Chapitre 3 :
L'équilibre du consommateur

- Jusque-là, nous nous sommes intéressés uniquement aux ***préférences*** du consommateur :

  - A la façon dont le consommateur classe les paniers de consommation qui s'offrent à lui
  - Face à **l'ensemble des produits** qui lui sont proposés, le consommateur effectue un **choix de consommation.**

- Or, le consommateur est limité dans ses choix de consommation par deux éléments des **contraintes financières**

  - Les prix des biens qu'il achète
  - Le revenu disponible qu'il gagne

→ ***La contrainte budgétaire du consommateur***

L'équilibre du consommateur
La contrainte budgétaire du consommateur

- **Le consommateur achète**
  - Ce qu'il veut $\Rightarrow$ préférences
  - Ce qu'il peut $\Rightarrow$ contrainte budgétaire

- **La contrainte budgétaire**
  - **Définition**
    - L'ensemble des paniers de consommation accessibles au consommateur
  - **Déterminants**
    - Revenu du consommateur
    - Prix des biens

L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

Notations

- **Le consommateur dispose d'un budget (Revenu fixe) : R**
- **Il affecte la totalité de son revenu à la consommation des (pas d'épargne) :**
  - **Quantité de bien 1 : x_1**
  - **Quantité de bien 2 : x_2**
- **Les prix de marché pour les bien 1 et 2 sont :**
  - **Prix du bien 1 : P1**
  - **Prix du bien 2 : P2**
- **Somme consacrée à l'achat de bien 1 : $P_1 \times x_1$**
- **Somme consacrée à l'achat de bien 2 : $P_2 \times x_2$**

L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

- Supposons que le consommateur consacre ***la totalité*** de son revenu ***R*** à la consommation des deux biens

- ***La contrainte budgétaire*** du consommateur est l'ensemble des possibilités de consommation des deux biens accessibles au consommateur grâce à son revenu ***R***

$$R = P_1.x_1 + P_2.x_2$$

Revenu = Dépenses de bien 1 + dépenses de bien 2

L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

- La contrainte budgétaire du consommateur peut être représentée graphiquement par la ***droite de budget*** dont l'équation est obtenue à partir de la contrainte budgétaire

$$x_2 = \frac{R}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} . x_1$$

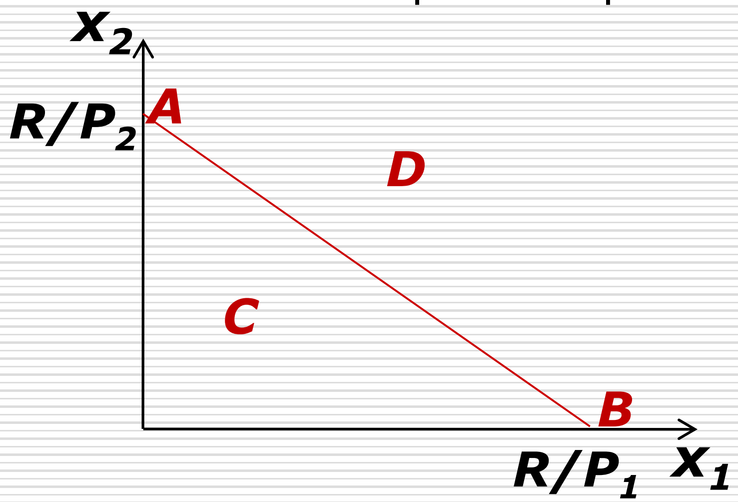
➔ L'expression $-p_1/p_2$ nous donne *la pente de la droite*, c'est le rapport des prix =Taux auquel les deux biens peuvent être substitués sans modifier la dépense totale

➔ Elle représente l'ensemble des paniers de consommation qui coûtent exactement **R**

