

# Chapitre 3

## Hypothèses et données de calcul

### 3.1 État limite ultime de résistance (ELUR)

#### 3.1.1 Hypothèses de calcul

Pour réaliser un calcul à l'ELU, les hypothèses suivantes doivent être respectées :

\* **H1** : Les sections droites restent planes après déformation (sauf lorsque la sollicitation appliquée comporte un bi-moment) ;

\* **H2** : Les armatures subissent la même déformation normale que le béton qui les entoure, il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures d'acier et le béton ;

\* **H3** : La résistance à la traction du béton est négligée à cause de la fissuration ;

\* **H4** : Le diagramme contraintes-déformations du béton est un diagramme de type parabole-rectangle (voir figure 2.3) ;

\* **H5** : Le diagramme contraintes-déformations de l'acier est un diagramme de type "élasto-plastique parfait" (voir figure 2.5) ;

\* **H6** : Les positions que peut prendre le diagramme des déformations d'une section droite passent au moins par l'un des trois pivots définis dans la suite ;

\* **H7** : La section d'un groupe de plusieurs barres est supposée concentrée en son centre de gravité.

Les hypothèses précédentes sont de nature réglementaire. Il n'y a pas lieu de les justifier par des considérations théoriques ou même des corrélations expérimentales. Pour comprendre ces hypothèses, il faut savoir qu'à l'ELUR, on limite volontairement la déformation en compression du béton et la déformation des armatures et ce pour augmenter la sécurité des constructions en béton armé. En effet, les courbes de comportement réel présentent des paliers de contrainte et il est moins sûr de limiter cette dernière. D'autre part, la distinction entre un état de flexion et de compression centré provient du fait que dans le premier le diagramme des déformations est linéaire et tous les points de la section **ne sont pas soumis à la même déformation (il y'a donc une certaine réserve)** alors que dans le deuxième cas tous les points de la section subissent la **même déformation normale (situation plus critique que la précédente)**.

L'hypothèse (**H2**) est très importante car le principe même d'une structure en béton armé suppose l'existence d'un état parfait d'adhérence entre le béton et les armatures. On verra plus loin que des dispositions spéciales concernant l'ancrage des armatures doivent être prises pour assurer la validité de cette hypothèse.

### 3.1.2 Diagramme des déformations limites d'une section (règle des pivots)

A l'ELUR, les diagrammes possibles résultent des déformations limites fixées pour les matériaux, d'où les trois domaines de la figure ci-dessous définis à partir des pivots A, B et C (voir figure 3.1).

Le diagramme de déformation d'une section à l'ELUR représenté par une droite doit obligatoirement passer par l'un des pivots A, B ou C. Cette règle se fixe comme objectif pour utiliser au mieux le béton et l'acier.

Dans la figure (3.1), on a les grandeurs suivantes :

$H$  représente la hauteur totale de la poutre ;  
 $d$  est la hauteur utile d'une section en flexion simple ;  
 $A_s$  est la section des aciers tendus.

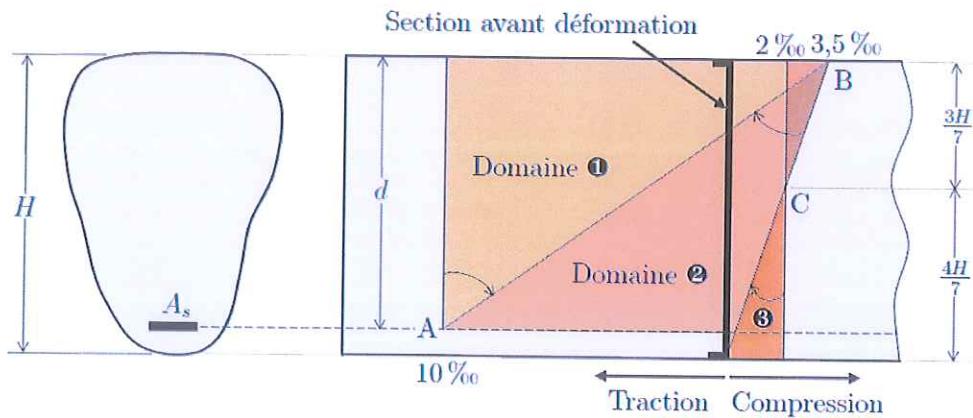


FIGURE 3.1 – Diagramme correspondant aux trois pivots A, B et C

Dans la suite, on désignera par  $Y_u$ , la distance entre la fibre supérieure et la fibre neutre et on posera :

$$\alpha_u = \frac{Y_u}{d} \quad (3.1)$$

### 3.1.3 Analyse du diagramme des déformations limites d'une section

#### 3.1.3.1 Pivot A - Domaine ① :

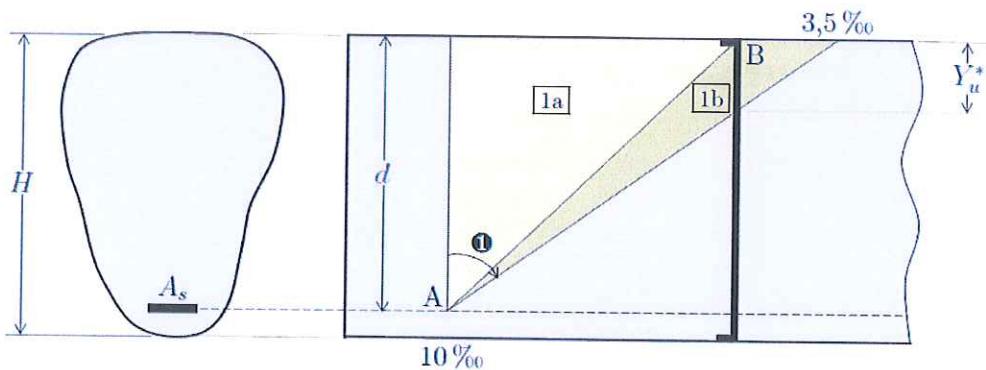


FIGURE 3.2 – Diagramme correspondant au pivot A

les diagrammes passent par le pivot A qui correspond à l'état ultime

d'allongement des armatures avec un allongement maximum de 10 % (figure 3.2). Les armatures tendues sont supposées concentrées en leur centre de gravité. Ce domaine est donc caractérisé par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{st} = 10 \% \\ \epsilon_{bc} \leqslant 3,5 \% \\ \text{L'ELUR est atteint par les armatures.} \end{array} \right. \quad (3.2)$$

$\epsilon_{st}$  est la déformation des armatures tendues ;

$\epsilon_{bc}$  est la déformation de la fibre supérieure du béton.

on distingue deux sous domaines :

♦ Le sous domaine [1a] : le béton est toujours tendu et ne participe pas à la résistance de la section.

Le sous-domaine [1a] correspond aux situations pratiques suivantes :

- Traction simple (tirant) ;
- Section entièrement tendue en flexion composée (tirant).

♦ Le sous domaine [1b] : le béton est partiellement comprimé.

Le sous-domaine [1b] correspond à la situation pratique suivante :

- Section partiellement comprimée en flexion simple ou composée (poutre ou tirant).

On a intérêt à déterminer la limite entre les domaines ① et ②, cela peut être fait en déterminant la position limite de l'axe neutre  $Y_u^*$  entre les deux domaines.

En appliquant le théorème de THALES dans les triangles de la figure (3.2), on trouve :

$$\frac{Y_u^*}{3,5} = \frac{d - Y_u^*}{10} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad 10 Y_u^* &= 3,5 d - 3,5 Y_u^* \\ \rightarrow \quad 13,5 Y_u^* &= 3,5 d \\ \rightarrow \quad \alpha_u^* &= \frac{Y_u^*}{d} = \frac{3,5}{13,5} \approx 0,2593 \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \alpha_u^* = 0,2593 \\ Y_u^* = 0,2593d \end{cases} \quad (3.5)$$

La caractérisation des deux sous domaines précédents est décrite comme suit :

$$\begin{cases} \alpha_u \leq 0 \\ 0 \leq \alpha_u \leq \alpha_u^* = 0,2593 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Le domaine actif est le domaine } [1a] \\ \text{Le domaine actif est le domaine } [1b] \end{array}$$

Le pivot A correspond donc à  $\alpha_u \leq 0,2593$ .

### 3.1.3.2 Pivot B - Domaine ② :

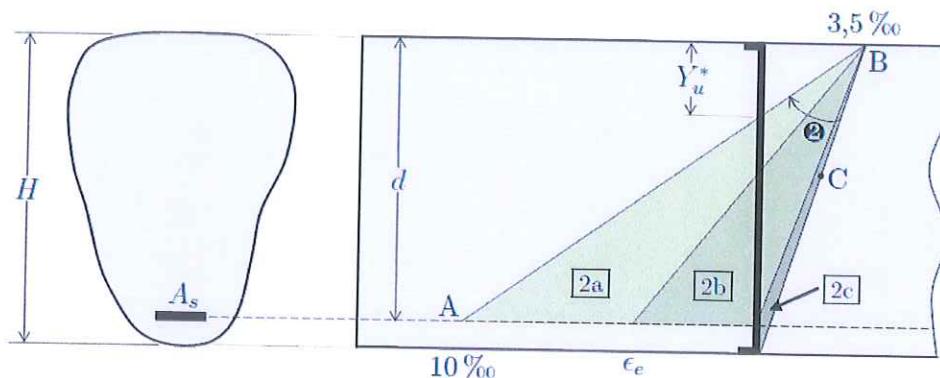


FIGURE 3.3 – Diagramme correspondant au pivot B

les diagrammes passent par le pivot B qui correspond à un raccourcissement de la fibre la plus comprimée de  $\epsilon_{bc} = 3,5\%$  pour le béton et  $\epsilon_s \leq 10\%$  pour l'acier.

Ce diagramme correspond à l'état ultime en compression du béton et la section est partiellement comprimée en flexion simple ou en flexion composée (cas général des poutres).

On distingue 3 sous domaines (figure 3.3) :

✿ **Le sous domaine [2a]** : L'allongement des armatures est supérieur à l'allongement élastique  $\epsilon_e$  et les armatures sont donc plastifiées. Le béton

est partiellement comprimé et la section est dans un état de flexion simple ou composée.

❖ **Le sous domaine [2b]** : La déformation dans les aciers tendus est un allongement qui reste inférieur à la déformation correspondant à la limite d'élasticité  $\epsilon_e$ . Le béton est partiellement comprimé et la section est dans un état de flexion simple ou composée.

❖ **Le sous domaine [2c]** : Les aciers subissent un raccourcissement et ils ne jouent pas vraiment leur meilleur rôle dans ce cas ou l'axe neutre passe dans l'enrobage (partie inutile d'un point de vue mécanique de la section).

Les trois domaines peuvent être caractérisés par la grandeur  $\alpha_u$  comme on l'a fait pour le cas précédent.

La frontière entre les sous domaines [2a] et [2b] correspond à un allongement des armatures tendues égal à l'allongement  $\epsilon_e = \frac{f_e}{\gamma_s E_s}$  qui est fonction de la nuance d'acier utilisé et pour lequel  $\alpha_u = \alpha_e$ .

