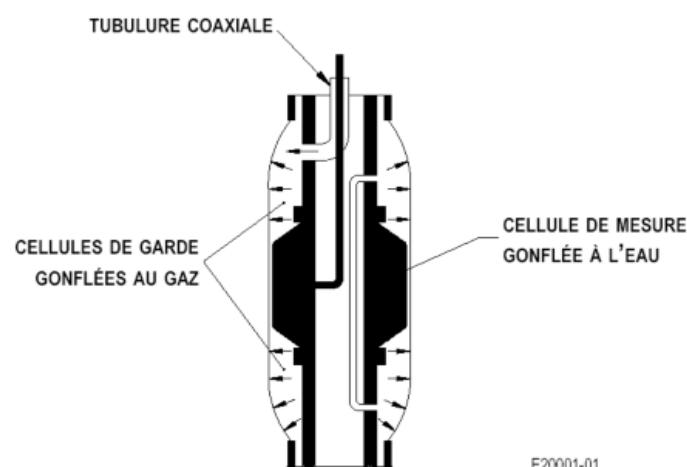
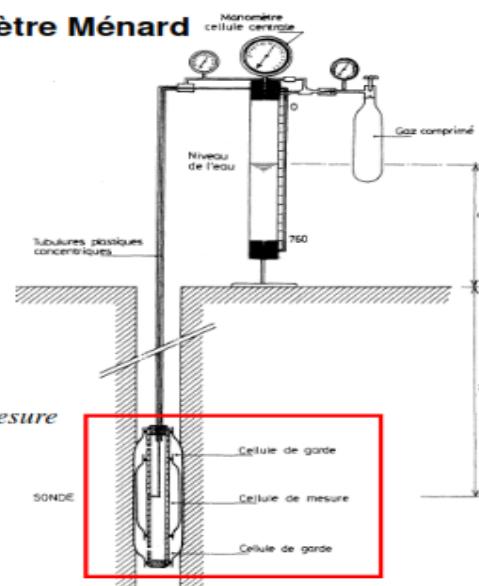
- introduite dans un forage ou mise en place par battage

- dilatation par la cellule de mesure

↓
gaine de caoutchouc
injection d'eau sous pression

- cellules de garde

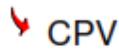
- aux deux extrémités de la cellule de mesure
- remplies de gaz
- assurer une répartition uniforme des contraintes et des déformations provoquées par la cellule de mesure



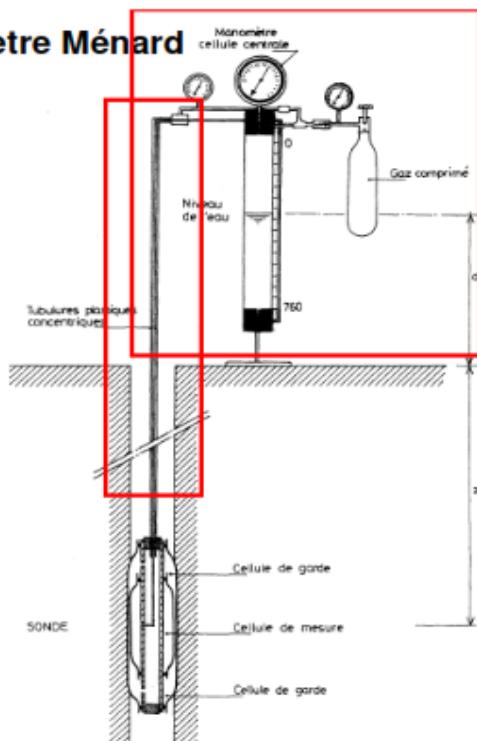
Réprésentation schématique d'une sonde gonflée

Les trois parties d'un pressiomètre Ménard

Le contrôleur pression - volume



- à la surface du sol
- sollicitation de la sonde
- réalisation des mesures



Les tubulures de connexion

- conduits en plastique semi-rigide
- transmission des fluides (eau et gaz) du CPV à la sonde

Réalisation de l'essai

- variation de la résistance du terrain avec la profondeur
- dilatation de la sonde par application d'une pression p

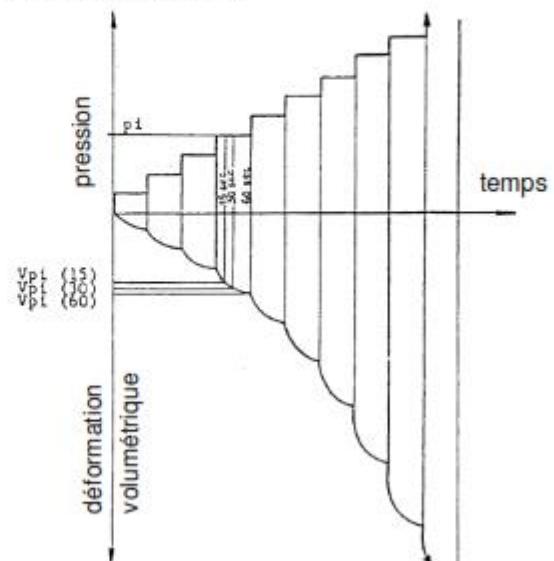
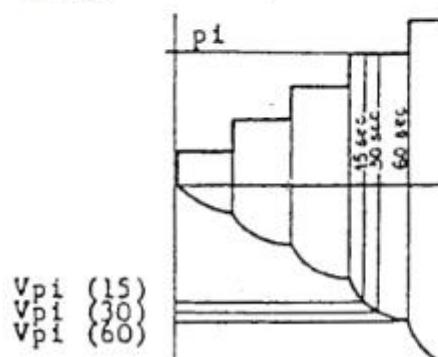
essai effectué à tous les mètres

augmentation progressive par paliers de pression Δp

- à chaque palier, mesure du volume de la cellule

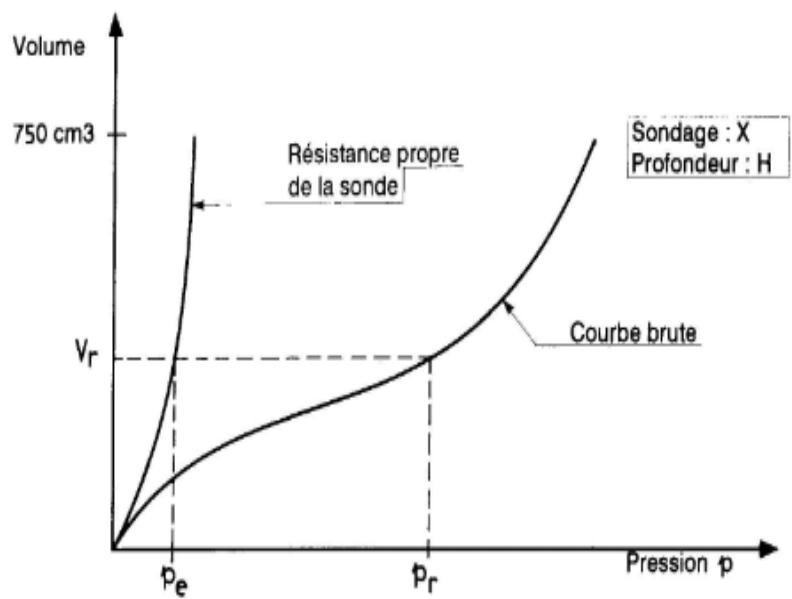
15 sec
30 sec
60 sec

après la fin de chaque
mise en pression



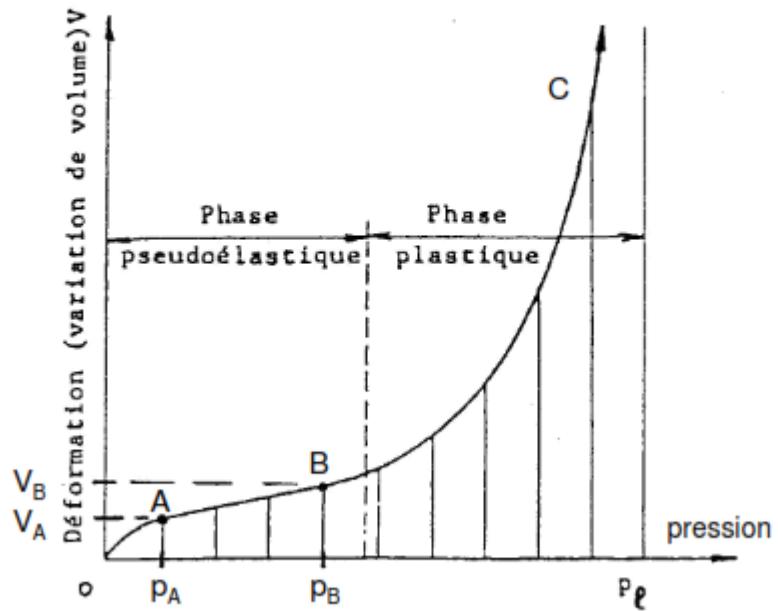
- corrections aux valeurs lues sur le CPV

→ courbe pressionétrique corrigée



Courbe pressiométrique

- Variation de volume V (cm³) de la cellule de mesure → V_{60} en fonction de la pression p appliquée (MPa)

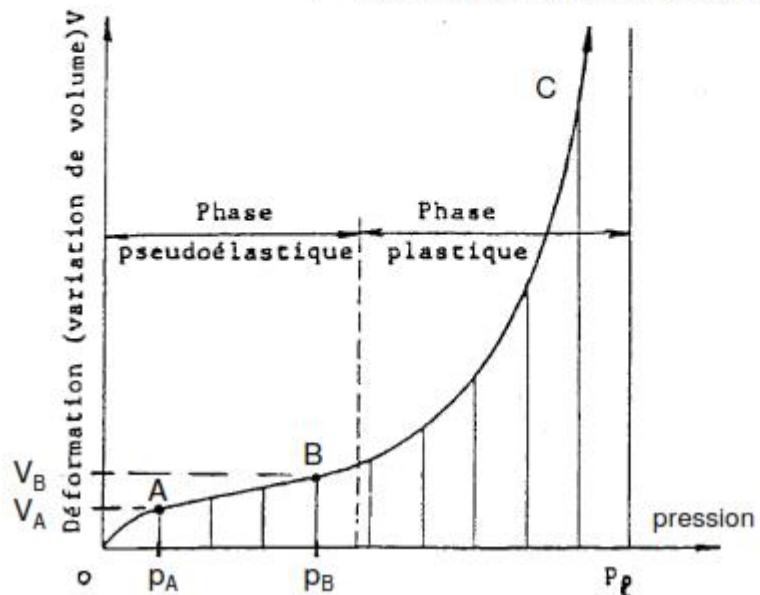


- corrections aux valeurs lues sur le CPV

Trois phases successives

phase initiale (OA)

- mise en équilibre de l'ensemble sonde-forage-terrain
 - mise en contact de la paroi de la sonde avec le terrain
 - mise en place du sol décomprimé par le sondage



phase pseudo-élastique (AB)

- proportionnalité entre les variations de volume et les pressions
 - comportement du sol considéré élastique
- module pressiométrique (module de déformation)

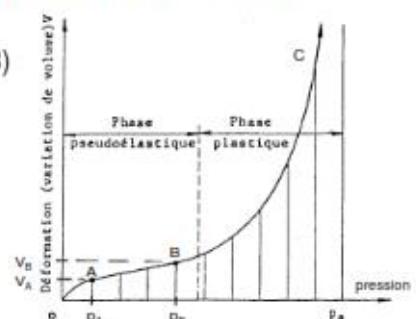
$$E_M = 2(1+v) \cdot \left(V_0 + \frac{V_A + V_B}{2} \right) \cdot \left(\frac{p_B - p_A}{V_B - V_A} \right) = K \cdot \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

V_0 : volume de la cellule centrale au repos (593 cm^3 pour une cellule de 58 mm)

p_B, V_B } pression et volume à l'extrémité
 p_A, V_A } à l'origine de la phase pseudo-élastique

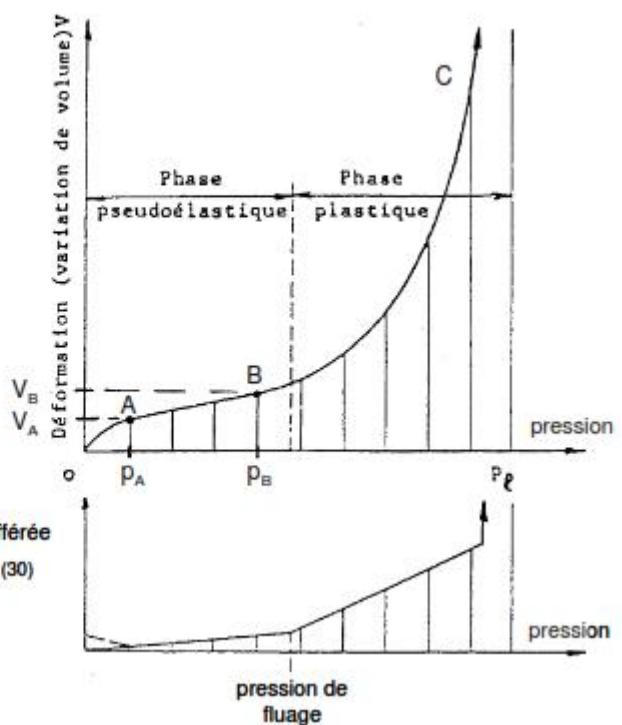
v : coefficient de Poisson du sol (habituellement 0,33)

utilisé pour le calcul des tassements



- la pression de fluage (p_f) sépare les phases pseudo-élastique et plastique

- fin de la partie linéaire
 - les déformations différées deviennent importantes par rapport aux déformations instantanées



phase de grands déplacements (BC)

→ équilibre limite

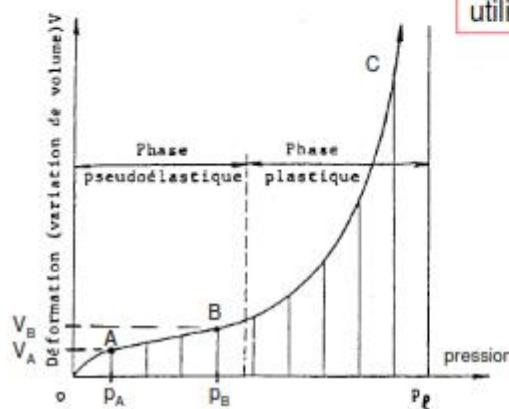
- déformations

- très grandes
 - tendent vers l'infini pour une valeur asymptotique de p

pressure limite p_l

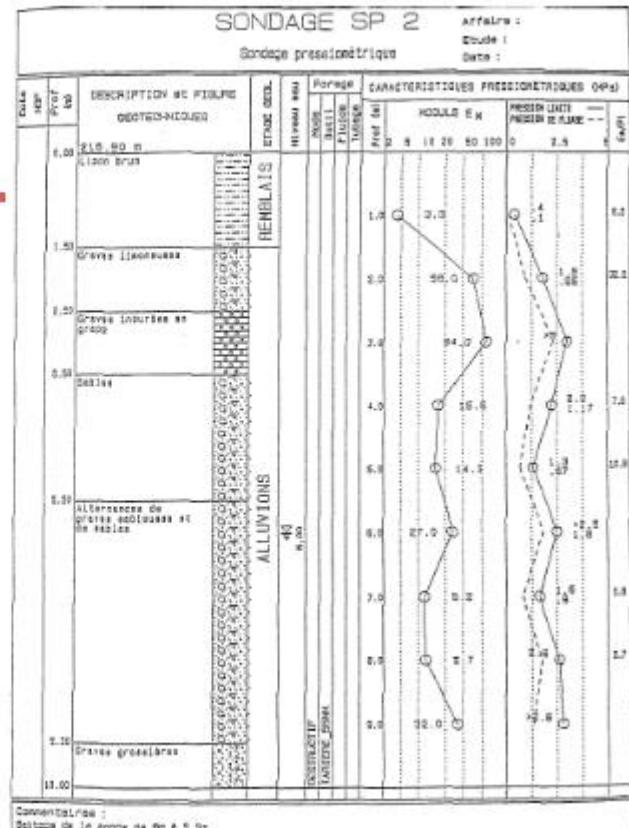
pression correspondant au doublement de volume de la sonde par rapport à son volume initial

utilisée pour le calcul de stabilité des fondations



Présentation et interprétation des résultats

- Résultats présentés en fonction de la profondeur et sous forme de tableau synoptique
 - valeur de E_M et de p_i
 - nature des terrains traversés
 - mode et outil de forage
 - vitesse d'avancement de l'outil ou la courbe de battage
 - venues d'eau
 - altitude en cote NGF
(niveling général de la France)



ECHELLE DES VALEURS DE E_M ET $p_1 - p_0$

Sol	E_M (MPa)	$P_f - P_0$ (MPa)	Constructibilité
Vase et tourbe	0,2 à 3	0,02 à 0,3	Sois de très médiocre qualité ne convenant pas comme assise de fondation
Argile molle	0,5 à 3	0,05 à 0,3	
Sables vasards	0,5 à 2	0,1 à 0,5	Etudes complémentaires pour appréhender la compressibilité
Remblais récents non compactés	0,5 à 5	0,05 à 0,3	
Limons			Variations importantes de compacité en fonction de la nappe. Déterminer la portance à partir des valeurs mesurées sous la nappe. Fondations peu chargées
Argile de consistance faible à moyenne	2 à 10	0,2 à 1,5	
	3 à 8	0,3 à 0,8	
Remblais anciens non compactés	4 à 15	0,4 à 1	Sols souvent très hétérogènes Risques de tassements différentiels
Sables et graviers denses	8 à 40	1 à 5	Excellent sol de fondation. Sujetion d'exécution éventuelle liée à la nappe. Sols perméables
Sable molassique	40 à 80	> 3	Excellent sol de fondation, sensible au remaniement en présence d'eau
Marne molassique	> 100	> 4	Excellent sol de fondation

4.6.2 Essai pénétromètre statique

Principe de l'essai

Dispositif : tube terminé par une pointe

- la pointe → cône ayant à sa base la même section droite que le tube
- foncé dans le sol à vitesse lente et constante par un dispositif de vérin placé à la surface du sol

Mesures simultanées

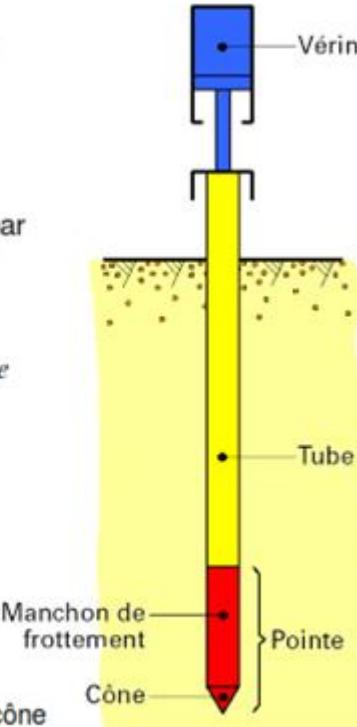
par un procédé mécanique, électrique ou hydraulique

- résistance opposée par le sol à la pénétration de la pointe

q_c résistance de pointe statique
(ou résistance de cône)

$$q_c = \frac{Q_c}{A_c}$$

Q_c : réaction du sol sur le cône
 A_c : section droite de la base du cône



la France)



Mesures (suite)

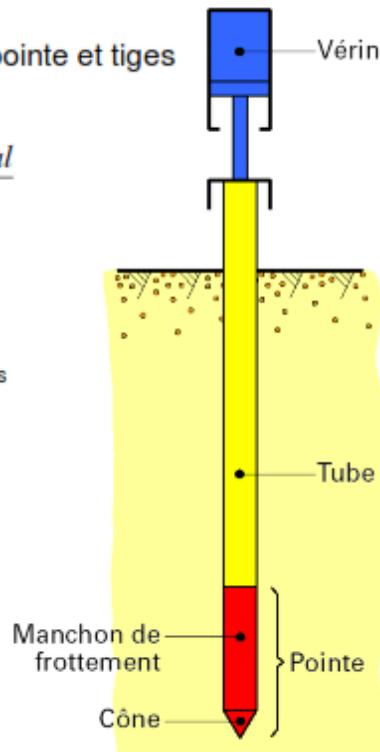
- effort opposé à l'enfoncement de l'ensemble pointe et tiges

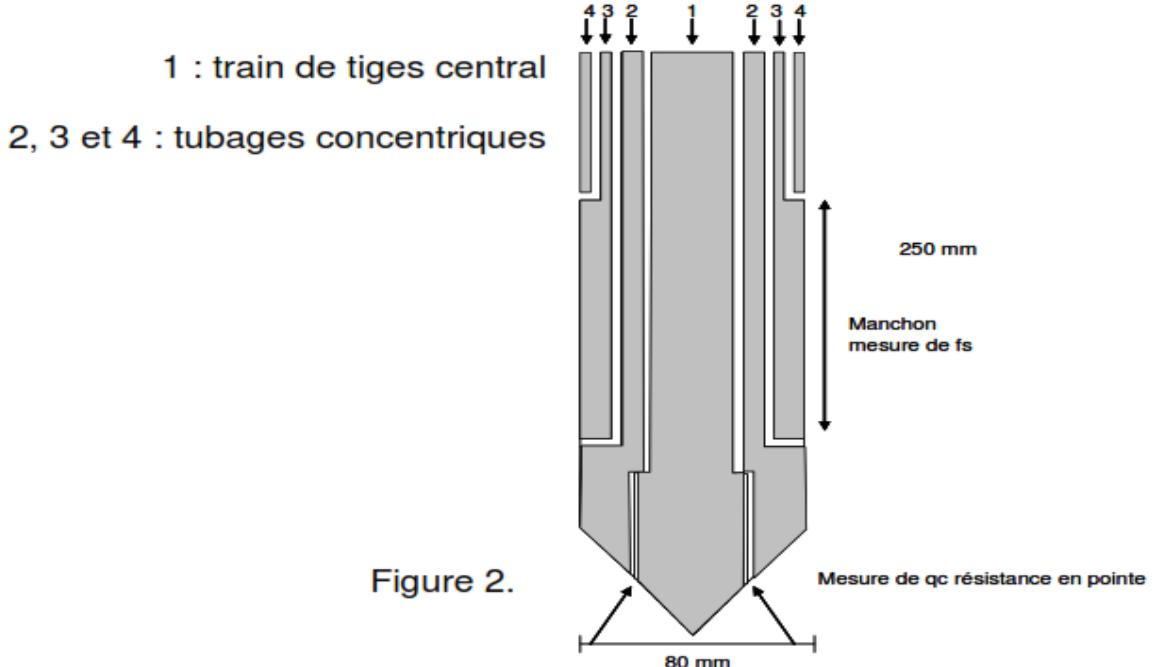
Q_t effort total

↙ effort de pointe + effort de frottement latéral

↓
s'exerce sur toute la
hauteur du train de tiges

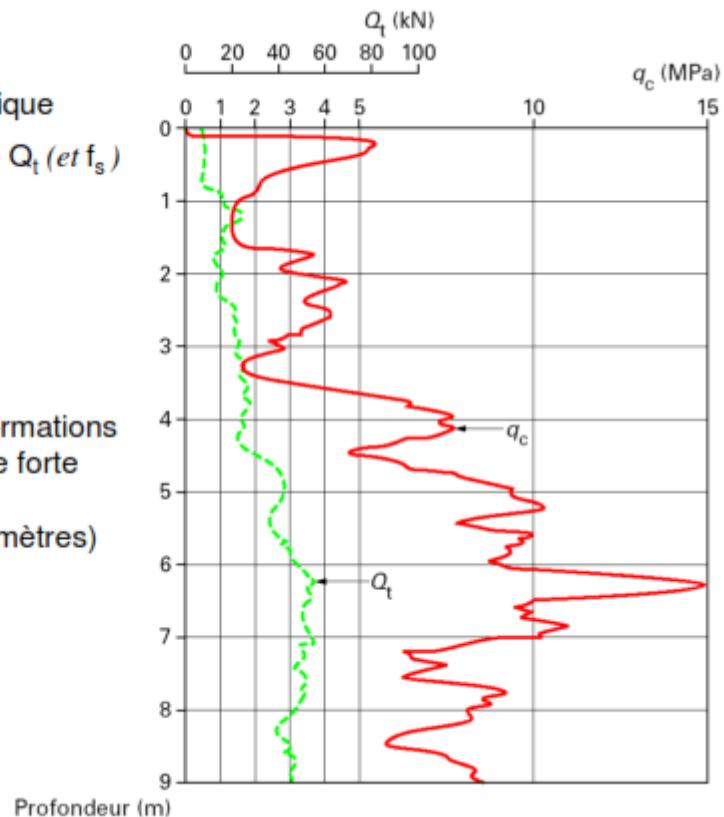
- frottement latéral (manchon de frottement) f_s
certains appareils seulement