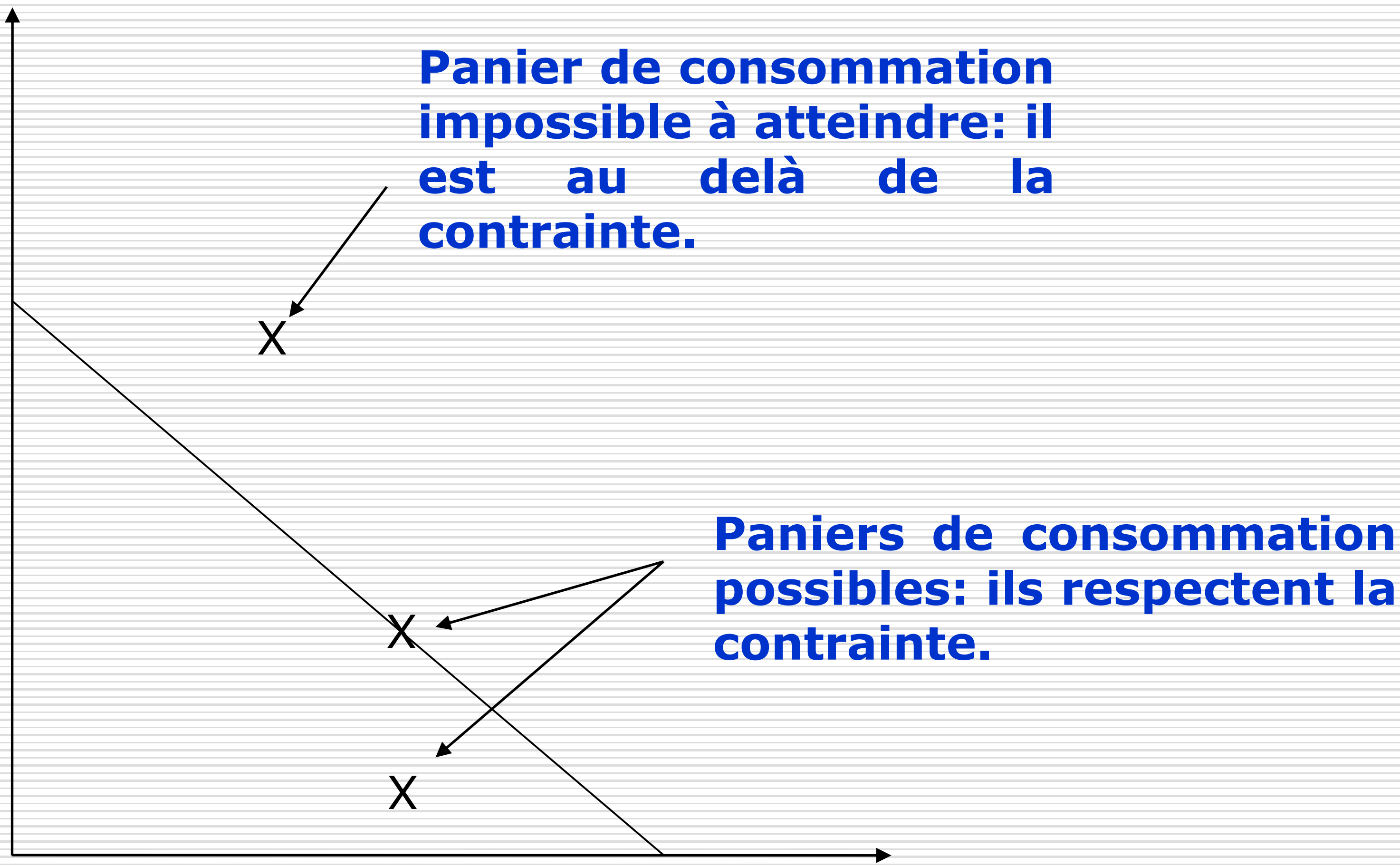
L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

- Axe vertical : (**R/P2**), au point **A**, le consommateur consacre la totalité de son revenu à l'achat du bien **2** c-à-d la quantité maximale de bien 2 pouvant être achetée avec le revenu
- Axe horizontal : (**R/P1**)), au point **B**, le consommateur consacre la totalité de son revenu à l'achat du bien **1** c-à-d la quantité maximale de bien 1 pouvant être achetée avec le revenu
- Les paniers de biens situés ***sur*** la droite de budget **(A et B)** et ***en dessous*** de la droite **(C)** sont accessibles pour le consommateur
- Les paniers situés ***au dessus (D)***de la droite sont inaccessibles pour le consommateur, ils nécessitent une dépense supérieure au revenu



L'espace de consommation



L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

- ***Que se passera-t-il lorsque le revenu du consommateur ou les prix des biens varient ?***

➔ Lorsque le revenu ou les prix varient, la droite de budget se déplace, modifiant l'ensemble des paniers accessibles

- ***<u>1er cas</u> : variation du revenu, les prix restant inchangés***

➔ Supposons que le ***<u>revenu</u>*** du consommateur ***<u>augmente</u>*** de ***R*** à ***R'***

➔ La droite de budget devient : $R' = P_1.x_1 + P_2.x_2 \quad pour \quad R' > R$

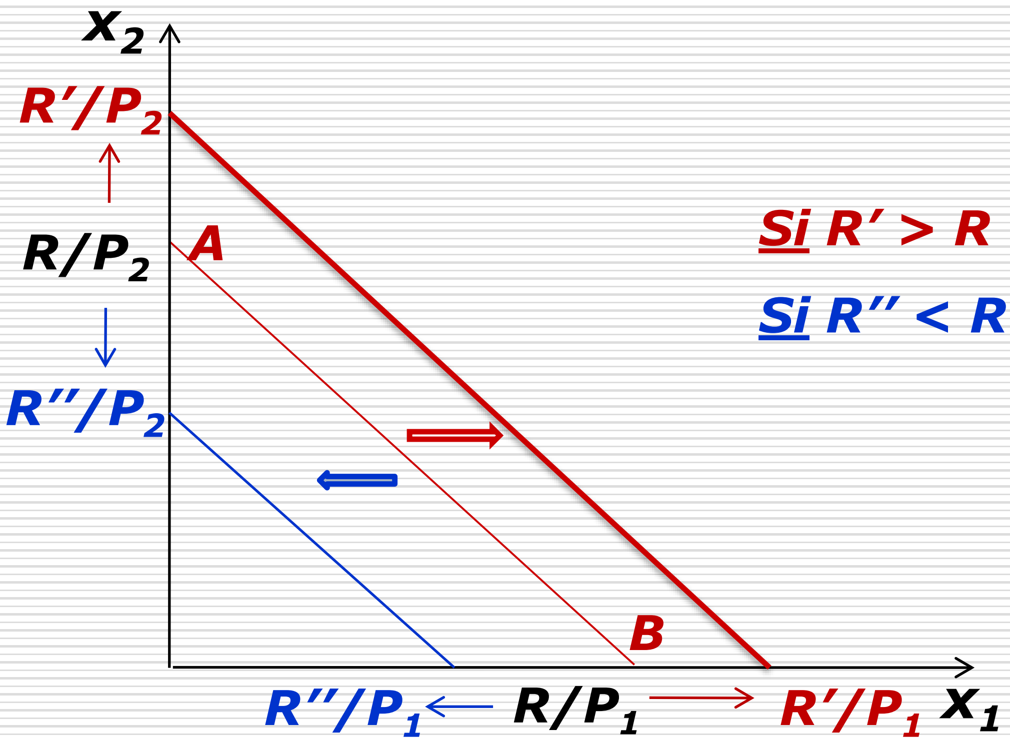
➔ Et : $x_2 = \frac{R'}{P_2} - \frac{P_1}{P_2}.x_1$

