Université Internationale de Casablanca

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Faculté du Commerce et de Gestion
Semestre 1 (1ère année CI)

Année Universitaire 2018/2019

Microéconomie 1

Professeur : T. KASBAOUI

Chapitre 2:

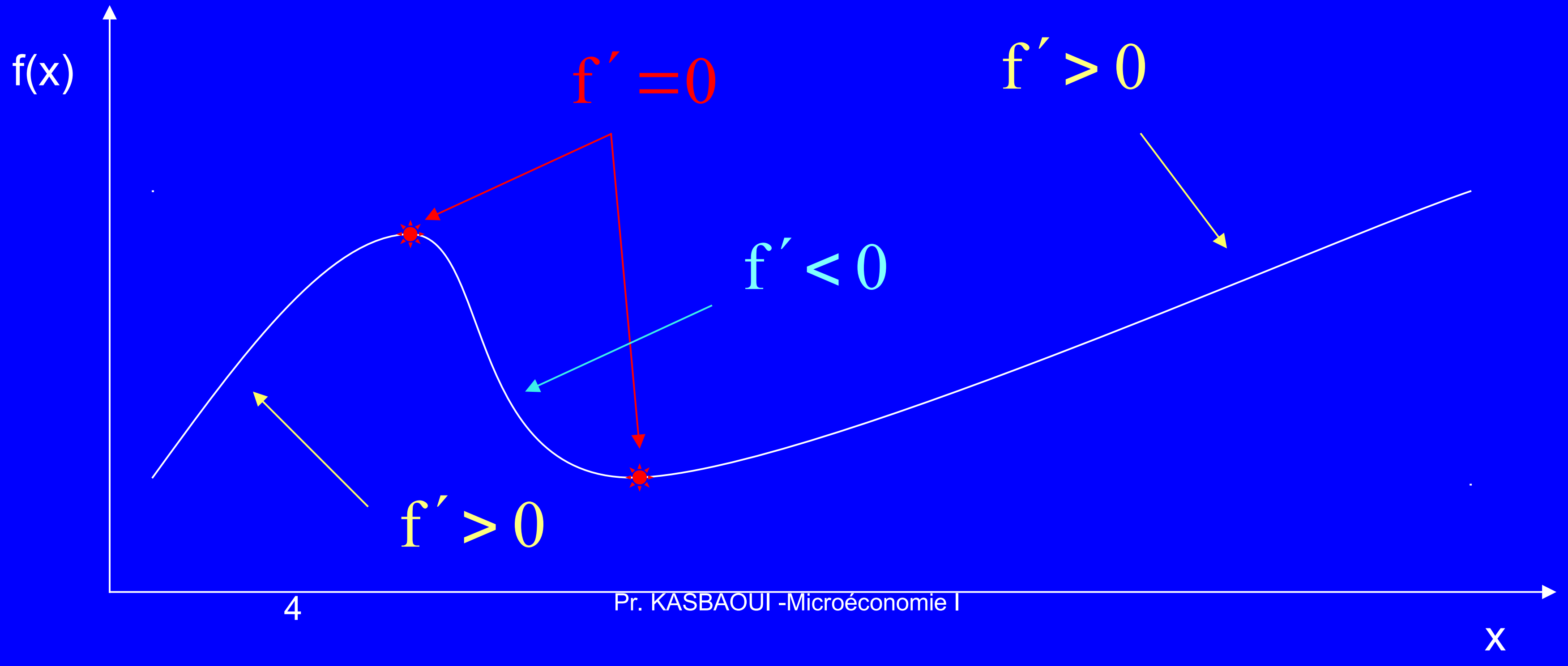
La théorie du comportement du consommateur

Les mathématiques du cours de microéconomie

Toutes les notions mathématiques nécessaires pour suivre sereinement le cours de microéconomie

Les dérivées : Signification

Le nombre dérivée d'une fonction f au point x_0 mesure la variation de cette fonction pour des variations marginales de x



Les fonctions dérivées : Définition

Soit f une fonction dérivable sur un ensemble E. La fonction dérivée de la fonction f est la fonction notée f' définie pour tout réel x de E par :

$$f'(x) : x \rightarrow \text{Nombre dérivé de f en x}$$

Dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
k (constante)	0
x	1
x^n	$n\,x^{n-1}$
$\sqrt{x}$	$1/\left(2\sqrt{x}\right)$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x

Règles de dérivation

f	f'
$k\,u$	$k\,u'$
$u + v$	$u' + v'$
$u\,v$	$u'\,v + u\,v'$
$\dfrac{1}{u}$	$\dfrac{-\,u'}{u^2}$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

Règles de dérivation (suite)

f	f'
u^n	$n\,u^{n-1}\,u'$
$\ln u$	$\dfrac{u'}{u}$
$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
e^u	$u'\,e^u$
$g(u)$	$u'\,g'(u)$

Les dérivées secondes

La dérivée seconde d'une fonction est la dérivée de la dérivée première.