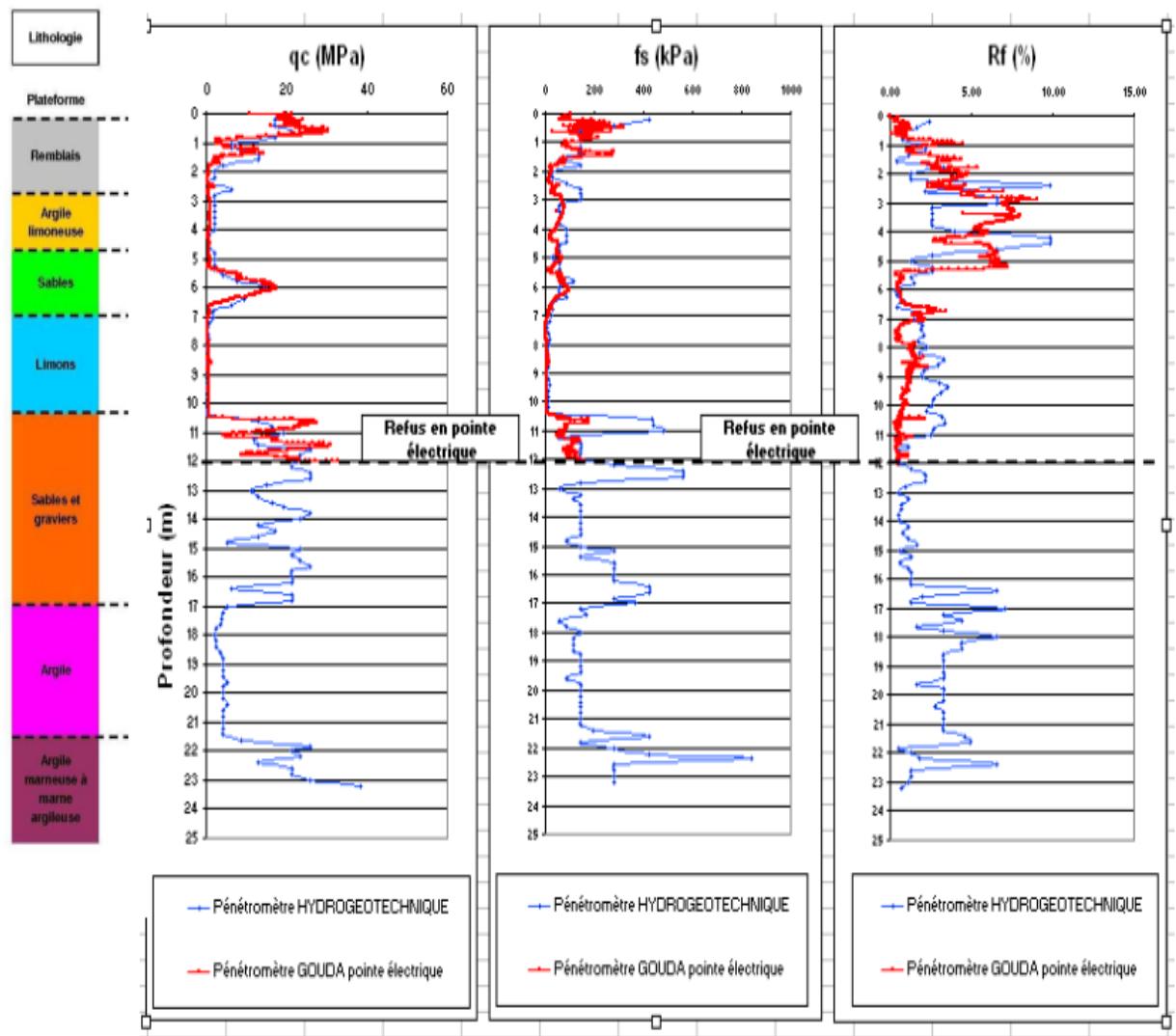


- Résultats de l'essai
 - ➔ profil pénétrométrique
 - graphiques donnant q_c , Q_t (et f_s) en fonction de z*

- bien adapté pour les formations meubles de sols fins de forte épaisseur (plusieurs dizaines de mètres)



Par calcul, on peut obtenir la résistance de pointe statique q_c : $q_c = Q_p / A_c$ avec A_c la surface du cône et la force de frottement Q_f : $Q_f = Q_t - Q_p$. Le résultat des mesures permet d'établir un diagramme de l'effort total et/ou de la résistance de pointe en fonction de la profondeur. A partir du graphique on peut en déduire la nature du sol et déterminer les différentes couches :



q_c (MPa)	Nature probable du sol	Constructibilité
0 à 1	Sol cohérent compressible à très compressible ou sable lâche saturé	Sol de médiocre qualité, ne convenant pas comme assise de fondation et nécessitant éventuellement des études complémentaires
1 à 5	Sol cohérent peu consistant ou sable peu compact	Sol adapté aux fondations peu chargées
5 à 10	Sol cohérent peu consistant ou sable compact	Sol pouvant supporter des fondations moyennement chargées
> 10	Sol cohérent raide ou sable très compact	Sol ne posant pas de problème de fondations

Cet essai de pénétration statique peut être utilisé sur tous les sols grenus et fins dont les éléments ne dépassent pas 20 mm.

Limite :

La profondeur d'investigation est limitée par les caractéristiques de l'appareil. Pour des profondeurs supérieures à 50m, un inclinomètre doit être utilisé pour éviter le flambement des tiges. Or il n'est pas rare de rencontrer des massifs rocheux entraînant le flambage des tiges et donc des résultats erronés.

Pour optimiser l'essai, la force exercée sur le pénétromètre doit au moins être de 100 kN, toutefois il existe des appareils prévus pour assurer une réaction de 250 kN.

Application :

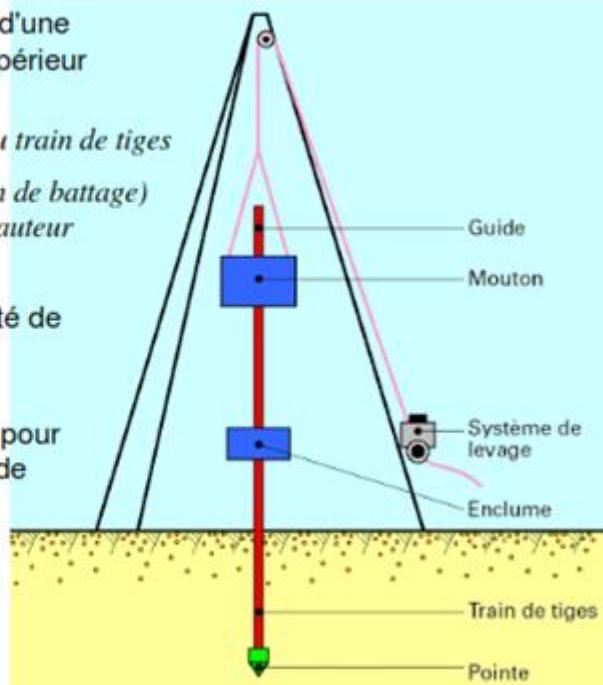
De part son principe, cet essai permet de visualiser le compactage des différentes couches de remblais et ainsi permettre une reconnaissance préliminaire du site. Il permet également de déterminer la force portante des fondations profondes.

un sondage au pénétromètre statique pointe électrique réalisé suivant la norme NFP 94-113, descendu jusqu'à 12 m de profondeur, doublé d'un sondage réalisé en mode statique-dynamique et descendu à 23 m de profondeur.

4.6.3 Essais pénétromètre dynamique

Principe de l'essai

- constitué d'un train de tiges et d'une pointe conique de diamètre supérieur
- enfouissement par battage
 - chocs répétés exercés en tête du train de tiges
 - utilisation d'une masse (mouton de battage) tombant en chute libre d'une hauteur constante
- enfouissement jusqu'à la capacité de pénétration de l'appareil
- nombre de coups nécessaires pour enfouir l'appareil sur un pas de longueur fixé (10 cm)
- traçage du profil de résistance du sol en fonction de la profondeur

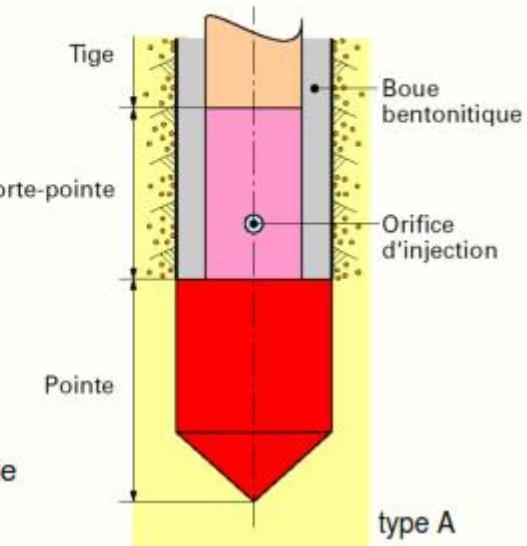


Classification des appareils

3.2.1 Pénétromètres dynamiques de type A (PDA)

- norme NF P 94-114 énergie de battage, dimensions de la pointe, etc.
- dispositif d'injection de bentonite

- éviter le resserrement ou l'éboulement du sol sur les tiges
- limitation du contact entre les tiges et le sol
- énergie de battage transmise quasi intégralement à la pointe



3.2.1 Pénétromètres dynamiques de type B (PDB)

- norme NF P 94-115
- pas de dispositif d'injection de bentonite

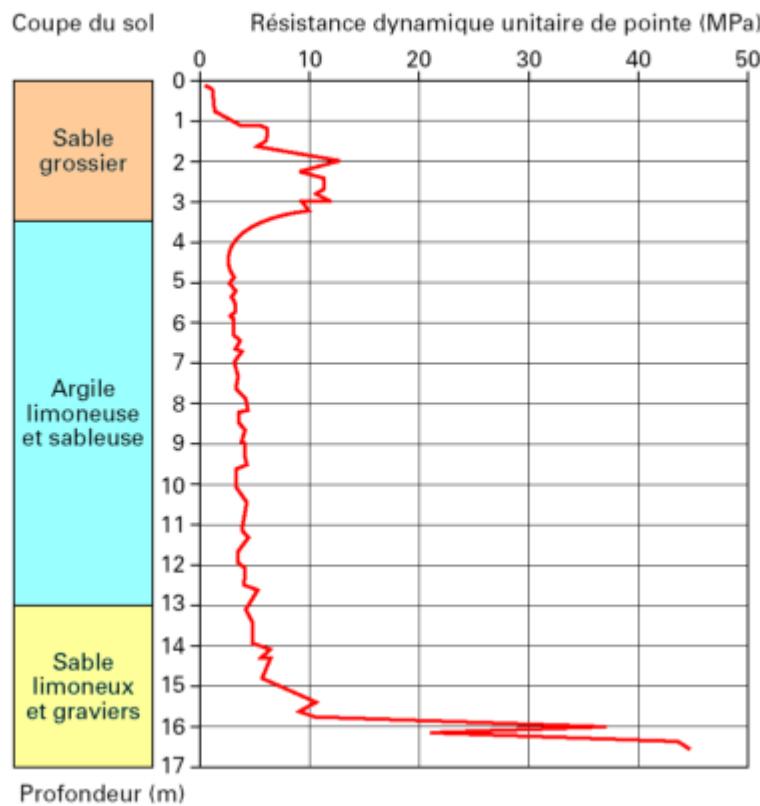
Interprétation des mesures

Deux types de représentation d'un profil de pénétration dynamique

- traçage en fonction de la profondeur du nombre de coups N_d nécessaire pour obtenir un enfoncement donné, en général 10 cm
- traçage en fonction de la profondeur de la résistance de pointe dynamique q_d calculée à l'aide d'une formule de battage de pieux

$$q_d = \frac{M}{e(M+M')} \frac{MgH}{A}$$

- M est le poids du mouton,
- M' le poids des parties frappées (enclume placée en tête du train de tiges et sur laquelle s'exercent les chocs, train de tiges et pointe),
- H la hauteur de chute du mouton,
- e l'enfoncement moyen par coup,
- A la section droite de la pointe,
- g l'accélération due à la pesanteur



Domaine d'utilisation

- Le domaine préférentiel d'utilisation des **pénétromètres dynamiques** est la **reconnaissance qualitative** des terrains lors d'une reconnaissance préliminaire.
- Ils sont donc recommandés pour résoudre les problèmes suivants :
 - *contrôle de l'homogénéité d'un site* ;
 - *détermination des épaisseurs des différentes couches de sols* ;
 - *localisation des cavités ou autres discontinuités* ;
 - *reconnaissance du niveau du toit du rocher*.
- Enfin, ils fournissent des renseignements utiles pour la prévision des conditions de battage des pieux et des palplanches.
 - *A la section droite de la pointe*,
 - *g l'accélération due à la pesanteur*

Limitations de la technique

Trois limitations importantes

- profondeur limite d'investigation autour de 30 m
 - ✓ *frottements parasites (flambement des tiges sous l'effet des chocs)*
- compte tenu de la dimension de la pointe (diamètre 62 mm)
 - ✓ *pas recommandé de pratiquer ce type d'essai dans des sols granulaires dont la dimension moyenne des éléments est supérieure à 60 mm*
- pas de règle reconnue pour le dimensionnement des fondations à partir de la résistance dynamique q_d
 - ✓ - *seulement ordre de grandeur de la portance par le biais de corrélations avec d'autres essais en place (pénétromètre statique et pressiomètre)*
 - *orientation de la campagne d'essais ultérieure*

Composition du sol	q_d/q_c	q_d/p_t
Argiles, limons et vases normalement consolidés; sables lâches ou moyennement denses	1	1,4 à 2,5
Argiles et limons surconsolidés	1 à 2	3 à 5
Sables et graviers; sables limoneux ou argileux denses à très denses	0,5 à 1	5 à 10

TABLEAU I
**Résistance dynamique unitaire de pointe mesurée
dans différentes natures de sols**

Nature du sol	q_d (MPa)
vase	0,1 à 1
limon	0,6 à 1,5
argile molle	0,1 à 1,5
argile consistante	1,5 à 3
argile raide	3 à 5
argile raide caillouteuse	3 à 7
sable lâche	0,2 à 4
sable dense	5 à 30
sable argileux	4 à 7
sable et graviers lâches	0,5 à 4
sable et graviers denses	7 à 35
craie molle	0,7 à 4
craie indurée	10 à 50
marne	6 à 15
marne raide ou indurée	20 à 100

D'après les diagrammes pénétrométriques, on peut noter que dans les sols homogènes q_d augmente très légèrement avec la profondeur.

Cependant, contrairement à ce qui se passe avec le pénétromètre statique, le sol plastifié autour de la pointe du pénétromètre dynamique n'est pas parfaitement contenu, du fait de l'existence d'un espace annulaire.

La présence de la nappe phréatique ne semble pas avoir d'effet sensible sur les résultats obtenus avec une pointe débordante et une injection de boue ; par contre son effet est non négligeable pour une pointe non débordante.

Par ailleurs, ayant effectué des essais mobilisant le maximum de frottement latéral dynamique, nous avons tenté de chiffrer le rapport entre la résistance dynamique unitaire de pointe, q_d , et le frottement dynamique, f_d , en fonction des types de sols présentés dans le tableau II.

L'examen de ce tableau montre que :

- certaines argiles peuvent développer un frottement latéral élevé,
- les sables et graviers propres et denses présentent un frottement latéral dynamique négligeable,
- les vases et les silts manifestent un frottement latéral dynamique faible à cause de leur sensibilité,

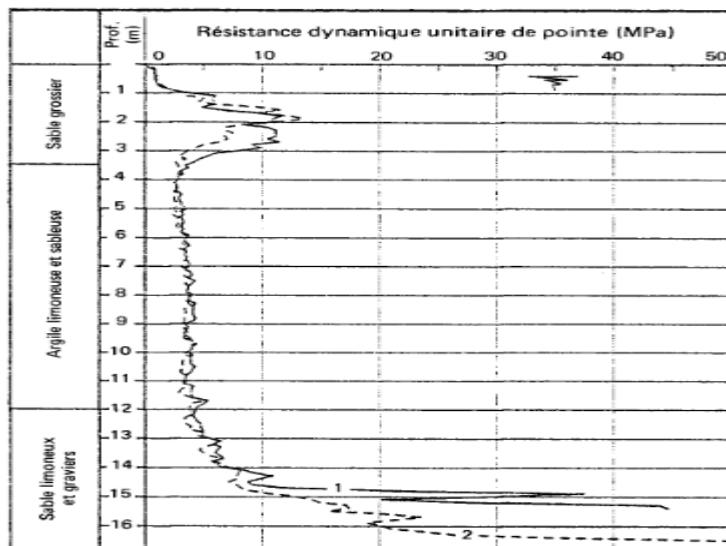
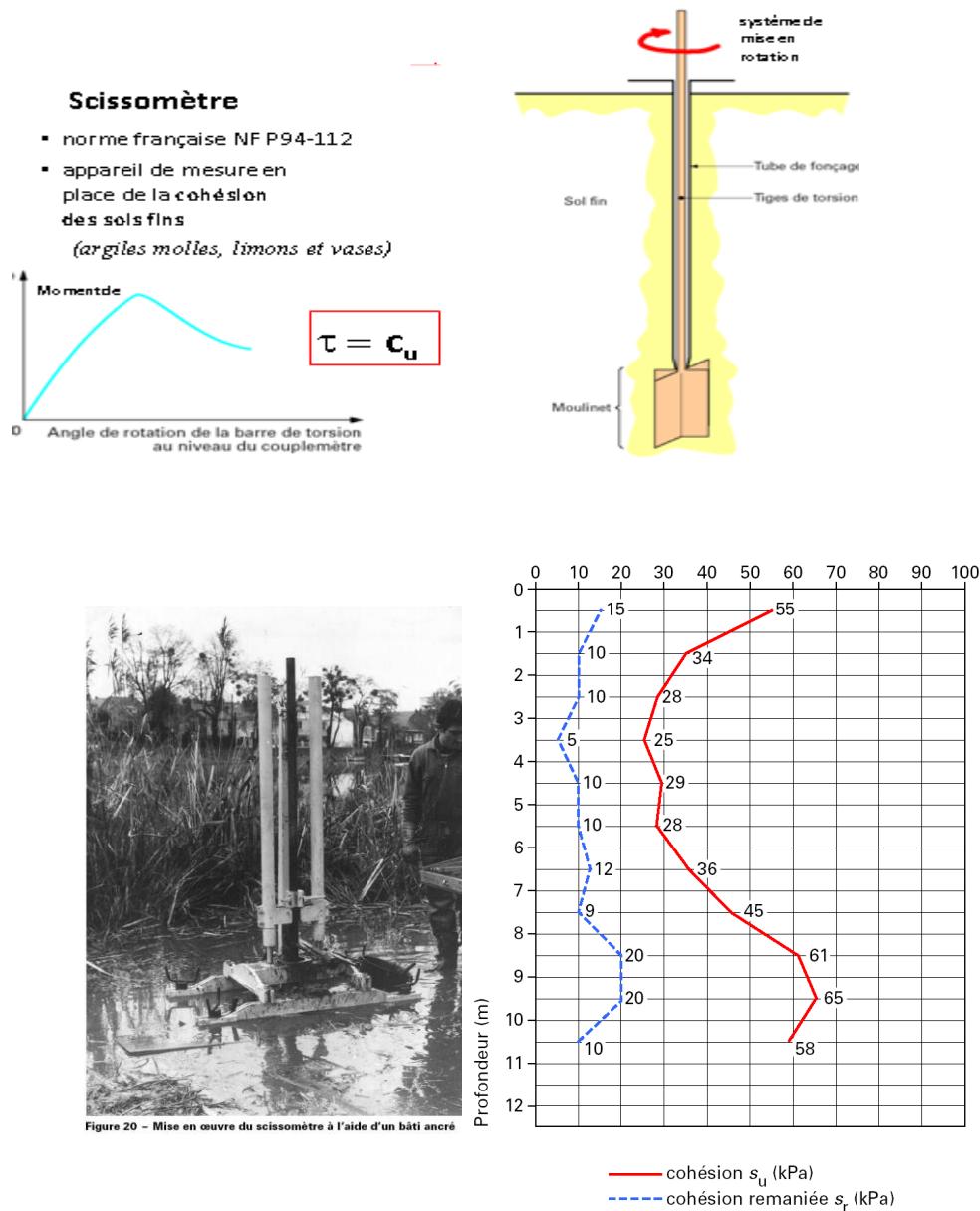


Fig. 3 — Diagrammes de pénétration dynamique avec pointe débordante perdue (1) ou fixe (2) et une injection de boue (courbes moyennes de trois essais).

4.6.4 Scissomètre



4.6.5 ESSAI A LA PLAQUE

- essai de chargement effectué à la surface du sol à l'aide d'une plaque rigide circulaire
- mesure de l'enfoncement (déflexion) de la plaque sous l'application de charges statiques
- essai de plaque le plus utilisé : essai Westergaard
- module de réaction (module de Westergaard), en kN/cm³

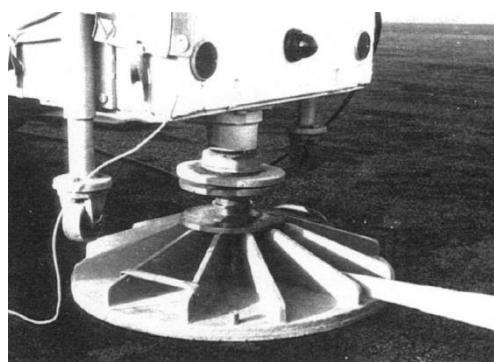
La poutre de Benkelman est composé de :

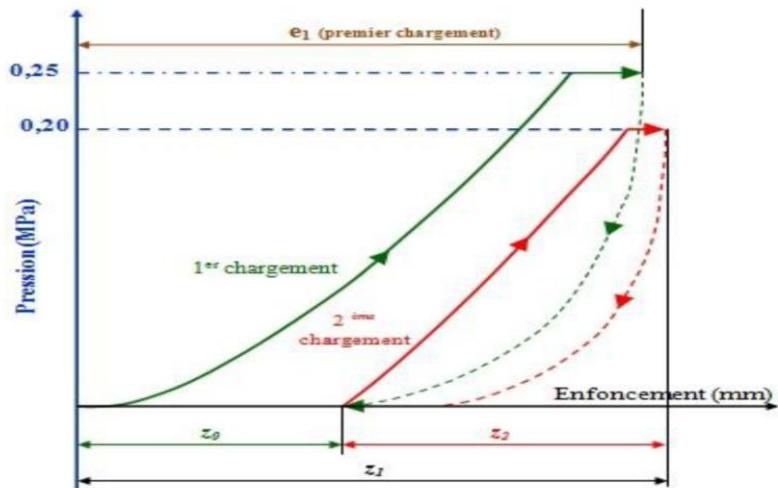
Un vérin, qui prend appuis sous le massif de réaction (camion chargé). Ce vérin est équipé d'une pompe hydraulique qui est permet de mettre en charge le système. **Un manomètre** est généralement intégré à la pompe afin de voir la charge qu'on applique.

Une plaque, qui sert à appliquer la charge du massif de réaction sur une surface connue et uniforme. Une pointe, à l'intérieur de la plaque permet de vérifier que ce n'est pas la plaque qui se déforme.

Une partie mobile, qui est la liaison entre la **plaqué** et le **comparateur**. De part l'enfoncement de la plaque, la poutre va tourner autour d'un **axe de rotation**.

Une partie fixe, en appuis sur la plate-forme, qui sert de support pour le **comparateur**. Cette partie est en liaison avec la **partie mobile** via un **axe de rotation**.





Routes : Portance minimale du sol support avant la mise en œuvre des couches de forme et de chaussées selon recommandations GTR 92

Type de couche à mettre en œuvre sur le support	EV ₂ (MPa)
Couche de forme en matériaux traités	≥ 35
Couche de forme en matériaux non traités	≥ 15 à 20
Couches de chaussée	≥ 50

5 DEFORMATIONS DES SOLS

5.1 CONTRAINTES DANS LES SOLS

5.1.1 CONTRAINTE TOTALE

Comment se répartissent les contraintes dans un sol, sachant que ce dernier est multiphasique ?

Sol global

- milieu continu, sans distinction entre les phases solide et liquide
 - complètement saturé  *les contraintes exercées en un point sur une facette donnée* **contraintes totales**

Phases prises séparément

- lois de comportement différentes
 - répartition des contraintes entre le solide et l'eau

squelette solide <i>compressible</i> <i>de résistance au cisaillement</i>	responsable <ul style="list-style-type: none"> - <i>des déformations</i> - <i>de la résistance au cisaillement</i>
--	--

5.1.2 CONTRAINTE EFFECTIVE

Répartition des contraintes

- contraintes transmises dans le squelette des grains solides du sol
contraintes effectives σ' , τ'
 - les seules contraintes pouvant exister dans l'eau sont des pressions
pression interstitielle
contrainte normale, sans cisaillement u

Postulat de Terzaghi (autour de 1920)

$$\frac{\sigma' = \sigma - u}{\tau' = \tau} = \frac{\text{contrainte normale totale}}{\frac{\text{pression de l'eau}}{\text{contrainte effective}}}$$

→ responsable des tassements et de la résistance au cisaillement

Remarques - *sol sec* $\rightarrow \sigma' = \sigma$
 - *pas de mesure de σ'*

Matrices de contraintes

- contraintes sur les grains solides

$$(\Sigma')_s = \begin{pmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{pmatrix}$$

- pression interstitielle

$$(\Sigma)_w = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{pmatrix}$$

Lorsque le sol est partiellement saturé...