↳ ***La pente reste constante puisque les prix ne varient pas***

↳ ***La droite de budget se déplacera parallèlement à elle-même vers le haut car*** $\frac{R'}{P_1} > \frac{R}{P_1} \quad et \quad \frac{R'}{P_2} > \frac{R}{P_2}$

L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur



L'équilibre du consommateur
La contrainte budgétaire du consommateur

- ***2ème cas : variation du prix de B1, P_2 et R restant inchangés***

➔ Supposons que le prix du bien 1 augmente de P_1 à P_1'

➔ La droite de budget devient : $R = P_1'.x_1 + P_2.x_2 \quad pour \quad P_1' > P$

➔ Et : $x_2 = \frac{R}{P_2} - \frac{P_1'}{P_2}.x_1$

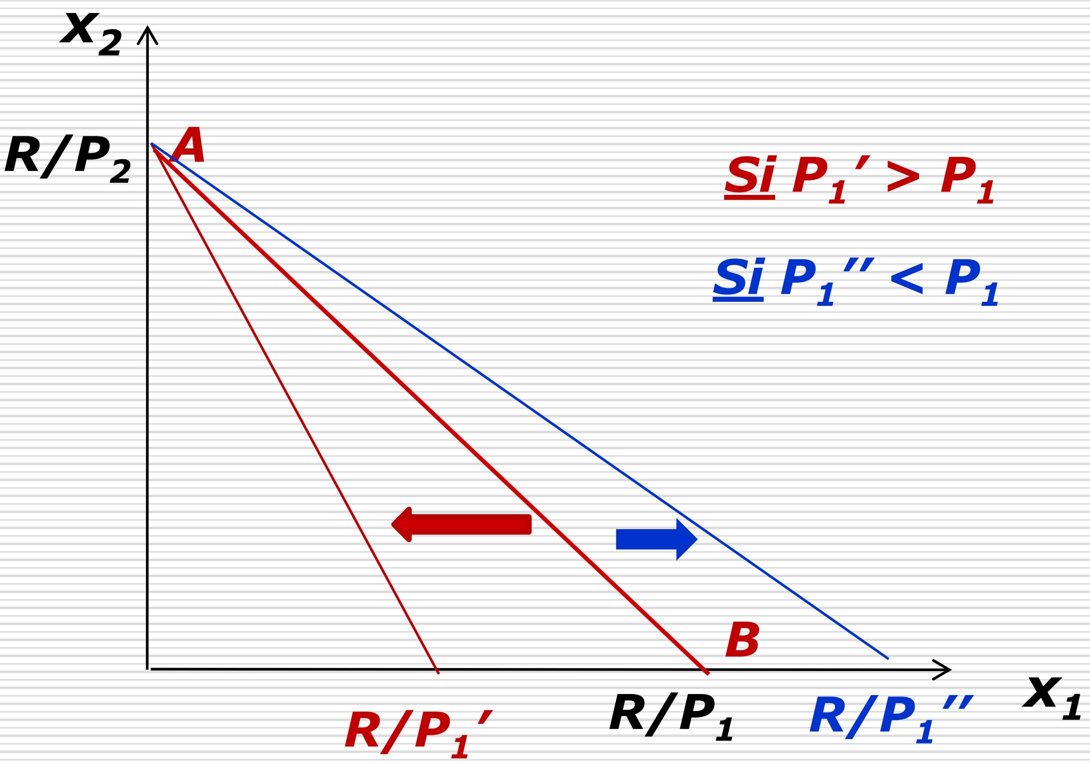
↳ ***La pente de la droite de budget a changé en raison de la variation du prix du bien 1***

$$\frac{P_1'}{P_2} > \frac{P_1}{P_2}$$

↳ ***La droite de budget va pivoter vers le bas autour du point A(0, R/P_2)***

L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur



Si $P_1' > P_1$

Si $P_1'' < P_1$

L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

R = 800 Dhs P$_1$ = 10 Dhs P$_2$ = 20 Dhs

Panier de biens	Bien 1 (x_1)	Bien 2 (x_2)	Dépense totale
A	0		800 Dhs
B	20		800 Dhs
C	40		800 Dhs
D	60		800 Dhs
E	80		800 Dhs

