Statistique Descriptive

<u>Bibliographie</u>

- TENENHAUS Michel, « Statistique : Méthodes pour décrire, expliquer et prévoir », DUNOD, 2006.
- LETHIELLEUX Maurice, « Statistique descriptive », DUNOD, 2003.
- CHAUVAT Gérard, REAU Jean-Philipe, « Statistiques descriptives », ARMAND COLIN, 2002.
- MONINO Jean-Louis, KOSIANSKI Jean-Michel, LE CORNU François, «Statistiques descriptives - Travaux dirigés », DUNOD, 2000.
- GOLDFARB Bernard, PARDOUX Catherine, « Introduction à la Méthode Statistique », DUNOD, 2003.
- GOLDFARB Bernard, PARDOUX Catherine, « Introduction à la Méthode Statistique, Exercices Corrigés », DUNOD, 2003.
- PY Bernard, « Statistique Descriptive », ECONOMICA, Dernière édition.
- PY Bernard, « Exercices corrigés de Statistique Descriptive », ECONOMICA.
- A Bendriouich, « La statistique appliquée dans la gestion et l'économie», COGEFOS, 2003.

Table des matières

- Chap 1 : Introduction à la statistique descriptive (Définitions et vocabulaires de base).
- Chap 2 : Représentations graphiques (graphiques et diagrammes).
- Chap 3 : Les caractéristiques de la tendance centrale (mode, moyenne, médiane).
- Chap 4 :Les caractéristiques de dispersion (étendue, quantiles, variance et écart type).
- Chap 5 : Les caractéristiques de forme et de concentration (coefficients d'asymétrie, paramètre d'aplatissement).
- Chap 6 : Les séries statistiques à deux caractères

Chap. 1: Introduction à la statistique descriptive

I. Le double sens du mot «Statistique»

<u>La statistique</u> est une méthode scientifique qui consiste à réunir des données chiffrées sur des ensembles nombreux, puis à les analyser, à les interpréter et à les critiquer. Ceci grâce à des outils mathématiques.

Une statistique est un ensemble de nombres présentés sous forme de tableaux ou de graphique et concernant un sujet déterminé.

<u>Domaine d'application : l'agronomie, biologie, démographie, économie, sociologie, ...</u>

<u>A retenir</u> : ne pas confondre la statistique qui est la science et les statistiques qui sont des données regroupées.

Ensemble de techniques d'interprétation mathématique appliquée à des phénomènes pour lesquels une étude exhaustive de tous les facteurs est impossible, à cause de leur grand nombre ou de leur complexité.

Les Statistiques

Ensemble de données numériques concernant une catégorie de faits, et utilisables selon ces techniques

Exemples d'une statistique

Exemple 1:

Distribution de 100 familles selon le nombre de pièces du logement :

Nombres de pièces	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Effectifs	10	15	15	30	10	12	5	3	100

Exemple 2 : Les notes obtenues à un examen par les candidats sont consignées dans le tableau suivant :

Nombres de pièces	[0;4[[4;6[[6;8[[8;10[[10;12[[12;14[[14 ;16[[16 ;18[[18;20[
Effectifs	10	15	15	30	10	12	5	3	10

Exemple 3 : On s'intéresse aux notes d'une épreuve passée par 100 étudiants. Considérons donc le tableau suivant qui regroupe ces notes.

La note	1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
L'effectif	7	1	3	4	10	6	5	8	15	10	7	8	5	5	6

II. Méthodes statistiques

Généralement, lors d'une étude statistique on suit la démarche suivante :

<u>1^{ère} étape</u>: On collecte les données statistiques de deux façons:
 <u>□</u> Soit de manière exhaustive: les recensements
 <u>□</u> Soit par sondage: les enquêtes

<u>2e'me</u> étape : On trie les données que l'on organise en tableaux, diagrammes, etc...