Exemple :

$$f(x) = 2x^3 + 1$$

$$f'(x) = 6x^2$$

$$f''(x) = 12x$$

Mais on peut aussi continuer …

$$f'''(x) = 12 \qquad f''''(x) = 0$$

Les dérivées partielles

La dérivée partielle d'une fonction f par rapport à une variable x est la dérivée de f en considérant toutes les autres variables comme des constantes.

Exemple : $f(x,y) = x^2 + y^3$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \equiv f'_x(x,y) = 2x$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \equiv f'_y(x,y) = 3y^2$$

Quelques dérivées usuelles en microéconomie

$$f(x,y) = x^{\alpha} y^{\beta}$$

$$f'_x(x,y) = \alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}$$

$$f'_y(x,y) = \beta x^{\alpha} y^{\beta-1}$$

$$f(x,y) = x^{\alpha} + y^{\beta}$$

$$f'_x(x,y) = \alpha x^{\alpha-1}$$

Le discriminant

Le calcul du discriminant permet de résoudre une équation du second degré de la forme :

$$f(x) = a x^2 + b x + c = 0$$

Le discriminant de cette équation est égal à :

$$\Delta = b^2 - 4 a c$$

Il faut alors distinguer 3 cas

Premier cas : $\Delta < 0$

Il n'existe pas de racine réelle.

$f(x) = a x^2 + b x + c$ est toujours du signe de a

Deuxième cas : $\Delta = 0$

Il existe une racine réelle.

$$f(x) = a x^2 + b x + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b}{2a}$$

Deuxième cas : $\Delta > 0$

Il existe deux racines réelles.

$$f(x) = a x^2 + b x + c = 0$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

Chapitre 2:

La théorie du comportement du consommateur

Le comportement du consommateur

Introduction

- En microéconomie, le consommateur est agent **rationnel**
  - ➔ Il vise à maximiser son **utilité** ou sa satisfaction par la consommation de biens/services
  - ➔ Il veille à ce que ses dépenses ne dépassent son **revenu**

↳ *Les choix de consommation du consommateur dépendent donc de ses **préférences** et de sa **contrainte budgétaire***

- L'étude du comportement du consommateur implique trois étapes principales

1. L'étude des préférences du consommateur
2. L'étude des contraintes du consommateur
3. L'étude des choix de consommation déterminés par la combinaison des préférences et des contraintes

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

- La notion ***d'utilité*** est une mesure de la **satisfaction** obtenue par la **consommation** d'un B/S

- L'utilité est liée à la notion de ***besoin*** : l'utilité des biens dérive de la satisfaction des besoins

➔ ***Question : comment évaluer le degré d'utilité d'un consommateur ?***

➔ ***Réponse*** **: selon la conception de l'Utilité**

- Deux conceptions diamétralement opposées de l'Utilité
  - ➔ La théorie de l'***Utilité cardinale***
  - ➔ La théorie de l'***Utilité ordinale***

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

1. <u>**La théorie de l'Utilité cardinale**</u>

- Les économistes considèrent que le consommateur est capable de <u>**mesurer**</u> ou de <u>**quantifier**</u> <u>**l'Utilité**</u> ou la satisfaction qu'il retire de la consommation d'un bien

  - ➔ Le consommateur est donc capable d'exprimer par un nombre la quantité d'utilité issue de la consommation d'une quantité donnée d'un bien

  - ➔ <u>**Exemple**</u> : La consommation d'une pomme me procure 50 de satisfaction, la consommation d'une poire me procure 100 de satisfaction

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

- Dans le cadre de la théorie de l'Utilité cardinale, les économistes distinguent « **l'Utilité totale** » de « **l'Utilité marginale** »

a. **<u>L'Utilité totale</u>**

- C'est la satisfaction totale qu'un consommateur retire de la consommation des biens et services

- Plus la consommation est élevée, plus l'Utilité totale est élevée

- **<u>Exemple</u>**

  - Considérons un consommateur qui a le choix entre différents paniers de deux biens : du Pepsi et des pizzas

