

Statistique Descriptive

3^{ème} Chapitre: Les caractéristiques de tendance
centrale ou de position.

Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter les principaux paramètres qui permettent de résumer une série statistique d'observations et d'éclairer sur la position du noyau (centre) de la série.

Ces paramètres permettent de savoir autour de quelles valeurs se situent les valeurs d'une variable statistiques. Ces paramètres sont appelés **caractéristiques de position** ou de **la tendance centrale** de la série statistique.

Nous présenterons ici le mode, la moyenne, la médiane et les quantiles.

Le mode

I. Le mode

Définition :

Le mode d'une variable statistique c'est la valeur la plus fréquente d'une série (la modalité qui représente le plus grand effectif).

Remarques :

- * Le mode peut être calculé pour tous les types de variable : quantitative et qualitative.
- * Le mode n'est pas nécessairement unique.
- * Quand une variable continue est découpée en classes, on peut définir une classe modale (classe correspondant à l'effectif le plus élevé).

I. Le mode

1. Variable statistique qualitative ou quantitative discrète :

Exemple 1 : Si on considère la variable “Etat civil”, dont le tableau statistique suivant :

x_i	C	M	V	D
n_i	15	8	3	4

le mode est “C” : célibataire. L’effectif associé à ce mode : 15.

Exemple 2 :	Exemple 3 :
soit la série suivante : {9; 4; 6; 9; 3; 1}	soit la série suivante : {9; 3; 6; 3; 5; 1; 5}
La valeur la plus fréquente est : 9	Les valeurs les plus fréquentes sont : 3 et 5
Le mode est égal à 9	Cette série a 2 modes : 3 et 5.
⇓	⇓
Distribution unimodale	Distribution bimodale

I. Le mode

2. Variable statistique quantitative continue :

Dans ce cas, l'effectif le plus élevé permet d'identifier la **classe modale**.

1. Classes d'amplitudes égales :

Exemple 4 :

Salaire	effectif	Amplitude
[2000,3000[83	1000
[3000,4000[102	1000
[4000,5000[78	1000
[5000,6000[117	1000
[6000,7000[90	1000

- La classe modale c'est : **[5000,6000[**
- La classe inférieure à la classe modale : [4000,5000[
- La classe supérieure à la classe modale : [6000,7000[.

I. Le mode

Détermination du mode au sein de la classe modale

$$\text{Mo} = x_1 + \frac{k_1}{k_1 + k_2} (x_2 - x_1)$$

Avec :

* $[x_1; x_2]$ c'est la classe modale.

* k_1 : la différence entre la fréquence (ou l'effectif) de la classe modale et de la classe précédente

* k_2 : la différence entre la fréquence (ou l'effectif) de la classe modale et de la classe suivante.

* x_1 et x_2 représente respectivement la borne inférieure et supérieure de la classe modale.

I. Le mode

Comme application de cette formule, reprenons l'**exemple 4** précédent :

- $[x_1; x_2[= [5000, 6000[$ c'est la classe modale.

$k_1 =$ l'effectif de la classe modale – l'effectif de la classe $[4000, 5000[$

$$k_1 = 117 - 78 = 39$$

$k_2 =$ l'effectif de la classe modale – l'effectif de la classe $[6000, 7000[$

$$k_2 = 117 - 90 = 27$$

- L'amplitude $x_2 - x_1 = 1000$

Si on remplace ces quantités dans l'expression de "Mo", on trouve :

$$Mo = 5000 + \frac{39}{39 + 27} \times 1000 = 5590$$

I. Le mode

2.2. Classes d'amplitudes inégales :

Pour des classes d'**amplitudes inégales**, la classe modale c'est la classe ayant l'effectif corrigé (ou la densité) le(a) plus élevé(e).

Exemple 5 : Reprenons un exemple vu dans le chapitre précédent :

Classes	Effectif	Fréquence en %	Amplitude	densité en %
[6,9[7	46,70	3	15,60
[9,11[5	33,30	2	16,70
[11,14[3	20,00	3	6,70

I. Le mode

Rappelons que la densité a pour expression $d_i = \frac{f_i}{a_i}$ et que

$$\text{l'effectif corrigé} = d_i = \frac{n_i}{a_i}$$

- Les amplitudes étant différentes, alors on utilise les densités pour déterminer la classe modale, ainsi $[x_1, x_2[= [9, 11[$.

k_1 = la densité de la classe modale – la densité de la classe $[6,9[$

$$k_1 = 16.70 - 15.60 = 1.1$$

k_2 = la densité de la classe modale – la densité de la classe $[11,14[$

$$k_2 = 16.70 - 6.70 = 10$$

- L'amplitude $x_2 - x_1 = 11 - 9 = 2$

Si on remplace ces quantités dans l'expression de "Mo", on trouve :

$$\text{Mo} = 9 + \frac{1.1}{1.1 + 10} \times 2 = 9.2$$