<u>3e me</u> étape : On interprète les résultats - on les compare avec ceux déduits de la théorie des probabilités.

q

Les recensements

<u>Définition</u>: Les recensements ou la méthode exhaustive sont des opérations, issues du dénombrement, qui consistent à étudier en fonction de plusieurs critères tous les éléments d'une population.

D'une autre manière : chaque élément de la population est étudié selon le ou les critères souhaités.

Attention : Ne pas confondre «dénombrement» et «recensement»

- ⇒ Le dénombrement : comptage des individus d'une population.
- ⇒ Le recensement : chiffrer les données selon plusieurs critères (âge, revenu mensuel, taille, nombre d'enfants, chiffre d'affaires,....)

Les recensements

Exemple: Le nombre d'étudiants inscrits dans une faculté en première année est de 1650 pour l'année universitaire 2014-2015. 68% des étudiants inscrit sont des filles. La moitié des étudiants ont obtenu un baccalauréat option sciences expérimentales, 45% ont eu un bac sciences économiques, alors que 5% ont un bac lettres.

Donc: 1650 représente le **dénombrement**.

Et 68%, 45%, 5% sont des données sur la répartition de la population (étudiants) c'est le **recensement**.

On conçoit que: dénombrer est plus facile que recenser,

Sondage ou Enquêtes partielles

<u>Définition</u>: la méthode des sondages ou les enquêtes permettent d'examiner juste une fraction de la population, sans avoir besoin d'en interroger tous ses membres. On ne prend en compte qu'un sous-ensemble aussi représentatif que possible de cette population, appelé <u>échantillon</u>.

III. Vocabulaires Statistiques

*<u>La Population statistique</u>: l'ensemble des éléments sur lesquels porte l'étude.

Ex : étudiants d'une faculté, les villes, les entreprises, les pays, les humains, les logements.....

*<u>Unités statistiques ou individus</u>: les éléments de la population sur lequel porte l'étude.

Ex: un étudiant de la faculté, une entreprise, un employé,......

*Echantillon: c'est un sous-ensemble de la population considérée.

Ex: étudiants de moins de 21ans, employés célibataires,.......

III. Vocabulaires Statistiques

• Caractère ou Variable Statistique : c'est la propriété ou l'aspect que l'on se propose d'observer dans la population.

<u>Ex:</u> une étude sur les étudiants de la faculté peut porter sur les différentes variables : âge, sexe, nationalité, moyenne du bac, nombre de frères,.....

- Modalités : sont les valeurs possibles de la variable statistique.
 Ex :-les modalités de la variable sexe sont masculin et féminin.
 - -les modalités de la variable nombre d'enfants par famille sont 0,1,2,3,4,...
 - -les modalités de la variable état matrimonial sont célibataire, marié(e), veuf(ve) et divorcé(e).

III. Vocabulaires Statistiques

<u>L'effectif</u>: de la modalité présente la proportion d'individus de cette population présentant cette modalité. On le note n_i : l'effectif correspondant à la i ème modalité.

<u>L'effectif total</u>: le nombre total des composantes de la population. On le note N.

<u>Fréquence</u> d'un caractère c'est le nombre d'individus possédant ce caractère divisé par l'effectif total de la population. On a

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

Exemples

Exemple 3 : On interroge 50 personnes sur leur dernier diplôme obtenu. On obtient le tableau statistique suivant

Dernier diplôme obtenu	l'effectif	Fréquence
Sans diplôme	4	$\frac{4}{50} = 0.08$
Primaire	11	$\frac{11}{50} = 0.22$
Secondaire	14	$\frac{14}{50} = 0.28$
Supérieur non-universitaire	9	$\frac{9}{50} = 0.18$
Universitaire	12	$\frac{12}{50} = 0.24$
Total	50	1

* **Population**: les 50 personnes.

* **Individu** : Chaque personne de cette population.

* Caractère : le dernier diplôme.

* Modalités : Sd, P, Sec, Sup, U.