  - Supposons que notre consommateur est capable d'attribuer des valeurs numériques à l'Utilité totale qu'il retire de la consommation des deux biens

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

UT de la consommation de Pepsi et Pizza

Quantité	UT Pepsi	UT pizza
0	0	0
1	50	75
2	88	117
3	121	153
4	150	181
5	175	206
6	196	225
7	214	243

Plus la consommation augmente, plus l'UT est élevée

b. **<u>L'utilité marginale</u> (Um)**

- **L'Utilité marginale** d'un bien est l'utilité qu'un consommateur retire de la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien

La formulation mathématique

➘ Si le bien est un bien non parfaitement divisible,

Umx est la variation de l'utilité totale entraînée par une unité supplémentaire de ce bien.

➘ Si le bien est parfaitement divisible,

Umx est l'accroissement d'utilité procurée par le dernier accroissement de la quantité du bien X.

➘ L'utilité marginale associée à la consommation d'unités additionnelles d'un bien donné est décroissante à mesure que la quantité consommée du bien en question augmente.

- **<u>Généralisation</u>**

- Considérons deux paniers de consommation A et B

- Chaque panier est composé de deux biens (B1 et B2) dont les quantités sont respectivement x_1 et x_2

- Si la quantité X_1 de B1 augmente de Δx_1 et la quantité x_2 de B2 reste constante, la variation de l'UT pour une variation unitaire de x_1 sera égale à :

$$Um = \frac{U(x_1 + 1, x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$

Le comportement du consommateur

Utilité et préférences du consommateur

UT et Um de la consommation de Pizza et de Pepsi

Quantité	UT Pepsi	Um Pepsi	UT pizza	Um Pizza
0	0		0	
1	50		75	
2	88		117	
3	121		153	
4	150		181	
5	175		206	
6	196		225	
7	214		243	

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

UT et Um de la consommation de Pizza et de Pepsi

Quantité	UT Pepsi	Um Pepsi	UT pizza	Um Pizza
0	0	-	0	-
1	50	50	75	75
2	88	38[(1)]	117	42
3	121	33	153	36[(2)]
4	150	29	181	28
5	175	25	206	25
6	196	21	225	19
7	214	18	243	18