$\alpha_e$  se calcule par l'application du théorème de THALES :

$$\alpha_e = \frac{3,5}{\epsilon_e + 3,5} \quad (3.6)$$

La frontière entre les sous domaines [2b] et [2c] est caractérisée par :

$$\alpha_u = \frac{d}{d} = 1 \quad (3.7)$$

Les domaines ② et ③ sont séparés par la frontière correspondante à :

$$\alpha_u = \frac{H}{d} \quad (3.8)$$

Les trois sous domaines du domaine ② sont définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_u^* \approx 0,2593 \leq \alpha_u \leq \alpha_e \\ \alpha_e \leq \alpha_u \leq 1 \\ 1 \leq \alpha_u \leq \frac{H}{d} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Le domaine actif est le domaine [2a]} \\ \text{Le domaine actif est le domaine [2b]} \\ \text{Le domaine actif est le domaine [2c]} \end{array}$$

### 3.1.3.3 Pivot C - Domaine ③ :

Dans ce domaine la déformation de compression du béton au point C doit toujours vérifier :

$$\epsilon_b = 2\% \quad (3.9)$$

La section est entièrement comprimée.

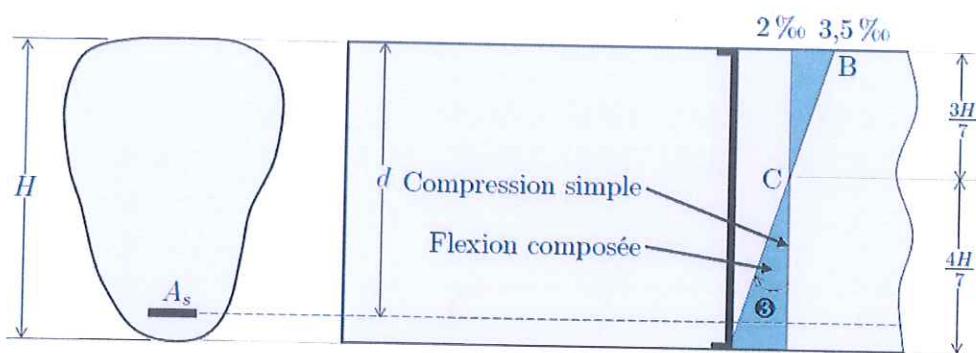


FIGURE 3.4 – Diagramme correspondant au pivot C

L'ELUR est atteint par compression du béton et la section est entièrement comprimée.

Ça correspond au cas de la compression simple ou de la flexion composée avec section entièrement comprimée (cas général des poteaux et des poutres).

La position du point C est localisée par l'application du théorème de THALÈS dans le triangle composé par le domaine ❸ et on a :

$$\frac{Y_c}{3 \cdot 5 - 2} = \frac{H - Y_c}{2} \quad \Rightarrow \quad 2Y_c = 1,5H - 1,5Y_c \quad (3.10)$$

$$\rightarrow \quad 3,5 Y_c = 1,5 H \quad (3.11)$$

$$\rightarrow Y_c = \frac{1.5H}{3.5} = \frac{3H}{7} \quad (3.12)$$

On distingue pour ce pivot, le cas de la compression simple correspondant à la limite verticale du domaine ③ ( $\epsilon_{bc} = 2\%$ ) et le cas de la flexion composée

avec une section entièrement comprimée qui correspond à tout le domaine ③. Ce domaine est caractérisé par :

$$\frac{H}{d} \leq \alpha_u \leq +\infty \quad (3.13)$$

### 3.1.4 Diagramme des contraintes

Pour le calcul à l'ELUR, on adoptera pour le béton le diagramme contraintes-déformations en **parabole-rectangle**. La déformation augmentant linéairement vers le haut à partir de l'axe neutre, la contrainte augmente également mais en suivant la courbe parabole rectangle.

En flexion simple, le diagramme parabole-rectangle est remplacée par un **diagramme rectangulaire simplifié**.

### 3.1.5 Justification de l'utilisation du diagramme simplifié du béton

On définit le coefficient de remplissage  $\psi$  par le rapport de la surface du diagramme rectangulaire simplifié par rapport à la surface d'un diagramme rectangulaire de hauteur  $Y_u$  et de même intensité  $\sigma_{bc} = f_{bu}$ .

On cherche les expressions du coefficient de remplissage  $\psi$  pour les deux cas où on est sur le pivot B et sur le pivot A dans la suite.

#### 3.1.5.1 Cas du pivot B

En considérant un diagramme de déformation, passant par le pivot B, et en traçant le diagramme des contraintes développées dans le béton, on obtient ce qu'on a présenté dans la figure (3.5).

$F_b$  représente la résultante des contraintes de compression dans le béton ;  $F_s$  est la résultante de traction dans les aciers tendus ( $F_s = A_s f_{su}$  si  $\epsilon_s \geq \epsilon_e$ ).

Sur la même figure on présente le diagramme des contraintes rectangulaire simplifié.

Rappelons le résultat utile qui donne la position du centre de gravité dans le cas d'un secteur délimité par un arc de parabole et admettant une tangente verticale comme l'indique la figure (3.6).

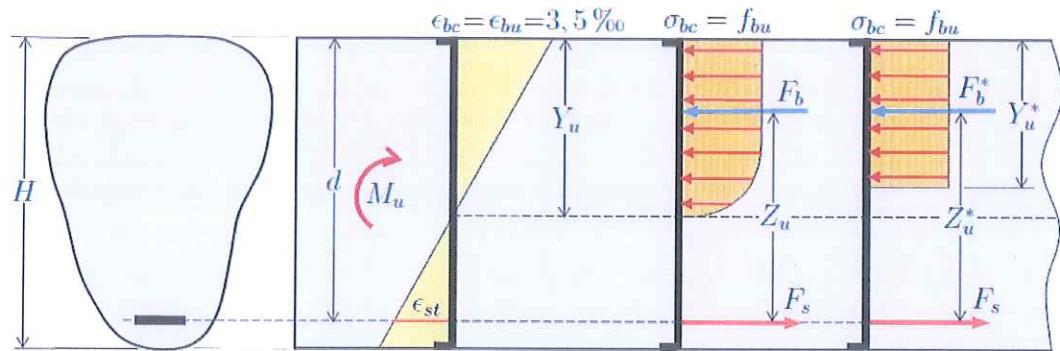


FIGURE 3.5 – Schématisation des diagrammes du béton sur une section partiellement comprimée

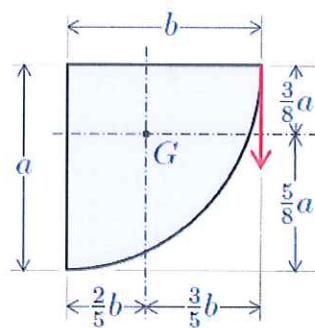


FIGURE 3.6 – Caractéristiques d'une section parabolique

La surface de ce secteur est :

$$S_p = \frac{2}{3}ab \quad (3.14)$$

Le diagramme parabole-rectangle est décomposé en sa partie parabolique et sa partie rectangulaire comme le montre la figure (3.7).

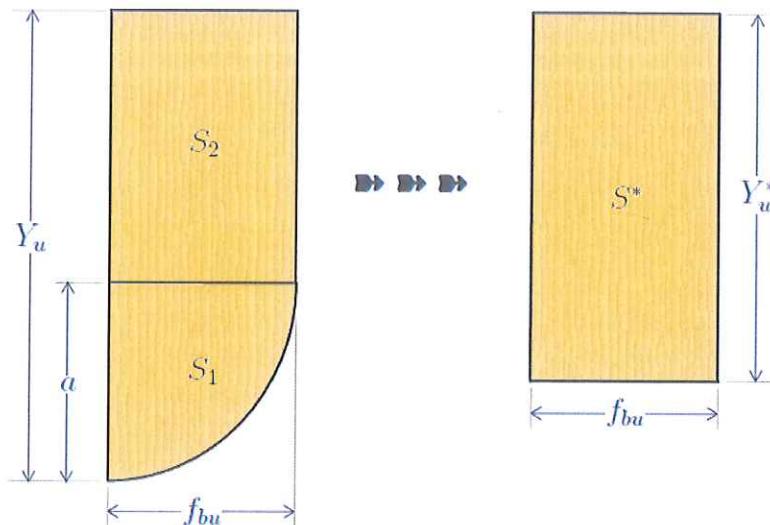


FIGURE 3.7 – Décomposition du diagramme parabole-rectangle et diagramme rectangulaire équivalent

La règle de THALÈS appliquée au diagramme des déformations permet de montrer que :

$$a = \frac{2}{3,5} Y_u \quad \rightarrow \quad a = \frac{4}{7} Y_u \approx 0,5714 Y_u \quad (3.15)$$

L'équivalence du diagramme parabole-rectangulaire et du diagramme rectangulaire équivalent permet d'écrire :

$$F_b = F_b^* \quad \rightarrow \quad S = S_1 + S_2 = S^* \quad (3.16)$$

Nous avons :

$$(3.14) \quad \rightarrow \quad S_1 = \frac{2}{3} a f_{bu} = \frac{8}{21} Y_u f_{bu} \approx 0,381 Y_u f_{bu} \quad (3.17)$$

$$S_2 = (Y_u - a)f_{bu} = \frac{3}{7}Y_u f_{bu} \approx 0,4286 Y_u f_{bu} \quad (3.18)$$

$$\Rightarrow S^* = S_1 + S_2 = \frac{17}{21}Y_u f_{bu} \approx 0,8095 Y_u f_{bu} \approx 0,8 Y_u f_{bu} \quad (3.19)$$

En gardant le petit côté du diagramme rectangulaire identique à celui du diagramme parabole-rectangle (figure 3.7), on obtient :

$$S^* = Y_u^* f_{bu} \quad \Rightarrow \quad Y_u^* = \frac{17}{21}Y_u \approx 0,8 Y_u \quad (3.20)$$

On a d'un autre côté :

$$S^* = \psi Y_u f_{bu} = \frac{17}{21}Y_u f_{bu} \quad (3.21)$$

$$\Rightarrow \boxed{\psi = \frac{17}{21}} \quad (3.22)$$

Le bras de levier de la résultante du diagramme parabole-rectangle par rapport au centre de gravité des armatures tendues est défini par :

$$Z_u = \frac{S_1 Z_1 + S_2 Z_2}{S_1 + S_2} \quad (3.23)$$

A partir des schémas précédents, on peut écrire :

$$Z_1 = d - Y_u + \frac{5}{8}a = d - \frac{9}{14}Y_u = d - 0,6429 Y_u \quad (3.24)$$

$$Z_2 = d - \frac{Y_u - a}{2} = d - \frac{3}{14}Y_u = d - 0,2143 Y_u \quad (3.25)$$

$$\Rightarrow Z_u = d - \frac{99}{238}Y_u \approx d - 0,416 Y_u \approx d - 0,4 Y_u \quad (3.26)$$

En posant :

$$Z_u = d - \theta Y_u \quad (3.27)$$

on en déduit donc que :

$$\boxed{\theta = \frac{99}{238} \approx 0,4} \quad (3.28)$$

Il est clair à partir de la figure (3.5) que :

$$Z_u^* = d - \frac{1}{2}Y_u^* = d - 0,4 Y_u \quad (3.29)$$

On a donc égalité des bras de levier des deux diagrammes :

$$Z_u = Z_u^* \quad (3.30)$$

C'est ce dernier résultat qui fait que le diagramme rectangulaire simplifié marche de manière cohérente et qui justifie son usage.

### 3.1.5.2 Cas du pivot A

En pivot A, la raccourcissement du béton est inférieur à 3,5 % et la contrainte maximale de compression sur le béton est inférieure à  $f_{bu}$ .