L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

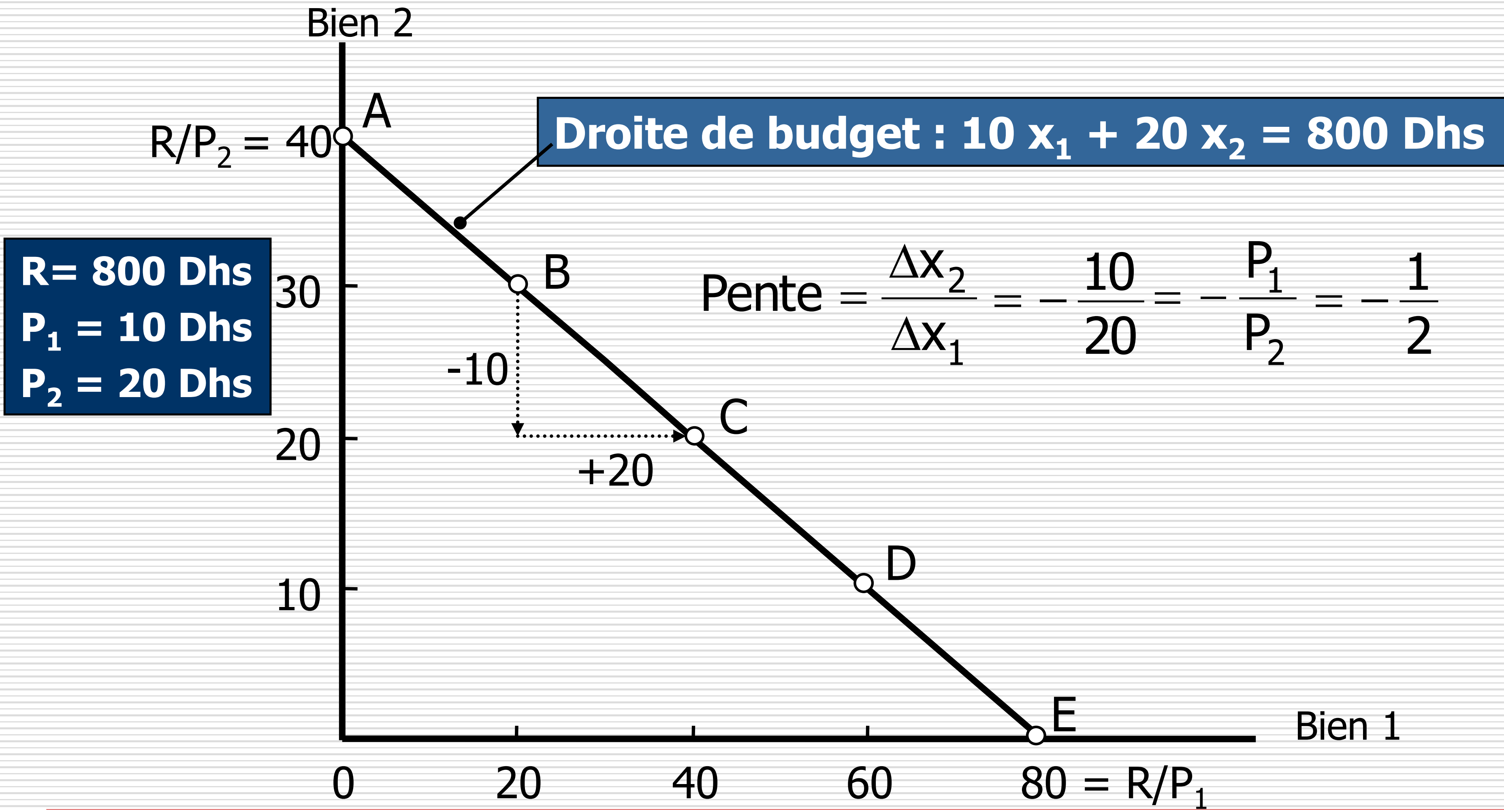
$R = 800$ Dhs $P_1 = 10$ Dhs $P_2 = 20$ Dhs

Droite de budget : $10\ x_1 + 20\ x_2 = 800$ Dhs

Panier de biens	Bien 1 (x_1)	Bien 2 (x_2)	Dépense totale
A	0	40	800 Dhs
B	20	30	800 Dhs
C	40	20	800 Dhs
D	60	10	800 Dhs
E	80	0	800 Dhs