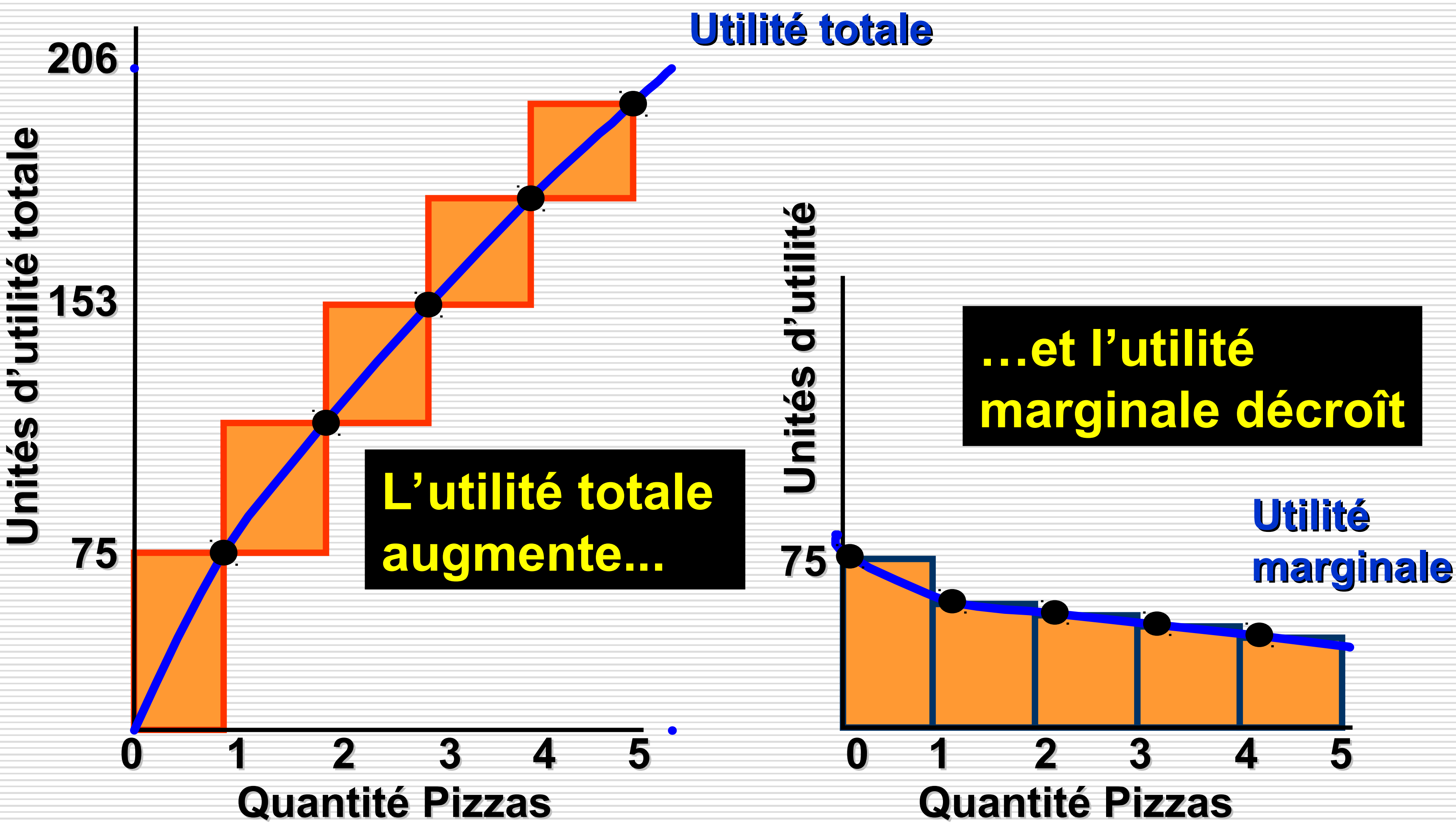
(1) 38 = UT(2) – UT (1)
= 88 - 50

(2) 36= UT(3) – UT (2)
= 153 - 117

- ***L'Um <u>décroît</u> au fur et à mesure que la <u>consommation</u> d'un bien <u>augmente</u>***
- **L'utilité marginale est généralement positive et décroissante**