L'allongement des aciers est quant à lui constant et égal à 10 %. On peut donc établir les relations suivantes :

$$\epsilon_{bc} = \frac{10}{1000} \frac{\alpha_u}{1 - \alpha_u} \quad \rightarrow \quad \alpha_u = \frac{1000\epsilon_{bc}}{10 + 1000\epsilon_{bc}} \quad (3.31)$$

pour la valeur particulière de  $\epsilon_{bc} = 2 \%$ , on a :  $\alpha = 0,167$ .

\* Cas où  $0 \leq \alpha_u \leq 0,167$  :

Ce cas correspond à  $0 \% \leq \epsilon_{bc} \leq 2 \%$ .

Dans ce cas, on a le diagramme présenté dans la figure (3.8).

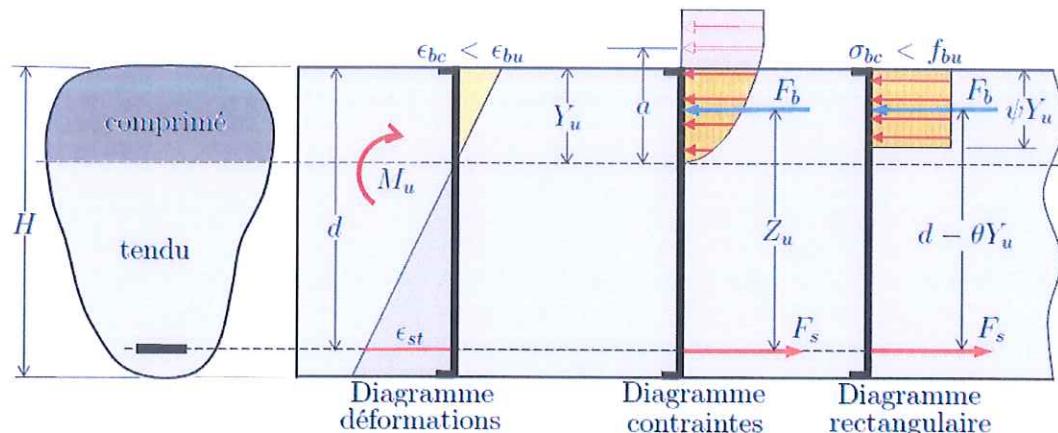


FIGURE 3.8 – Section en flexion simple avec diagramme de contraintes tronqué ( $\sigma_{bc} < f_{bu}$ )

On note  $a = \lambda Y_u$  la valeur de l'ordonnée qui correspondrait à un raccourcissement du béton de 2 % ce qui revient à prolonger fictivement le diagramme ci-dessus.

En appliquant le théorème des triangles semblables (théorème de THALÈS), on peut déterminer  $\lambda$  :

$$\frac{2.10^{-3}}{\lambda Y_u} = \frac{\epsilon_{bc}}{Y_u} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2.10^{-3}}{\epsilon_{bc}} \quad (3.32)$$

$$(3.31) \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2}{10} \frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} \quad (3.33)$$

Pour déterminer le coefficient de remplissage  $\psi$ , on cherche à déterminer l'aire du diagramme qui est situé sous la parabole.

L'équation de cette parabole est :

$$\sigma_x = \frac{2x}{\lambda Y_u} \left( 1 - \frac{x}{2\lambda Y_u} \right) f_{bu} \quad (3.34)$$

$x$  étant la position d'une fibre de béton comprimée à partir de la fibre neutre.

L'aire recherchée vaut donc :

$$\int_0^{Y_u} \sigma_x dx = \int_0^{Y_u} \frac{2x}{\lambda Y_u} \left( 1 - \frac{x}{2\lambda Y_u} \right) f_{bu} dx \quad (3.35)$$

$$= \frac{2f_{bu}}{\lambda Y_u} \left[ \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6\lambda Y_u}x^3 \right]_0^{Y_u} \quad (3.36)$$

$$= \frac{2f_{bu}}{\lambda Y_u} \left( \frac{Y_u^2}{2} - \frac{Y_u^2}{6\lambda} \right) \quad (3.37)$$

$$= \frac{2f_{bu}Y_u}{\lambda} \frac{3\lambda - 1}{6\lambda} \quad (3.38)$$

$$= \frac{3\lambda - 1}{3\lambda^2} Y_u f_{bu} \quad (3.39)$$

on en déduit donc :

$$\psi = \frac{3\lambda - 1}{3\lambda^2} \quad (3.40)$$

Le centre de gravité de ce diagramme s'obtient en divisant le moment statique par l'aire du diagramme (formules RDM classiques) :

$$Y_G = \theta Y_u = \frac{\int_0^{Y_u} \sigma_x (Y_u - x) dx}{\int_0^{Y_u} \sigma_x dx} \quad (3.41)$$

après développement on trouve :

$$\theta Y_u = \frac{4\lambda - 1}{4(3\lambda - 1)} Y_u \quad (3.42)$$

$$\rightarrow \theta = \frac{4\lambda - 1}{4(3\lambda - 1)} \quad (3.43)$$

En injectant la valeur de  $\lambda$  dans les équations (3.40) et (3.43) de  $\psi$  et  $\theta$ , on obtient :

$$\boxed{\psi = \frac{5\alpha_u(3 - 8\alpha_u)}{3(1 - \alpha_u)^2}} \quad (3.44)$$

$$\boxed{\theta = \frac{4 - 9\alpha_u}{4(3 - 8\alpha_u)}} \quad (3.45)$$

\* Cas où  $0,167 \leq \alpha_u \leq 0,259$  :

Ce cas correspond à  $2\% \leq \epsilon_{bc} \leq 3,5\%$ .

Dans ce cas, on a le schéma présenté dans la figure (3.9).

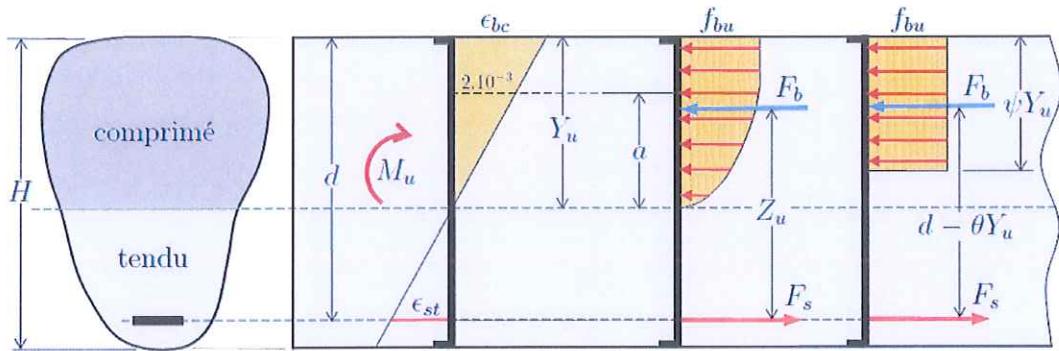


FIGURE 3.9 – Section en flexion simple avec  $2\% \leq \epsilon_{bc} \leq 3,5\%$

La valeur de  $\lambda$  est la même que pour le cas précédent.

Comme on l'a vu auparavant, l'aire du diagramme est donnée par :

$$S = \frac{2}{3}af_{bu} + (Y_u - a)f_{bu} \quad (3.46)$$

$$= \frac{2}{3}\lambda Y_u f_{bu} + (1 - \lambda)Y_u f_{bu} \quad (3.47)$$

$$= \left(1 - \frac{\lambda}{3}\right)Y_u f_{bu} \quad (3.48)$$

$$\rightarrow \psi = 1 - \frac{\lambda}{3} \quad (3.49)$$

La valeur de  $\theta$  est calculée de la même façon que précédemment (moment statique divisé par l'aire de la section). En utilisant le schéma de la figure (3.6), on trouve facilement qu'on a :

$$Y_G = \theta Y_u \quad (3.50)$$

$$= \frac{S_1 \left( \frac{3}{8}a + Y_u - a \right) + S_2 \frac{Y_u - a}{2}}{S} \quad (3.51)$$

$$= \frac{\frac{2}{3}\lambda Y_u f_{bu} \left[ \frac{3}{8}\lambda Y_u + Y_u(1 - \lambda) \right] + (1 - \lambda) Y_u f_{bu} \frac{Y_u}{2}(1 - \lambda)}{(1 - \frac{\lambda}{3}) Y_u f_{bu}} \quad (3.52)$$

$$= \frac{3}{3 - \lambda} \left( \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{2}{3}\lambda - \frac{2}{3}\lambda^2 + \frac{1}{2} - \lambda + \frac{1}{2}\lambda^2 \right) Y_u \quad (3.53)$$

$$= \frac{3}{3 - \lambda} \frac{\lambda^2 - 4\lambda + 6}{12} Y_u \quad (3.54)$$

$$= \frac{\lambda^2 - 4\lambda + 6}{12 - 4\lambda} Y_u \quad (3.55)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\lambda^2 - 4\lambda + 6}{12 - 4\lambda} \quad (3.56)$$

En injectant la valeur de  $\lambda$  dans les formules (3.49) et (3.56), on obtient :

$$\boxed{\psi = \frac{16\alpha_u - 1}{15\alpha_u}} \quad (3.57)$$

$$\boxed{\theta = \frac{171\alpha_u^2 - 22\alpha_u + 1}{320\alpha_u^2 - 20\alpha_u}} \quad (3.58)$$

## 3.2 État limite de service de la durabilité de structure

Les vérifications à effectuer portent sur :

- un état limite de compression du béton ;
- un état limite d'ouverture des fissures.

Les calculs sont conduits moyennant les hypothèses suivantes :

**\* H1 :** Les sections droites restent planes après déformation et il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton en dehors du voisinage immédiat des fissures ;

\* H2 : Le béton tendu est négligé ;

\* H3 : Le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux linéairement élastiques et il est fait abstraction du retrait et du fluage du béton. La loi de Hooke est donc appliquée dans ce cas :  $\sigma = E\epsilon$  ;

\* H4 : Par convention, le rapport  $n$  du module d'élasticité longitudinale de l'acier à celui du béton ou «**coefficient d'équivalence**» a pour valeur 15 :

$$n = \frac{E_s}{E_b} = 15 \quad (3.59)$$

On a :

$$\begin{cases} \sigma_b &= E_b \epsilon_b \\ \sigma_s &= E_s \epsilon_s \end{cases} \quad (3.60)$$

Pour le béton au voisinage des armatures, on a :

$$\epsilon_b = \epsilon_s \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (3.61)$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_s = \frac{E_s}{E_b} \sigma_b \quad (3.62)$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_s = n \sigma_b \quad (3.63)$$

\* H5 : Les aires des aciers ne sont pas déduits de l'aire du béton comprimé dans le calcul. On peut, en outre, supposer concentrée en son centre de gravité l'aire d'acier d'un groupe de plusieurs armatures.

**❖ Homogénéisation d'une section en BA :** pour pouvoir appliquer au béton armé qui est un matériau hétérogène les règles de la RDM pour les corps homogènes, il sera nécessaire d'homogénéiser la section de béton armé. Une section d'acier travaille  $n$  fois plus qu'une même section de béton comme on l'a démontré dans l'équation (3.63). Donc une section d'acier est équivalente à  $n$  fois qu'une même section de béton. Pour homogénéiser la section de béton armé, on remplace la section d'acier par  $n$  fois sa section de béton (voir figure 3.10). Dans les calculs, la section du béton équivalente doit avoir le même centre de gravité que la section d'acier remplacée.