5.1.3 CONTRAINTE REELLE - PRINCIPE DE SUPERPOSITION

Principe de superposition



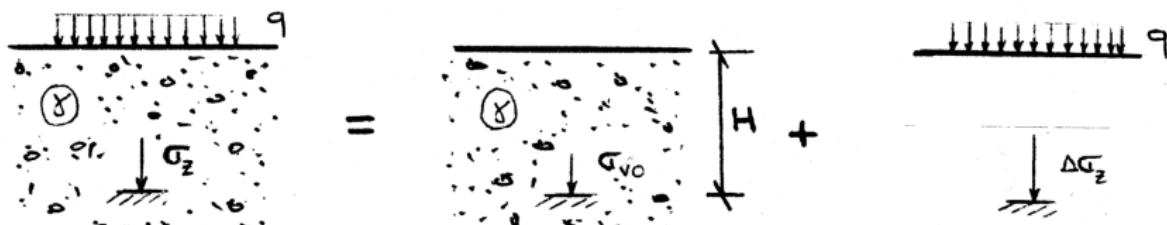
dans le domaine élastique linéaire, l'effet produit par l'action simultanée de plusieurs forces est égal à la somme de ceux produits par chacune des forces agissant séparément

$$\sigma_z = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_z$$

contrainte à la profondeur z

contrainte due au poids des terres

contraintes dues aux surcharges



sol : milieu semi-infini élastique

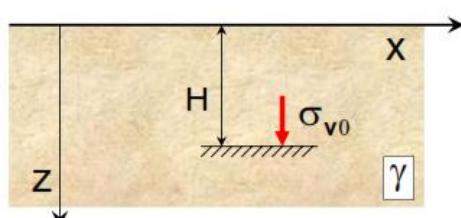
5.1.4 CONTRAINTE NATURELLE OU GEOSTATIQUE

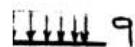
Contrainte naturelle σ_{v0}

- contrainte dans le sol avant tout chargement supplémentaire
- poids des terres

*tion
ix*

$$\sigma_{v0} = \int_0^H \gamma dz \Rightarrow \sigma_{v0} = \gamma H$$



 p

$\Delta \sigma_z$

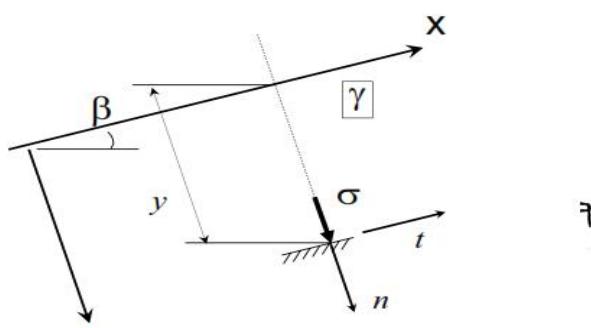
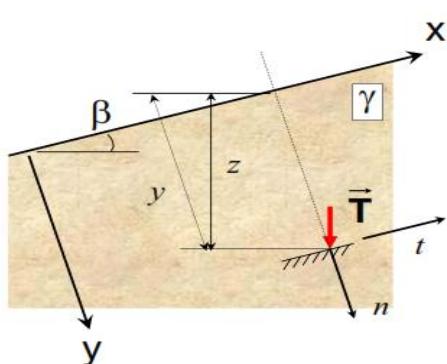
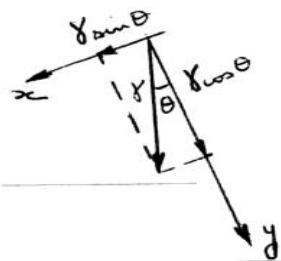
sol : milieu semi-infini élastique

a) Sol homogène à surface inclinée

après application des équations d'équilibre

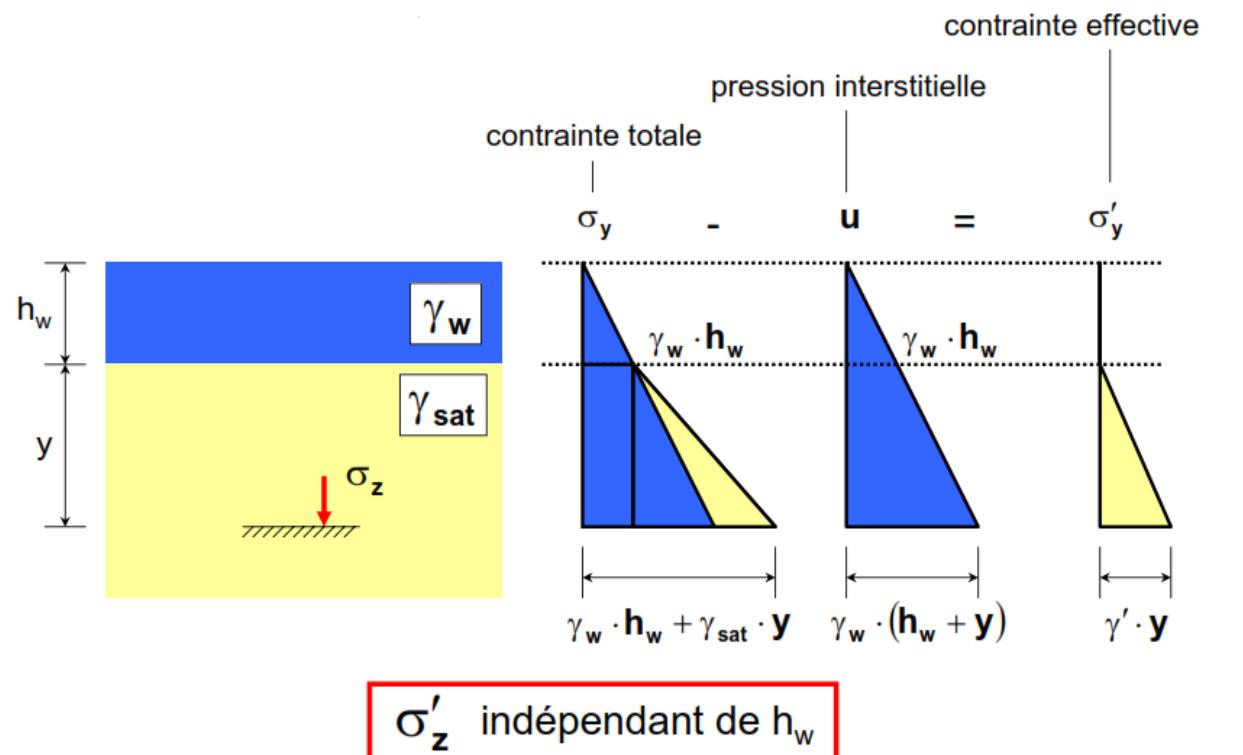
$$\sigma_y = \gamma y \cdot \cos \beta = \gamma z \cdot \cos^2 \beta$$

$$\tau_{xy} = \gamma y \cdot \sin \beta = \gamma z \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta$$



$$\text{et } y = z \cdot \cos \beta$$

b) Sol inondé à surface horizontale



5.2 CALCUL DES CONTRAINTE DUES AUX SURCHARGES

5.2.1 DETERMINATION DES SURCHARGES

Cas particulier : surface uniformément chargée

→ sol soumis à un chargement uniforme q sur une surface importante

$$\Delta\sigma_z = q \quad \text{transmission directe des contraintes}$$

Autres cas $\Delta\sigma_z \neq q$ dissipation des contraintes avec la profondeur

Pour le calcul de $\Delta\sigma_z$

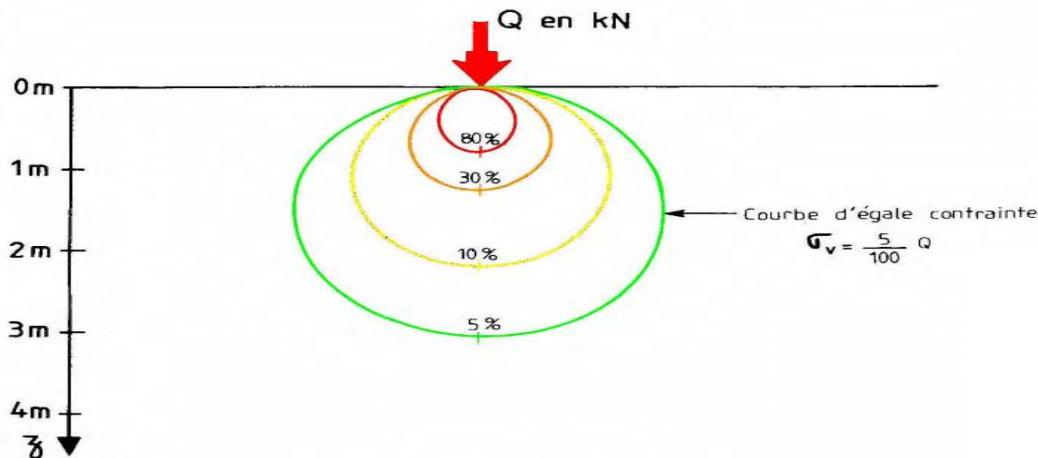
- le sol est un milieu semi-infini
- le sol est élastique et non pesant



5.2.2 CHARGE CONCENTREE : Q- RELATION DE BOUSSINESQ

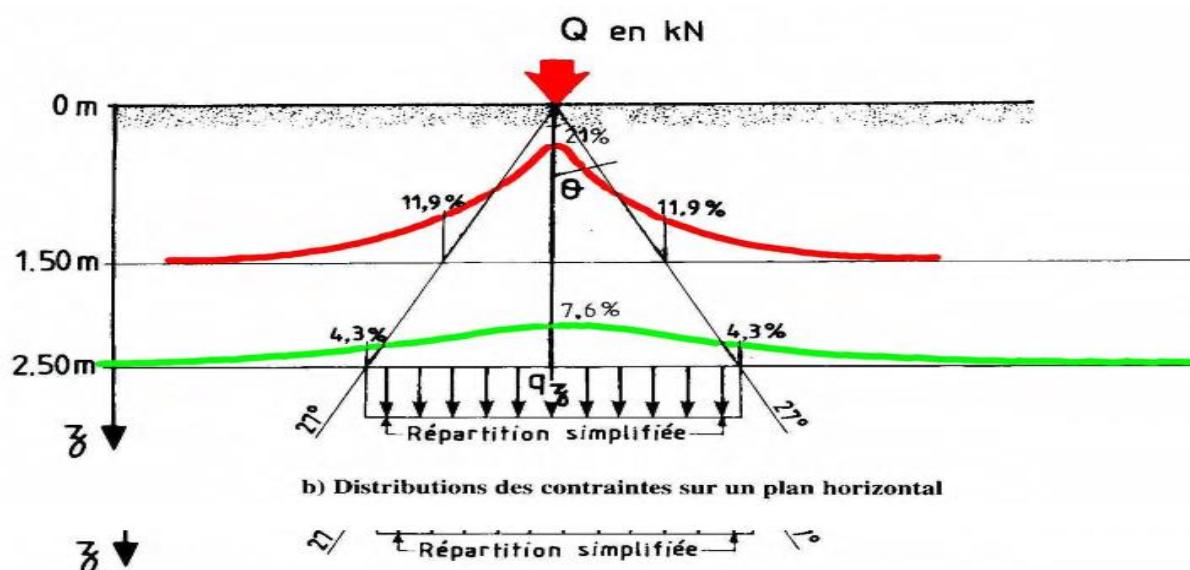
Répartition des contraintes sous une charge ponctuelle

- bulbe de contraintes



a) Bulbe des contraintes

- distribution suivant des plans horizontaux



b) Distributions des contraintes sur un plan horizontal

$\swarrow \uparrow \nwarrow$ Répartition simplifiée

b) Distributions des contraintes sur un plan horizontal

Calcul de $\Delta\sigma_z$ en fonction de la profondeur z

Formule de Boussinesq (1885)

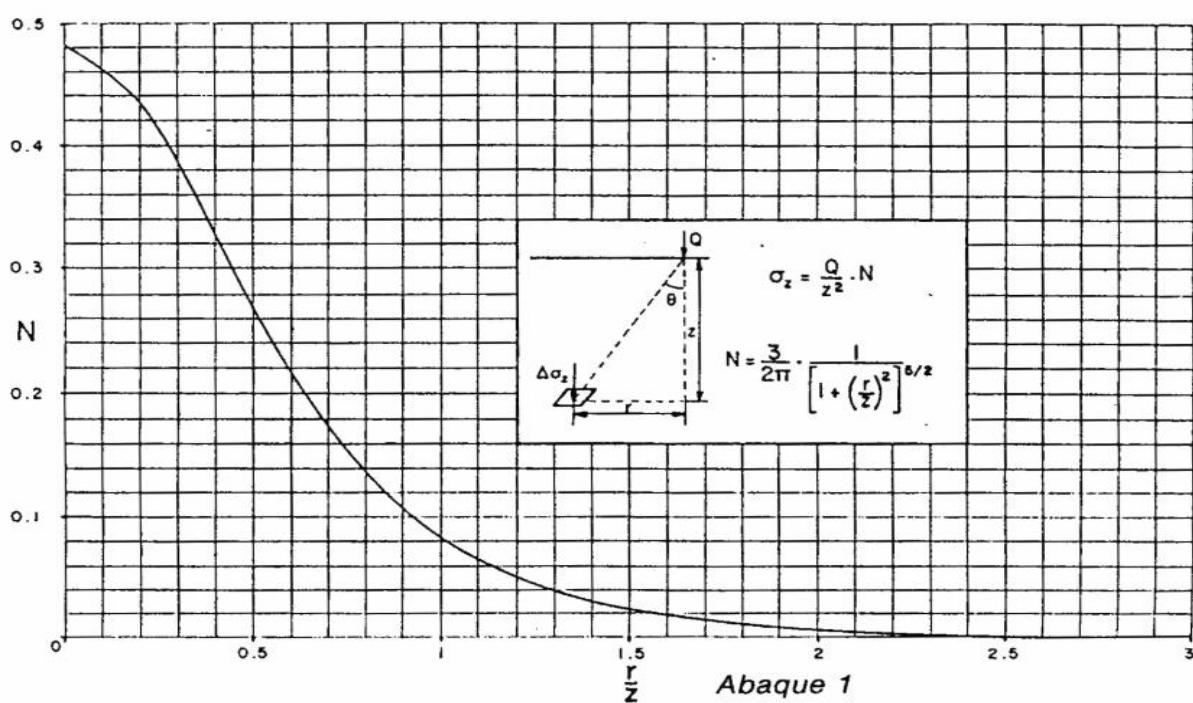
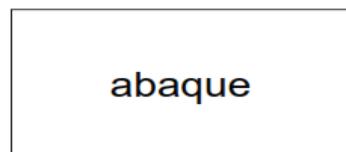
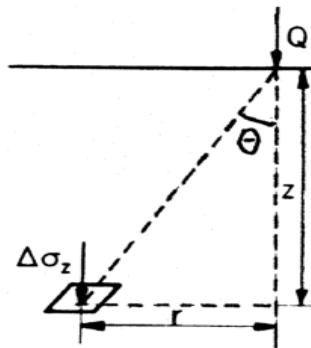
$$\Delta\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{1}{z^2} \cdot \cos^5 \theta$$

ou

$$\Delta\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^2 \cdot r}{(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

ou

$$\Delta\sigma_z = \frac{Q}{z^2} \cdot N \quad \text{avec } N = f(r/z)$$



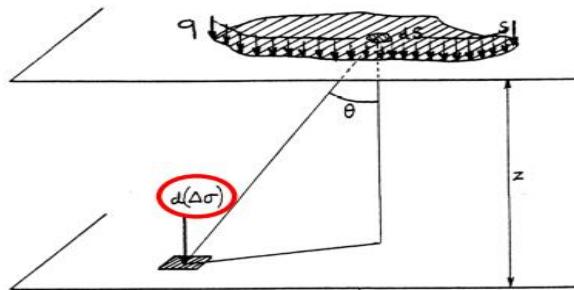
5 .2.3 Charge repartie :q

5.2.3.1 Principe de calcul

Principe de calcul

- Intégration de $d(\Delta\sigma_z)$

- formule de Boussinesq
- principe de superposition
- différentes distributions de charges
- milieux semi-infinis et non pesants



- Cas usuels de chargement (fondations, remblais...)

- formules pour les cas simples
- abaques

- Principe de calcul

$$\Delta\sigma_z = I \cdot q$$

$\Delta\sigma_z$ contrainte sur une facette horizontale

q charge verticale uniformément répartie

I coefficient d'influence (<1), qui dépend de

- z
- écartement par rapport à la zone chargée
- forme et dimension de la surcharge

Charge uniforme circulaire

I , contrainte en pourcentage de pression de contact

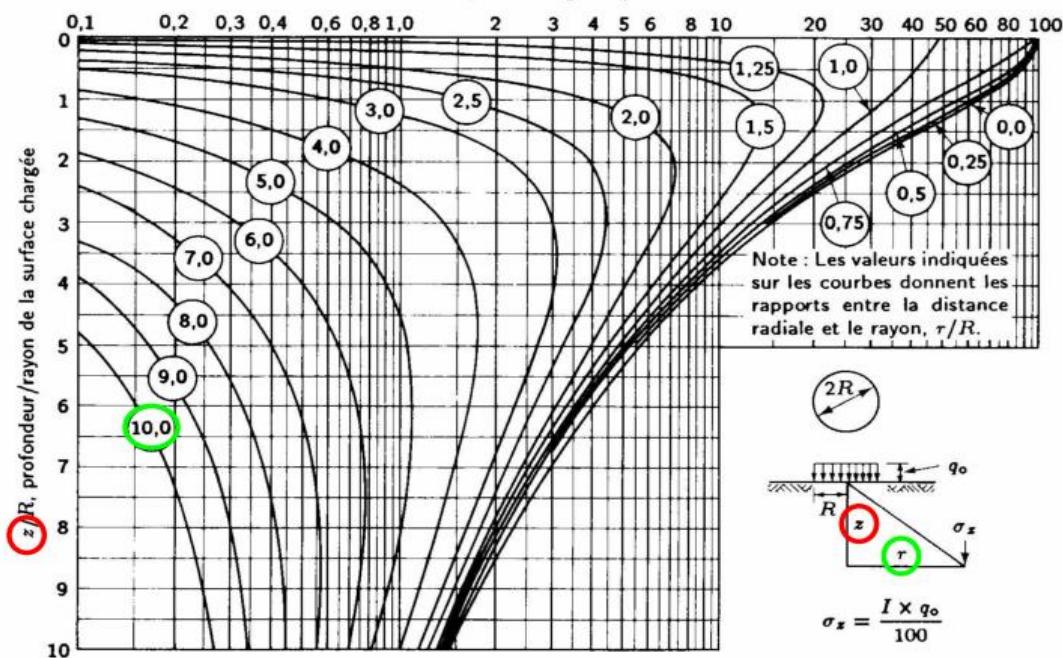


Figure 8.22 Valeur des coefficients d'influence exprimés en pourcentage de la pression de contact q_0 pour une contrainte verticale sous une surface circulaire uniformément chargée. (D'après Foster et Ahlvin, 1954, cités par la U.S. Navy, 1971.)

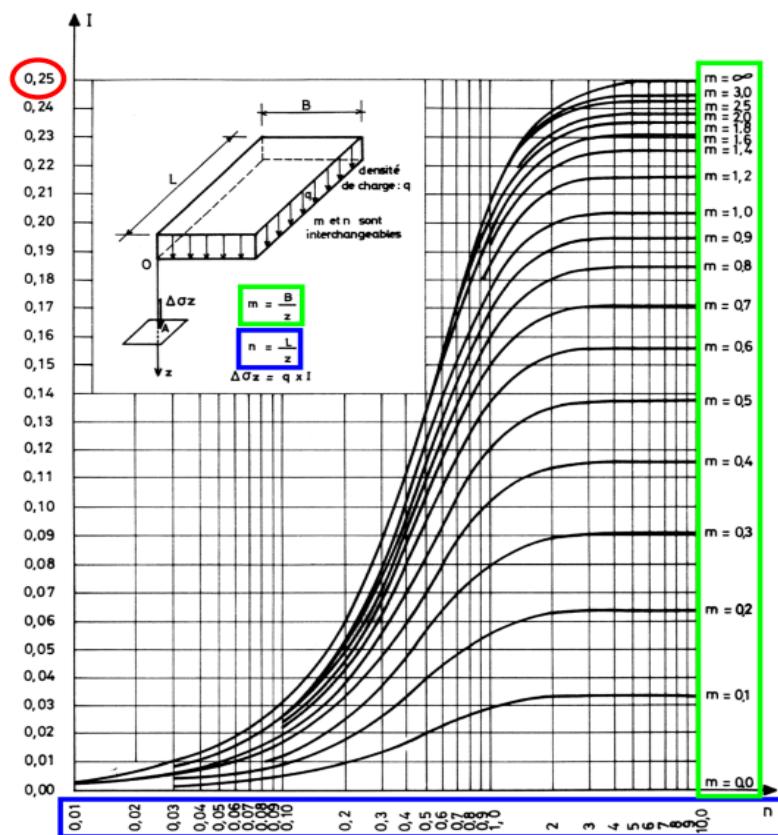
- Charge uniforme rectangulaire

Abaque de Steinbrenner

- calcul sous un angle de l'aire chargée

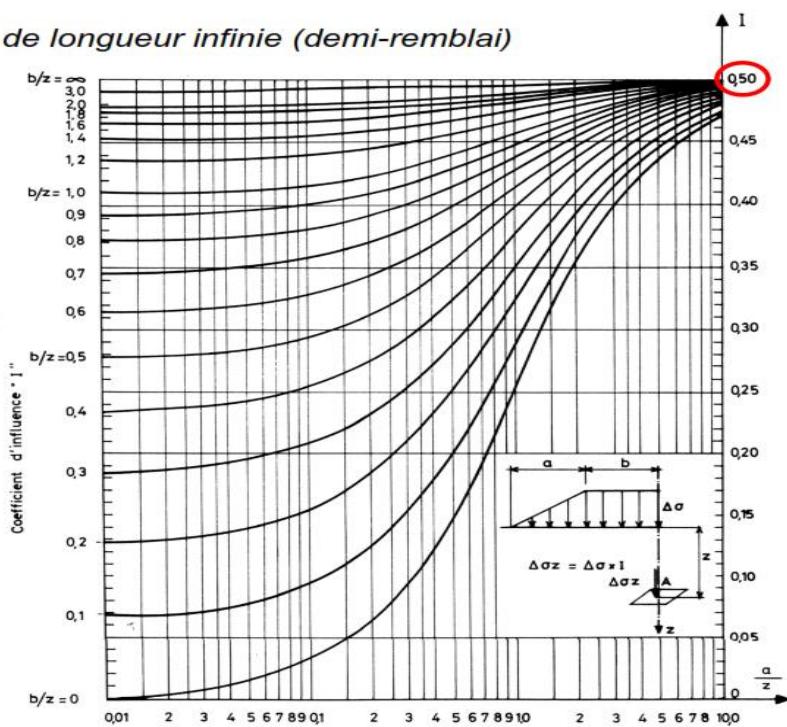
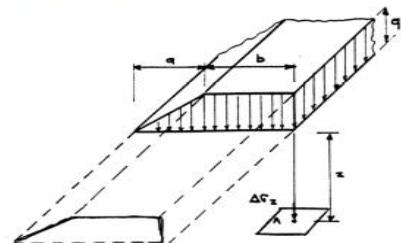
- I en fonction de L/z et B/z

- L et B interchangeables



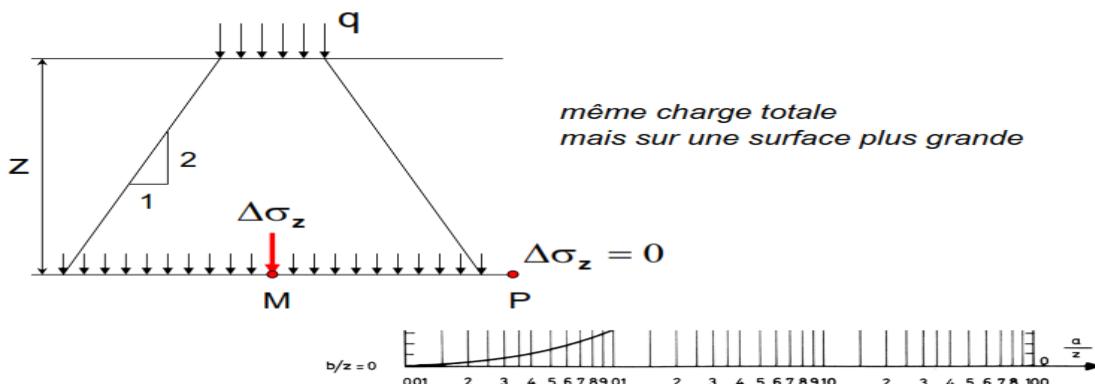
Charge trapézoïdale de longueur infinie (demi-remblai)