Exemples

Exemple 4 : On interroge 200 employés d'une entreprise concernant leur salaire mensuel. On obtient le tableau statistique suivant

Revenu mensuel	F	M	Total
[3000-4500[21	60	81
[4500-6000[6	24	30
[6000-7500[4	30	34
7500 et plus[27	28	55
Total	58	142	200

* **Population** : les employés de l'entreprise.

* **Individu** : un employé de l'entreprise.

* Caractère : le <u>revenu mensuel</u> et le <u>sexe</u> des employés.

<u>Attention:</u>

La population doit être définie avec précision, c'est totalement différent de considérer :

- Les étudiants.
- Les étudiants de 18 à 24 ans.
- Les étudiants d'une école X.

Schéma: Échantillon

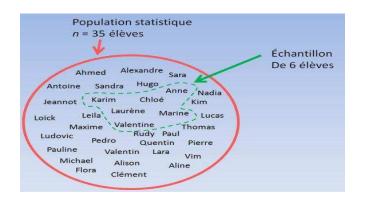
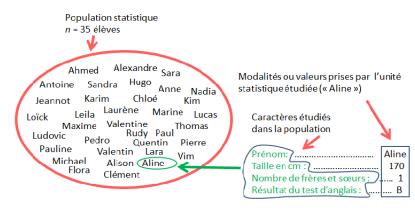


Schéma: Modalités



IV. Types de caractères ou de variables

Compte tenu des exemples précédents, on constate que parfois les modalités d'une variable ne sont pas des nombres (comme catégorie socio-professionnelle,sexe, état civil...), et que parfois ces modalités sont numériques (comme le poids, nbre enfants, le salaire, l'âge,etc. De ce fait, on distingue deux sortes de caractères :

les caractères quantitatifs et les caractères qualitatifs.

a. Les variables qualitatives

<u>Définition</u>: Une variable statistique est dite de nature <u>qualitative</u> si ses modalités ne prennent pas des valeurs numériques.

Exemple: couleur de peau, la profession, lieu de naissance, nom et prénom, l'état civil, marque d'un produit, couleur des yeux,

Conséquence : \Rightarrow On ne peut pas effectuer des opérations arithmétiques sur les caractères qualitatifs.

Néanmoins il est possible parfois de classer ces modalités et de les ranger, ainsi nous distinguons les variables qualitatifs dites «ordinale» et les variables qualitatifs dites «nominale».

a. Les variables qualitatives

<u>Définition</u>: Une variable statistique qualitative est dite définie sur une échelle nominale si ses modalités sont exprimables par des noms et ne sont pas naturellement ordonnées (ou hiérarchisées).

Exemple: Classement d'un groupe de 62 étudiant selon leur ville de naissance

Modalités	Effectif
Casablanca	30
Tanger	18
Agadir	6
Fès	8

⇒ Les quatre modalités du caractère « ville de naissance» sont **nominales**, en plus, ils ne font objet d'aucun classement hiérarchique.

a. Les variables qualitatives

<u>Définition</u>: Une variable statistique qualitative est dite définie sur une échelle ordinale si l'ensemble de ses modalités peut être classées. Les modalités sont alors hiérarchisées.

Exemples:

*le stade d'une maladie, les tailles pour habits,..

*les réponses lors d'un sondage

Les modalités : «pas du tout», «un peu», «assez», «beaucoup», «à la folie»

*Enquête réalisée par une entreprise sur le degré de satisfaction des consommateurs concernant un produit.

Le caractère : Degré de satisfaction

Les modalités du caractère : «satisfait», «Assez satisfait», «Peu satisfait», «Pas satisfait»

b. Les variables quantitatives

<u>Définition</u>: Une variable statistique est dite quantitative si ses modalités sont mesurables, **c'est à dire**, elle prend des valeurs numériques.