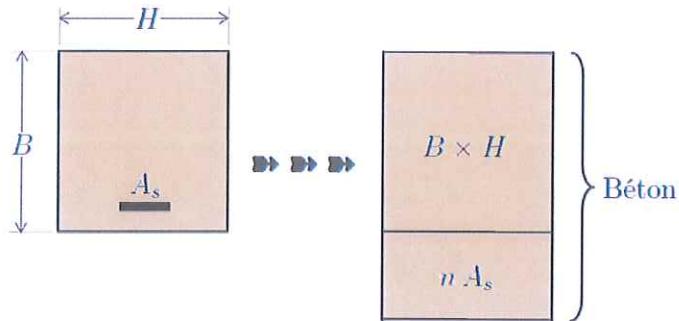


FIGURE 3.10 – Équivalence des sections d'acier et de béton

### 3.3 État limite de service de compression du béton

La contrainte de compression du béton est limitée à  $0,6 f_{c28}$  :

$$\sigma_b \leq 0,6 f_{c28} \quad (3.64)$$

Ce risque n'existe que dans le cas où le pourcentage d'armature est élevé :

$$\frac{A_s}{Bd} \geq 2\% \quad (3.65)$$

où  $A_s$  est la section d'armatures ;  
 $B$  est la largeur de la section calculée ;  
 $d$  est la hauteur utile de la section.

### 3.4 État limite de service d'ouverture des fissures

Les hypothèses correspondantes sont présentées dans la section (2.4.4).

### 3.5 Exercices

⇒ Exercice 1 :

Soit des barres utilisées dans une construction qui se trouve dans un milieu agressif, de nuance FeE400. Le béton a une résistance de  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ .

Calculez les contraintes limites à l'ELS ?

⇒ **Solution 1 :**

Contrainte limite du béton :

$$\sigma_b = 0,6 f_{c28} = 0,6 \cdot 25 = 15 \text{ MPa} \quad (3.66)$$

La structure est dans un milieu agressif, la fissuration est donc très préjudiciable. La contrainte limite de l'acier est :

$$\sigma_s \leq 0,8 \xi = 0,8 \min \left[ \frac{2}{3} f_e; \max \left( \frac{f_e}{2}; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right) \right] \quad (3.67)$$

on a :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06 \cdot 25 = 2,1 \text{ MPa} \quad (3.68)$$

$$\Rightarrow \sigma_s \leq 0,8 \min [266, 667; \max (200; 201, 633)] \quad (3.69)$$

$$\Rightarrow \sigma_s = 161,306 \text{ MPa} \quad (3.70)$$



## Chapitre 4

# Calcul des sections en traction simple (Tirants)

### 4.1 Introduction

D'après les règles de calcul des structures (RDM), on peut considérer une section d'une poutre comme sollicitée en traction simple si la résultante normale appliquée à cette section a comme point d'application le centre de gravité de la section. Autrement dit, le point d'application de la résultante normale doit coïncider avec le centre de gravité du béton.

Le ferrailage d'une section soumise à la traction simple doit être disposé de telle sorte à ce que son centre de gravité doit également coïncider avec le point d'application de la résultante. Tous les éléments en BA d'une structure soumis exclusivement à des efforts normaux de traction sont appelés des **Tirants**.

Les hypothèses suivantes doivent donc être prises en compte dans le calcul des tirants :

- La résistance du béton à la traction étant négligeable, elle est prise comme nulle dans le calcul ;
- L'effort normal appliqué est équilibré uniquement par les armatures ;
- Les armatures et le béton ont le même centre de gravité (pas de moment parasite).

## 4.2 Calcul du ferraillage

Le principe de calcul consiste à disposer une section d'armatures qui doit développer une force résistante supérieure ou égale à l'effort normal appliqué.

La force de résistance est déterminée en appliquant à l'acier une contrainte maximale (correspondante à 10% de déformation de l'acier), ça correspond au pivot A avec un diagramme de contraintes uniforme sur la section.

### 4.2.1 Calcul à l'ELU

En respectant le principe de calcul ci-dessus, on doit donc écrire :

$$A_{su}f_{su} \geq N_u \quad (4.1)$$

$$\Rightarrow \boxed{A_{su} \geq \frac{N_u}{f_{su}}} \quad (4.2)$$

rappelons que  $f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$ .

### 4.2.2 Calcul à l'ELS

On calcule le ferraillage à l'ELS en suivant le même principe, ce qui fait on peut également écrire :

$$A_{ss}\bar{\sigma}_{st} \geq N_s \quad (4.3)$$

$$\Rightarrow \boxed{A_{ss} \geq \frac{N_s}{\bar{\sigma}_{st}}} \quad (4.4)$$

rappelons que la contrainte limite des aciers  $\bar{\sigma}_{st}$  est déterminée en fonction de la préjudiciabilité de la fissuration considérée (voir la fin du chapitre 2).

### 4.2.3 Minimum réglementaire (non fragilité)

Une section entièrement tendue est considérée comme non fragile si elle est apte à reprendre les contraintes provoquant la fissuration du béton en chargeant les aciers à leur limite d'élasticité  $f_e$ . Autrement dit, la résistance des armatures doit être supérieure à la résistance du béton tendu :

$$A_{sb}f_e \geq Bf_{t28} \quad (4.5)$$

$$\rightarrow A_{sb} \geq \frac{Bf_{t28}}{f_e} \quad (4.6)$$

$B$  étant l'aire de la section du béton.

Puisque la résistance du béton à la traction n'est pas prise en compte, l'aire de la section  $B$  peut être prise quelconque, mais pour éviter la fragilité de la section, son aire  $B$  doit respecter cette condition de non fragilité. Si l'aire de la section  $B$  est imposé, c'est la section d'armatures à disposer qui doit respecter la condition de non fragilité.

#### 4.2.4 Ferraillage à disposer

Le ferraillage à disposer dans la section calculée doit respecter les conditions d'utilisation à l'ELU et à l'ELS. Il doit également respecter la condition de non fragilité, la section la défavorable est adoptée comme suit :

$$A_s = \max(A_{su}; A_{ss}; A_{sb}) \quad (4.7)$$

#### 4.2.5 Ferraillage transversal

Nous savons que l'application d'un effort normal à une poutre donnée ne génère pas d'effort tranchant comme le cas de l'application d'un moment fléchissant. Cela ne nécessite pas la disposition d'un ferraillage transversal dans les tirants. Toutefois, le règlement impose un minimum de ferraillage transversal comme suit :

$$\phi_t \geq 0,3\phi_L \quad \text{avec} \quad \phi_{t_{\min}} = 6 \text{ mm} \quad (4.8)$$

L'espacement du ferraillage transversal doit respecter la condition suivante :

$$esp \leq \min(40 \text{ cm}; a + 10 \text{ cm}) \quad (4.9)$$

$a$  étant la dimension la plus petite de la section droite du tirant.

### 4.3 Exercices

⇒ Exercice 1 :

Soit un tirant en BA soumis à un effort normal de traction ultime  $N_u = 400 \text{ kN}$  et un effort normal de service  $N_s = 290 \text{ kN}$ . La section du tirant est de dimensions ( $15 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ ).

Le reste des données est comme suit :

béton :  $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ , acier :  $f_e = 400 \text{ MPa}$  et la fissuration est peu préjudiciable.

Calculer la section d'armatures du tirant ?

⇒ Solution 1 :

Calcul à l'ELU :

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,826 \text{ MPa} \quad (4.10)$$

$$\rightarrow A_{su} = \frac{N_u}{f_{su}} = \frac{0,4}{347,826} = 0,00115 \text{ m}^2 = 11,5 \text{ cm}^2 \quad (4.11)$$

La fissuration étant peu préjudiciable, le calcul à l'ELS n'est pas obligatoire.

Minimum de non fragilité :

$$A_{sb} = \frac{Bf_{t28}}{f_e} = \frac{0,15 \cdot 0,15 \cdot 1,8}{400} = 0,000101 \text{ m}^2 = 1,01 \text{ cm}^2 \quad (4.12)$$

La section d'armatures à disposer est :

$$A_s = \max(A_{su}; A_{sb}) = \max(11,5; 1,01) = 11,5 \text{ cm}^2 \quad (4.13)$$

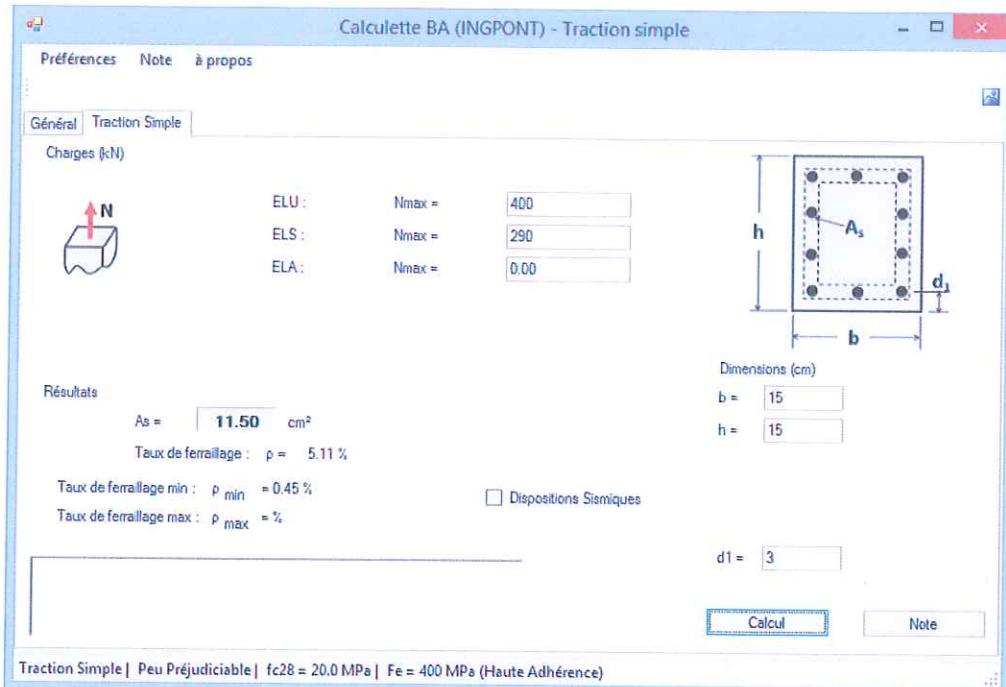


FIGURE 4.1 – Exercice 1 : Résultats de la calculette BA INGPONT

On peut disposer 4 barres HA20 comme schématisé sur la figure (4.2).

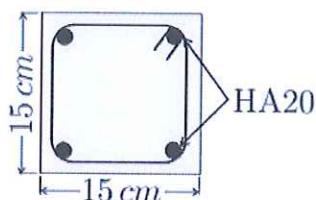


FIGURE 4.2 – Ferraillage proposé du tirant par 4 HA20

### Exercice 2 :

On considère un tirant de section rectangulaire ( $25\text{ cm} \times 25\text{ cm}$ ) sollicité par un effort normal de traction. À l'ELU on prends :  $N_u = 0,5\text{ MN}$  et à l'ELS :  $N_s = 0,4\text{ MN}$ .

Le béton a une résistance  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  et l'acier est de nuance  $FeE500$ . La fissuration est prise comme préjudiciable.

Calculer la section des armatures longitudinales ?