Abaque d'Österberg



5.2.3.1 Distribution Simplifiée

- méthode la plus simple
- valeur approximative des contraintes
 - diffusion uniforme des contraintes avec la profondeur
 - limitée par des droites faisant une pente 2:1 (vertical:horizontal)

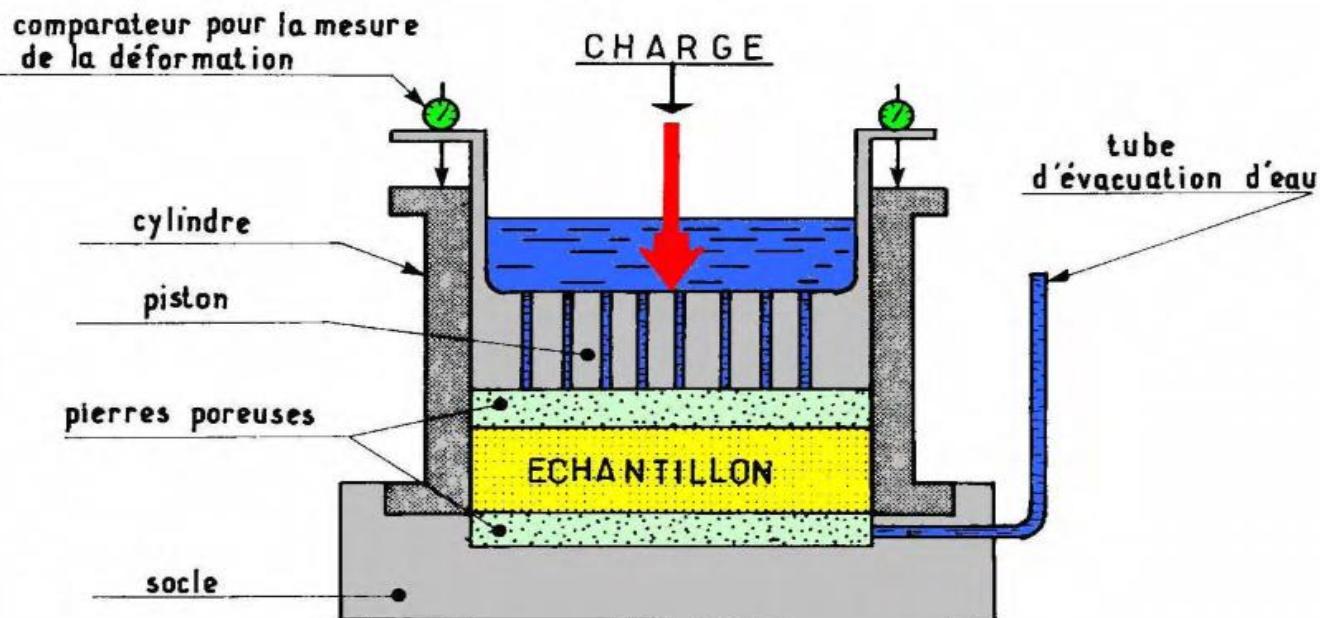


6 ESSAIS DE LABORATOIRE

6.1 Compressibilité des sols

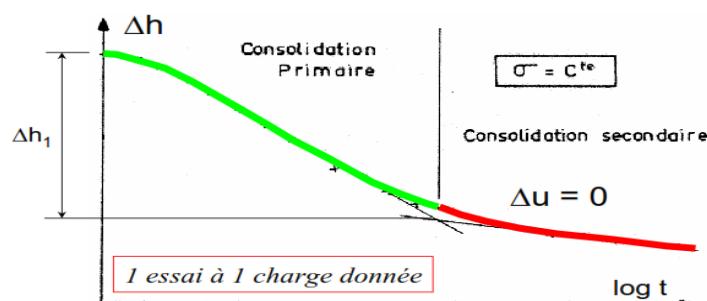
6.1.1 Oedomètre

Description de l'appareillage



Procédure d'essai

- application d'une contrainte verticale uniforme sur l'échantillon
- mesure du tassement correspondant au cours du temps



Temps	Pression interstitielle	Contrainte effective	Contrainte totale	Tassement
$t = 0$	$u = \sigma$	$\sigma' = 0$	σ	0
fin de l'essai 1	$u = 0$	$\sigma' = \sigma$	σ	Δh_1

L'essai œdométrique fournit deux types de courbes

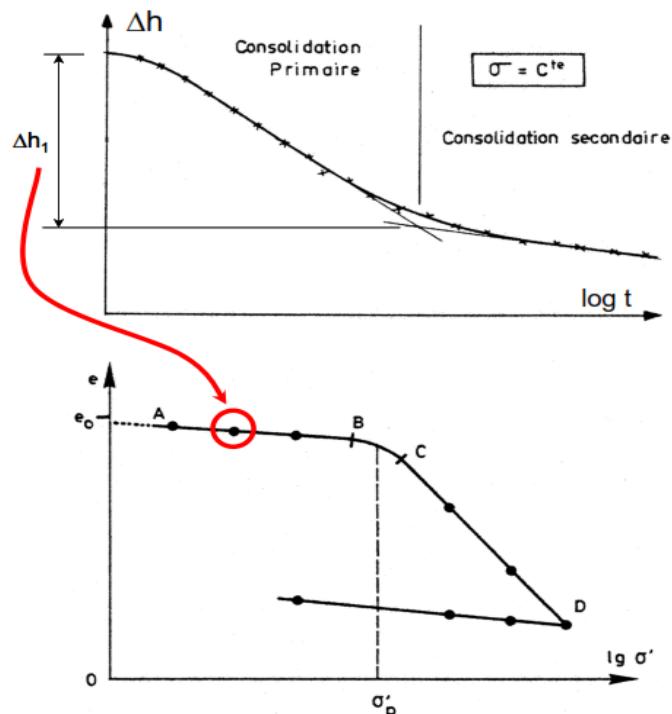
- courbe de consolidation

tassement de l'échantillon en fonction du temps pour une contrainte constante

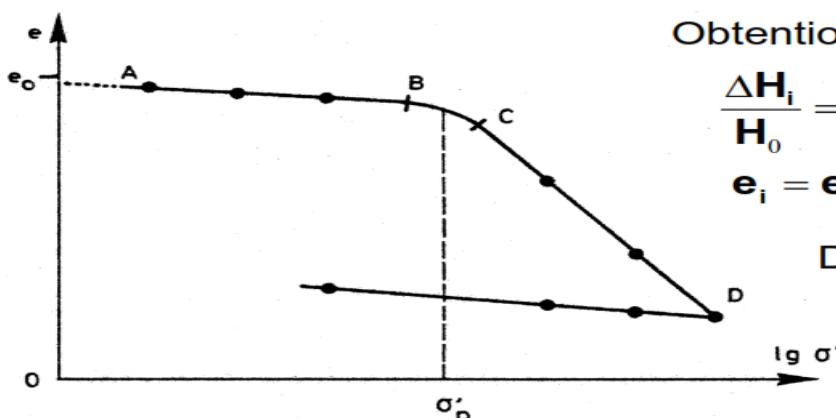
essai répété pour plusieurs contraintes croissantes sur le même échantillon

- courbe de compressibilité

tassement en fonction de la contrainte appliquée



Courbe de compressibilité



Obtention de la courbe

$$\frac{\Delta H_i}{H_0} = \frac{\Delta e_i}{1 + e_0}$$

$$e_i = e_0 - \Delta e_i$$

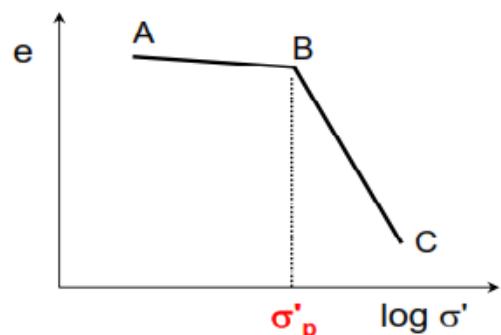
Description de la courbe

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta V_t}{V_t} = \frac{\Delta V_v}{V_v + V_s} = \frac{\Delta V_v / V_s}{V_v / V_s + V_s / V_s} = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

Caractéristiques de la compressibilité

- *Pression de préconsolidation*

Schématisation de la courbe de compressibilité



- Pression de préconsolidation σ'_p

- entre A et B

- *faible tassement*
- *contraintes auxquelles le sol a déjà été soumis*
- *à un moment ou à un autre de son histoire géologique, le sol a été soumis à une pression $\leq \sigma'_p$*
(exemple : poids des terres)

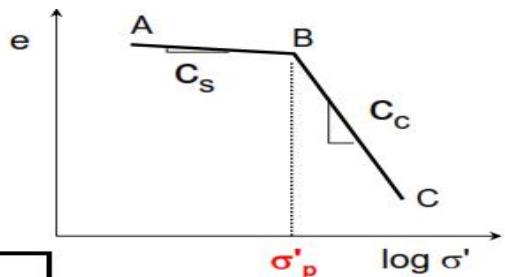
- entre B et C

- *forte compressibilité*
le sol ne peut pas supporter plus que σ'_p sans se déformer de façon importante
- *le sol est soumis à des contraintes supérieures à toutes celles qu'il a déjà connues*
- *courbe vierge de compressibilité*

les sols sont donc des matériaux à mémoire

Indice de compression (c_c)
pente de la courbe vierge de compressibilité

$$c_c = -\frac{\Delta e}{\Delta(\log \sigma')}$$



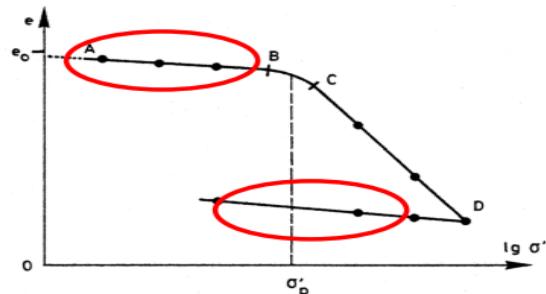
Sables	$0,01 < c_c < 0,1$
Kaolinites	$0,1 < c_c < 0,25$
Illites	$0,25 < c_c < 0,8$
Montmorillonites	$0,8 < c_c < 2,5$

incompressible	$c_c < 0,02$	} Sables
très peu compressible	$0,02 < c_c < 0,05$	
peu compressible	$0,05 < c_c < 0,10$	
moyennement compressible	$0,10 < c_c < 0,20$	
assez fortement compressible	$0,20 < c_c < 0,30$	
très compressible	$0,30 < c_c < 0,50$	} Illites
extrêmement compressible	$0,50 < c_c$	} Montmorillonites

relation empirique $c_c = 0.009 \cdot (w_L - 10)$

3.5.3 Indice de gonflement (C_s)

pente d'un cycle de déchargeage-rechargement



3.5.4 Module œdométrique

relie les déformations aux contraintes

$$\Delta \sigma' = -E_{oed} \cdot \frac{\Delta H}{H}$$

$$E_{oed} = \frac{\Delta \sigma'}{\Delta H} = \frac{\Delta \sigma' (1 + e_0)}{\Delta e} = \frac{1 + e}{c_c} \cdot \frac{\Delta \sigma'}{\log \left(1 + \frac{\Delta \sigma'}{\sigma'} \right)}$$

- - non constant
- dépend de l'état de contrainte initiale considérée σ'
et de l'intervalle de contrainte $\Delta \sigma'$

Classification des sols selon la compressibilité

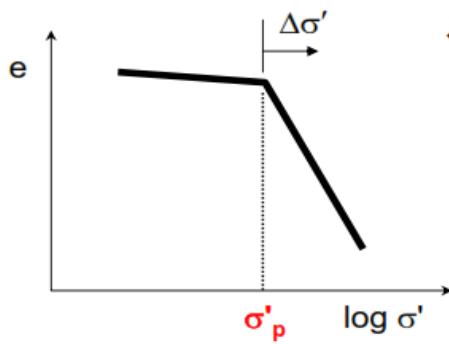
Prélèvement d'un échantillon de sol à une profondeur donnée

- contrainte effective à laquelle était soumis le sol : σ'_{v0}

- essai oedométrique : σ'_p

- *Sol normalement consolidé*

Si $\sigma'_{v0} \approx \sigma'_p \rightarrow$ le sol est normalement consolidé (NC)



- ❖ application d'une surcharge au sol
→ tassement suivant courbe vierge
- ❖ dans le passé
→ ce sol a tassé uniquement sous son propre poids

Bilan - Intérêt de la classification

- fondations sur sol surconsolidé

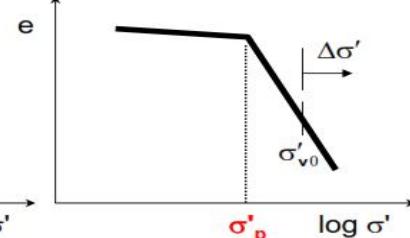
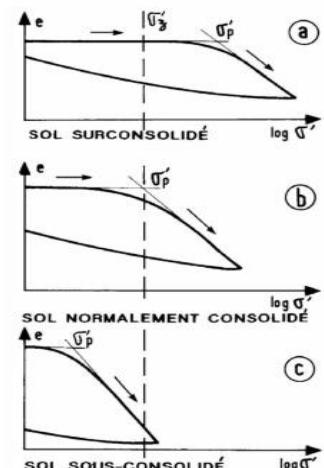
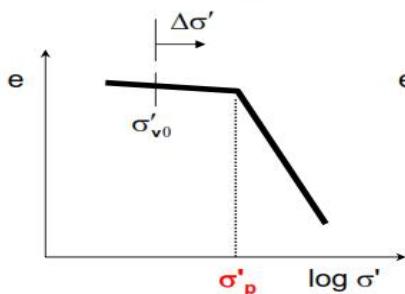
$\sigma'_{v0} + \Delta\sigma' < \sigma'_p \rightarrow$ faibles tassements, voire négligeables

- fondations sur sol normalement consolidé

\rightarrow toute surcharge entraîne un tassement, dépendant de c_c

- sol sous-consolidé

\rightarrow inconstructibles sans traitement particulier
déformations même sans surcharge



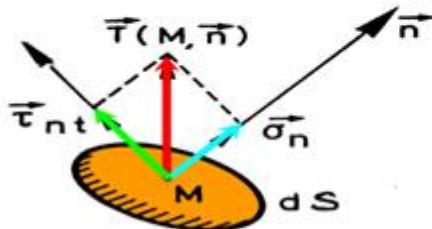
6.2 DISTRIBUTION ONTRAINTEES AUTOUR D'UN POINT

Tenseur des contraintes

- Vecteur contrainte $\vec{T}(M, \vec{n})$ en M sur une facette dS

Décomposition en :

- contrainte normale suivant la normale \vec{n} $\longrightarrow \sigma_n$
- contrainte tangentielle suivant le plan de la facette $\rightarrow \tau_{nt}$



Convention de signe :

- normale rentrante
- contrainte de compression positive
- angles positifs dans le sens trigonométrique

• Tenseur des contraintes

- ensemble des contraintes en un point M
- obtenues en donnant à la facette toutes les orientations possibles

$$(\Sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

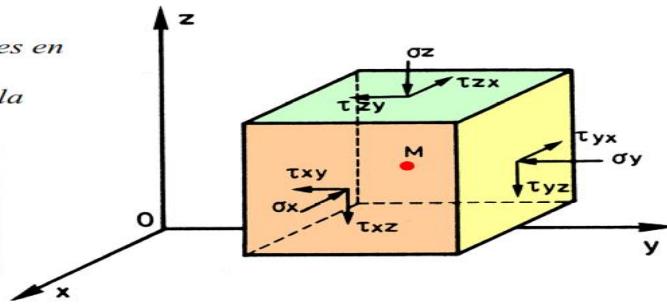
tenseur symétrique ↗

• Contraintes tangentielles

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz}$$



• Contraintes principales

Trois plans privilégiés pour lesquels $\tau = 0$

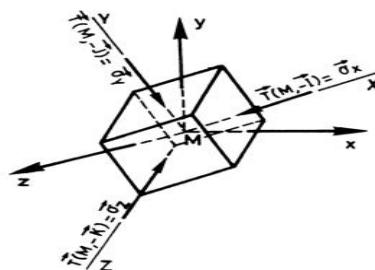
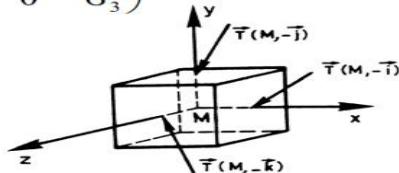
- plans principaux

- directions principales

- contraintes principales majeure, intermédiaire, mineure

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

$$(\Sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

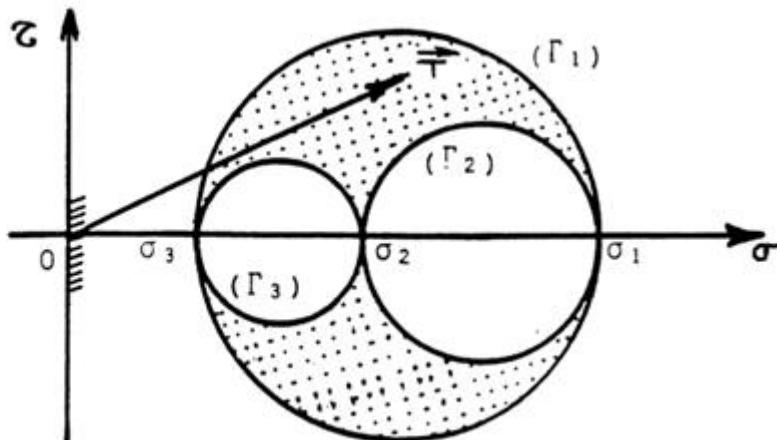


Représentation plane – cercle de Mohr

- pour l'étude de l'état de contrainte autour d'un point
- représentation des contraintes dans un système d'axes (τ, σ)
 - axe des abscisses confondu avec la normale à la facette $\vec{O\sigma}$
 - axe des ordonnées confondu avec la composante tangentielle \vec{Ot}

rotation de $+\frac{\pi}{2}$ par rapport à $\vec{O\sigma}$

- Lorsque la facette tourne autour de M, le point figuratif des contraintes décrit un cercle appelé cercle de Mohr
- En 3D, apparition de 3 cercles délimités par σ_1, σ_2 et σ_3



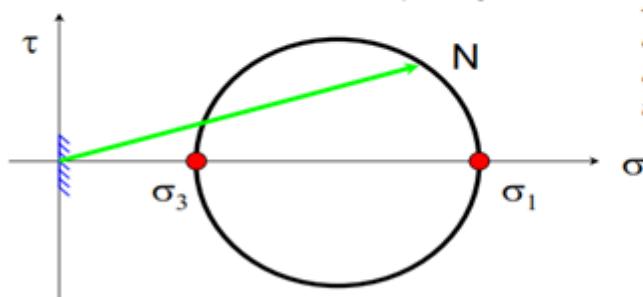
Problèmes à deux dimensions

- En MdS, la majorité des cas sont des problèmes en 2D
 - symétrie de révolution : fondation circulaire, pieux
 - géométrie constante dans une direction : talus, remblai, semelle filante, mur
- Réduction de la représentation graphique de Mohr à 1 seul cercle

plan perpendiculaire à σ_2

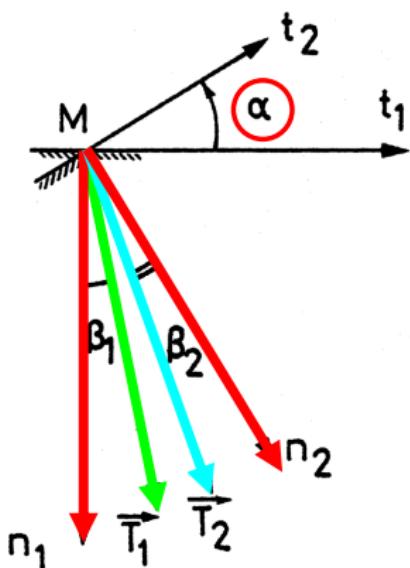
- Le plan étudié contient σ_1 et σ_3

Pour un état de contrainte donné, lorsque la facette tourne autour de M, les contraintes sont représentées par un point N sur le cercle de Mohr

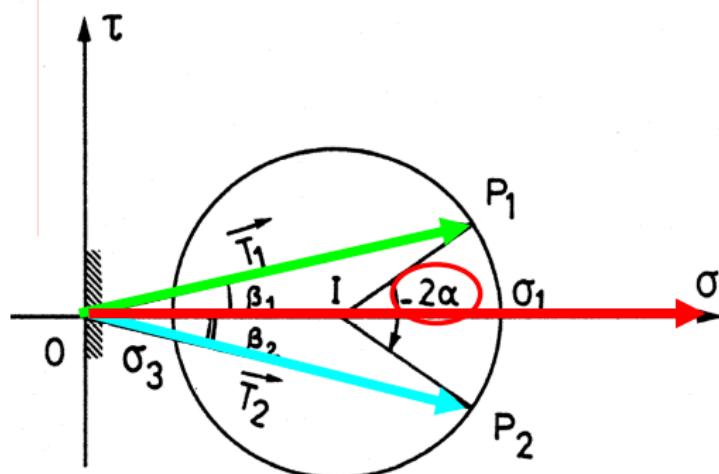


- Propriété importante des cercles de Mohr

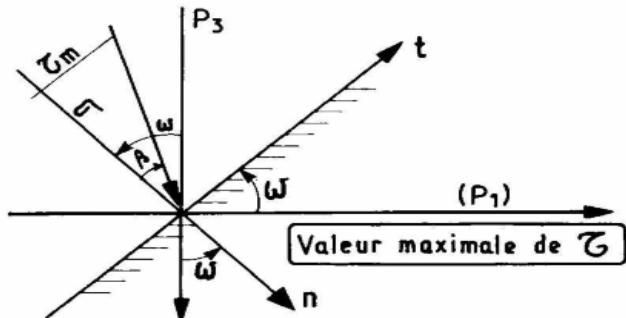
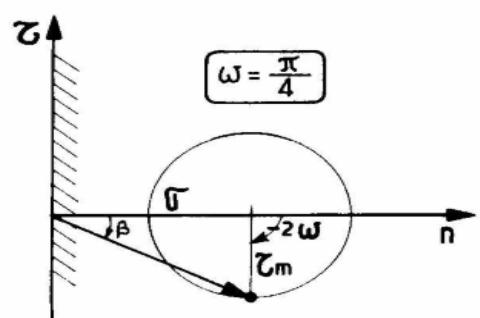
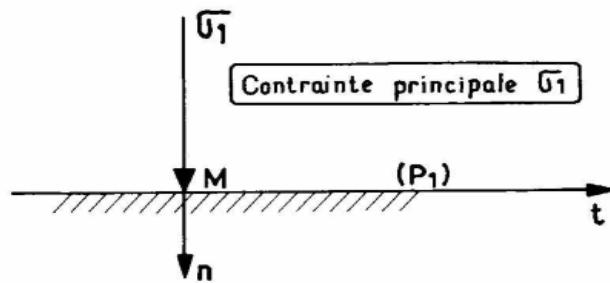
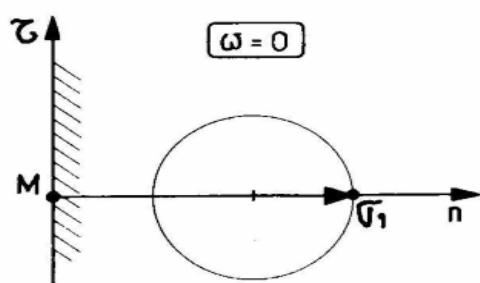
Lorsqu'une facette tourne autour du point M, le point N représentatif des contraintes sur le cercle de Mohr tourne en sens inverse à une vitesse angulaire double