Conséquences :

⇒ Les valeurs d'un caractère quantitatif peuvent être manipulées algébriquement, **c'est à dire** : « il est possible de réaliser des opérations mathématiques telles que des calculs de moyennes, ou bien calculer la taille moyenne des étudiants de cette section».

b. Les variables quantitatives

⇒ Ces variables ont en commun des modalités clairement ordonnées, pour lesquelles l'écart entre les valeurs possède une signification, à titre d'exemple l'écart entre la taille minimale et la taille maximale,....

Exemples : la taille, le nombre d'enfants, le revenu mensuel, le nombre de frères et sœurs,......

b. Les variables quantitatives

Les variables quantitatives peuvent être classées en 2 catégories :

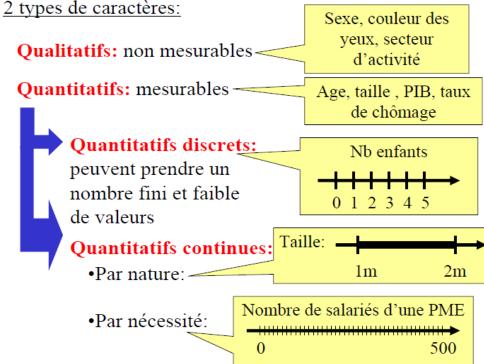
- variables quantitatives discrètes ou discontinues.
- variables quantitatives continues.

b.1. Les variables quantitatives discrètes

<u>Définition</u>: Une variable statistique quantitative est dite discrète si l'ensemble de ses modalités est un ensemble fini ou dénombrable.

En général il résulte d'un comptage et les modalités sont des valeurs numériques isolées.

Exemples: le nombre d'accidents pour une période donnée, le nombre d'enfants par foyer, le nombre d'étudiants inscrits en bac,.....



Exemple d'une variable quantitative discrète

Une enquête auprès des habitants d'un quartier composé de 50 foyers révèle le nombre de personne par foyer. Ces résultats sont regroupés dans le tableaux suivant

Nombre de personnes	nombre de foyers	Fréquence
1	5	$\frac{5}{50} = 0.10$
2	9	$\frac{9}{50} = 0.18$
3	15	$\frac{15}{50} = 0.30$
4	10	$\frac{10}{50} = 0.20$
5	6	$\frac{6}{50} = 0.12$
6	3	$\frac{3}{50} = 0.06$
8	2	$\frac{2}{50} = 0.04$
Total	50	1

b.2. Pourcentage, effectifs et fréquences cumulées

Cette section concerne les variables quantitatives pour lesquelles le **tableau statistique** est réalisé, **les modalités** étant ordonnées dans **l'ordre croissant**.

Définitions:

- * Fréquence d'un caractère c'est le nombre d'individus possédant ce caractere divise par l'effectif total de la population. On a $f_i = \frac{n_i}{N}$
- *Le Pourcentage ou fréquence en pourcentage d'un caractère c'est $p_i = f_i \times 100$

*L'effectif cumulé croissant d'une valeur c'est la somme de l'effectif de cette valeur et de ceux qui la précèdent.

b.2. Pourcentage, effectifs et fréquences cumulées

- * La fréquence cumulée croissante d'une valeur c'est la somme de la fréquence de cette valeur et de celles qui la précèdent.
- * L'effectif cumulé décroissant d'une valeur c'est la somme de l'effectif de cette valeur et de ceux qui la suivent.
- * La fréquence cumulée décroissante d'une valeur c'est la somme de la fréquence de cette valeur et de celles qui la suivent.

Exemple: % et freq cumulée croissante

Le tableau ci-dessous récapitule les notes de 50 participants à un concours.

