

égative et croissante, c'est le cas pour la fonction affine  $x \mapsto x - 2$  sur l'intervalle  $] -\infty ; 2]$ .

#### Exercice n°1

2. Quel est le sens de variation de la somme de deux fonctions monotones ? Qu'en est-il pour les autres opérations ?

• Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions croissantes sur un intervalle  $I$ . Pour deux nombres  $a$  et  $b$  de l'intervalle  $I$  tels que  $a < b$  on a :  $f(a) < f(b)$  et  $g(a) < g(b)$ .

Donc, en additionnant membre à membre, on obtient :  $f(a) + g(a) < f(b) + g(b)$ .

C'est-à-dire, par définition de la fonction somme :  $(f + g)(a) < (f + g)(b)$ .

La fonction  $f + g$  est donc croissante.

• On montre de même que, si les deux fonctions sont décroissantes, alors la fonction somme est décroissante.

En revanche, on ne peut rien dire du sens de variation de la fonction  $f + g$  lorsque  $f$  et  $g$  n'ont pas le même sens de variation.

• Si  $\lambda > 0$ ,  $\lambda f$  et  $f$  ont même sens de variation.  
Si  $\lambda < 0$ ,  $\lambda f$  et  $f$  ont des sens de variation opposés.

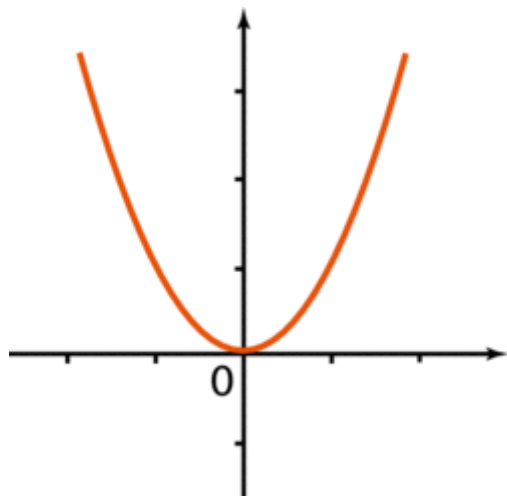
• Pour les autres opérations, fonction différence  $f - g$ , produit  $fg$  et quotient  $\frac{f}{g}$ , on ne peut pas conclure. Il faut raisonner à partir des écritures de ces fonctions.

#### Exercice n°2

3. Quel est le sens de variation des fonctions de référence ?

Pour connaître le sens de variation des fonctions de référence, il suffit de savoir tracer leur représentation graphique.

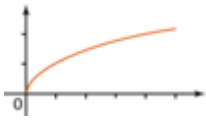
#### • **Fonction carré**



$f(x) = x^2$  est décroissante pour  $x \leq 0$   
 $f(x) = x^2$  est croissante pour  $x \geq 0$

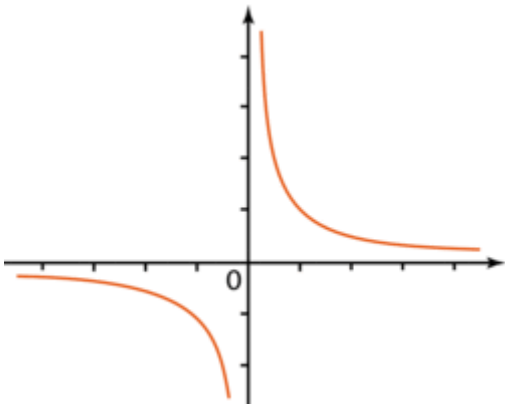
#### • **Fonction racine**

[Zoom](#)



$f(x) = \sqrt{x}$  est croissante pour  $x \geq 0$

• **Fonction inverse**

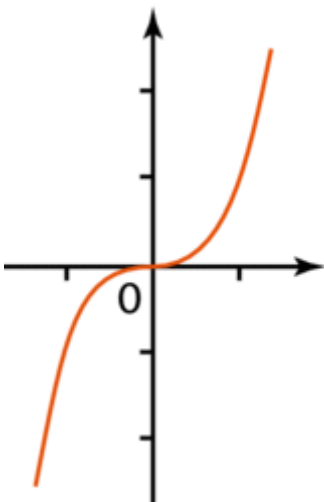


$f(x) = \frac{1}{x}$  est décroissante pour  $x < 0$

$f(x) = \frac{1}{x}$  est décroissante pour  $x > 0$

• **Fonction cube**

[Zoom](#)



$f(x) = x^3$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .

[Exercice n°3](#)

4. Quel est le sens de variation d'une fonction composée ?

• Soit deux fonctions :

- $f$  définie sur un intervalle  $I$  à valeurs dans un intervalle  $J$  ;
- $g$  définie sur  $J$ .

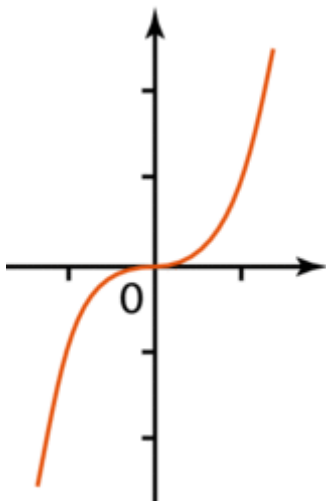
La fonction  $g \circ f$ , composée de  $f$ , suivie de  $g$ , est une fonction définie sur  $I$ . Son sens de variation dépend des sens de variation de  $f$  et  $g$ . Il est donné par le tableau suivant :

[Zoom](#)

$f$ \ $g$	Croissante sur $I$	Décroissante sur $I$
Croissante sur $J$	$g \circ f$ décroissante sur $I$	$g \circ f$ décroissante sur $I$
Décroissante sur $J$	$g \circ f$ décroissante sur $I$	$g \circ f$ croissante sur $I$

Si les deux fonctions monotones données ont le même sens de variation, alors la fonction composée est **croissante**.  
 Si les deux fonctions ont des sens de variation opposés, la fonction composée est **décroissante**.

[Zoom](#)



#### Exercice n°4

À retenir absolument

• Si deux fonctions monotones ont le même sens de variation sur un intervalle, leur fonction somme a le même sens de variation.

La composée de deux fonctions monotones de même sens de variation est croissante.

Si les sens de variation sont opposés, elle est décroissante.