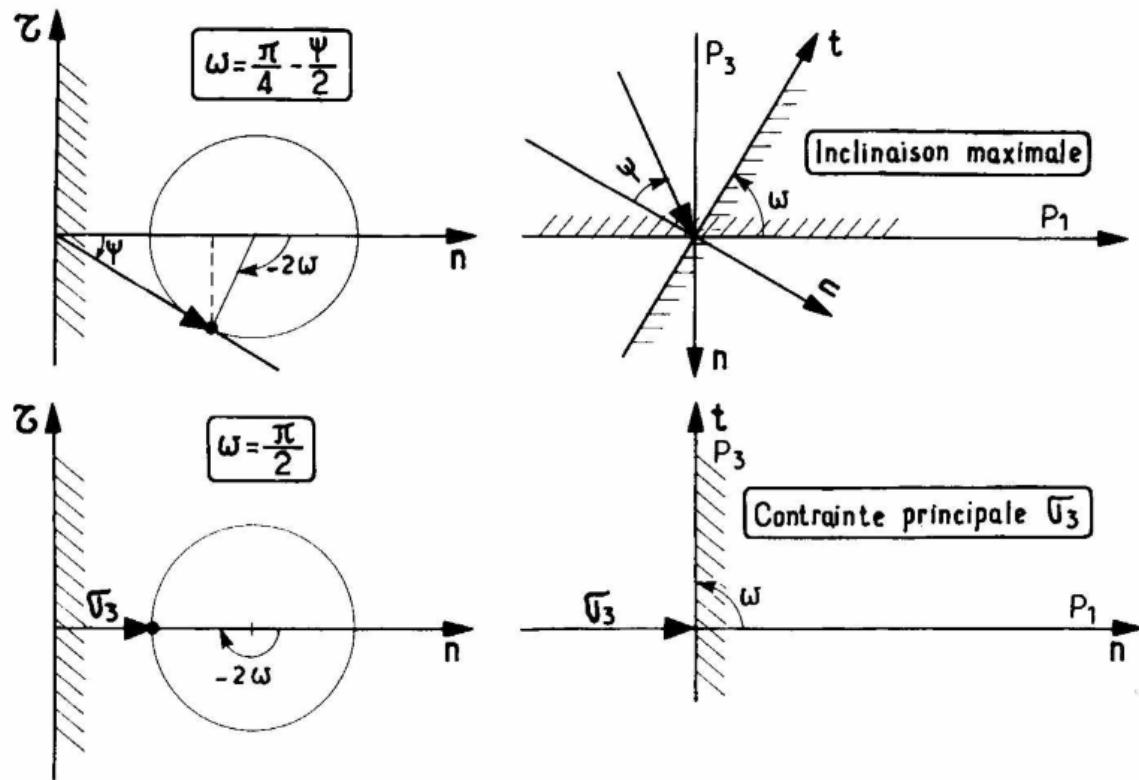
- vecteur $T_1 \rightarrow$ angle β_1 par rapport à n_1
- plan physique : rotation de la facette de $+ \alpha$
 \rightarrow rotation de -2α dans le plan de Mohr
- vecteur $T_2 \rightarrow$ angle $-\beta_2$ par rapport à n_2



- Exemples de différents états de contraintes caractéristiques



- Exemples de différents états de contraintes caractéristiques (suite)



- Composantes normale et tangentielle d'une contrainte sur une facette donnée

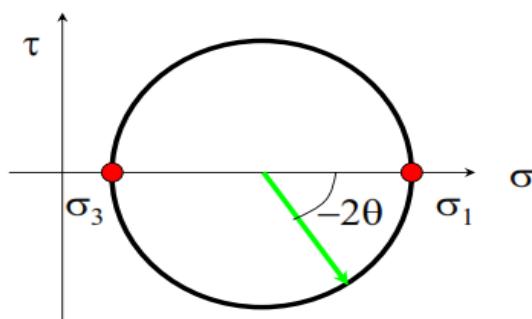
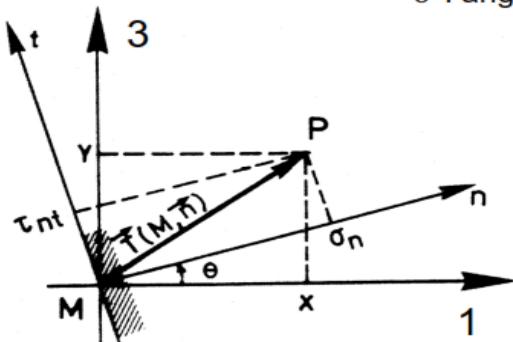
A- cas le plus simple : repère principal connu

exemple : les sols

$$\sigma_v = \sigma_1 \\ \sigma_h = \sigma_3 \rightarrow \boxed{\sigma_1}$$

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos(-2\theta) \\ \tau_{nt} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(-2\theta)$$

θ : angle entre la normale et la direction principale 1

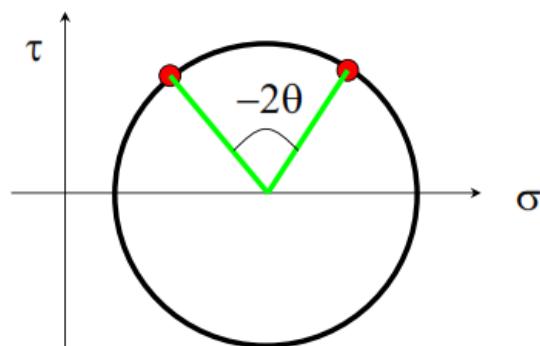
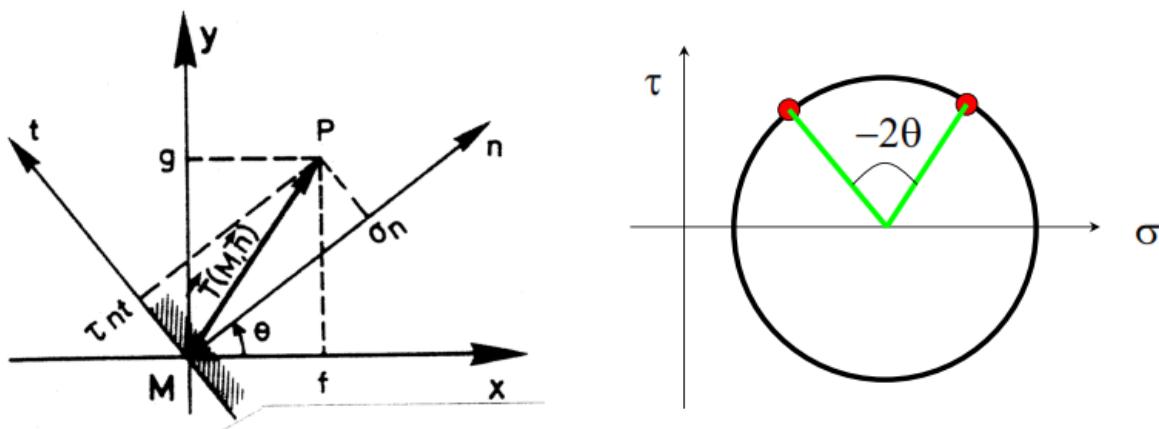


B- cas général : repère quelconque

Contrainte normale et tangentielle sur une facette dont la normale fait un angle θ par rapport à x

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\tau_{nt} = (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$



- Détermination des contraintes et directions principales

Méthode 1 $\tau_{nt} = 0$ *on trouve donc les directions principales*

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$



$$\tan 2\theta = \frac{a}{b} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = \tau_{xy} \\ b = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \end{cases}$$

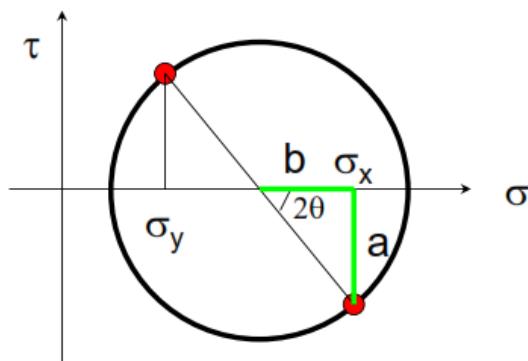
$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta_1 + \sigma_y \sin^2 \theta_1 + 2\tau_{xy} \sin \theta_1 \cos \theta_1$$

$$\sigma_3 = \sigma_x \cos^2 \theta_3 + \sigma_y \sin^2 \theta_3 + 2\tau_{xy} \sin \theta_3 \cos \theta_3$$

ou

$$\sigma_1 = \text{centre} + \text{rayon}$$

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad \frac{a}{\sin 2\theta}$$



Méthode 2 *diagonaliser la matrice*

$$(\Sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix}$$

- valeurs propres → *contraintes principales*

$$\det |(\Sigma) - \lambda(I)| = 0$$

- vecteurs propres → *directions principales*

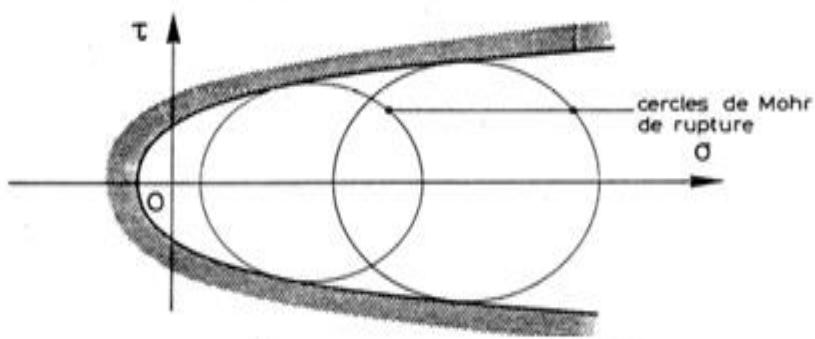
$$\vec{T}(\mathbf{M}, \vec{n}) = (\Sigma) \vec{n} = \sigma_n \vec{n}$$

6.2 CERCLE DE MOHR - COULOMB ET conséquences

6.2.1 NOTION DE COURBE INTRINSEQUE

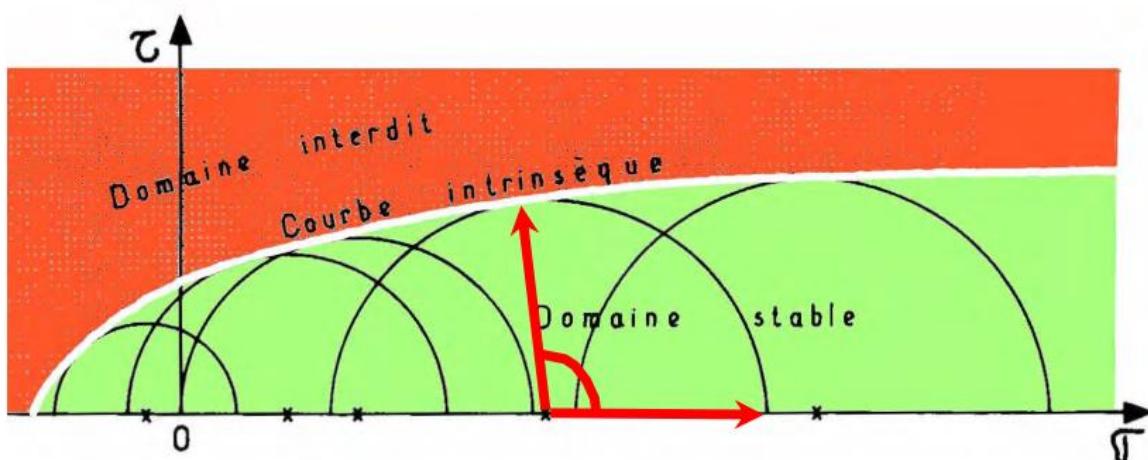
- À partir du cercle de Mohr, on peut exprimer les contraintes dans un sol sur n'importe quelle facette
 - Une utilisation possible →
 - étude de la stabilité et de la résistance d'un sol
 - courbe intrinsèque : limite d'écoulement des sols
- ↓
- séparation de la zone des états de contraintes possibles
de la zone impossible à développer dans le sol

→ pcq l'écoulement ou la rupture se produit avant



Courbe intrinsèque

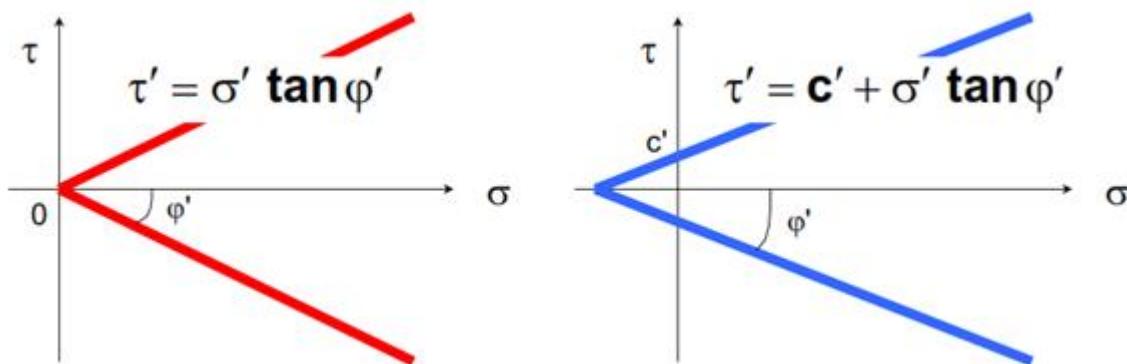
- Détermination expérimentale
 - Cercle tangent à la courbe intrinsèque
- écoulement par glissement suivant la direction qui correspond au point de contact entre le cercle et la courbe



6.2.2 Critère de Coulomb

Expérimentalement, il a été montré que la courbe intrinsèque d'un sol :

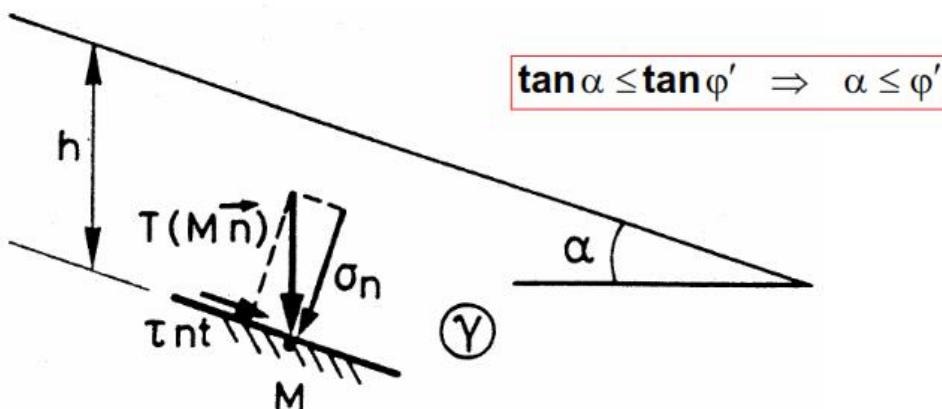
- deux demi-droites symétriques par rapport à $\vec{O\sigma}$
 - *droites de Coulomb*
 - angle de frottement interne (φ)*
- sols pulvérulents : les droites passent par l'origine
- sols cohérents : existence d'une résistance au cisaillement sous contrainte normale nulle → *cohésion (c)*



Angle de talus naturel

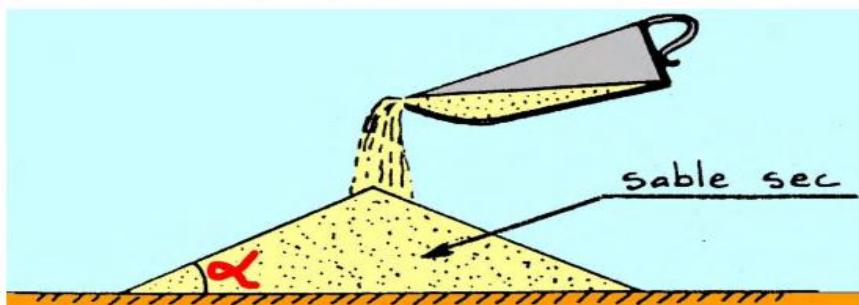
- talus de sable sec formant un angle α
- à la profondeur h , sur une facette parallèle au talus
- équilibre limite (limite de rupture ou de glissement) $\tau'_{nt} = \tau'_{max} = \sigma' \tan \varphi'$

$$\tau'_{nt} \leq \tau'_{max} \Rightarrow \gamma \cdot h \cdot \sin \alpha \cos \alpha \leq \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \alpha \tan \varphi'$$

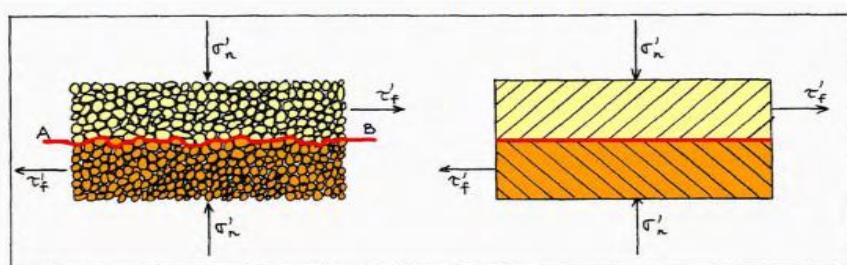


φ' est donc l'angle de talus naturel

→ pente limite que prend un tas de sable avec le temps

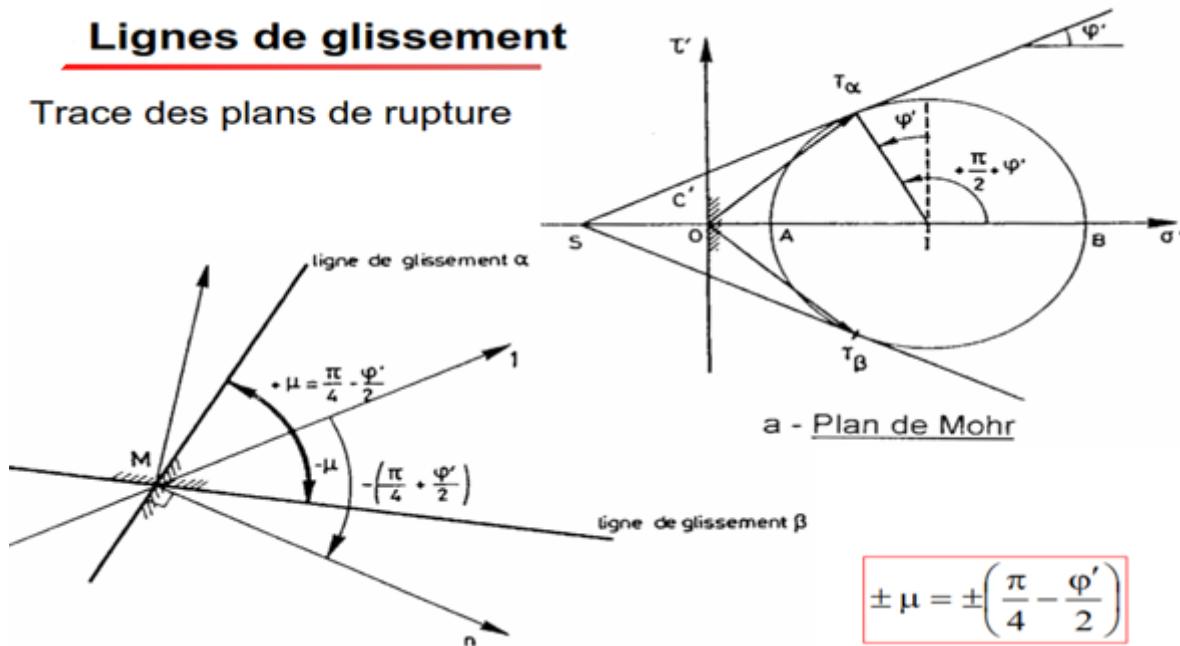


frottement interne assimilé au frottement entre deux solides



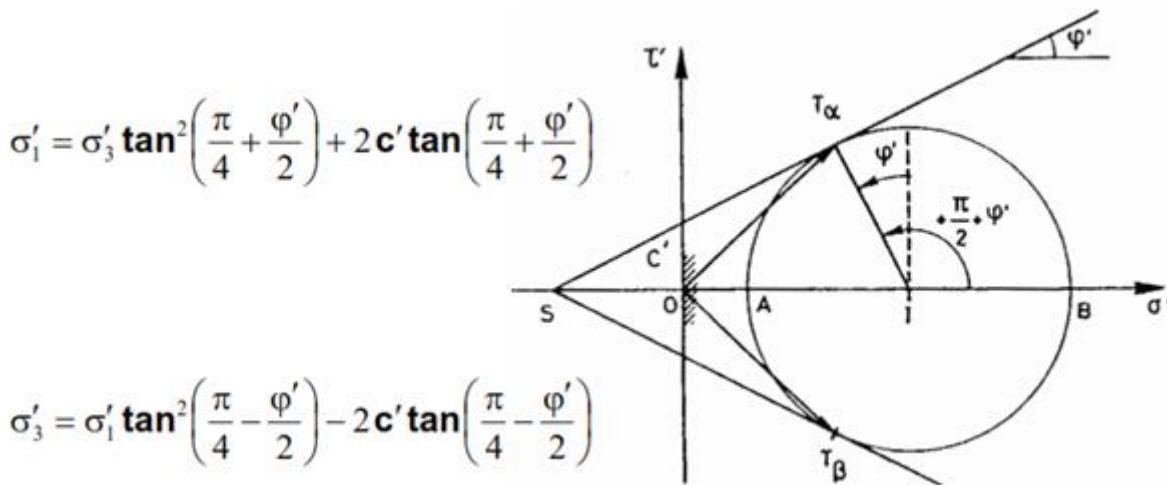
Lignes de glissement

Trace des plans de rupture



$$\pm \mu = \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$$

6.2.3 Relation entre contraintes principales au moment de la rupture



6.2.4 Théorème des états correspondants

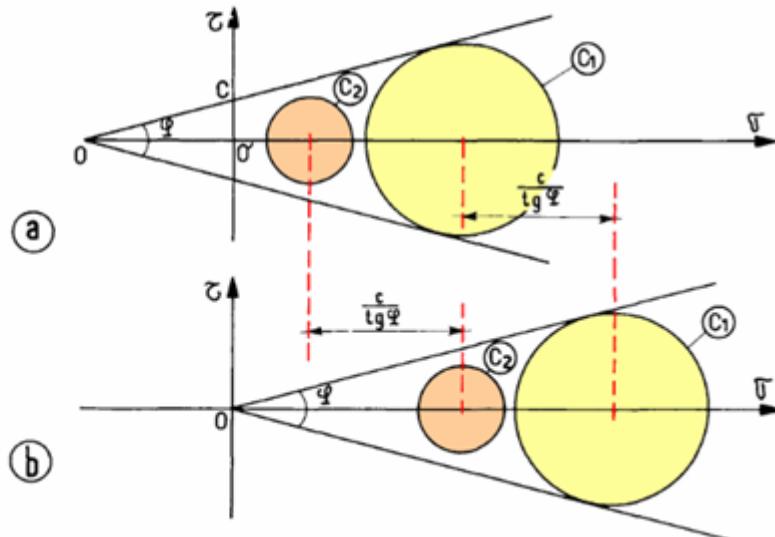
- a : courbe intrinsèque d'un sol cohérent ($c' \neq 0$ et $\phi \neq 0$) avec 2 cercles de Mohr
 C_1 en équilibre limite
 C_2 en équilibre surabondant (cercle pas en contact avec la C.I.)
- b : courbe intrinsèque d'un sol pulvérulent ($c'=0$ et $\phi \neq 0$) de même angle de frottement interne que le sol précédent

C_1 et C_2
↓
translation égale à

$$\overrightarrow{OO'} = \frac{c'}{\tan \phi'}$$



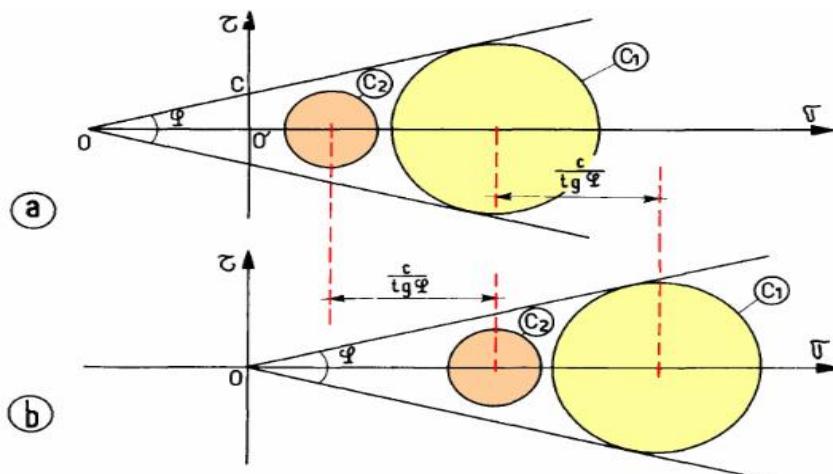
état du sol vis-à-vis de la rupture identique dans les deux cas



Théorème des états correspondants

- appliquer une translation $c'/\tan \phi'$ sur un cercle de Mohr quelconque revient à appliquer une **contrainte normale supplémentaire** d'intensité $c'/\tan \phi'$ sur chaque facette de chaque point

→ *un milieu cohérent peut être transformé en milieu pulvérulent de même angle de frottement interne, en appliquant autour du massif une pression hydrostatique d'intensité égale à $c'/\tan \phi'$*