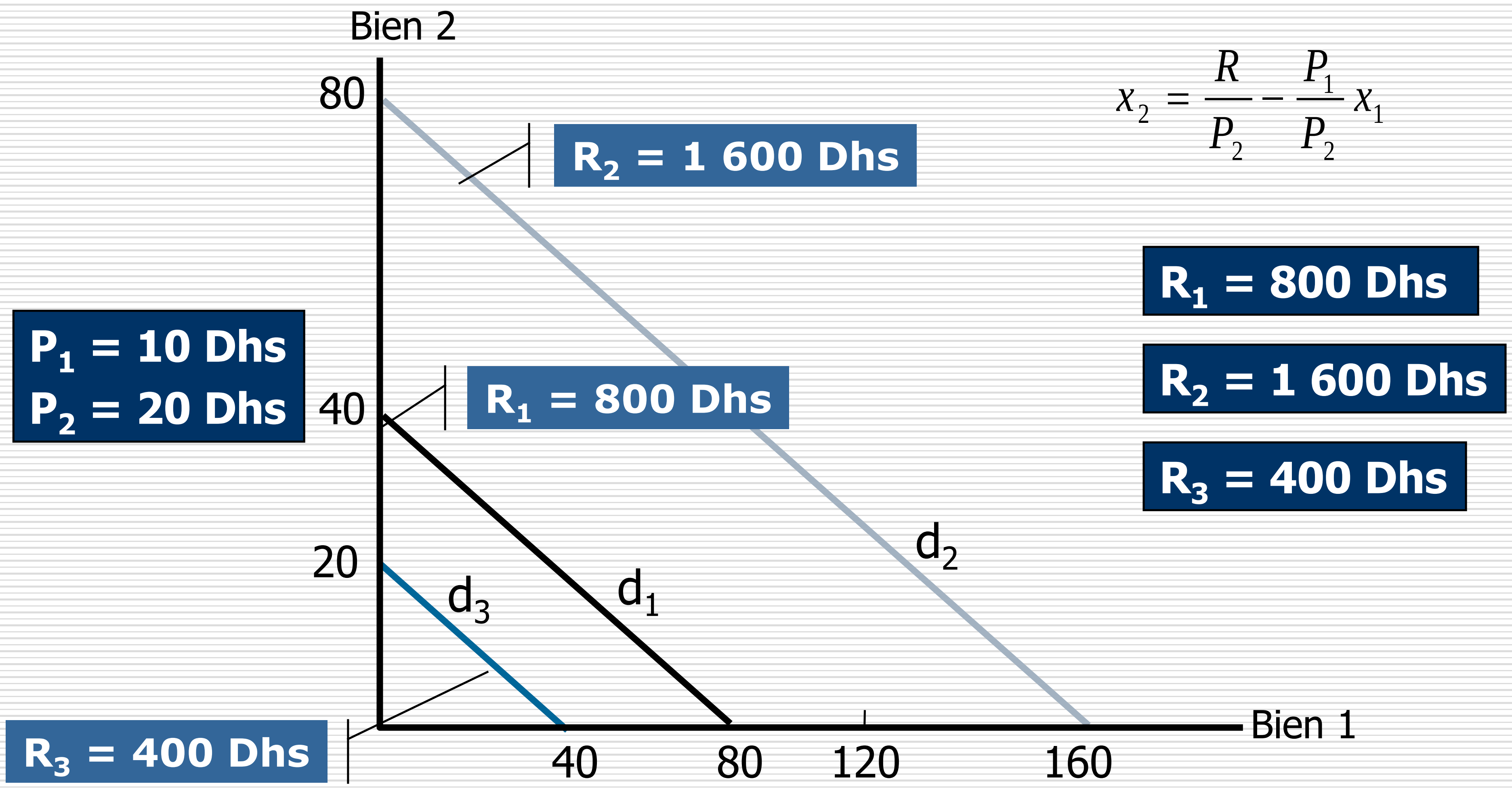
L'équilibre du consommateur

La contrainte budgétaire du consommateur

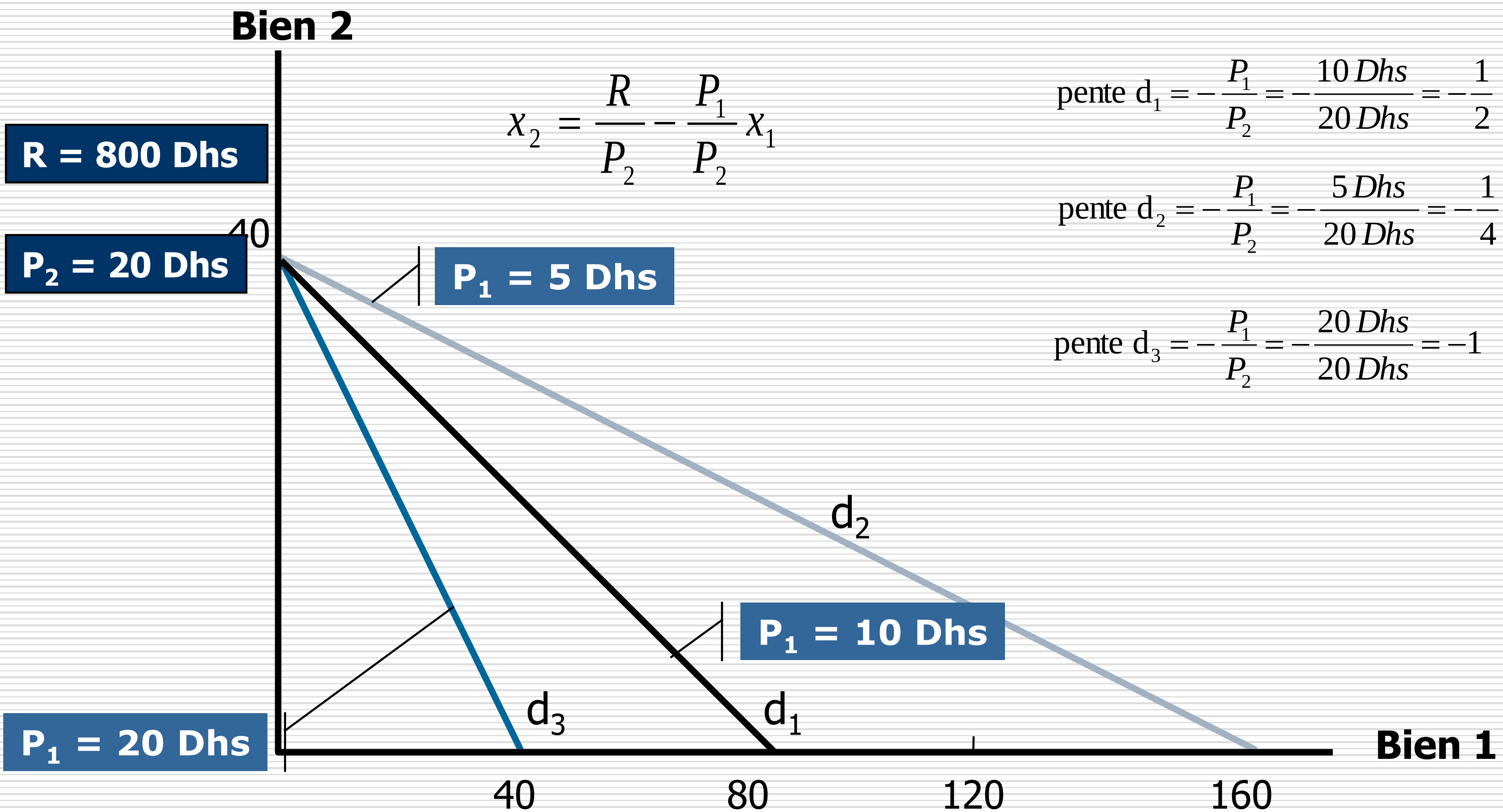


Les modifications de revenu

$$x_2 = \frac{R}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} x_1$$



Les modifications de prix



$$x_2 = \frac{R}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} x_1$$

$$\text{pente } d_1 = -\frac{P_1}{P_2} = -\frac{10\,Dhs}{20\,Dhs} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{pente } d_2 = -\frac{P_1}{P_2} = -\frac{5\,Dhs}{20\,Dhs} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{pente } d_3 = -\frac{P_1}{P_2} = -\frac{20\,Dhs}{20\,Dhs} = -1$$

L'équilibre du consommateur
Le choix optimal du consommateur

- La stratégie du consommateur est de rechercher, parmi les paniers accessibles par son revenu, celui qui lui procure la plus grande satisfaction

- ***Le problème du consommateur*** s'écrit algébriquement par un programme de maximisation sous contrainte

$$\underset{x_1, x_2}{Max}\, U\left(x_1, x_2\right) \text{ sous contrainte } R = P_1.x_1 + P_2.x_2$$