☞ Solution 2 :

Calcul à l'ELU :

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} \quad (4.14)$$

$$\Rightarrow A_{su} = \frac{N_u}{f_{su}} = \frac{0,5}{434,78} = 0,00115 \text{ m}^2 = 11,5 \text{ cm}^2 \quad (4.15)$$

Calcul à l'ELS :

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \left[ \frac{2}{3} f_e; \max \left( \frac{f_e}{2}; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right) \right] \quad (4.16)$$

$$= \min \left[ \frac{2}{3} \cdot 500; \max \left( \frac{500}{2}; 110 \sqrt{1,62,1} \right) \right] \quad (4.17)$$

$$= \min [333,33; \max (250; 201,63)] \quad (4.18)$$

$$= 250 \text{ MPa} \quad (4.19)$$

$$\Rightarrow A_{ss} = \frac{N_s}{\bar{\sigma}_{st}} = \frac{0,4}{250} = 0,0016 \text{ m}^2 = 16 \text{ cm}^2 \quad (4.20)$$

Minimum de non fragilité :

$$A_{sb} = \frac{B f_{t28}}{f_e} = \frac{0,25,0,25,2,1}{500} = 0,00026 \text{ m}^2 = 2,6 \text{ cm}^2 \quad (4.21)$$

La section d'armatures à disposer est :

$$A_s = \max(A_{su}; A_{ss}; A_{sb}) = \max(11,5; 16; 2,6) = 16 \text{ cm}^2 \quad (4.22)$$

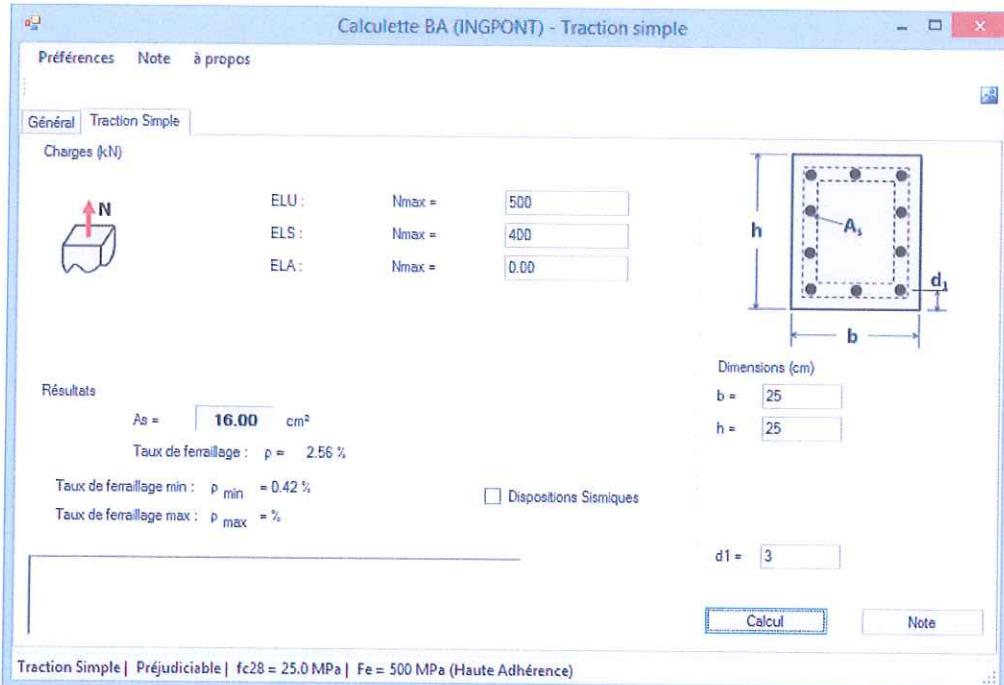


FIGURE 4.3 – Exercice 2 : Résultats de la calculette BA INGPONT

On peut disposer 8 barres HA16 comme schématisé sur la figure (4.4).

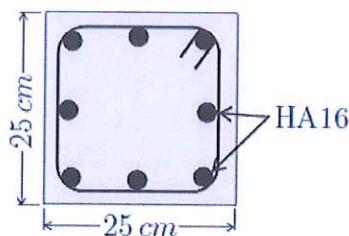


FIGURE 4.4 – Ferraillage proposé du tirant par 8 HA16

### ♦ Exercice 3 :

Soit un tirant en BA soumis à une charge permanente  $G = 240 \text{ kN}$  et une charge d'exploitation  $Q = 180 \text{ kN}$ .

Le reste des données est comme suit :  
béton :  $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ , acier :  $f_e = 400 \text{ MPa}$  et la fissuration est peu préjudiciable.

1. Calculer la section d'armatures du tirant ?
2. Calculer le coffrage du tirant ?

⇒ **Solution 3 :**

1. L'effort normal à l'ELU est donné par :

$$N_u = 1,35G + 1,5Q = 1,35 \cdot 0,24 + 1,5 \cdot 0,18 = 0,594 \text{ MN} \quad (4.23)$$

Contrainte ultime de l'acier :

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,826 \text{ MPa} \quad (4.24)$$

$$\Rightarrow A_{su} = \frac{N_u}{f_{su}} = \frac{0,594}{347,826} = 0,001708 \text{ m}^2 = 17,08 \text{ cm}^2 \quad (4.25)$$

on peut disposer 6HA20 (section de  $18,85 \text{ cm}^2$ ).

Le calcul l'ELS n'est pas obligatoire puisque la fissuration est peu préjudiciable.

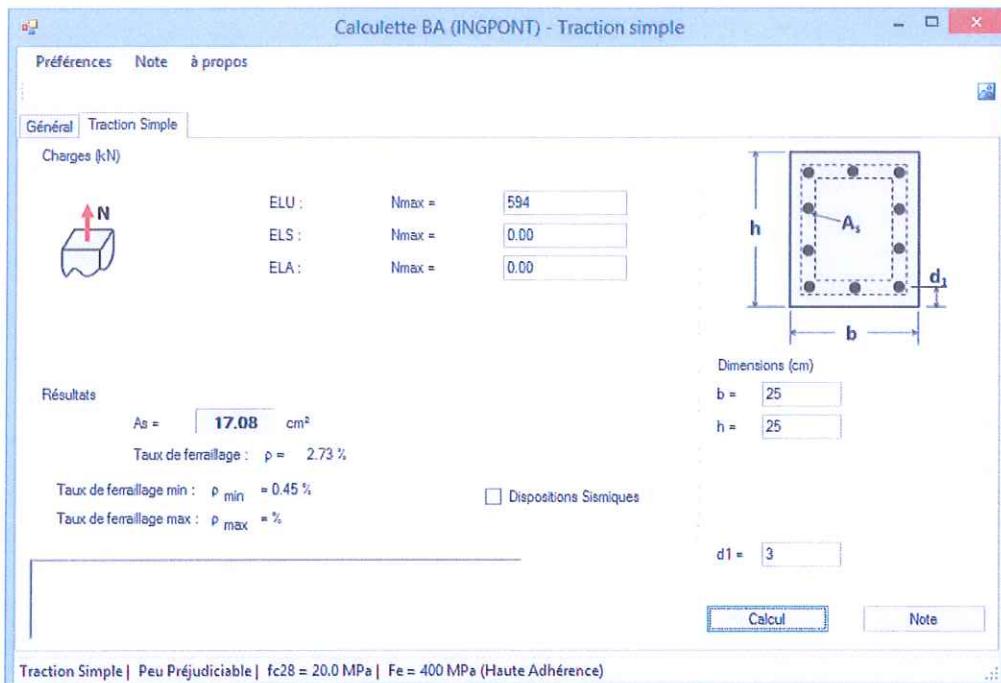


FIGURE 4.5 – Exercice 3 : Résultats de la calculette BA INGPONT

2. La condition de non fragilité est exprimée par :

$$A_s \geq \frac{B f_{t28}}{f_e} \quad (4.26)$$

$$\Rightarrow A_s \geq \frac{1,8}{400} B = 0,0045 B \quad (4.27)$$

$$\Rightarrow B \leq \frac{A_s}{0,0045} = \frac{18,85 \cdot 10^{-4}}{0,0045} = 0,4189 \text{ m}^2 = 4189 \text{ cm}^2 \quad (4.28)$$

on peut choisir la section ( $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ ).

Vérification :

$$B = 20 \times 30 = 600 \text{ cm}^2 < 4189 \text{ cm}^2 \quad (4.29)$$



## Chapitre 5

# Calcul des sections en compression simple (Poteaux)

### 5.1 Introduction

On dit qu'un élément est sollicité en compression simple si les contraintes qui y sont développées sont de même signe (positives dans le cas des poteaux). Or, d'après la mécanique des structures, ce résultat est obtenu lorsqu'on applique la résultante normale à l'intérieur du noyau central. A titre d'exemple, nous présentons dans la figure (5.1) les noyaux centraux pour une section rectangulaire et pour une section circulaire qui restent les formes les plus fréquemment adoptées dans le cas des poteaux.

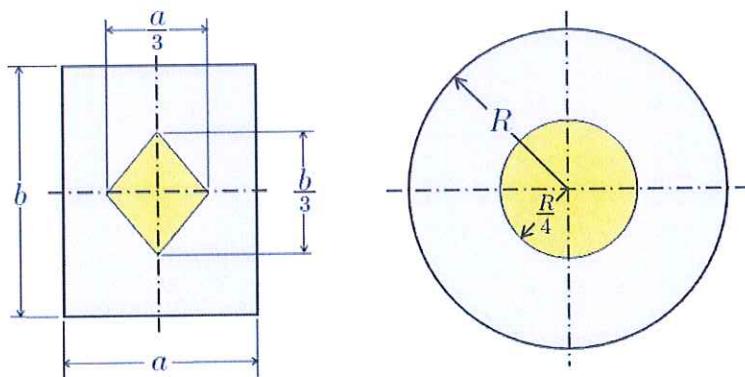


FIGURE 5.1 – Noyau central pour une section rectangulaire et une section circulaire

Dans le domaine du bâtiment, l'expérience montre que le dimensionnement des poteaux vis à vis des efforts normaux uniquement est suffisant. Toutefois, dans les cas où les moments appliqués sont importants, il faudra calculer les poteaux en flexion composée ou en flexion déviée composée. Dans ce chapitre, on se contentera du premier cas.

Le dimensionnement est effectué en appliquant une méthode forfaitaire à l'ELU qu'on développera dans la suite et aucun calcul n'est exigé à l'ELS.

## 5.2 Longueurs de flambement et élancement mécanique

La longueur de flambement notée  $L_f$  dépend de la longueur géométrique de l'élément et des types de conditions aux limites qui lui sont appliquées.

Pour le cas des poteaux isolés avec différents types de conditions aux limites, les longueurs de flambement sont définies dans la figure (5.2).

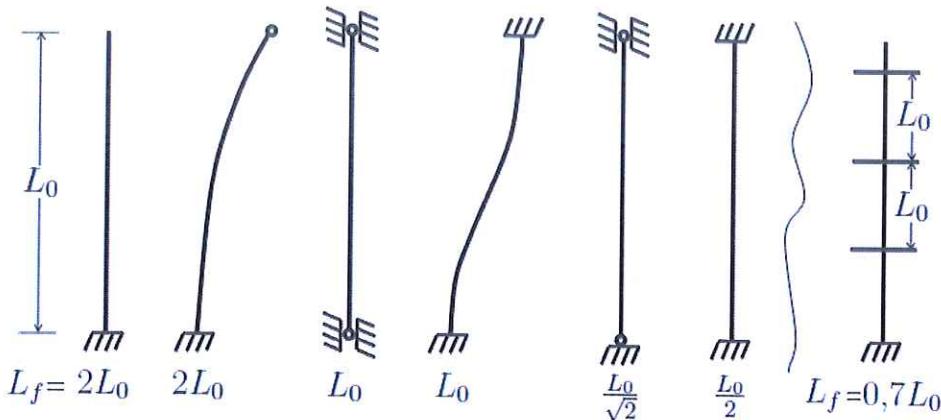


FIGURE 5.2 – Longueurs de flambement pour différentes conditions aux limites

Dans le dernier schéma à droite de la figure (5.2), nous présentons le cas des poteaux d'un immeuble à étages multiples. Dans ce cas, la longueur de flambement est prise égale à :  $L_f = 0,7 L_0$ .