Note	Effectif	Effectif
		cumulé
0	1	1
1	34	1+3= 4
2	34	4+3=7
3	3	7+3 =10
4	5	10+5 =15
5	6	15+6 =21
6	8	21+8 =29
7	6	29+6 =35
8	6	35+6 =41
9	5	41+5 =46
10	4	46+4= 50
TOTAL	50	

Note	Effectif	Fréquence	Fréquence en %	Fréquence cumulée en %
0	1	0 .02	0 .02x 100 = 2	2
1	3	0.06	0.06 x 100 = 6	8
2	3	0.06	0.06 x 100 = 6	14
3	3	0.06	0.06 x 100 = 6	20
4	5	0.1	0.1 x 100 = 10	30
5	6	0.12	0.12x 100 = 12	42
6	8	0.16	0.16 x 100 = 16	58
7	6	0.12	0.12 x 100 =12	70
8	6	0.12	0.12 x 100 =12	82
9	5	0.1	0.1 x 100 =10	92
10	4	0.08	0.08 x 100 =8	100
TOTAL	50	1	100	

Exemple: Effectif cumulée décroissant

Le tableau ci-dessous représente la répartition par âge des élèves des classes de 9° d'un collège.

Âge	Effectif	Effectif cumulé décroissant
12 ans	4 🖶	253
13 ans	166 ←	253 - 4 = 249
14 ans	68	2 49-166 = 83
15 ans	15	83-68 = 15
Total	253	

b.3. Les variables quantitatives continues

<u>Définition</u>: Une variable statistique quantitative est dite continue si l'ensemble de ses modalités n'est pas dénombrable. Ainsi, une variable continue peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle. En général, elle résulte d'une mesure.

Exemples: le poids, le taux de glycemie, le re rendement, la surface, la durée, le salaire, la taille, l'âge,...

Exemple d'une variable quantitative continue

On mesure la taille de 50 élèves d'un collège. On récupère les résultats suivants :

152	152	152	153	153
154	154	154	155	155
156	156	156	156	156
157	157	157	158	158
159	159	160	160	160
160	160	160	161	162
162	162	163	164	164
164	164	165	166	167
168	168	168	169	169
170	171	171	171	171

Exemple d'une variable quantitative continue

⇒ Dans le cas d'une variable quantitative **continu**, il est plus pratique de regrouper les différentes valeurs de modalités (ici c'est la taille) de la variable étudiée (ici c'est les élèves) dans des «classes».

Pour notre exemple, on peut choisir les classes ou des «intervalles».

[151,5; 155,5] [155,5; 159,5] [159,5; 163,5] [163,5; 167,5] [171,5[
---	--------

et on construit le tableau statistique suivant

CIasses	L'effectif	Frequence en %	freq cumul croissant (%)
[151, 5; 155, 5[10	$\frac{10}{50} \times 100 = 20$	20
[155, 5; 159, 5[12	$\frac{12}{50} \times 100 = 24$	44
[159, 5; 163, 5[11	$\frac{11}{50} \times 100 = 22$	66
[163, 5; 167, 5[7	$\frac{7}{50} \times 100 = 14$	80
[167, 5; 171, 5[10	$\frac{10}{50} \times 100 = 20$	100
TotaI	50		37

Un peu de vocabulaire

- * Une classe est un intervalle de la forme [c_iinf, c_isup[ou
- * $[c_i^{inf}, c_i^{sup}]$ avec
 - cinf est la borne inférieure de la classe i.
 - c_i^{sup} est la borne supérieure de Ia cIasse i.
- * On appelle le centre de la classe [c^{inf}, c^{sup}[le milieu de l'intervalle, qui est donne par

$$c_i = (c_i^{inf} + c_i^{sup})/2$$

* On appelle amplitude de la classe [c₁^{inf}, c₁^{sup}[la difference entre la borne supérieure de la classe et la borne inferieure de la classe, donnée par

$$a_i = c_i^{sup} - c_i^{inf}$$

Application

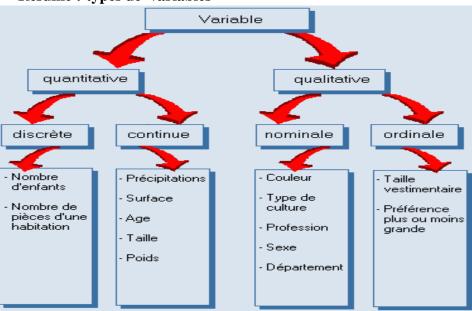
Reprenons l'exemple précédent (Exemple d'une variable quantitative continue), nous avons