Le comportement du consommateur

Utilité et préférences du consommateur

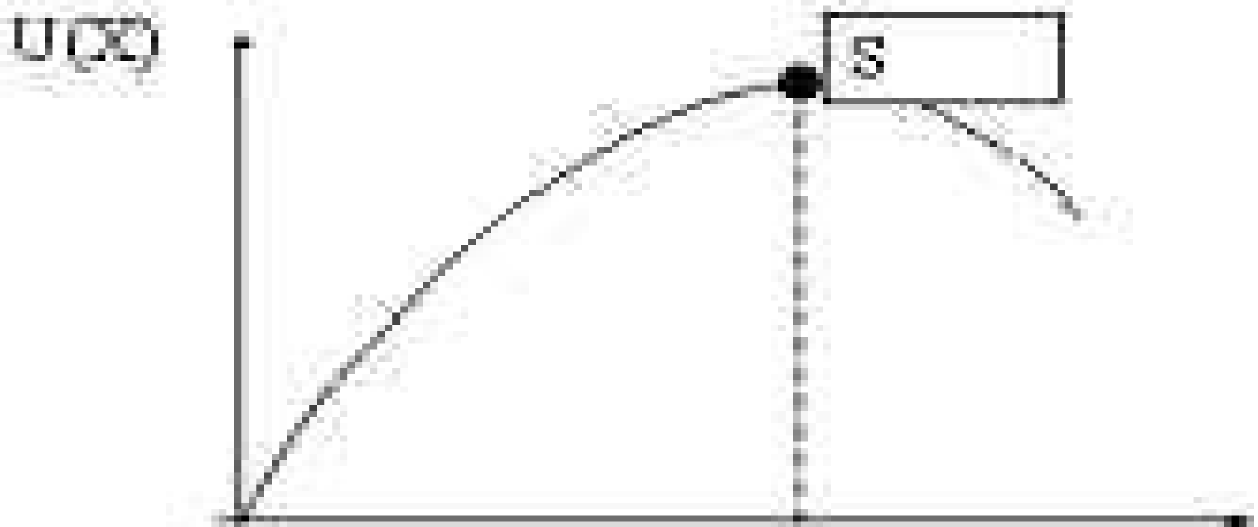


B- Évolution de l’utilité totale et de l’utilité marginale

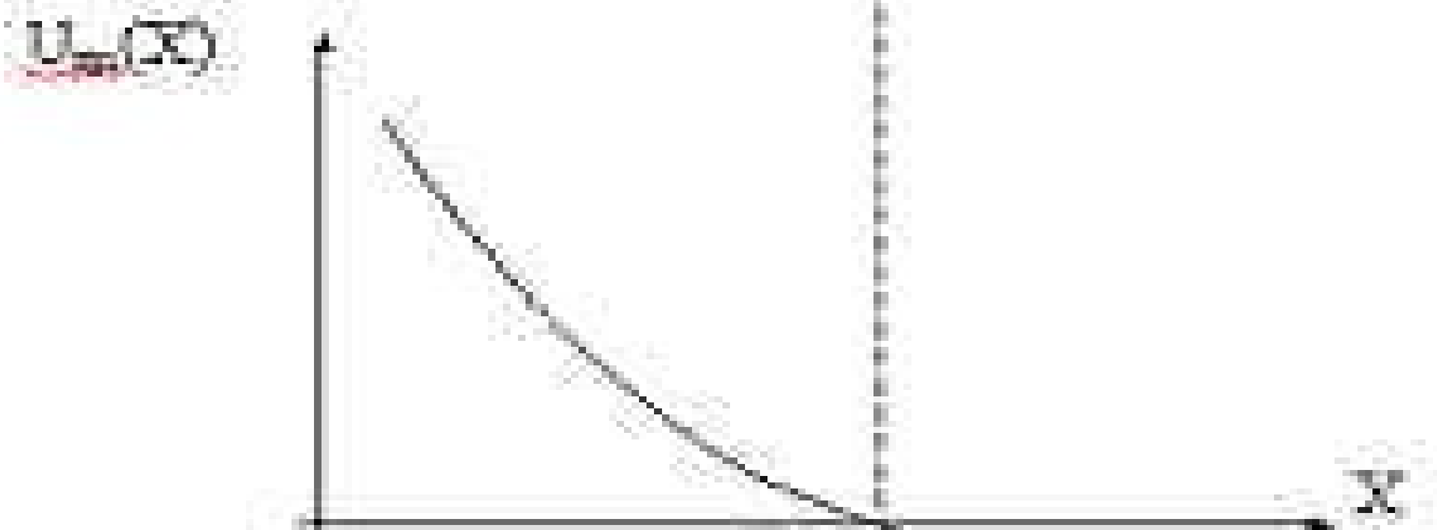
➘ **L’utilité décroît à mesure que le besoin est satisfait.**

➘ **L’utilité marginale est une fonction décroissante de la quantité du bien.**

1) L'utilité marginale est une fonction décroissante de la quantité consommée.



UT est représenté par une courbe croissante ; elle atteint son maximum au point de satiété (S).



2) Le besoin décroît quand la satisfaction croît

- **Tant que l'individu n'a pas accès à ce bien, le besoin est à son maximum.**
- **Au fur et à mesure qu'il dispose (qu'il achète) et use du bien, le besoin décroît.**
- **Au bout d'un certain temps il parvient à un état de satiété dans lequel le bien ne présente plus d'utilité pour lui.**
- **Il s'agit de la loi d'intensité décroissante des besoins.**

Commentaires

- UT est représenté par une courbe croissante ; elle atteint son maximum au point de satiété (S).
- En ce point, Um, représentée par une courbe décroissante, devient nulle (une unité supplémentaire ne procure aucune satisfaction).
- Au-delà de ce point l' Um devient négative et l'UT diminue à son tour.

* utilité totale et utilité marginale

→ Quand $U_m > 0$, l'utilité totale $\nearrow$ avec la consommation

→ Quand $U_m < 0$, l'utilité totale $\searrow$ avec la consommation

→ L'utilité atteint son maximum précisément au point où l'**utilité marginale est NULLE**

$\Rightarrow U_m = 0$

Exercice :

A partir du tableau d'utilité totale de x, U(x), **calculer les utilités marginales de x, Um(x), et tracer sur un graphique les valeurs de U(x) et de Um(x)** en indiquant le point de saturation.