L'élancement mécanique d'un poteau noté  $\lambda$  est défini par :

$$\lambda = \frac{L_f}{i_{\min}} \quad (5.1)$$

où  $i_{\min}$  est le rayon de giration minimal suivant les deux directions du poteau.

Le rayon de giration est défini comme suit :

$$i_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}} \quad (5.2)$$

où  $I_{xx}$  est le moment d'inertie de la section du poteau par rapport à l'axe  $xx$  et  $B$  est l'aire de la section.

Pour une **section rectangulaire** (voir figure 5.3), on a :

$$I_{xx} = \frac{ab^3}{12} \quad \text{et} \quad I_{yy} = \frac{ba^3}{12} \quad (5.3)$$

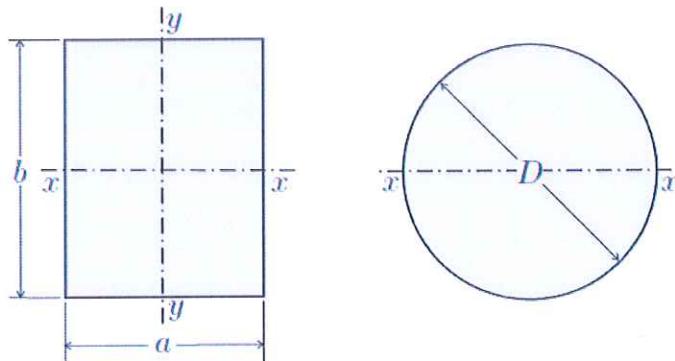


FIGURE 5.3 – Sections rectangulaire et circulaire et axes de symétrie

La dimension  $a$  est plus petite que la dimension  $b$  de la section. On peut donc constater que  $I_{yy} \leq I_{xx}$  et également  $i_{yy} \leq i_{xx}$ . D'où :

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{yy}}{B}} = \sqrt{\frac{ba^3}{12B}} = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad (5.4)$$

Pour une **section circulaire**, on a :

$$I_{xx} = \frac{\pi D^4}{64} \quad (5.5)$$

$$\Rightarrow i_{xx} = \sqrt{\frac{\pi D^4}{\frac{64}{\frac{\pi D^2}{4}}}} \quad (5.6)$$

$$= \sqrt{\frac{D^2}{16}} \quad (5.7)$$

$$\Rightarrow i_{xx} = \frac{D}{4} \quad (5.8)$$

Pour une **section carrée**, elle correspond à une section rectangulaire avec  $a = b$  :

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{yy}}{B}} = \sqrt{\frac{\frac{a^4}{12}}{a^2}} \quad (5.9)$$

$$\Rightarrow i_{min} = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad (5.10)$$

### 5.3 Calcul d'un poteau (Méthode forfaitaire)

L'équilibre entre l'action appliquée  $N_u$  et la résistance de la section du poteau est traduite par :

$$N_u \leq B f_{bu} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (5.11)$$

$$\Rightarrow N_u \leq B \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (5.12)$$

on peut remarquer que  $\theta$  est pris égal à 1 ( $\theta = 1$ ).

Pour plus de sécurité, sur tout le périmètre extérieur de la section du béton on élimine 1 cm de béton qui n'est pas pris en compte dans le calcul (voir figure 5.4). La formule précédente est également multipliée par un coefficient  $\alpha$ .

On peut facilement constater que d'après la figure (5.4), on a pour une section rectangulaire :

$$B_r = (a - 0,02)(b - 0,02) \quad (m^2) \quad (5.13)$$

Pour une section circulaire, on a :

$$B_r = \pi \frac{(D - 0,02)^2}{4} \quad (m^2) \quad (5.14)$$

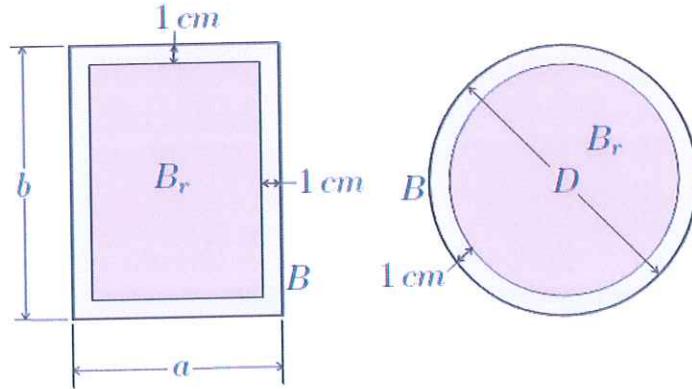


FIGURE 5.4 – Sections réduites pour le calcul

La vérification de la résistance de la section peut se faire, d'une façon forfaitaire, par la formule :

$$N_u \leq \alpha \left( B_r \frac{f_{c28}}{0,9\gamma_b} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \right) \quad (5.15)$$

La résistance du béton  $\frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b}$  est remplacée par  $\frac{f_{c28}}{0,9\gamma_b}$  pour tenir compte de la majoration de cette résistance parce que les charges sont appliquées habituellement après 90 jours.

Dans le cas où l'élancement  $\lambda \leq 50$ , on a :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} \quad (5.16)$$

Dans le cas où  $50 \leq \lambda \leq 70$ , on a :

$$\alpha = 0,6 \left( \frac{50}{\lambda} \right)^2 \quad (5.17)$$

Dans le cas où  $\lambda > 70$ , le risque de flambage est présent et la méthode forfaitaire ne peut pas être utilisée (on doit calculer la section en flexion composée).

*Remarque :*

- \* Lorsque plus de la moitié de la charge est appliquée avant 90 jours, le coefficient  $\alpha$  est à diviser par 1,1 (on multiplie par  $\frac{\alpha}{1,1}$  au lieu de  $\alpha$ );
- \* Lorsque la majorité de la charge est appliquée avant 28 jours, on travaille avec  $f_{cj}$  au lieu de  $f_{c28}$  et le coefficient  $\alpha$  est à diviser par 1,2 (on travaille avec  $f_{cj}$  et  $\frac{\alpha}{1,2}$ );
- \* Le coefficient réducteur  $\alpha$  tient compte du fait de négliger l'effet de second ordre qui est le flambage.

## 5.4 Calcul du ferraillage

### 5.4.1 Ferraillage longitudinal

Nous avons justifié que l'effort normal appliqué à la section d'un poteau doit satisfaire la condition suivante :

$$N_u \leq \alpha \left( B_r \frac{f_{c28}}{0,9\gamma_b} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \right) \quad (5.18)$$

la section d'armatures minimale à disposer est donc :

$$A_s = \left( \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} \quad (5.19)$$

- Si  $\lambda \leq 35$  :  $A_s$  représente l'aire de toutes les armatures à dispenser sur tout le contour de la section ;
- Si  $\lambda > 35$  :  $A_s$  représente l'aire à disposer sur les deux cotés selon l'inertie la plus faible (grands cotés).

Le ferraillage minimal à disposer peut être calculé par :

$$A_{s\min} = \max \left[ \frac{0,2B}{100}; 0,04u(4\% \text{ du périmètre}) \right] \quad (5.20)$$

où  $B$  est l'aire de la section du béton et  $u$  est le périmètre de la section en cm.

Le ferraillage maximal est défini selon le règlement par :

$$A_{s \max} = \frac{5B}{100} \quad (5.21)$$

Selon le règlement, l'espacement maximal à respecter pour les barres longitudinales est donné par :

$$e_{\max} = \min[a + 10; 40 \text{ cm}] \quad (5.22)$$

où  $a$  est le petit côté de la section en cm.

*Remarques :*

- \* Pour les sections polygonales : il faut disposer au moins une barre dans chaque angle ;
- \* Pour les sections circulaires : il faut disposer au moins 6 barres. Elles sont à répartir d'une façon régulière.

#### 5.4.2 Ferraillage Transversal

Les armatures transversales n'ont aucun rôle au niveau de la résistance. Le seul rôle qu'elles assurent est d'empêcher le flambement (perte de stabilité de forme) des armatures longitudinales. Ces armatures doivent respecter les exigences suivantes :

Diamètre :  $\phi_t = 0,3\phi_l$  où  $\phi_l$  est le diamètre des armatures longitudinales ;

L'espacement doit respecter la condition suivante :

$$e \leq \min[15\phi_l; 40 \text{ cm}; a + 10 \text{ cm}] \quad (5.23)$$

où  $a$  est le petit côté de la section en cm.

Au niveau des zones de recouvrement des aciers longitudinaux, il faut placer au moins trois armatures transversales.

## 5.5 Prédimensionnement d'un poteau (Calcul du coffrage)

### 5.5.1 Section rectangulaire

Pour une section rectangulaire de dimensions  $(a \times b)$  :

On a vu que pour appliquer la méthode forfaitaire, l'élancement  $\lambda$  doit respecter la condition :  $0 < \lambda < 70$ . Pour prédimensionner le coffrage, on prend habituellement  $\lambda = 35$ .

On sait que :

$$\lambda = \frac{L_f}{i_{\min}} = 2\sqrt{3} \frac{L_f}{a} \quad (5.24)$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{3} \frac{L_f}{\lambda} \quad (5.25)$$

On doit chercher la deuxième dimension  $b$  de telle sorte à avoir :

$$A_s > 0 \quad (5.26)$$

$$\Rightarrow A_s = \left( \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} > 0 \quad \text{avec} \quad B_r = (a - 0,02)(b - 0,02) \quad (5.27)$$

$$\Rightarrow B_r = (a - 0,02)(b - 0,02) < \frac{N_u}{\alpha} \frac{0,9\gamma_b}{f_{c28}} \quad (5.28)$$

$$\Rightarrow (b - 0,02) < \frac{N_u}{\alpha} \frac{0,9\gamma_b}{f_{c28}(a - 0,02)} \quad (5.29)$$

$$\Rightarrow b < \frac{N_u}{\alpha} \frac{0,9\gamma_b}{f_{c28}(a - 0,02)} + 0,02 \quad (5.30)$$

### 5.5.2 Section circulaire

On fixe l'élancement mécanique à  $\lambda = 35$  ou une valeur inférieure.

Comme déjà démontré pour une section rectangulaire, en reprenant (5.28) on a :

$$B_r < \frac{N_u}{\alpha} \frac{0,9\gamma_b}{f_{c28}} \quad (5.31)$$

d'un autre côté, on a :

## 5.6 Exercices

---

$$\lambda = \frac{L_f}{i_{\min}} = \frac{4L_f}{D} \quad (5.32)$$

On peut donc calculer le diamètre  $D$  de deux manières différentes :

1. A partir de (5.32), on a :

$$D_1 = \frac{4L_f}{\lambda} \quad (5.33)$$

2. On peut calculer la section réduite  $B_r$  par la formule (5.31), puis en utilisant l'expression d'une section réduite circulaire on a :

$$B_r = \frac{\pi(D_2 - 0,02)^2}{4} \quad \rightarrow \quad D_2 = \sqrt{\frac{4B_r}{\pi} + 0,02} \quad (5.34)$$

En général, on adopte une valeur du diamètre  $D$  multiple de 5 cm et compris entre  $D_1$  et  $D_2$  ( $D_1 \leq D \leq D_2$ ).