6.3 Mesure au Laboratoire des caractéristiques de rupture

Remarques concernant les mesures des caractéristiques de rupture effectuées au laboratoire

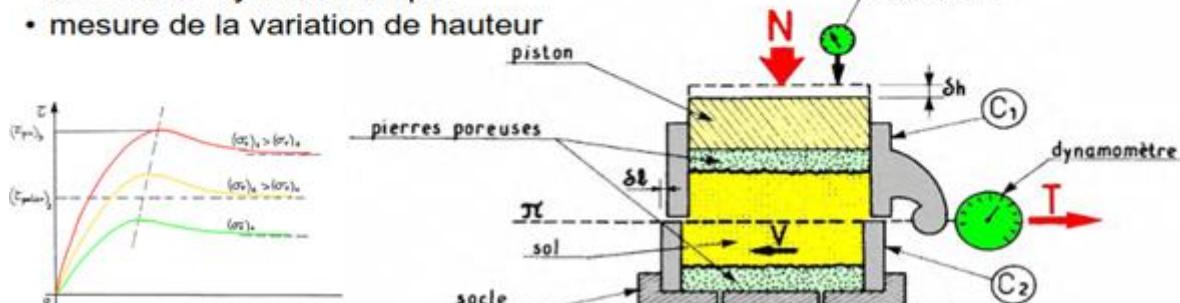
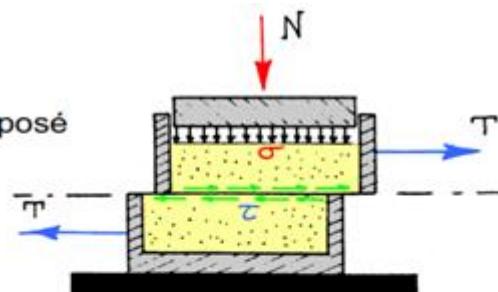
- Bonne maîtrise des paramètres
contraintes et pressions interstitielles
- Échantillons de petites dimensions plus ou moins remaniés
 - faible représentativité statistique
 - rapport des volumes < 1/100 000
- Échantillons de sol décomprimé
remise sous contraintes nécessaire
- Deux principaux types d'essais en laboratoire
 - essai de cisaillement direct (boîte de Casagrande)
 - essai triaxial

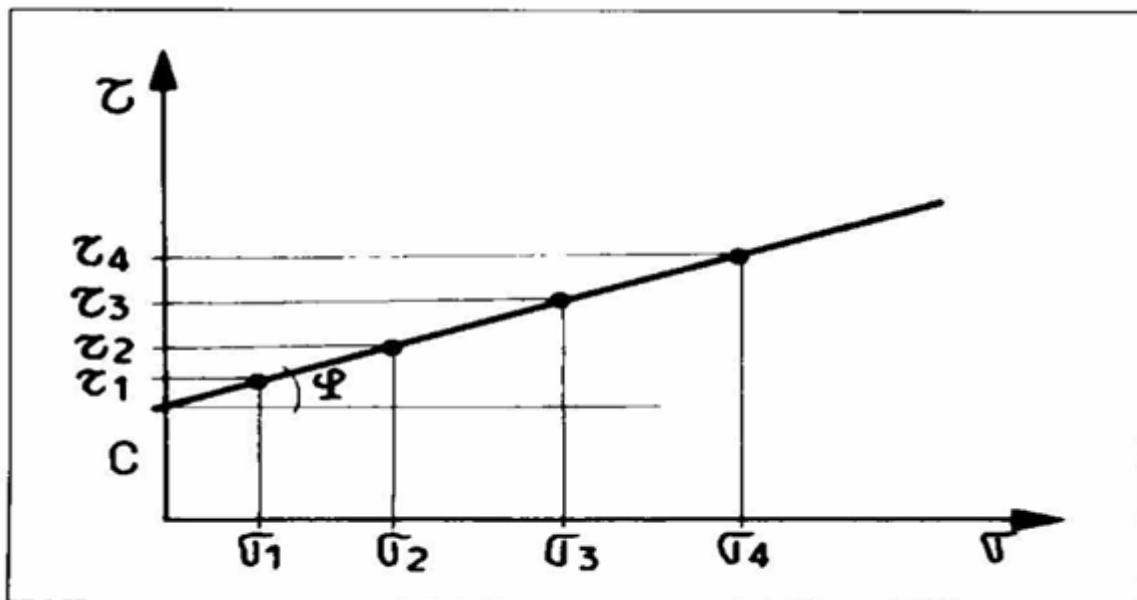
6.3.1 Appareil de Cisaillement direct

Essai simple et ancien

Procédure

- cisaillement direct rectiligne sur un plan imposé
- éprouvette de sol entre 2 demi-boîtes
- effort normal
- déplacement horizontal à vitesse constante d'une des boîtes
- force de cisaillement mesurée par un anneau dynamométrique
- mesure de la variation de hauteur



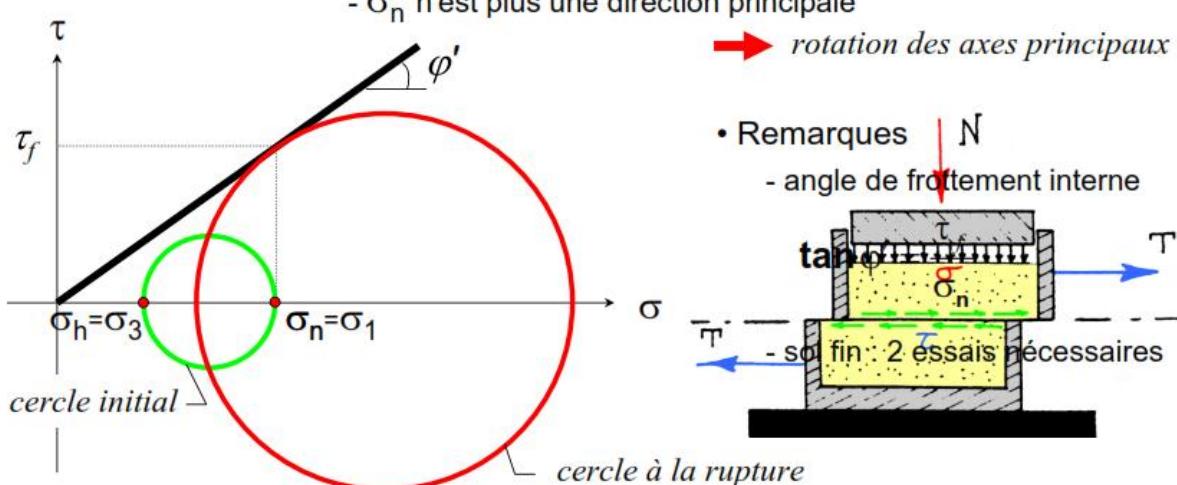


Détermination de φ et c

Rotation des plans principaux

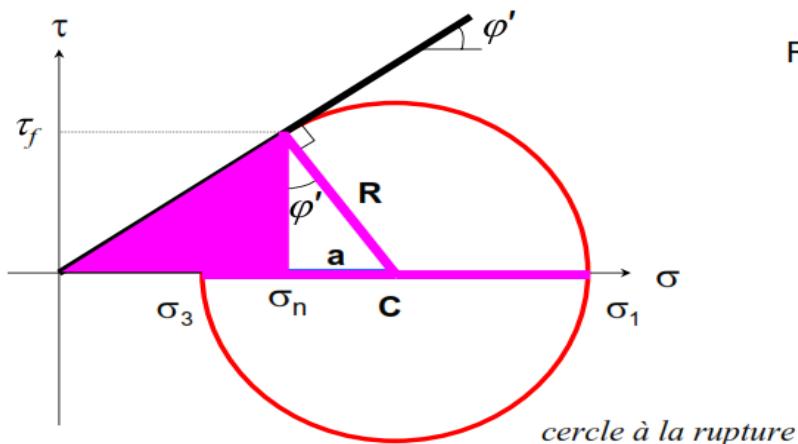
- Conditions initiales σ_n et σ_h → contraintes principales
 - └ pression latérale

- Pendant l'essai
 - σ_n constant
 - cisaillement provoqué en tirant sur une demi-boîte
- À la rupture
 - plan de rupture horizontal
 - σ_n n'est plus une direction principale



- Pour trouver les contraintes principales
contraintes appliquées sur un sol horizontal par l'intermédiaire d'une charge

$$\tan \varphi' = \frac{\tau_f}{\sigma_n} = \frac{\mathbf{a}}{\tau_f} \longrightarrow \mathbf{a} = \tau_f \tan \varphi'$$



Centre du cercle

$$\mathbf{C} = \sigma_n + \mathbf{a}$$

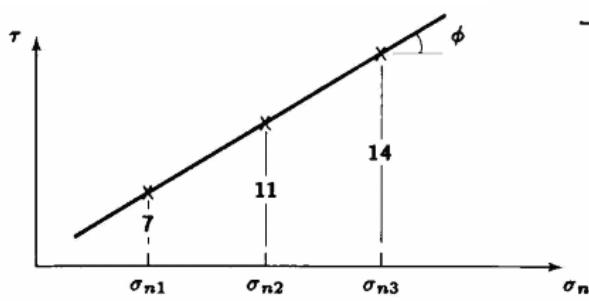
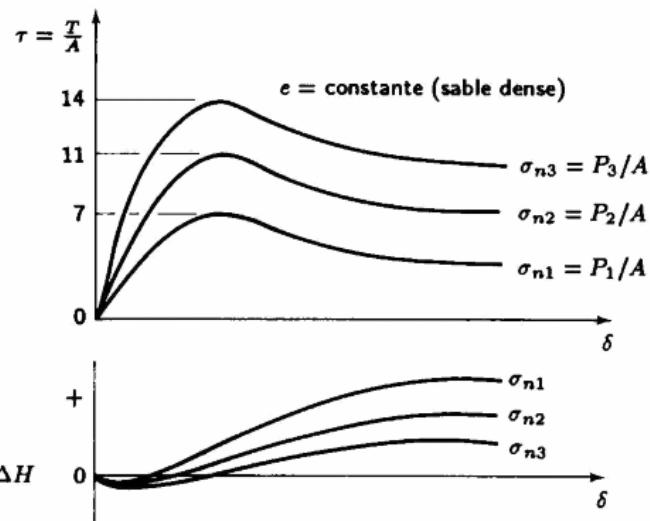
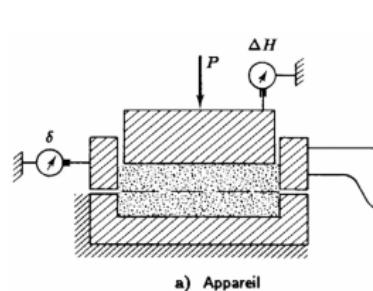
Rayon du cercle

$$\cos \varphi' = \frac{\tau_f}{\mathbf{R}}$$

d'où

$$\sigma_1 = \mathbf{C} + \mathbf{R}$$

$$\sigma_3 = \mathbf{C} - \mathbf{R}$$

cercle à la rupture

c) Diagramme de Mohr

Avantages et inconvénients de l'essai de cisaillement direct

Avantages

- simple
- rapide
- économique

Inconvénients

- pas de maîtrise des conditions de drainage

sols pulvérulents

- drainage rapide
- contraintes appliquées → contraintes effectives

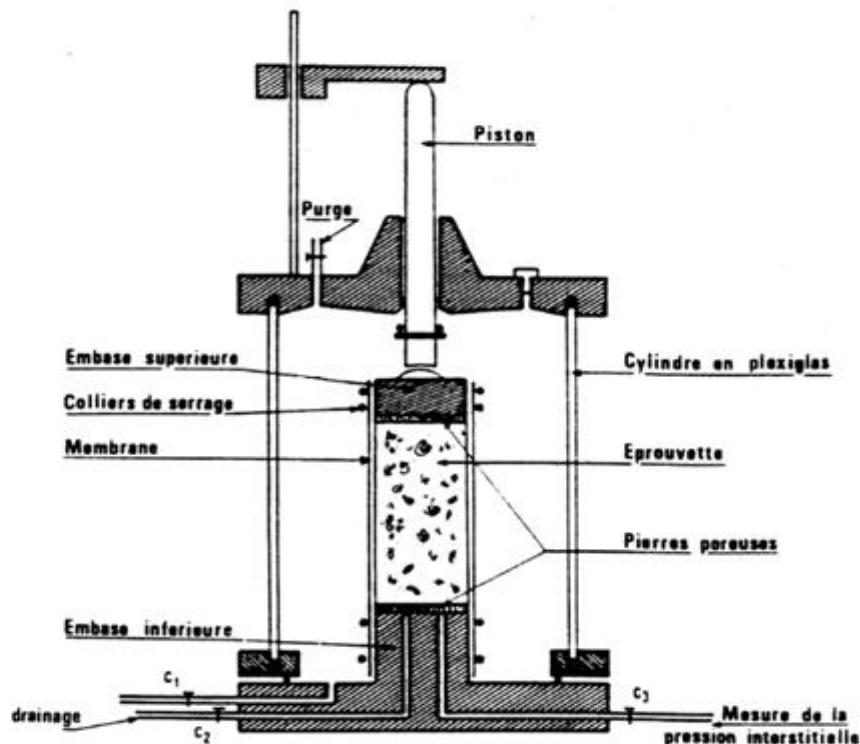
sols fins

- cisaillement rapide → contraintes totales et comportement à court terme
- cisaillement lent ($\mu\text{m}/\text{min}$) → contraintes effectives et comportement à long terme

- concentration de contraintes aux extrémités de la boîte
- rotation des plans principaux

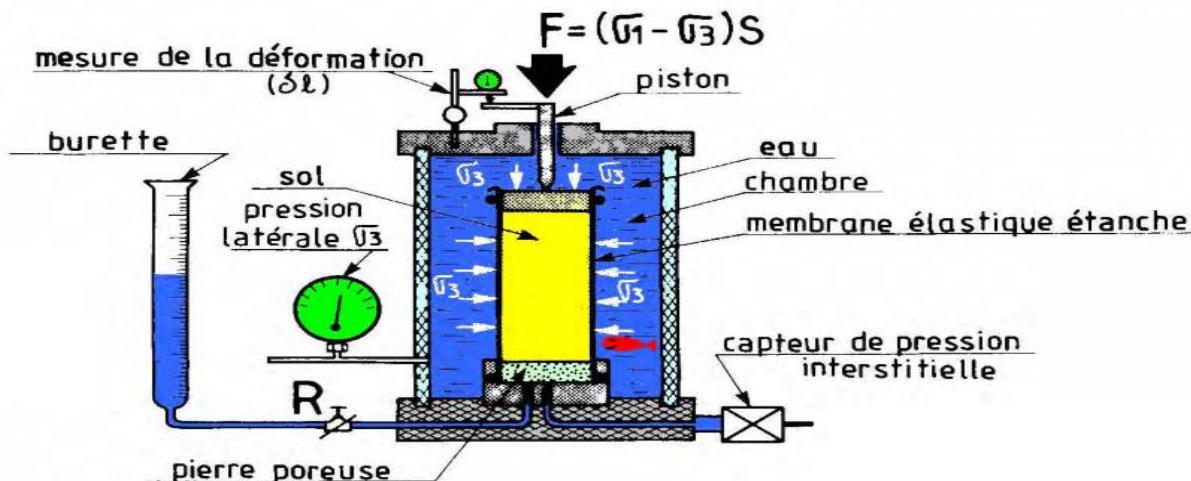
6.3.2 Appareil Triaxial

Description



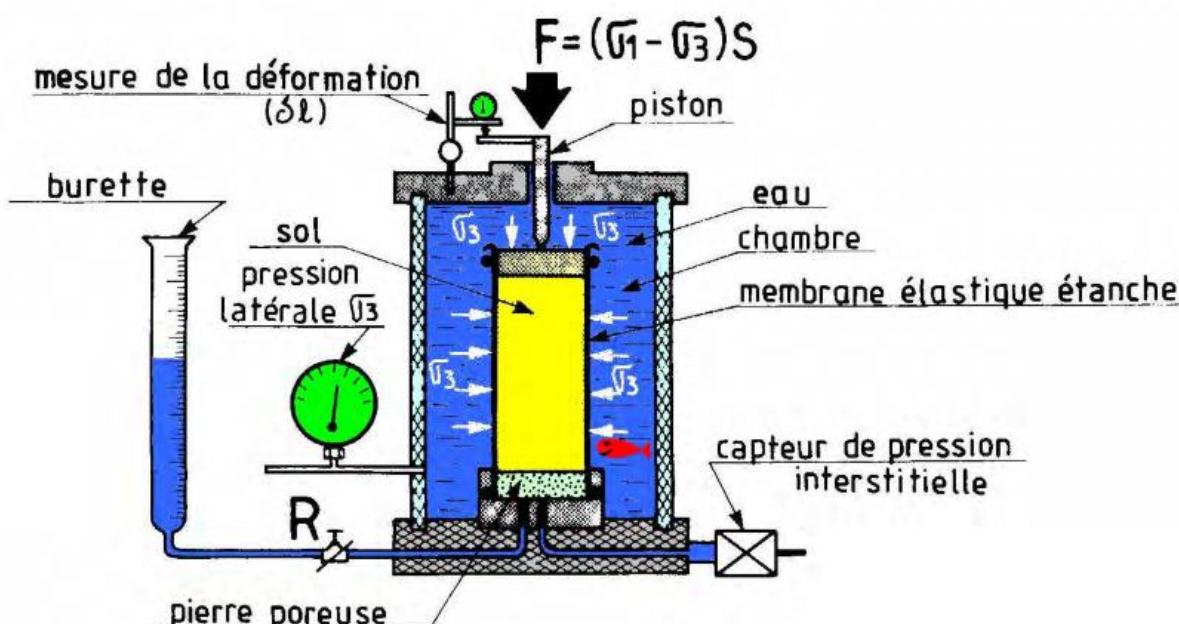
Éprouvette

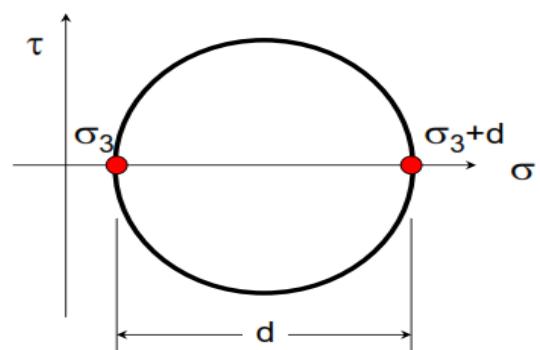
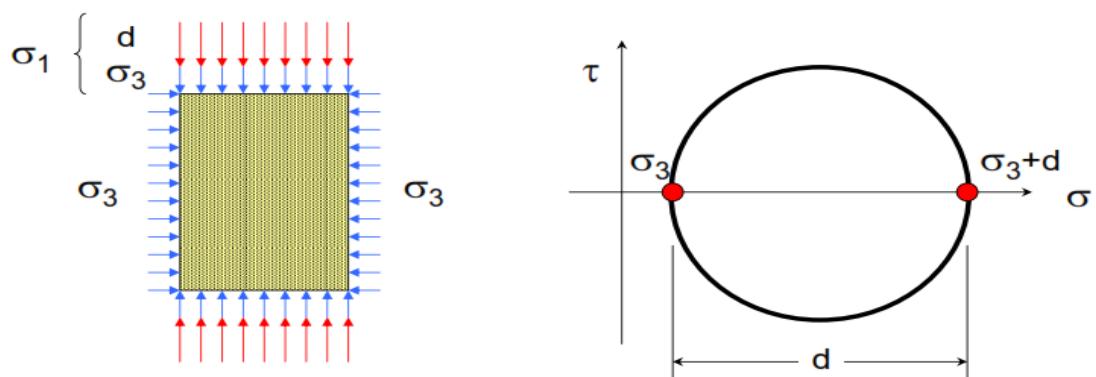
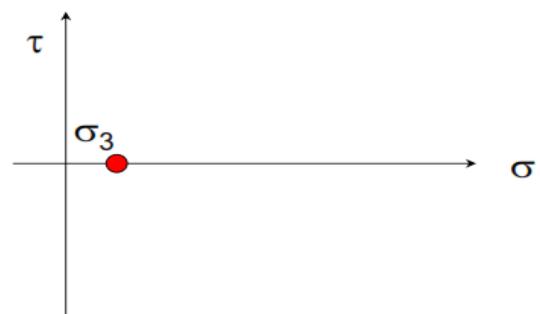
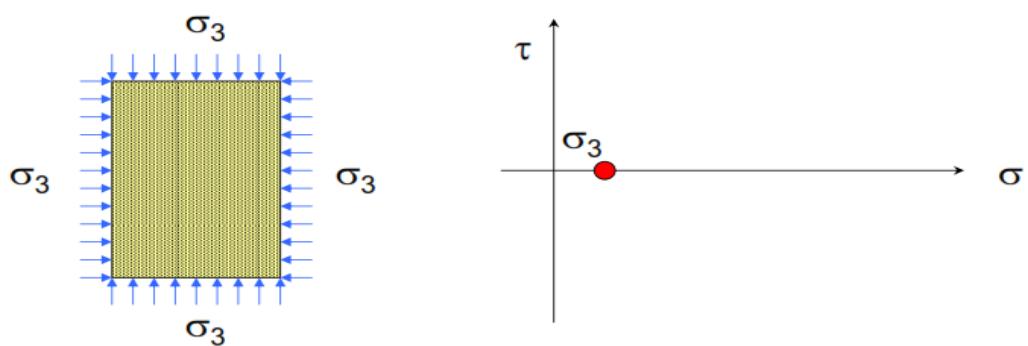
- éprouvette cylindrique de sol dans une gaine élastique étanche et déformable
- pierre poreuse
- communication avec burette graduée et capteur de pression interstitielle
- robinet R : assurer ou non le drainage de l'échantillon



Enceinte

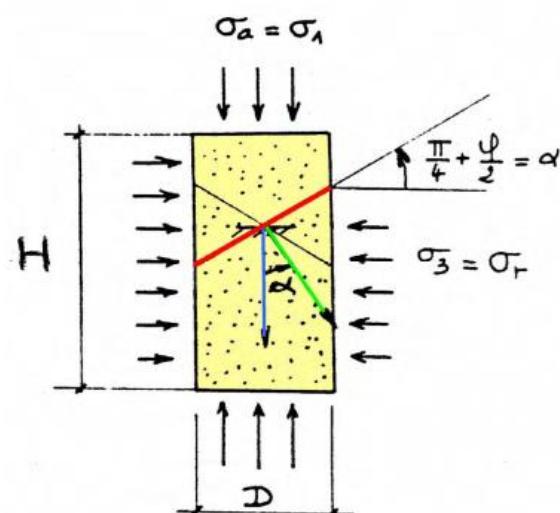
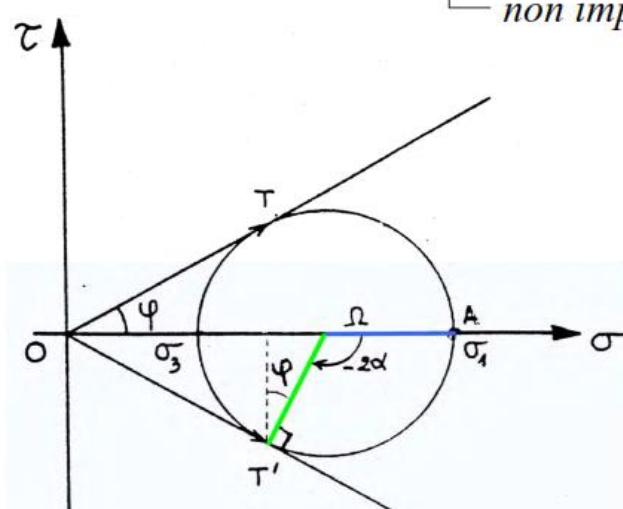
- remplie d'eau mise sous pression (σ_3) toutes les directions sont principales
- piston pour comprimer verticalement l'éprouvette (pression constante dans la cellule)
contrainte supplémentaire appliquée (contrainte déviatorique) $\sigma_1 = \sigma_3 + d$
- comparateur pour la mesure des déplacements Δl





Orientation des plans de rupture

non imposés

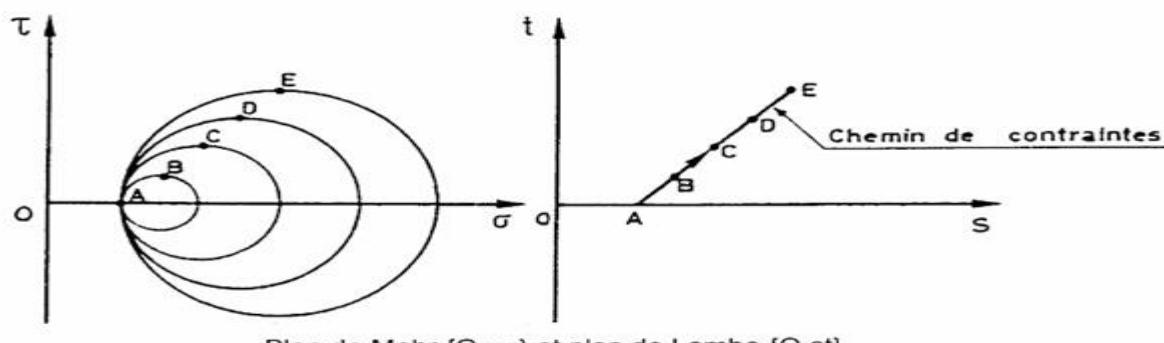


Variables de Lambe – chemin de contraintes

- plan de Mohr état de contrainte représentée par un cercle
- plan de Lambe coordonnées s et t (variables de Lambe)