Quantité de X	0	1	2	3	4	5	6	7
U(x)	0	10	16	21	25	28	28	26

Exercice :

- **Appelons *x_1* et *x_2* les deux marchandises de l'exercice précédent. La consommation de ces marchandises procure une utilité à différents consommateurs dont les fonctions d'utilité sont données ci-dessous.**

a) $U(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2$

b) $U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$

c) $U(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + x_2$

d) $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$

e) $U(x_1, x_2) = V(x_1) + x_2$

f) $U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$

g) $U(x_1, x_2) = (x_1 + a)(x_2 + b)$

h) $U(x_1, x_2) = x_1^a + x_2^b$

Calculez l'utilité marginale que procure chacun de ces biens à ces consommateurs

2. <u>La théorie de l’Utilité ordinale</u>

➔ **Le consommateur est capable de classer par ordre de préférences les différents paniers de biens en fonction de ses goûts et préférences, sans qu’il soit nécessaire de quantifier l’utilité:**

- **<u>Ex1</u>** : le consommateur ***<u>préfère</u>*** une pomme à une poire
- **<u>Ex2</u>** : le consommateur est ***<u>indifférent</u>*** entre un Pepsi et un Coca cola

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

- **<u>Formalisation</u>**

➔ Considérons un consommateur devant choisir entre différents paniers contenant deux biens 1 et 2 :

⇨ Un panier X qui contient x_1 unités de bien 1 et x_2 unités du bien 2 sera noté $\mathbf{X=(x_1,x_2)}$

⇨ Un panier Y qui contient y_1 unités de bien 1 et y_2 unités du bien 2 sera noté $\mathbf{Y=(y_1,y_2)}$

⇨ Les paniers diffèrent les uns des autres uniquement par les quantités des deux biens qu'ils contiennent

➔ On considère que le consommateur rationnel est susceptible de classer ces différents paniers de biens en fonction de ses goûts et ses préférences

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

- Le consommateur peut alors exprimer l'un des trois jugements alternatifs suivants :
  - Il **préfère** le panier X au panier Y
  - Il **préfère** le panier Y au panier X
  - Il est **indifférent** entre les deux paniers X et Y

- Si le consommateur ***préfère faiblement*** le panier X au panier Y, on écrit **X $\succsim$ Y** : ***Relation de préférence faible***
- Si le consommateur ***préfère strictement*** le panier X au panier Y, on écrit **X $\succ$ Y** : ***Relation de préférence stricte***
- Si le consommateur est ***indifférent*** entre le panier X au panier Y, on écrit **X ~Y** : ***Relation d'indifférence***

↳ ***Le consommateur classe donc tous les paniers de biens selon deux critères: <u>la préférence ou l'indifférence</u>***

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

i. <u>Les propriétés de la relation préférence-indifférence</u>

- Les propriétés de la relation préférence-indifférence sont aussi appelées « **axiomes** » : elles sont valables quel que le consommateur et ses goûts

- La relation préférence-indifférence doit obéir à trois propriétés ou axiomes : <u>**la complétude**</u>; <u>**la réflexivité**</u>; <u>**la transitivité**</u>

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

a. Axiome de réflexivité des préférences

- **La relation de préférence est réflexive**
- Tout panier est au moins aussi « désirable » que lui-même. Pour tout panier de bien X on a : $X \succsim X$

- **Quel que soit un panier X, il est préféré ou indifférent à lui-même donc que pour discriminer entre deux paniers identiques il faut prendre en compte autre chose (prix).**

b. *Axiome de complétude de la relation préférence-indifférence*

➔**La relation de préférence est une relation complète**

➔En présence de deux paniers X et Y comprenant chacun divers quantités de biens, le consommateur est toujours capables d'exprimer l'un des trois jugement alternatifs suivants

- **Il préfère le panier X à Y : X ≥ Y**
- **Il préfère le panier Y à X : Y ≥ X**
- **Il est indifférent entre les deux X ~ Y**

- **Le consommateur est toujours en mesure de comparer et classer tous les paniers de biens possible : il connaît toujours ses préférences**

Le comportement du consommateur
Utilité et préférences du consommateur

c. Axiome de transitivité de la relation préférence-indifférence

➔**La relation de préférence est une relation transitive**

➔En présence de trois paniers X, Y et Z comprenant chacun divers quantités de biens

- **Si** le panier X est préféré ou indifférent à Y : $X \succ Y$
- **Si** le panier Y est préféré ou indifférent à Z : $Y \succ Z$
- **<u>Alors</u>** le panier X est préféré ou indifférent à Z : $X \succ Z$

- **Le consommateur est rationnel dans ses choix alors la transitivité est considérée comme une condition nécessaire à la rationalité du consommateur**

.