- Comme le ***revenu*** et les ***prix*** des biens sont des valeurs <u>*connues*</u>, le consommateur va <u>*chercher*</u> les ***quantités*** (x_1, x_2) qui maximisent la fonction d'utilité sous contrainte de budget

- ***Le problème du consommateur*** peut être résolu de façon ***graphique*** ou ***algébrique***

L'équilibre du consommateur

Le choix optimal du consommateur

- **La recherche du choix optimal équivaut à maximiser la fonction d'utilité du consommateur sous contrainte budgétaire.**

- **Le choix du consommateur consiste à maximiser la satisfaction retirée de la consommation d'un panier de biens dans le respect de sa contrainte.**

- **Le choix du consommateur peut se représenter comme un programme:**

$$\begin{cases} \max\limits_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) \\ s.c.\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = R \end{cases}$$

L'équilibre du consommateur

Le choix optimal du consommateur

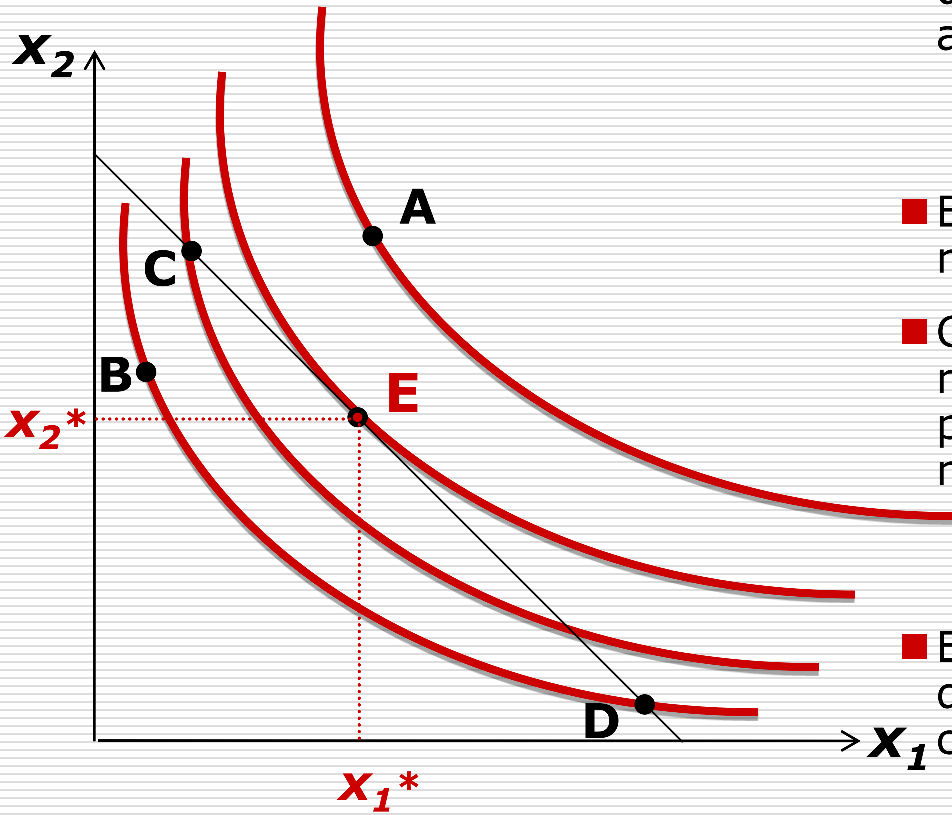
1. <u>**Résolution graphique du problème du consommateur**</u>