## 5.6 Exercices

☞ Exercice 1 :

On considère un poteau de section rectangulaire (30 cm × 40 cm) soumis à un effort normal centré  $N_u = 2000 \text{ kN}$ .

On suppose que la longueur de flambement de ce poteau est  $l_f = 3 \text{ m}$ . Les aciers à utiliser sont de nuance FeE500 et le béton a un  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ . On considère également que la majorité des charges sont appliquées après 90 jours.

Calculer les sections d'armatures longitudinales et transversales ainsi que leurs espacements ?

Proposer un schéma de ferraillage ?

☞ Solution 1 :

L'élancement mécanique du poteau est :

$$\lambda = 2\sqrt{3} \frac{L_f}{a} = 2\sqrt{3} \frac{3}{0.3} = 34,64 \quad (5.35)$$


---

on remarque que  $\lambda < 50$ . Dans ce cas, le coefficient de flambement  $\alpha$  est calculé comme suit :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{34,64}{35} \right)^2} = 0,71 \quad (5.36)$$

la section d'armatures longitudinales est :

$$A_s = \left( \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} = \left( \frac{2}{0,71} - \frac{0,28 \cdot 0,38 \cdot 25}{0,9 \cdot 1,5} \right) \frac{1,15}{500} \quad (5.37)$$

$$\Rightarrow A_s = 0,001947 \text{ m}^2 = 19,47 \text{ cm}^2 \quad (5.38)$$

La section d'armatures minimales à disposer est donnée par :

$$A_{\min} = \max \left( \frac{0,2B}{100}; 0,04u \right) = \max \left( \frac{0,2 \cdot 30 \cdot 40}{100}; 0,04 \cdot 2 \cdot (30 + 40) \right) \quad (5.39)$$

$$\Rightarrow A_{\min} = \max(2,4; 5,6) = 5,6 \text{ cm}^2 \quad (5.40)$$

la section maximale est :

$$A_{\max} = 0,05B = 0,05 \cdot 30 \cdot 40 = 60 \text{ cm}^2 \quad (5.41)$$

La section d'armatures à disposer est donc :

$$A_s = 19,47 \text{ cm}^2 \quad (5.42)$$

L'espacement maximal du ferraillage longitudinal est défini par :

$$e_{\max} = \min(a + 10 \text{ cm}; 40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm} \quad (5.43)$$

Donc, on peut bien disposer 4 barres HA25 par exemple sur la section du poteau.

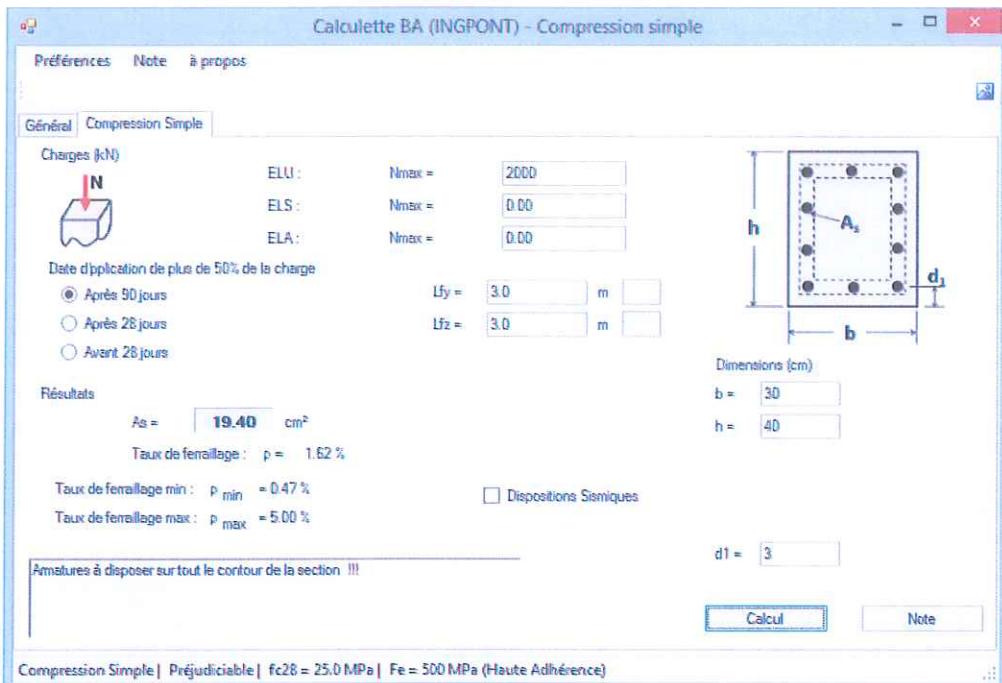


FIGURE 5.5 – Exercice 1 : Résultats de la calculette BA INGPONT

Le diamètre des armatures transversales est défini par :

$$\phi_t = 0,3\phi_l = 0,3 \cdot 2,5 = 7,5 \text{ mm} \quad (5.44)$$

on peut donc adopter  $\phi_t = 8 \text{ mm}$ .

L'espacement du ferraillage transversal est donné par :

$$e \leq \min(15\phi_l; 40 \text{ cm}; a + 10 \text{ cm}) = \min(37,5 \text{ cm}; 40 \text{ cm}; 40 \text{ cm}) = 37,5 \text{ cm} \quad (5.45)$$

on peut donc adopter un espacement  $e = 30 \text{ cm}$  ou  $e = 35 \text{ cm}$ .

### Exercice 2 :

Considérant un poteau d'un bâtiment de dimensions  $(25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm})$  et subissant un effort normal ultime de compression  $N_u = 1,04 \text{ MN}$ . Le poteau a une longueur géométrique de  $L_0 = 3 \text{ m}$  et le chargement est appliqué après 90 jours de son exécution.

On a également :  
béton :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ , acier HA :  $f_e = 400 \text{ MPa}$ .

Déterminer les armatures du poteau ?

☞ **Solution 2 :**

On est sur le cas d'un bâtiment, la longueur de flambage est :

$$L_f = 0,7L_0 = 0,7 \cdot 3 = 2,1 \text{ m} \quad (5.46)$$

L'élancement mécanique du poteau est :

$$\lambda = 2\sqrt{3} \frac{L_f}{a} = 2\sqrt{3} \frac{2,1}{0,25} = 29,1 \quad (5.47)$$

on remarque que  $\lambda < 50$ . Dans ce cas, le coefficient de flambement  $\alpha$  est calculé comme suit :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{29,1}{35} \right)^2} = 0,747 \quad (5.48)$$

la section d'armatures longitudinales est :

$$A_s = \left( \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} = \left( \frac{1,04}{0,747} - \frac{0,23^2 \cdot 25}{0,9 \cdot 1,5} \right) \frac{1,15}{400} \quad (5.49)$$

$$\Rightarrow A_s = 0,001186 \text{ m}^2 = 11,86 \text{ cm}^2 \quad (5.50)$$

La section d'armatures minimales à disposer est donnée par :

$$A_{\min} = \max \left( \frac{0,2B}{100}; 0,04u \right) = \max \left( \frac{0,2 \cdot 25^2}{100}; 0,04 \cdot 2 \cdot (15 + 15) \right) \quad (5.51)$$

$$\Rightarrow A_{\min} = \max(1,25; 2,4) = 2,4 \text{ cm}^2 \quad (5.52)$$

la section maximale est :

$$A_{\max} = 0,05B = 0,05 \cdot 25^2 = 31,25 \text{ cm}^2 \quad (5.53)$$

La section d'armatures à disposer est donc :

$$A_s = 11,86 \text{ cm}^2 \quad (5.54)$$

L'espacement maximal du ferraillage longitudinal est défini par :

$$e_{\max} = \min(a + 10 \text{ cm}; 40 \text{ cm}) = \min(25 + 10; 40 \text{ cm}) = 35 \text{ cm} \quad (5.55)$$

Donc, on peut bien disposer 4 barres HA20 sur la section du poteau (section réelle de  $12,56 \text{ cm}^2$ ).

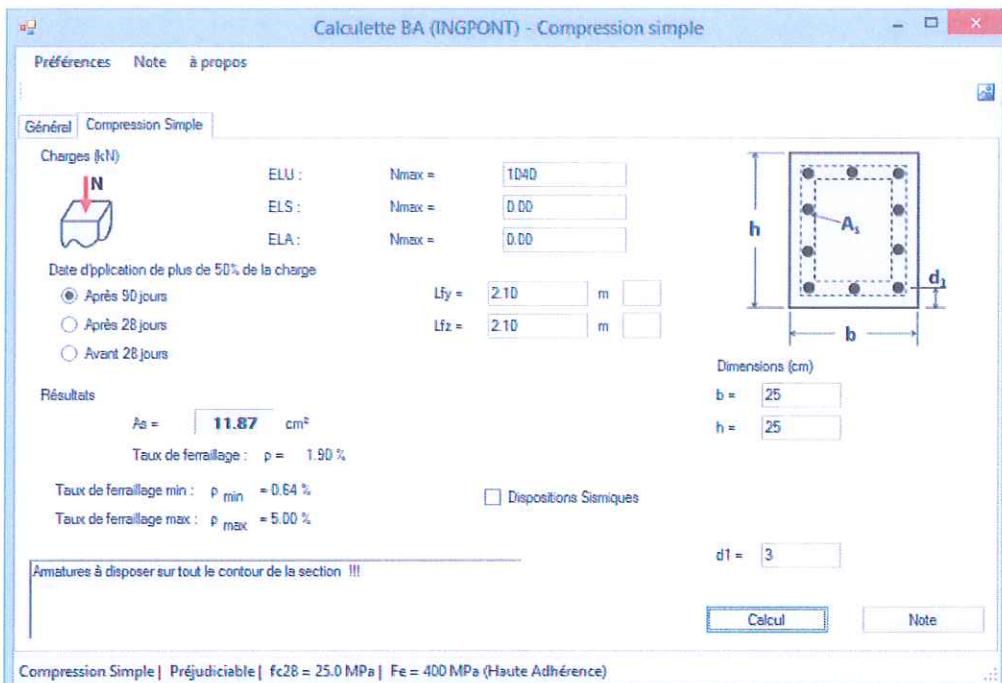


FIGURE 5.6 – Exercice 2 : Résultats de la calculette BA INGPONT

### ⇒ Exercice 3 :

Considérons un poteau circulaire de diamètre  $D = 35 \text{ cm}$  et subissant un effort normal ultime de compression  $N_u = 900 \text{ kN}$ . Le poteau a une longueur de flambage de  $L_f = 4 \text{ m}$  et le chargement est appliqué après 50 jours de son exécution.

On a également :

béton :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ , acier HA :  $f_e = 400 \text{ MPa}$ .

Déterminer les armatures du poteau ?

### ⇒ Solution 3 :

L'élancement mécanique du poteau est :

$$\lambda = \frac{4L_f}{D} = \frac{4.4}{0,35} = 45,714 \quad (5.56)$$

on remarque que  $\lambda < 50$ . Dans ce cas, le coefficient de flambement  $\alpha$  est calculé comme suit :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{45,714}{35} \right)^2} = 0,6338 \quad (5.57)$$

Le chargement est appliqué à 50 jours, on doit donc faire le calcul avec  $\frac{\alpha}{11}$  au lieu de  $\alpha$ .