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

- histoire de l'état de contrainte pendant un essai triaxial

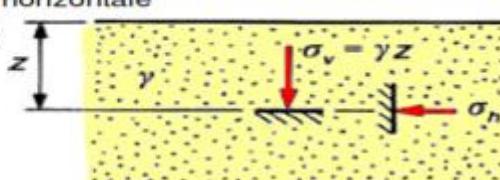


7 NOTION DE POUSSEE ET DE BUTEE

7.1 TERRES AU REPOS

- massif de sol homogène à surface horizontale
- pas de déplacement latéral ($\epsilon_h = 0$)
- contraintes effectives verticale et horizontale

$$\sigma'_v = \gamma z \quad \sigma'_h = K_o \gamma' z$$



σ'_v et σ'_h : contraintes principales majeure et mineure
 K_o : coefficient de pression des terres au repos

$$K_o = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$$



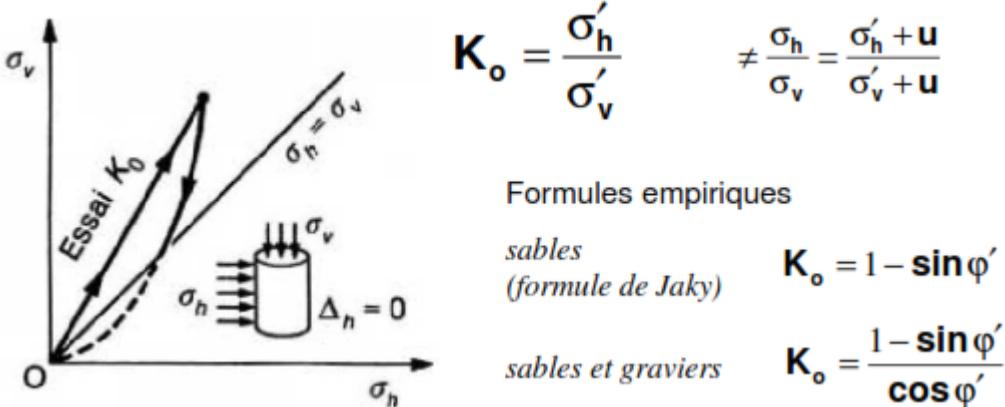
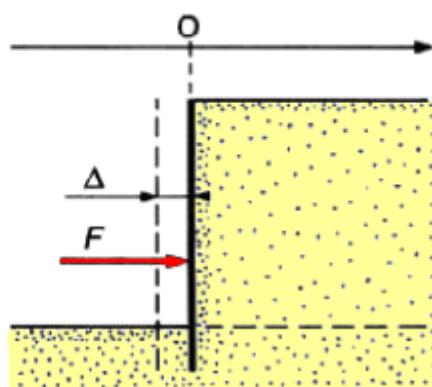


Tableau 1 – Coefficient K_0 pour quelques types de sols

Type de sol	Valeur de K_0
Sable lâche	0,45 à 0,50
Sable compact.....	0,40 à 0,45
Argile normalement consolidée	0,50
Argile surconsolidée.....	> 0,50

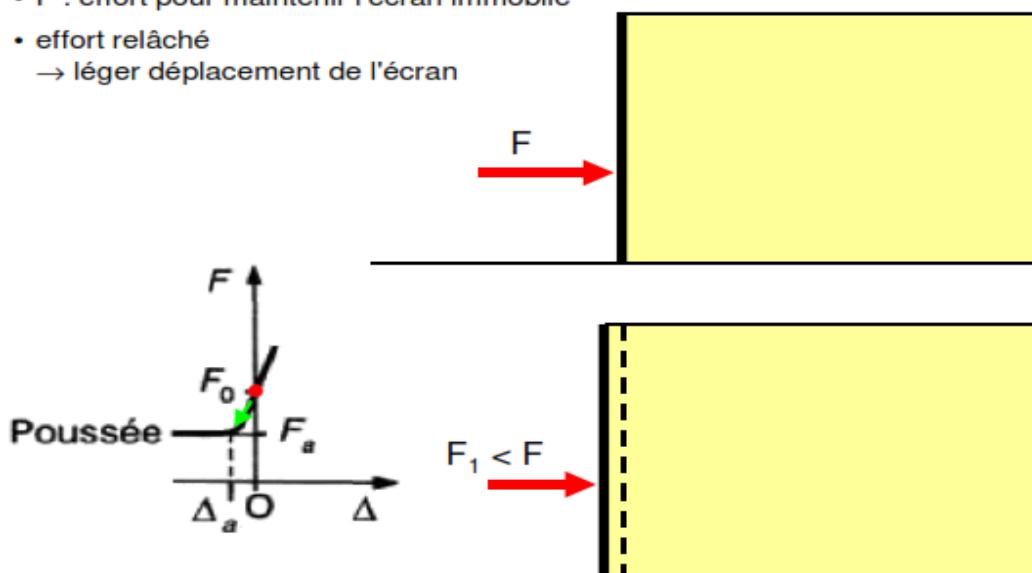
7.2 NOTION DE POUSEE ET BUTEE

- massif de sol homogène à surface horizontale, maintenu par un écran
- déplacement latéral ($\epsilon_h \neq 0$)
- F : effort pour maintenir l'écran immobile

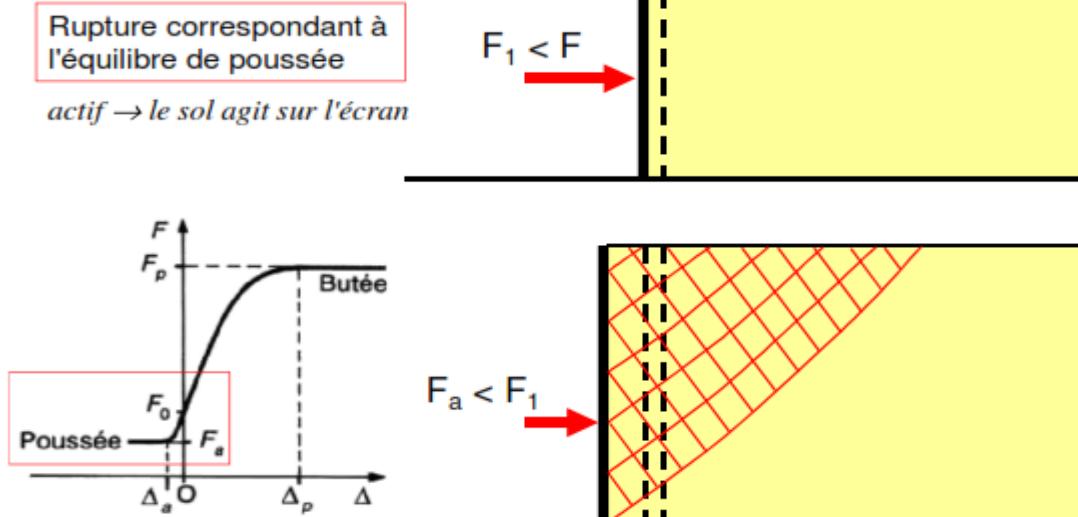


cas a (actif)

- F : effort pour maintenir l'écran immobile
- effort relâché
→ léger déplacement de l'écran



- si déplacement important
→ rupture du sol derrière l'écran
(éboulement)
formation de surfaces de glissement



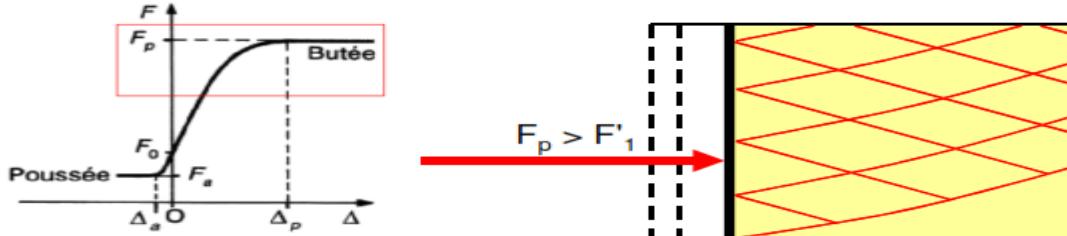
- si déplacement important
→ rupture du sol derrière l'écran
(refoulement)

formation de surfaces de glissement

Rupture correspondant à l'équilibre de butée

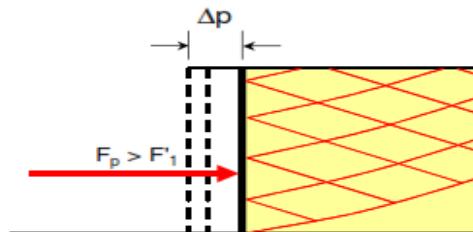
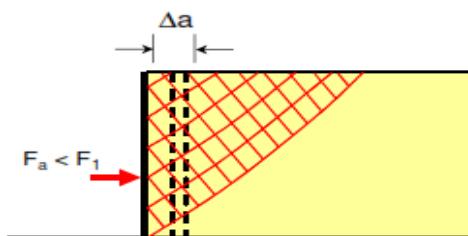
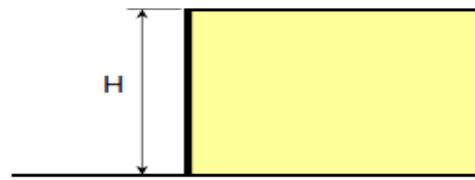
passif → le sol subit l'action de l'écran

$$F'_1 > F$$



- Déplacements nécessaires pour atteindre les équilibres limites

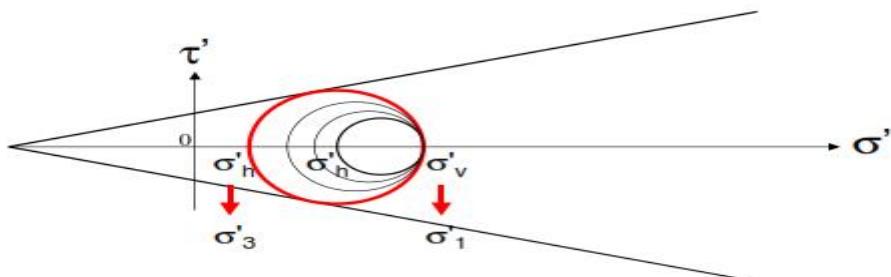
Poussée	$H = 10m$
$\Delta a = H/1000$	$\Delta a = 1 \text{ cm}$
Butée	$H = 10m$
$\Delta p = H/100$	$\Delta p = 10 \text{ cm}$



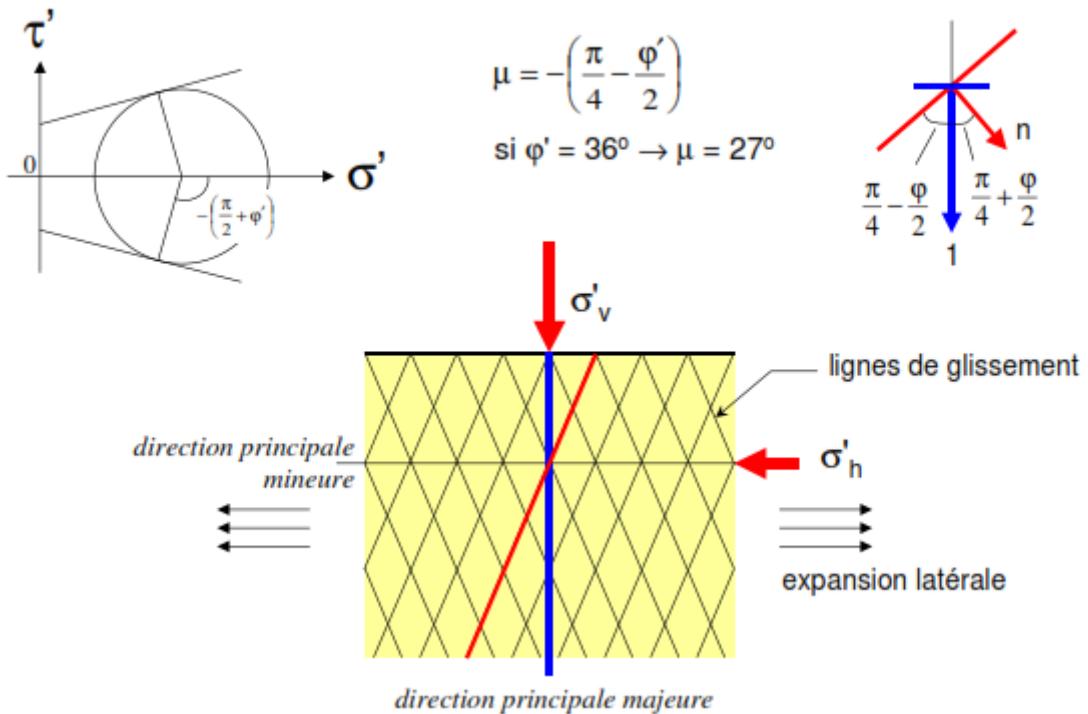
Équilibres limites en contraintes

cas a (actif) → poussée

- lors de l'expansion latérale, σ'_v reste constant et σ'_h diminue
→ σ'_v reste la contrainte principale majeure
- lorsque le cercle de Mohr devient tangent aux courbes intrinsèques
→ *rupture du sol*



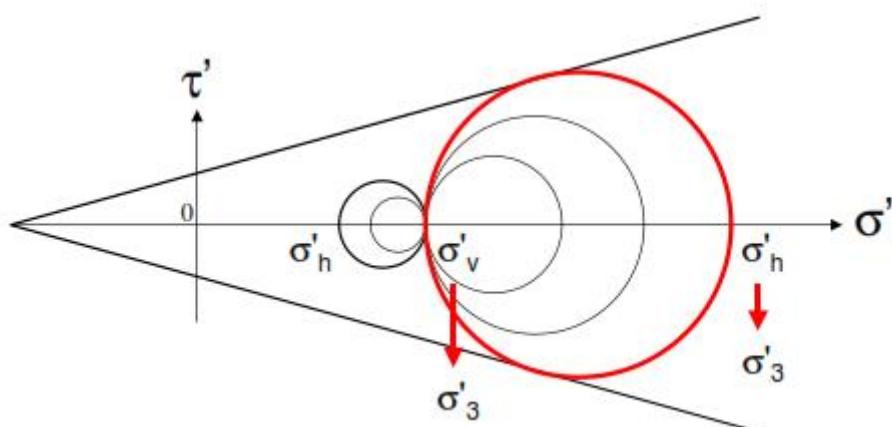
- plans de rupture → - réseau de surfaces de glissement planes
- inclinaison donnée par les points de contact avec la C.I.



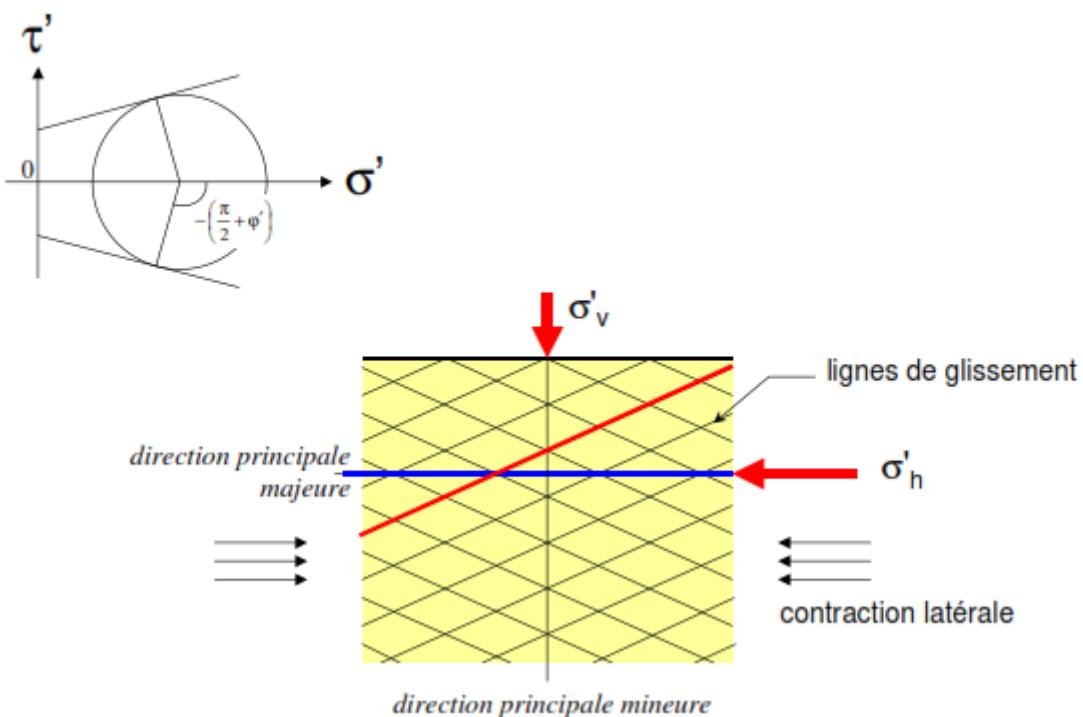
Équilibres limites en contraintes

cas p (passif) → butée

- lors de la contraction latérale, σ'_v reste constant et σ'_h augmente
→ σ'_v devient la contrainte principale mineure
- lorsque le cercle de Mohr devient tangent aux courbes intrinsèques
→ *rupture du sol*



- plans de rupture →
 - réseau de surfaces de glissement planes
 - inclinaison donnée par les points de contact avec la C.I.

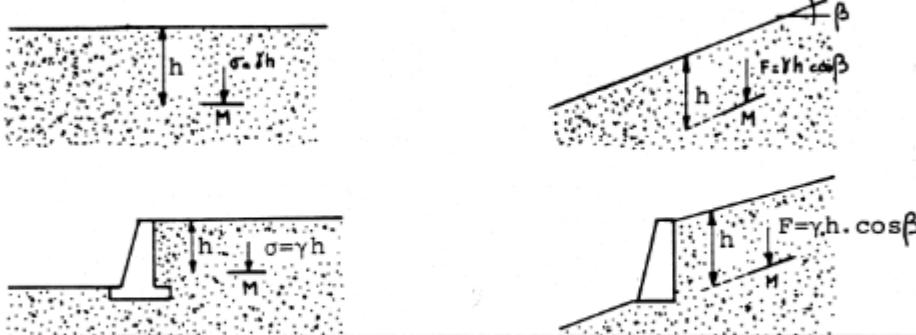


7.3 RUPTURE DES MASSIFS SEMI-INFINIS EQUILIBRE

Coefficients de poussée et de butée

Hypothèses • sol isotrope

- la présence de discontinuités (écran, mur) ne modifie pas la répartition des contraintes verticales



Coefficients de poussée et de butée

$$\sigma'_h = \sigma'_3 = K_a \cdot \gamma \cdot z \quad \sigma'_h = \sigma'_l = K_p \cdot \gamma \cdot z$$

- differentes géométries → différents coefficients

Étude de trois cas séparés puis application du principe de superposition

Milieu pesant, non cohérent, non surchargé

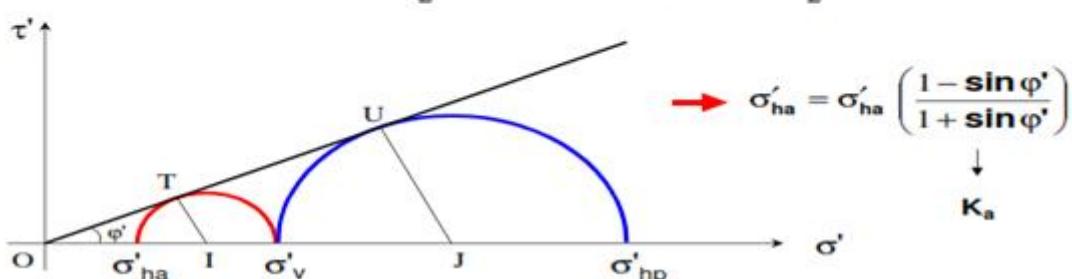
$$\begin{cases} \gamma \neq 0 \\ c' = 0 \\ q = 0 \end{cases} \quad \sigma'_v = \gamma z$$

Poussée

$$\sin \phi' = \frac{IT}{OI}$$

$$\left| \begin{array}{l} IT = \text{rayon du cercle} \\ IT = \frac{\sigma'_v - \sigma'_{ha}}{2} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} OI = \text{centre du cercle} \\ OI = \frac{\sigma'_v + \sigma'_{ha}}{2} \end{array} \right.$$



Remarque : milieu pesant et cohérent, non surcharge

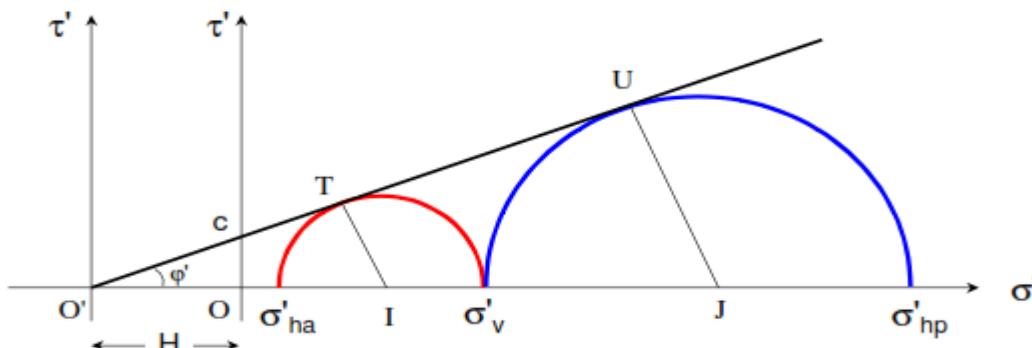
$$\begin{array}{l} \gamma \neq 0 \\ c' \neq 0 \\ q = 0 \end{array}$$

Théorème des états correspondants

$$\sin \phi' = \frac{IT}{OI}$$

$$\begin{array}{l} IT = \text{rayon du cercle} \\ IT = \frac{\sigma'_v - \sigma'_{ha}}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} O'I = H + OI \\ OI = \frac{\sigma'_v + \sigma'_{ha}}{2} \\ \tan \phi' = \frac{c}{H} \end{array}$$



Milieu non pesant, non cohérent, surcharge

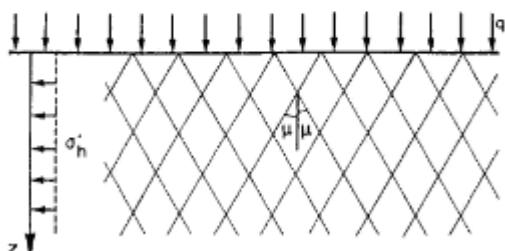
$$\begin{array}{l} \gamma = 0 \\ c' = 0 \\ q \neq 0 \end{array}$$

- surcharge sur toute la surface du massif

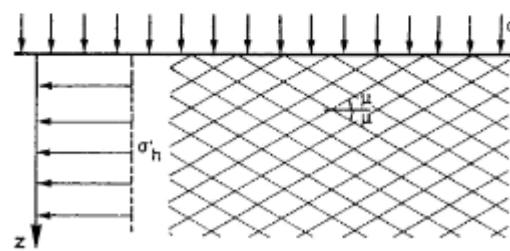
$\sigma'_v = q$ valeur constante, indépendante de la profondeur

Poussée $\sigma'_h = K_a \cdot q$ avec $K_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$

Butée $\sigma'_h = K_p \cdot q$ avec $K_p = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$



a - Etat de poussée



b - Etat de butée

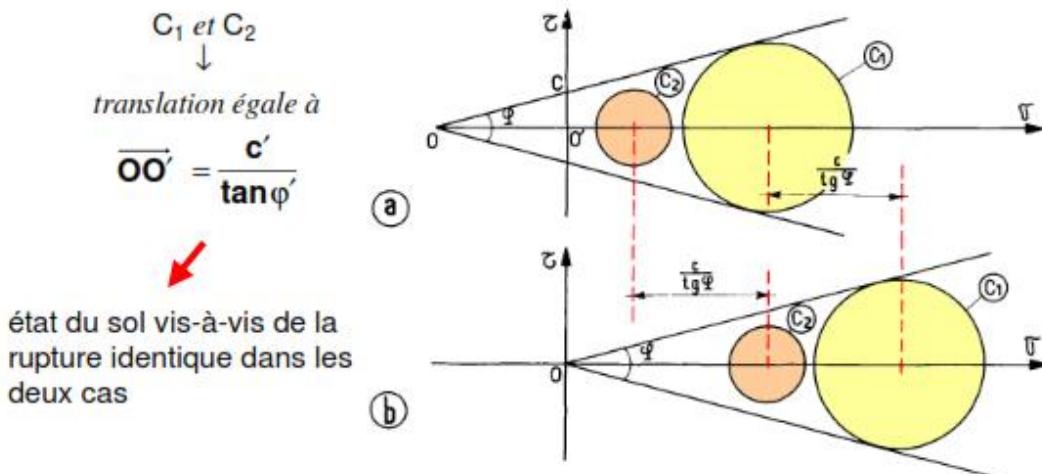
Théorème des états correspondants

- a : courbe intrinsèque d'un sol cohérent ($c' \neq 0$ et $\phi \neq 0$) avec 2 cercles de Mohr

C_1 en équilibre limite

C_2 en équilibre surabondant (cercle pas en contact avec la C.I.)