Classes	L'effectif	Centre de 1a classe	Amplitude
[151, 5; 155, 5[10	$c_1 = (151, 5 + 155, 5)/2 = 153, 5$	$a_1 = 155, 5 - 151, 5 = 4$
[155, 5; 159, 5[12	$c_2 = (155, 5 + 159, 5)/2 = 157, 5$	$a_2 = 159, 5 - 155, 5 = 4$
[159, 5; 163, 5[11	$c_3 = (159, 5 + 163, 5)/2 = 161, 5$	$a_3 = 163, 5 - 159, 5 = 4$
[163, 5; 167, 5[7	$c_4 = (163, 5 + 167, 5)/2 = 165, 5$	$a_4 = 167, 5 - 163, 5 = 4$
[167, 5; 171, 5[10	$c_5 = (167, 5 + 171, 5)/2 = 169, 5$	$a_5 = 171, 5 - 167, 5 = 4$
TotaI	50		

Remarques:

- * Dans cet exemple, les classes choisies sont d'amplitudes égales.
- * II est possible d'avoir des classes d'amplitudes inégales, ceci dépend des observations.

Résumé : types de variables



Exercice de synthèse corrigé:

• Lors d'une étude sur la population d'une ville, on a recensé le nombre de personnes par ménage. On a obtenu le tableau suivant :

Nombre de de personnes	1	2	3	4	5	6	7 et plus
Nombre de ménages	2 327	4 533	8918	10 405	6 210	2 134	1 123

Calculer les fréquences et les fréquences cumulées croissantes

Solution

Pour calculer les fréquences, on calcules le quotient n_i/N , où ni est l'effectif associé à la modalité xi et N est l'effectif total,

Pour calculer les fréquences cumulées croissantes, on calcule pour chaque xi la portion de ménages ayant strictement moins de x_i personnes.

x _i	n _i	f _i	F _i ⊅
1	2327	0,065	0,065
2	4533	0,127	0,192
3	8918	0,250	0,442
4	10405	0,292	0,734
5	6210	0,174	0,908
6	2134	0,060	0,968
7 et +	1123	0,032	1
Total	N=35650	1.000	

Exemple d'application: Chapitre 1

Exercice 1

Considérons la population de 10 000 individus d'un quartier X d'une grande ville en 2014, étudié selon l'état matrimonial et le genre. L'enquête a révélé les données suivantes :

- Les mariés sont au nombre de 5000 individus,
- Les célibataires 3000,
- Les veufs 1000.
- Les divorcés 1000.

Cette population est répartie :

- En 4800 hommes dont 2400 mariés, 1550 célibataires, 450 veufs et 400 divorcés.
- En 5200 femmes dont 2600 mariées, 1450 célibataires, 550 veuves et 600 divorcées.

- 1. Déterminer et définir la population étudiée, le caractère, les modalités ainsi que l'effectif.
- 2. Représenter les données dans les tableaux qui conviennent.

<u>Réponse :</u>

1- La population étudiée est « la population du quartier X de la grande ville en 2014 ».

- L'unité statistique est « un habitant du quartier X de la grande ville ».
- Le caractère étudié est « l'état matrimonial x_i » et le « genre y_j ».
- -les modalités sont au nombre quatre pour le caractère état matrimonial : célibataire (x_1) , Marié (x_2) , Veufs (x_3) et Divorcé (x_4) .
- les modalités sont au nombre deux pour le caractère genre : Homme (y_1) et Femme (y_2) .