Les préférences sont transitives

- **Exemple**

Rolls Royce > Jaguar

Jaguar > Twingo

⇒

Rolls Royce > Twingo

Le comportement du consommateur

Utilité et préférences du consommateur

- Les trois axiomes sont généralement complétés par l'Hypothèse de ***non-saturation des préférences***

d. *Hypothèse de non-saturation (non-satiété) des préférences*

- Le consommateur préfère toujours disposer de quantités additionnelles de tous les biens

- Si un panier X comporte une quantité plus importante d'au moins un des deux biens par rapport à un panier Y, alors le panier X sera préféré strictement à Y

$$\forall X = (x_1, x_2) \; et \; Y = (x_1', x_2'); \quad si \; x_1 = x_1' \; et \; x_2 > x_2'; \quad ou \; si \; x_1 > x_1' \; et \; x_2 = x_2'$$

$$alors \;\; X \succ Y$$

Plus est préféré à moins

- **Exemple**

Panier A : $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$

Panier B : $x_1 = 2$ et $x_2 = 2$

⇒ A > B

Exercice :

Devant six paniers de deux biens :

A = (11,25) ; B = (9,5) ; C = (7,25) ; D = (5,10) ;
E = (7,15) et F = (10,25),

un consommateur a exprimé les relations de préférence suivantes :

$$A \succ C ; E \succ D ; E \prec C ; D \sim B \text{ et } D \succ F$$

Peut-on considérer que le classement de ce consommateur est rationnel ? Justifiez votre réponse.

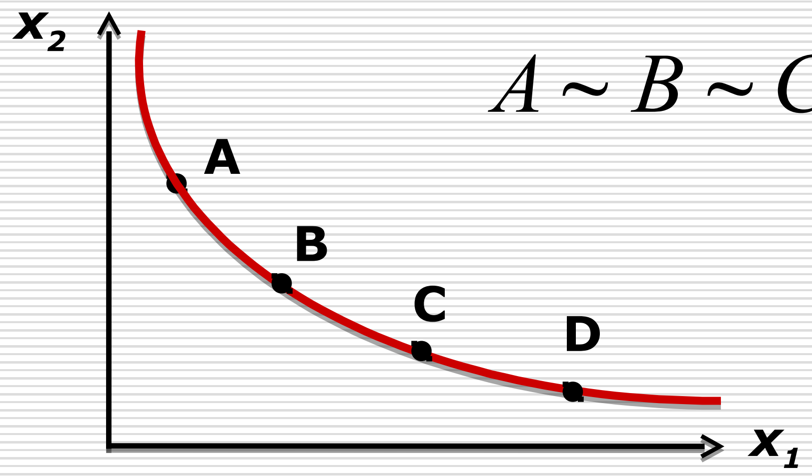
III. La représentation graphique des préférences : la courbe d'indifférence (CI)

- Les **courbes d'indifférence** représentent toutes les combinaisons de paniers de consommation apportant le même niveau de satisfaction à un consommateur donné.

  - Tous les paniers situés sur une même CI apportent au consommateur une satisfaction identique
  - Un individu est indifférent entre les différents paniers de biens représentés par les points de la courbe

III. La représentation graphique des préférences : la courbe d'indifférence (CI)

- **Exemple de construction d'une CI**



$$A \sim B \sim C \sim D$$

Fonction d'utilité et courbe d'indifférence

Les **courbes d'indifférence** correspondent aux courbes de niveau de la fonction d'utilité.