- b : courbe intrinsèque d'un sol ulvérulent ($c'=0$ et $\phi \neq 0$) de même angle de frottement interne que le sol précédent

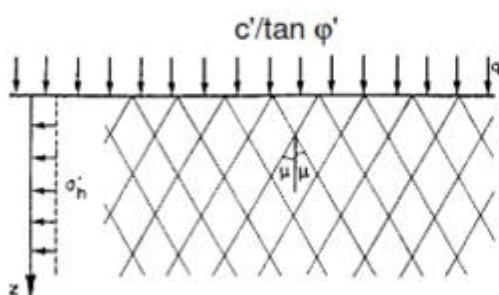


Milieu non pesant, cohérent, non surchargé

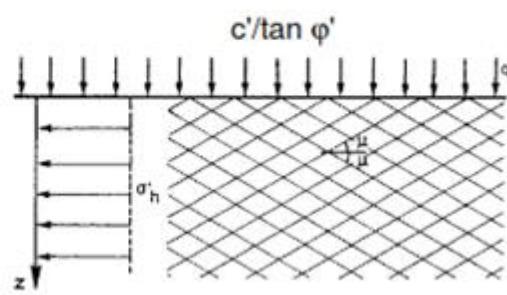
$$\begin{array}{l|l} \gamma = 0 \\ c' \neq 0 \\ q = 0 \end{array}$$

- application du théorème des états correspondants

- on suppose un milieu fictif pulvérulent (non pesant, i.e. $\gamma=0$) chargé en surface
 $q = c'/\tan \phi'$
- application du théorème des états correspondants pour passer au milieu réel cohérent → on soustrait la pression hydrostatique d'intensité égale à $c'/\tan \phi'$



a - Etat de poussée



b - Etat de butée

Poussée	milieu fictif (non cohérent)	milieu réel (cohérent)
	$\bar{\sigma}_v' = \frac{c'}{\tan \varphi'}$	$\sigma_v' = \bar{\sigma}_v' - \frac{c'}{\tan \varphi'}$
	$\bar{\sigma}_h' = K_a \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$	$\sigma_h' = \bar{\sigma}_h' - \frac{c'}{\tan \varphi'} \Rightarrow \sigma_h' = (K_a - 1) \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$
Butée	milieu fictif (non cohérent)	$\Rightarrow \sigma_h' = -2c' \cdot \sqrt{K_a}$ traction
	$\bar{\sigma}_v' = \frac{c'}{\tan \varphi'}$	milieu réel (cohérent)
	$\bar{\sigma}_h' = K_p \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$	$\sigma_v' = \bar{\sigma}_v' - \frac{c'}{\tan \varphi'}$
		$\sigma_h' = \bar{\sigma}_h' - \frac{c'}{\tan \varphi'} \Rightarrow \sigma_h' = (K_p - 1) \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$
		$\Rightarrow \sigma_h' = +2c' \cdot \sqrt{K_p}$ compression

• Cas général (milieu pesant, cohérent et surchargé)

Superposition des trois états

Poussée

$$\sigma_h' = K_a \cdot (\gamma \cdot z + q) - 2c' \cdot \sqrt{K_a} \quad \text{traction jusqu'à } z_c = \frac{2c'}{\gamma \sqrt{K_a}} - \frac{q}{\gamma}$$

exemple : $c' = 25 \text{ kPa}$; $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$; $q = 0$; $K_a = 0,33$

$$\rightarrow z_c = 4,35 \text{ m}$$

- dans un massif cohérent, profondeur théorique jusqu'à laquelle on peut réaliser des tranchées verticales sans soutènement
- à éviter en pratique car c' diminue lorsque w augmente

Butée

$$\sigma_h' = K_p \cdot (\gamma \cdot z + q) + 2c' \cdot \sqrt{K_p}$$

Massif incliné

contrainte géostatique $T_o = \gamma \cdot z \cdot \cos\beta$

Milieu **pesant**, non cohérent, non surchargé

Poussée $T = K_{ay} \cdot \gamma \cdot r$

$$\left| \begin{array}{l} \gamma \neq 0 \\ c' = 0 \\ q = 0 \end{array} \right.$$

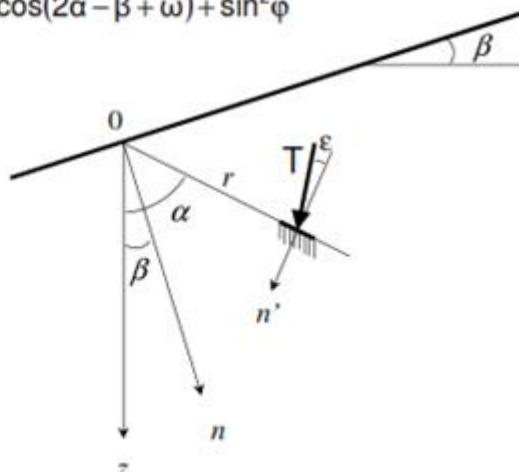
$$K_{ay} = \frac{\sin\omega \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\omega + \beta)} \cdot \sqrt{1 - 2\sin\varphi \cdot \cos(2\alpha - \beta + \omega) + \sin^2\varphi}$$

β = angle du massif avec l'horizontal

α = angle de la facette (où on cherche la contrainte) avec la verticale

$$\omega = \arcsin\left(\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}\right)$$

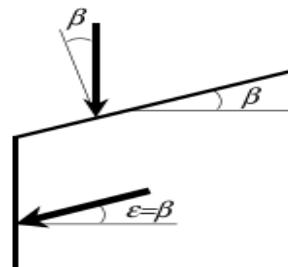
$$\tan\epsilon = \frac{\sin\varphi \cdot \sin(2\alpha - \beta + \omega)}{1 - \sin\varphi \cdot \cos(2\alpha - \beta + \omega)}$$



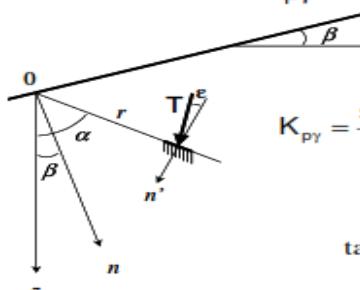
Cas particulier d'une facette verticale

$$T = K_a \cdot \gamma \cdot h \cdot \cos\beta$$

$$K_a = \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}} = K_{ay} \cos\beta$$



Butée $T = K_{py} \cdot \gamma \cdot r$



$$K_{py} = \frac{\sin\omega \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\omega + \beta)} \cdot \sqrt{1 + 2\sin\varphi \cdot \cos(2\alpha - \beta - \omega) + \sin^2\varphi}$$

$$\tan\epsilon = - \frac{\sin\varphi \cdot \sin(2\alpha - \beta - \omega)}{1 + \sin\varphi \cdot \cos(2\alpha - \beta - \omega)}$$

Milieu non pesant, non cohérent, chargé verticalement

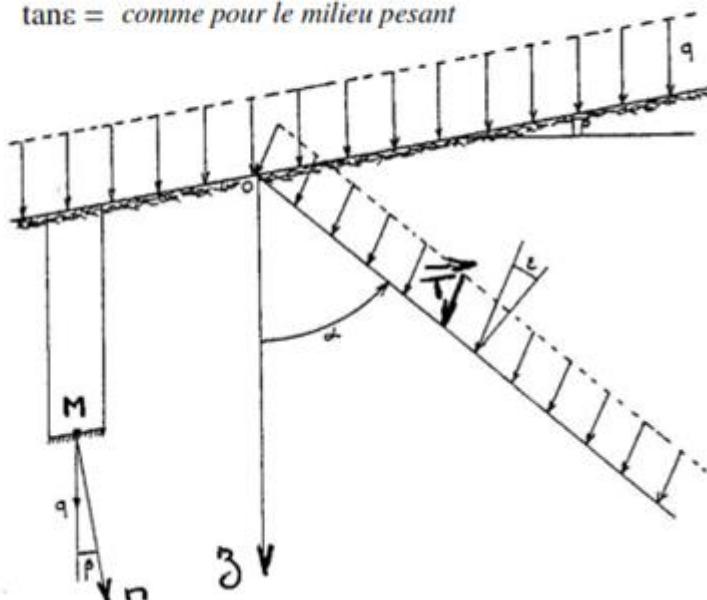
$$\begin{array}{l} \gamma = 0 \\ c' = 0 \\ q \neq 0 \end{array}$$

Poussée

$$T = K_{aq} \cdot q$$

$$K_{aq} = \frac{K_{ay}}{\cos(\alpha - \beta)}$$

tanc = comme pour le milieu pesant



Butée

$$T = K_{pq} \cdot q$$

$$K_{pq} = \frac{K_{py}}{\cos(\alpha - \beta)}$$

Milieu non pesant, cohérent, non surchargé

Poussée $T = K_{ac} \cdot c'$

$$K_{ac} = \frac{-2\cos\phi}{1+\sin\phi} \cdot \cos(\alpha - \beta) \rightarrow \text{traction}$$

$$\varepsilon = -(\alpha - \beta)$$

Butée $T = K_{pc} \cdot c'$

$$K_{pc} = \frac{2\cos\phi}{1-\sin\phi} \cdot \cos(\alpha - \beta) \rightarrow \text{compression}$$

$$\varepsilon = -(\alpha - \beta)$$

Insuffisance de la théorie de Rankine

- Hypothèse de RANKINE (1857)

La présence d'un écran ne modifie pas la répartition des contraintes dans le massif.

- Principal inconvénient de la théorie de RANKINE

L'angle ϵ de la contrainte de poussée avec la normale à l'écran dépend des conditions géométriques mais n'a **pas la réalité physique** d'un angle de frottement sol-écran.

- Interaction sol - écran

- déplacement relatif du sol sur un écran rugueux → frottement à un angle δ

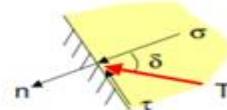
- δ : angle de frottement sol – écran qui dépend de l'état de surface de l'écran et de la nature du sol

$$0 \leq \delta \leq \varphi'$$

$\delta = 0$: écran parfaitement lisse (ex : palplanche métallique)

$\delta = 2/3 \varphi'$: surface rugueuse (ex : béton lisse, béton banché)

$\delta = \varphi'$: surface très rugueuse (ex : béton sous des fondations)

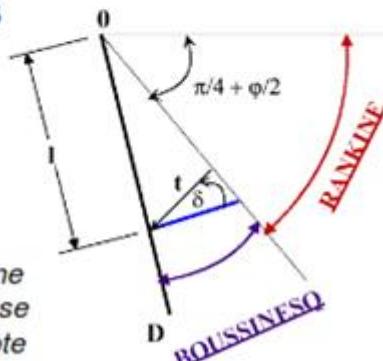


Théorie de Boussinesq

BOUSSINESQ (1882) a amélioré la théorie de RANKINE en prenant l'**interaction réelle** entre le sol et l'écran, c'est-à-dire en **choisisant la valeur de l'angle de frottement δ sol-écran**.

- Hypothèses

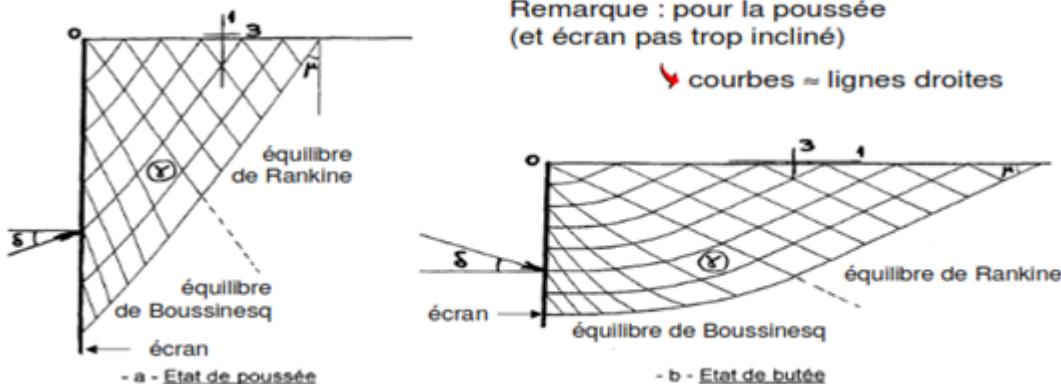
- massif pesant, pulvérulent et sans surcharge
- massif à surface plane (angle β avec l'horizontal)
- écran rugueux → rugosité exprimé par l'angle δ
- Mise en équation de problème
 - système d'équations différentielles non intégrables explicitement
 - résolution numérique de Caquot et Kérisel



Dans cet équilibre, BOUSSINESQ considère une première zone où on a l'équilibre de RANKINE se raccordant à une seconde zone où il tient compte des conditions aux limites sur l'écran

Lignes de glissement

- zone entre surface libre et plan de glissement passant par O
 - équilibre de Rankine
- zone entre écran et plan de glissement passant par O
 - équilibre de Boussinesq



Calcul des contraintes

- Intensité de la contrainte agissant sur l'écran à la distance r du sommet O

Poussée

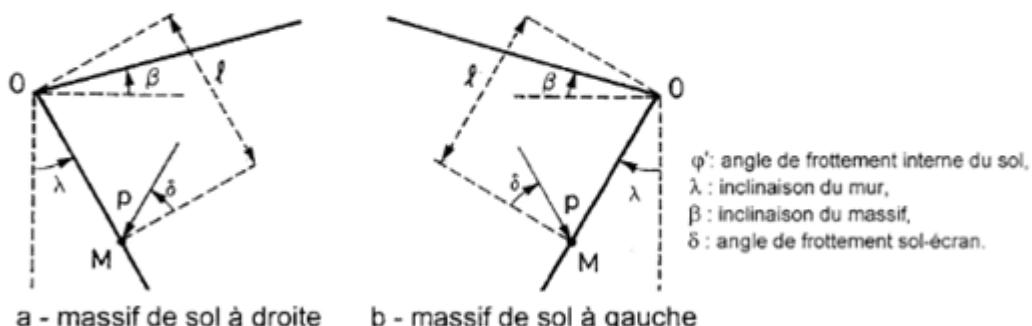
$$T = K_{ay} \cdot \gamma \cdot r$$

K_{ay} et K_{py} sont donnés par les tables de Kérisel et Absi en fonction de :

Butée

$$T = K_{py} \cdot \gamma \cdot r$$

$$\varphi', \lambda, \frac{\beta}{\varphi'} \text{ et } \frac{\delta}{\varphi'}$$



convention
de signes

- massif de sol à droite → angles + dans le sens trigonométrique
- massif de sol à gauche → angles + dans le sens horaire

45°	0,33	19,9	0,28	17,2	0,24	14,7	0,22	12,4	0,20	10,4	0,19	8,7	0,17	5,8	0,16	3,7	0,16	2,9	0,16	2,3	0,16	1,8	0,17	1,4	0,17	1,1
-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	------	-----	------	-----	------	-----	------	-----	------	-----	------	-----	------	-----

Théorie de Prandtl

Hypothèses

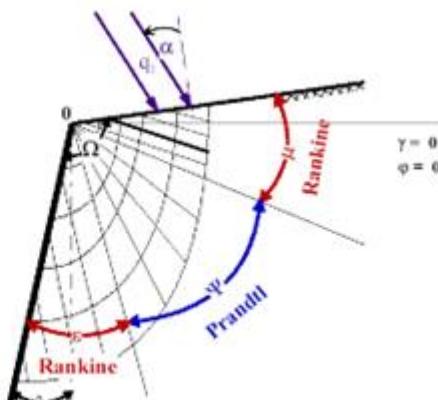
- les mêmes que celles de Boussinesq
- mais** milieu non pesant ($\gamma = 0$) et surchargé uniformément ($q \neq 0$)
- Mise en équation de problème
 - système d'équations différentielles analogues à celles régissant les équilibres de Boussinesq
 - intégration analytique possible

Lignes de glissement

- juxtaposition de 2 zones en équilibre de Rankine reliées par une zone en équilibre de Prandtl

éventail de Prandtl

faisceau de droites issues de l'origine coupées par des spirales logarithmiques



Calcul des contraintes

K_{aq} et K_{pq} sont donnés par les tables de

Kérisel et Absi en fonction de φ' , Ω , α et δ

Poussée $T = K_{aq} \cdot q$

φ' : angle de frottement interne du sol

α : obliquité de la surcharge q

δ : angle de frottement sol - écran

$$\Omega = \frac{\pi}{2} + \beta - \lambda \quad \lambda : \text{inclinaison du mur}$$

β : inclinaison du massif

Valeurs de K_a et de K_p pour $\Omega = \pi/2$ et $\alpha = 0$

φ	δ	-35°	-30°	-25°	-20°	-15°	-10°	-0°	+10°	+15°	+20°	+25°	+30°	+35°
	K_a	K_p	K_a	K_p	K_a	K_p	K_a	K_p	K_a	K_p	K_a	K_p	K_a	K_p
10°	-	-	-	-	-	-	-	1,05	1,61	0,70	1,42	0,66	0,91	-
15°	-	-	-	-	-	-	-	1,06	2,13	0,73	2,04	0,59	1,70	0,54
20°	-	-	-	-	-	1,06	2,85	0,68	2,70	0,59	2,50	0,49	2,04	0,45
25°	-	-	-	-	1,06	4,00	0,64	3,70	0,53	3,45	0,47	3,12	0,41	2,44
30°	-	-	1,02	5,88	0,59	5,26	0,48	5,0	0,42	4,34	0,38	4,00	0,33	3,03
35°	0,98	8,8	0,54	8,1	0,43	7,3	0,37	6,5	0,33	5,7	0,31	5,0	0,27	4,25
40°	0,48	13,0	0,38	11,6	0,32	10,2	0,29	8,9	0,26	7,6	0,24	6,5	0,22	4,5
45°	0,33	19,9	0,28	17,2	0,24	14,7	0,22	12,4	0,20	10,4	0,19	8,7	0,17	5,8

Cas particuliers

- Surcharge verticale ($\alpha = -\beta$)

$$K_{aq} = \frac{\cos \delta - \sin \varphi' \cdot \cos \omega_\delta}{\cos \beta + \sin \varphi' \cdot \cos \omega_\beta} \cdot e^{-2\theta_0 \tan \varphi'}$$

$$\sin \omega_\delta = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi'}$$

$$\sin \omega_\beta = \frac{\sin \beta}{\sin \varphi'}$$

$$2\theta_0 = (\omega_\delta - \delta) - (\omega_\beta - \beta) - 2\lambda$$

θ_0 : ouverture de l'évantail de Prandtl (rad)

- Surcharge normale à la surface libre ($\alpha = 0$)

$$K_{aq} = \frac{\cos \delta - \sin \varphi' \cdot \cos \omega_\delta}{1 + \sin \varphi'} \quad \theta_0 = \frac{\omega_\delta - \delta}{2} + \beta - \lambda$$

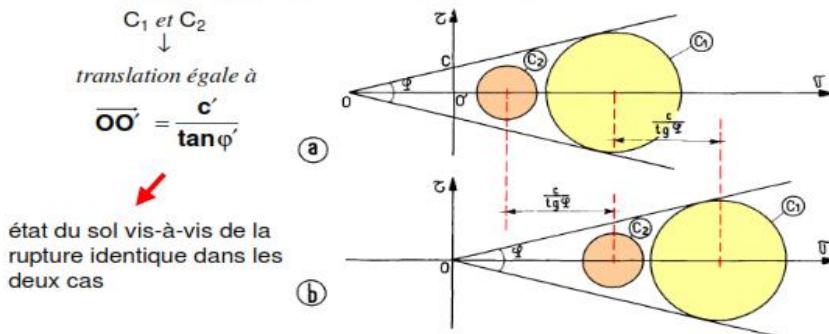
- Surface libre horizontale et surcharge verticale ($\beta = 0$ et $\alpha = 0$)

$$K_{pq} = \frac{\cos \delta + \sin \varphi' \cdot \cos \omega_\delta}{1 - \sin \varphi'} \cdot e^{2\theta_0 \tan \varphi'} \quad \theta_0 = -\frac{\omega_\delta - \delta}{2} - \lambda$$

valable si $\theta_0 > 0$

Théorème des états correspondants

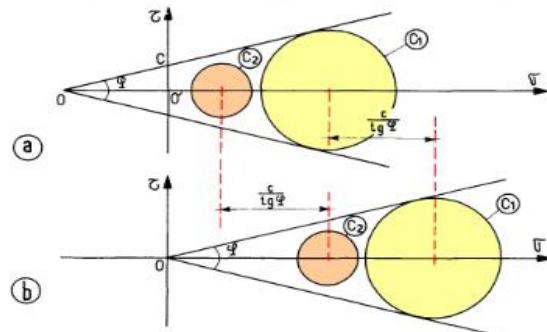
- a : courbe intrinsèque d'un sol cohérent ($c' \neq 0$ et $\phi \neq 0$) avec 2 cercles de Mohr
 C_1 en équilibre limite
 C_2 en équilibre surabondant (cercle pas en contact avec la C.I.)
- b : courbe intrinsèque d'un sol ulvérulent ($c'=0$ et $\phi \neq 0$) de même angle de frottement interne que le sol précédent



Théorème des états correspondants

- appliquer une translation $c'/\tan \phi'$ sur un cercle de Mohr quelconque revient à appliquer une **contrainte normale supplémentaire** d'intensité $c'/\tan \phi'$ sur chaque facette de chaque point

→ un milieu cohérent peut être transformé en milieu pulvérulent de même angle de frottement interne, en appliquant autour du massif une pression hydrostatique d'intensité égale à $c'/\tan \phi'$

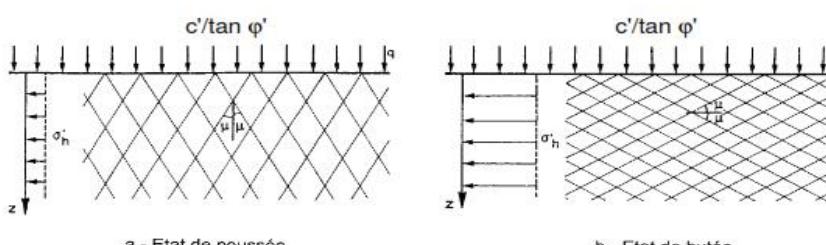


3.1.3 Milieu non pesant, cohérent, non surchargé

$$\begin{array}{l} \gamma = 0 \\ c' \neq 0 \\ q = 0 \end{array}$$

- application du théorème des états correspondants

- on suppose un milieu fictif pulvérulent (non pesant, i.e. $\gamma=0$) chargé en surface $q = c'/\tan \phi'$
- application du théorème des états correspondants pour passer au milieu réel cohérent → on soustrait la pression hydrostatique d'intensité égale à $c'/\tan \phi'$



Poussée	milieu fictif (non cohérent)	milieu réel (cohérent)
	$\overline{\sigma'_v} = \frac{c'}{\tan \varphi'}$	$\sigma'_v = \overline{\sigma'_v} - \frac{c'}{\tan \varphi'}$
	$\overline{\sigma'_h} = K_a \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$	$\sigma'_h = \overline{\sigma'_h} - \frac{c'}{\tan \varphi'} \Rightarrow \sigma'_h = (K_a - 1) \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$
Butée	milieu fictif (non cohérent)	$\Rightarrow \sigma'_h = -2c' \cdot \sqrt{K_a}$ traction
	$\overline{\sigma'_v} = \frac{c'}{\tan \varphi'}$	milieu réel (cohérent)
	$\overline{\sigma'_h} = K_p \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$	$\sigma'_v = \overline{\sigma'_v} - \frac{c'}{\tan \varphi'}$
		$\sigma'_h = \overline{\sigma'_h} - \frac{c'}{\tan \varphi'} \Rightarrow \sigma'_h = (K_p - 1) \cdot \frac{c'}{\tan \varphi'}$
		$\Rightarrow \sigma'_h = +2c' \cdot \sqrt{K_p}$ compression