La section d'armatures longitudinales est :

$$A_s = \left( \frac{1,1N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} = \left( \frac{1,1.0,9}{0,6338} - \frac{\pi.0,33^2.0,25.25}{0,9.1,5} \right) \frac{1,15}{400} \quad (5.58)$$

$$\Rightarrow A_s = -0,000063 m^2 = -0,63 cm^2 \quad (5.59)$$

La section d'armatures minimales à disposer est donnée par :

$$A_{\min} = \max \left( \frac{0,2B}{100}; 0,04u \right) = \max \left( \frac{0,2.\pi.35^2.0,25}{100}; 0,04.\pi.35 \right) \quad (5.60)$$

$$\Rightarrow A_{\min} = \max(1,92; 4,4) = 4,4 cm^2 \quad (5.61)$$

la section maximale est :

$$A_{\max} = 0,05B = 0,05.\pi.35^2.0,25 = 48,11 cm^2 \quad (5.62)$$

La section d'armatures à disposer est donc :

$$A_s = 4,4 cm^2 \quad (5.63)$$

L'espacement maximal du ferraillage longitudinal est défini par :

$$e_{\max} = \min(a + 10 cm; 40 cm) = \min(35 + 10; 40 cm) = 40 cm \quad (5.64)$$

Rappelons que pour une section circulaire, il faut disposer au moins 6 armatures. Nous pouvons proposer dans notre cas 6HA10 (section réelle de  $4,71 cm^2$ ).

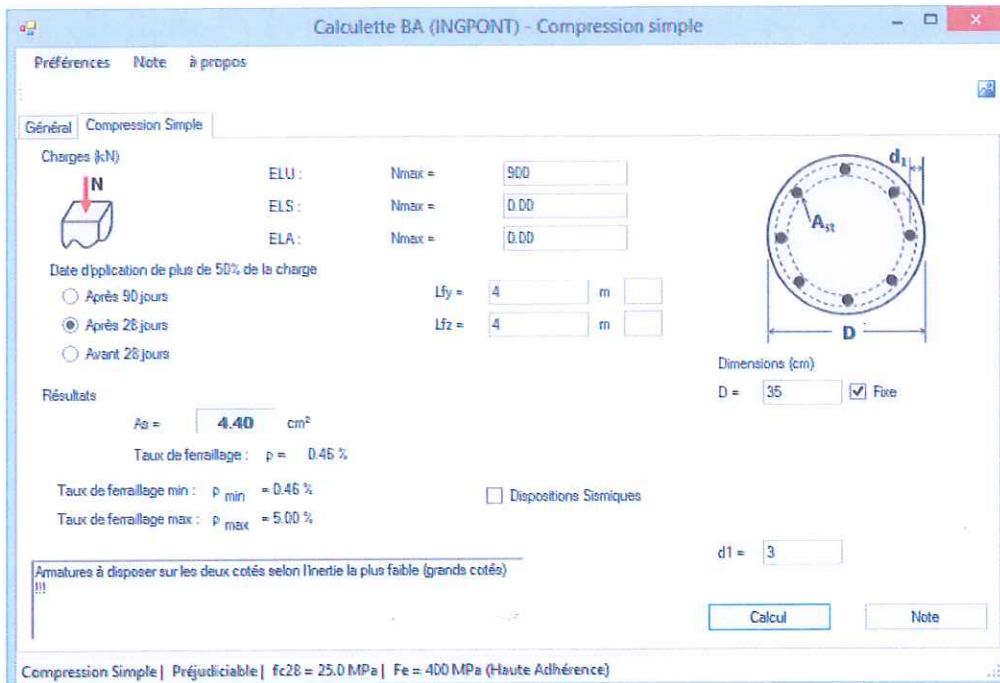


FIGURE 5.7 – Exercice 3 : Résultats de la calculette BA INGPONT

**Exercice 4 :**

Un poteau fait parti de l'ossature d'un bâtiment à étages multiples pour lequel la distance entre planchers est  $L_0 = 3 \text{ m}$ . Ce poteau de section rectangulaire supporte des charges permanentes  $G = 930 \text{ kN}$  et des charges d'exploitation  $Q = 163 \text{ kN}$

On a également :

béton :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ , acier HA :  $f_e = 400 \text{ MPa}$ .

On a plus de la moitié de la charge qui est appliquée après 90 jours et l'enrobage est  $c = 3 \text{ cm}$ .

L'élancement mécanique visé est voisin de  $\lambda = 30$ .

1. Déterminer les dimensions du poteau ?
2. Calculer le ferraillage complet du poteau ?
3. Tracer le schéma de ferraillage du poteau ?

⇒ **Solution 4 :**

- On est sur le cas d'un bâtiment et la longueur de flambage est donnée par :

$$L_f = 0,7L_0 = 0,7 \cdot 3 = 2,1 \text{ m} \quad (5.65)$$

le petit côté de la section rectangulaire est calculé par :

$$a = 2\sqrt{3} \frac{L_f}{\lambda} = 2\sqrt{3} \frac{2,1}{30} = 0,2425 \text{ m} = 24,25 \text{ cm} \quad (5.66)$$

on adopte la valeur :

$$a = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm} \quad (5.67)$$

l'effort normal ultime est :

$$N_u = 1,35G + 1,5Q = 1,35 \cdot 0,93 + 1,5 \cdot 0,163 = 1,5 \text{ MN} \quad (5.68)$$

calcul du coefficient de flambement  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{30}{35} \right)^2} = 0,7411 \quad (5.69)$$

dans la suite, on calcule le grand côté de la section rectangulaire :

$$b = \frac{0,9\gamma_b N_u}{\alpha f_{c2s}(a - 0,02)} + 0,02 = \frac{0,9 \cdot 1,5 \cdot 1,5}{0,7411 \cdot 25 \cdot 0,23} + 0,02 = 0,492 \text{ m} = 49,2 \text{ cm} \quad (5.70)$$

on adopte la valeur :

$$b = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm} \quad (5.71)$$

En fin de compte, on peut adopter la section rectangulaire de dimensions (25 cm × 45 cm).

- L'élançement mécanique du poteau est :

$$\lambda = 2\sqrt{3} \frac{L_f}{a} = 2\sqrt{3} \frac{2,1}{0,25} = 29,099 \quad (5.72)$$

on remarque que  $\lambda < 50$ . Dans ce cas, le coefficient de flambement  $\alpha$  est calculé comme suit :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{29,099}{35} \right)^2} = 0,7468 \quad (5.73)$$

la section d'armatures longitudinales est :

$$A_s = \left( \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} = \left( \frac{1,5}{0,7468} - \frac{0,23 \cdot 0,43 \cdot 25}{0,9 \cdot 1,5} \right) \frac{1,15}{400} \quad (5.74)$$

$$\Rightarrow A_s = 0,000509 m^2 = 5,09 cm^2 \quad (5.75)$$

La section d'armatures minimales à disposer est donnée par :

$$A_{\min} = \max \left( \frac{0,2B}{100}; 0,04u \right) = \max \left( \frac{0,2 \cdot 25 \cdot 45}{100}; 0,04 \cdot 2,70 \right) \quad (5.76)$$

$$\Rightarrow A_{\min} = \max(2,25; 5,6) = 5,6 cm^2 \quad (5.77)$$

la section maximale est :

$$A_{\max} = 0,05B = 0,05 \cdot 25 \cdot 45 = 56,25 cm^2 \quad (5.78)$$

La section d'armatures à disposer est donc :

$$A_s = 5,6 cm^2 \quad (5.79)$$

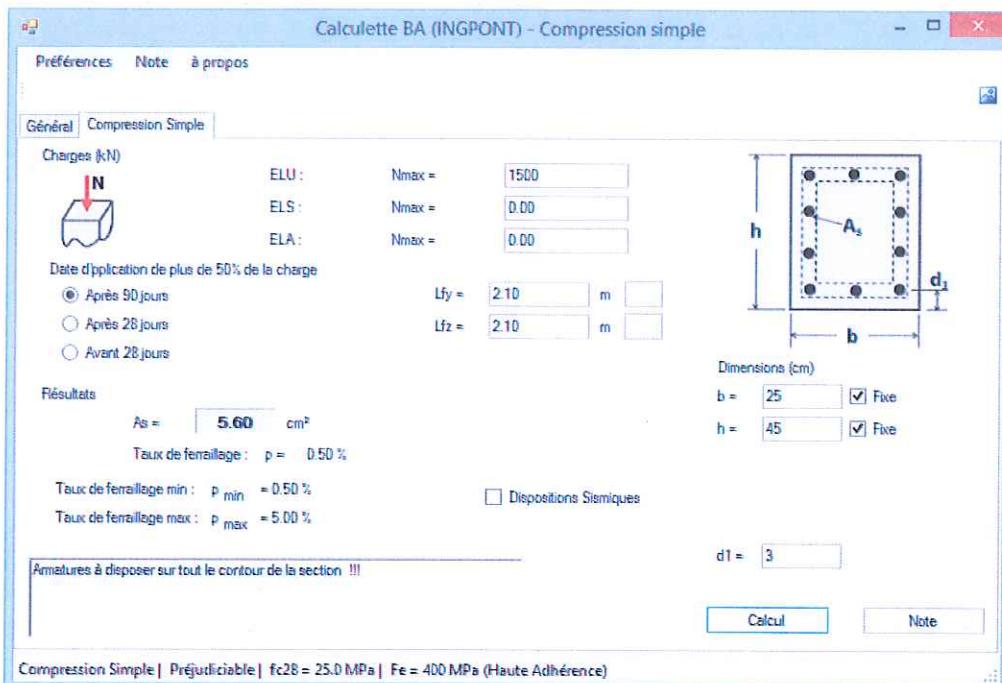


FIGURE 5.8 – Exercice 4 : Résultats de la calculette BA INGPONT

L'espacement maximal du ferraillage longitudinal est défini par :

$$e_{\max} = \min(a + 10 \text{ cm}; 40 \text{ cm}) = \min(25 + 10 \text{ cm}; 40 \text{ cm}) = 35 \text{ cm} \quad (5.80)$$

On a un enrobage  $c = 3 \text{ cm}$ , on doit donc disposer au moins 3 barres sur le grand côté de la section.

On peut disposer 6 barres HA12 sur la section du poteau (section réelle :  $6,79 \text{ cm}^2$ ).

Le diamètre des armatures transversales est défini par :

$$\phi_t = 0,3\phi_l = 0,3 \cdot 14 = 4,2 \text{ mm} \quad (5.81)$$

on peut donc adopter  $\phi_t = 6 \text{ mm}$ .

L'espacement du ferraillage transversal est donné par :

$$e \leq \min(15\phi_t; 40 \text{ cm}; a + 10 \text{ cm}) = \min(21 \text{ cm}; 40 \text{ cm}; 35 \text{ cm}) = 21 \text{ cm} \quad (5.82)$$

on peut donc adopter un espacement  $e = 20 \text{ cm}$ .

3. On propose le schéma de ferraillage présenté dans la figure (5.9).

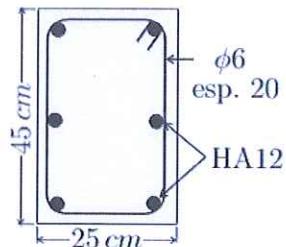


FIGURE 5.9 – Schéma de ferraillage pour l'exercice 4