L'effectif est « le nombre total des habitants du quartier X : les célibataires (n_1) , les mariés (n_2) , les veufs (n_3) et les divorcés (n_4) , respectivement les hommes (n'_1) et les femmes (n'_2) .

- •Tableau à une dimension
- •Tableau de répartition de 10000 individus du quartier X
- •de la grande ville en 2014, selon l'état matrimonial :

Etat matrimonial x _i	Effectifs n _i	Fréquences f _i
Célibataires (x ₁)	n ₁ = 3 000	30
Mariés (x ₂)	n ₂ =5 000	50
Veufs (x ₃)	n ₃ =1 000	10
Divorcés (x ₄)	n ₄ =1 000	10
Total	10 000	100

Tableau de répartition de 10000 individus du quartier X de la grande ville en 2014, selon le genre :

Etat matrimonial	Effectifs n' _i	Fréquences f' _i
y i		
Hommes (y ₁)	n' ₁ = 4 800	f' ₁ =48
Femmes (y ₂)	n' ₂ =5 200	f' ₂ =52
Total	10 000	100

- 1) Tableau à deux dimensions (tableau croisé)
- Tableau de répartition de 10000 individus du quartier X de la grande ville en 2014, selon l'état matrimonial et le genre :

	Célibataires	Mariés	Veufs	Divorcés	Total
Hommes	1 550	2 400	450	400	4 800
Femmes	1 450	2 600	550	600	5 200
Total	3 000	5 000	1 000	1 000	10 000

Chaque case du tableau ci-dessus (tableau croisé) correspond à une modalité « ligne » et une modalité « colonne ». Les individus dénombrés dans chaque case sont considérés comme équivalent et de même nature face aux phénomènes étudiés.

Exercice de synthèse corrigé

Enoncé : Le tableau suivant indique la répartition des familles de l'île de la Réunion selon leur nombre d'enfants :

Nombre d'enfants	Nombre de familles
0	31038
1	54 812
2	51 252
3	26 613
4 ou +	16 162

- 1. Déterminez la population étudiée et le caractère étudié.
- 2. Précisez la nature de la variable et les modalités de la variable.
- 3. Calculez les effectifs cumulés croissants et décroissants.(même question pour la fréquence)
- 4. Combien de familles sont composées de:
- 4.1 au moins 1 enfant?
- 4.2 au plus 2 enfants?

Exercice de synthèse corrigé

Solution:

- 1. La population étudiée est composée des familles de la Réunion.
- . Le caractère étudié c'est le nombre d'enfants.
- 2. La nature de la variable étudiée : c'est une variable quantitative discrète.
- . L'ensemble des modalités de la variable étudiée est

$$\{0, 1, 2, 3, 4 \text{ ou } +\}.$$

Xi	n _i	N _i cc	N _i cd	f_i	F _i cc
0	31 038	31 038	179 877	0.1726	0.1726
1	54 812	85 850	148 839	0.3047	0.4773
2	51 252	137 102	94 027	0.2849	0.7622
3	26 613	163 715	42 775	0.1480	0.9101
4 OU +	16 162	179 877	16 162	0.0899	1

Exercice de synthèse corrigé

phrase	c-à-d : phrases equivalentes
4.1 « Au moins 1 enfant»	Les familles qui ont 1, 2,3,4 ou + enfants.
	toutes les familles sauf celles qui ont 0 enfant.
	toutes les familles sauf celles qui présentent la modalité x_1 .
	Le nombre de ces familles est l'effectif cumule décroissant N ₂ c
	Donc 148 839 familles sont composées d'au moins 1 enfant.
4.2 « Au plus 2 enfants»	Les familles qui ont 0, 1 ou 2 enfants.
	les familles qui présentent les modalités x_1 , x_2 , ou x_3 .
	Le nombre de ces familles est l'effectif cumulé croissant N_3 cc
	Donc 137 102 familles sont composées d'au plus 2 enfants

Merci