- Le consommateur ***rationnel*** doit ***choisir***, parmi l'ensemble des paniers de biens qui se présentent à lui, ***celui*** qui lui procure un ***maximum*** de ***satisfaction*** compte tenu de son ***budget***

- Pour déterminer graphiquement l'optimum du consommateur, on représente sur un *même graphique* les ***préférences*** du consommateur (carte d'indifférence) et sa ***contrainte*** budgétaire (droite de budget)

➔ Le ***panier*** de consommation <u>***optimal***</u> sera celui qui permet au consommateur ***d'être sur la CI la plus éloignée de l'origine*** <u>***et***</u> ***d'être sur la droite de budget***

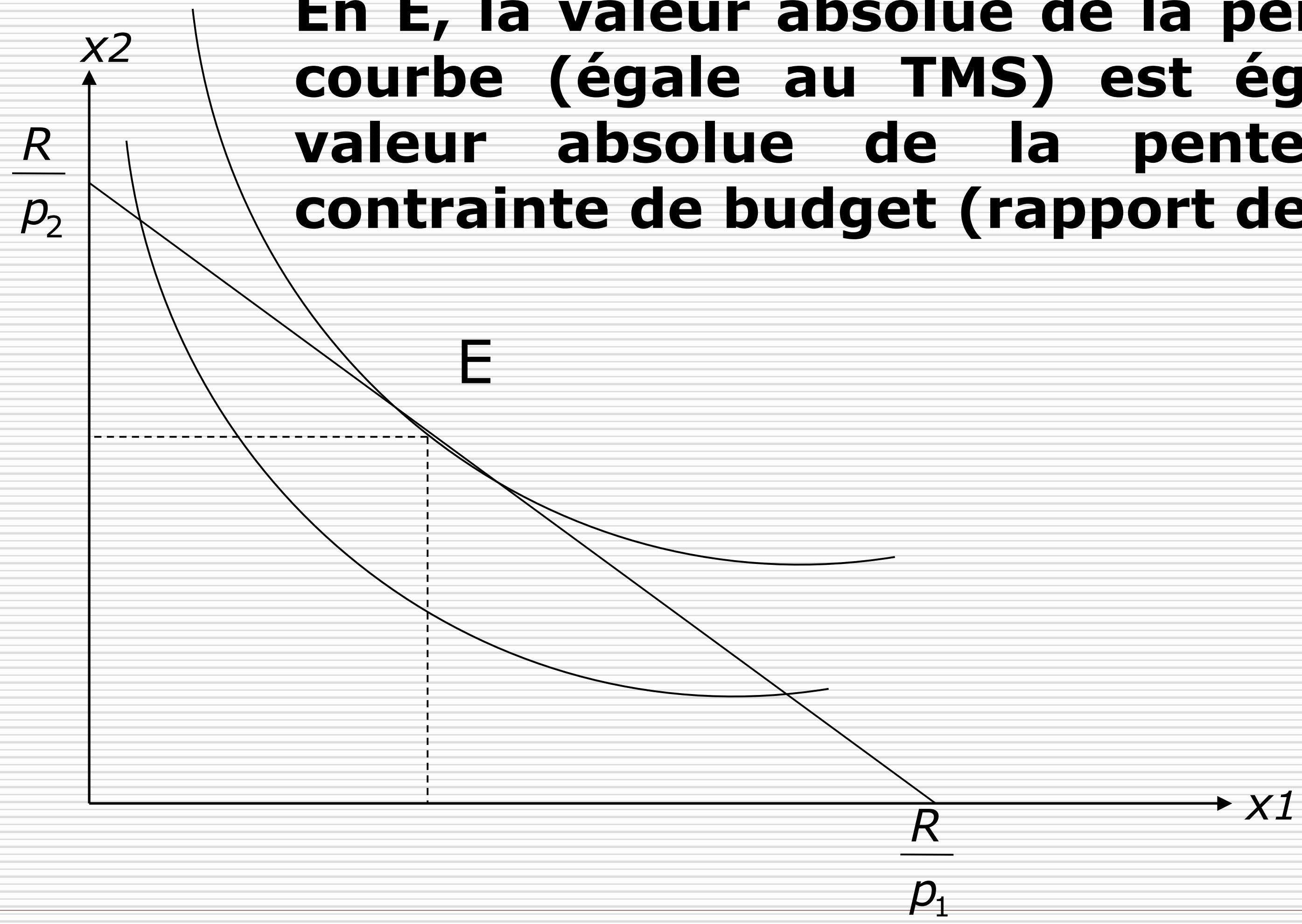
L'équilibre du consommateur
Le choix optimal du consommateur



