Université internationale de casablanca

Mathématiques appliquées à la gestion I

Fiche 1

Exercice 1 (Valeurs absolues) :

Résoudre dans R :
a. $|2x-3|+1=|x-1|$ b. $|4x-5|<7$ c. $\frac{1}{|x-4|}>3$

Exercice 2 (Maximum / Minimum) :

Soit les fonctions f et g définies respectivement par :

$f(x)=3x^2+x+1$ et $g(x)=-4x^2+2x+3$

a. Donner la forme canonique de chaque fonction ?
b. Trouver les extremums de ces deux fonctions et leurs valeurs minimales/maximales ?

Exercice 3 (Calcul de limites) :

Déterminer les limites des suites suivantes en indiquant les règles utilisées :

a. $a_n=\frac{n^3-n^2+9}{4n^3+7n-5}$

b. $b_n=\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}}$

c. $c_n=\frac{(-1)^n-3^n}{4^n}$

d. $d_n=\frac{3-\sqrt{9-\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}}$

Exercice 4 (Convergence d'une suite) :

Soit (s_n) la suite définie par :

$$s_1=\frac{1}{4}; \qquad s_{n+1}=\frac{1}{4}(1+s_n^2) \qquad \forall n\in N^*$$

a. Montrer que $0\leq s_n \quad \forall n\in N^*$?
b. Montrer que (s_n) est suite croissante ?
c. Montrer que $s_n\leq 1 \quad \forall n\in N^*$
d. En déduire que (s_n) est convergente et déterminer sa limite ?

Exercice 5 (Convergence d'une suite 2) :

Soit (a_n) la suite définie par :

$$a_1 = \frac{1}{2}; \qquad a_{n+1} = \frac{2a_n^2}{1+a_n^2} \qquad \forall n \in N^*$$

a. Montrer que $a_{n+1} = 2 - \frac{2}{1+a_n^2}$?
b. Montrer que (a_n) est suite décroissante ?
c. Montrer que $0 \leq a_n \qquad \forall n \in N^*$
d. En déduire que (a_n) est convergente et déterminer sa limite ?

Exercice 6 (Somme des termes d'une suite géomètrique)

a. Montrer par récurence que :

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \qquad \forall n \in N$$

b. En utilsant la formule de la somme des termes d'une suite géomètrique, calculer les sommes suivantes :

— $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 =$

— $3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + 2187 + 6561 + 19683 =$

— $\sum_{k=0}^{1000} 2^{-k} + \frac{4}{3^k} =$