- Le panier A est situé sur la CI la + éloignée de l'origine, il est donc préféré à tous les autres paniers
  - ➔ A n'est pas accessible par le revenu du consommateur
- B est accessible mais il n'épuise pas tout le revenu du consommateur
- C et D sont accessibles et épuisent tout le revenu du consommateur. Mais ils ne sont pas **optimaux**, c'est-à-dire qu'ils ne maximisent pas la satisfaction.
  - ➔ Ils sont situés sur une CI plus basse que le panier E
- E est préféré aux paniers C et D et permet de dépenser tout le revenu du consommateur
  - ➔ ***E représente le panier optimal du consommateur:*** il est situé sur la DB et sur la CI la plus éloignée de l'origine

Le choix optimal du consommateur: analyse graphique

En E, la valeur absolue de la pente de la courbe (égale au TMS) est égale à la valeur absolue de la pente de la contrainte de budget (rapport des prix)



L'équilibre du consommateur
Le choix optimal du consommateur

- Le point E est appelé « panier optimal » ou « panier d'équilibre » du consommateur

- **<u>Géométriquement</u>**, le panier E est le point où la droite de budget est tangente à la courbe d'indifférence

- Au point de tangente, la CI et la droite de budget ont la même pente

  ➔ **La pente de la CI** au point E est égale à la pente de la droite tangente à la CI en ce point, c'est-à-dire au TMS : $-\dfrac{dx_2}{dx_1}$

  ➔ **La pente de la droite de budget** est (en valeur absolue): $\dfrac{P_1}{P_2}$

↳ Au panier optimal du consommateur ***E***, la CI et la droite budgétaire ont la même pente, donc :

$$\frac{P_1}{P_2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{Um_1}{Um_2} = TMS$$

L'équilibre du consommateur
Le choix optimal du consommateur

- Cette égalité donne ***les deux conditions*** du choix optimal du consommateur

a. *<u>1ère condition d'optimalité</u>* : égalité du TMS et du rapport des prix

➔ À l'optimum du consommateur, $TMS = \frac{P_1}{P_2}$

➔ ***Quelle est l'interprétation économique de cette 1ère condition d'optimalité?***

⇨ *Le TMS* est un taux d'échange ***<u>subjectif</u>*** selon lequel le consommateur échange le bien 2 contre le bien 1 pour que sa satisfaction reste inchangée

⇨ *Le rapport des prix* est un taux d'échange ***<u>objectif</u>*** entre les deux biens pour une dépense constante

➲ **<u>Ex</u>** : si $\frac{P_1}{P_2} = 3$, une unité de bien 1 sur le marché vaut 3 unités de bien 2

↳ Si le consommateur achète une unité supplémentaire de B1, il doit baisser sa consommation de B2 de 3 unités pour que sa dépense reste constante

L'équilibre du consommateur

Le choix optimal du consommateur

b. ***<u>2ème condition d'optimalité</u> : égalité des Um de chacun des biens divisées par leur prix respectifs***

➔ À l'optimum du consommateur, nous savons que : $TMS = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{Um_1}{Um_2}$

➔ Nous pouvons donc dire qu'à l'optimum, $\frac{P_1}{P_2} = \frac{Um_1}{Um_2}$

➔ Ou encore, à l'optimum $\frac{Um_1}{P_1} = \frac{Um_2}{P_2}$

↳ ***C'est la deuxième condition d'optimum du consommateur : à l'optimum du consommateur, il y a égalité des Um de chacun des biens pondérées (divisées) par leur prix respectifs***

L'équilibre du consommateur
Le choix optimal du consommateur

2. <u>**Résolution algébrique du problème du consommateur**</u>

- ➔ Le problème du choix du consommateur est un problème de ***maximisation sous contrainte*** dont les variables sont x_1, x_2

- ➔ Ce problème peut être résolu par ***la méthode de « substitution »*** ou par ***la méthode de « Lagrange »***

L'équilibre du consommateur
Le choix optimal du consommateur

La méthode de substitution

- Nous savons que le problème du consommateur peut s'écrire :

$$\begin{cases} \underset{x_1, x_2}{Max}\ U(x_1, x_2) \\ sous\ contrainte\ R = P_1.x_1 + P_2.x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underset{x_1, x_2}{Max}\ U(x_1, x_2) \\ x_2 = \dfrac{R}{P_2} - x_1.\dfrac{P_1}{P_2} \end{cases}$$

- En remplaçant x_2 dans la fonction d'utilité, nous obtenons:

$$\underset{x_1, x_2}{Max}\ U\left(x_1, \frac{R}{P_2} - x_1.\frac{P_1}{P_2}\right)$$

- Pour maximiser la fonction d'utilité, deux conditions sont nécessaires

$$\begin{cases} 1^{ère}\ condition\ U'(x_1) = 0 \\ 2^{ème}\ condition\ U''(x_1) < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Ce qui permet de déterminer x_1 *puis* x_2 qui maximisent l'utilité