La courbe d'indifférence de niveau *k* correspond à l'ensemble des couples

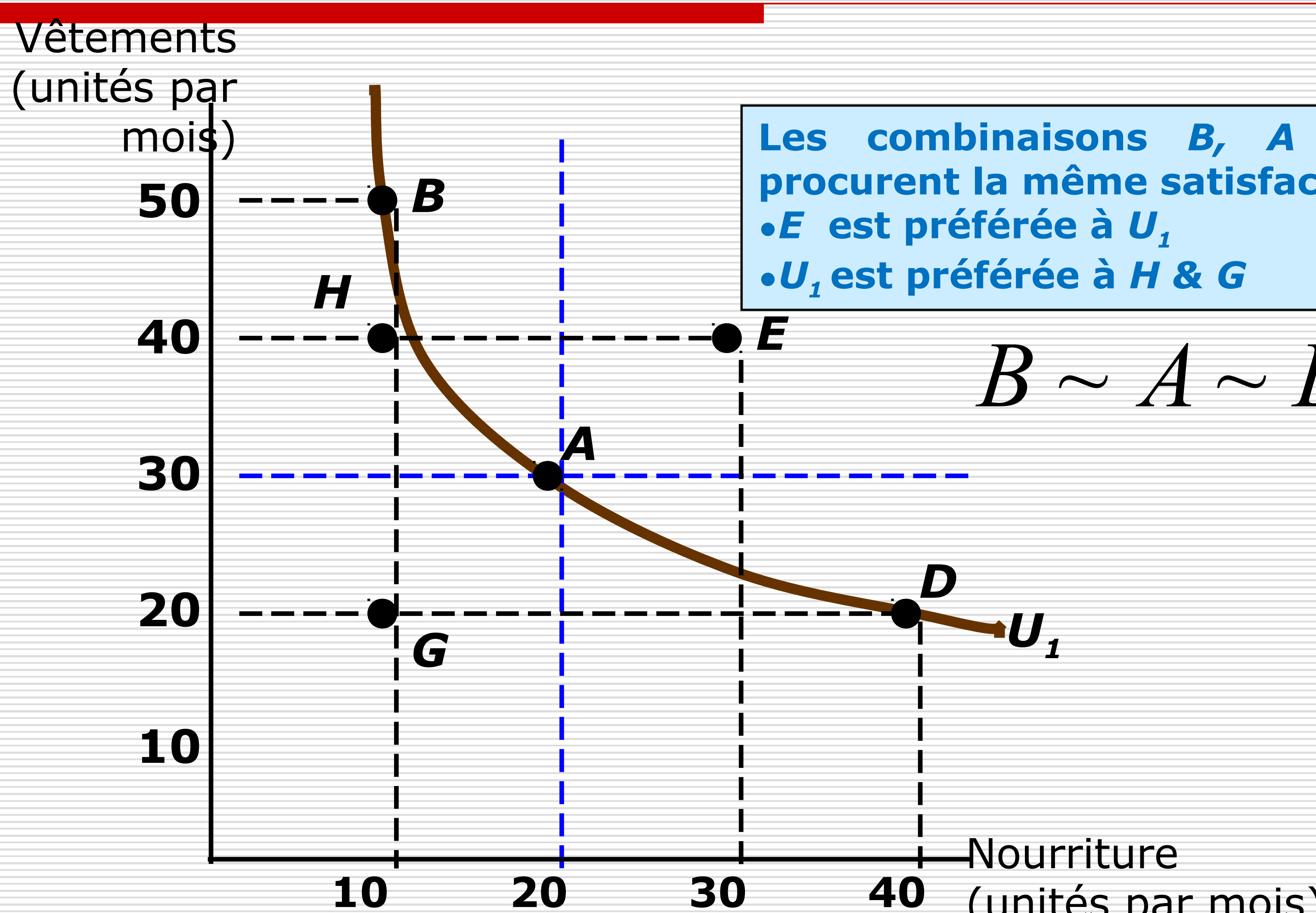
$(x_1; x_2)$ tels que : $u(x_1; x_2) = k$

Construction d'une courbe d'indifférence

Panier	Nourriture	Vêtements
A	20	30
B	10	50
D	40	20
E	30	40
G	10	20
H	10	40

$$B \sim A \sim D$$

Construction d'une courbe d'indifférence



Les combinaisons *B, A & D* procurent la même satisfaction

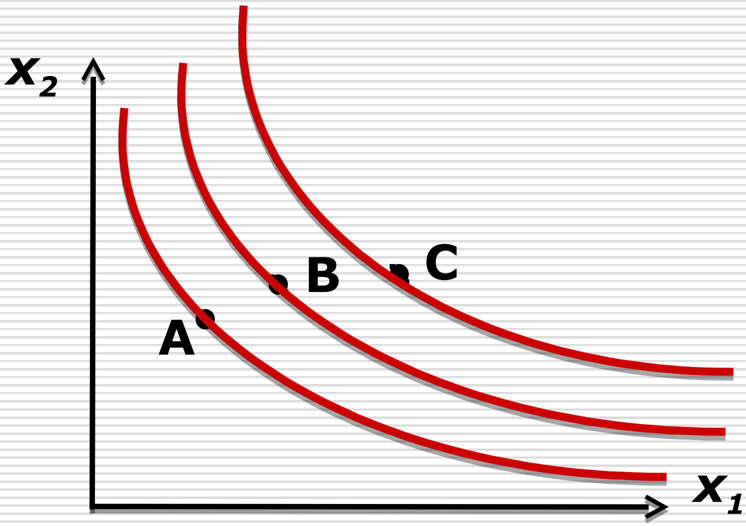
- ***E* est préférée à U_1**
- **U_1 est préférée à *H & G***

$$B \sim A \sim D$$

Propriétés des courbes d'indifférence

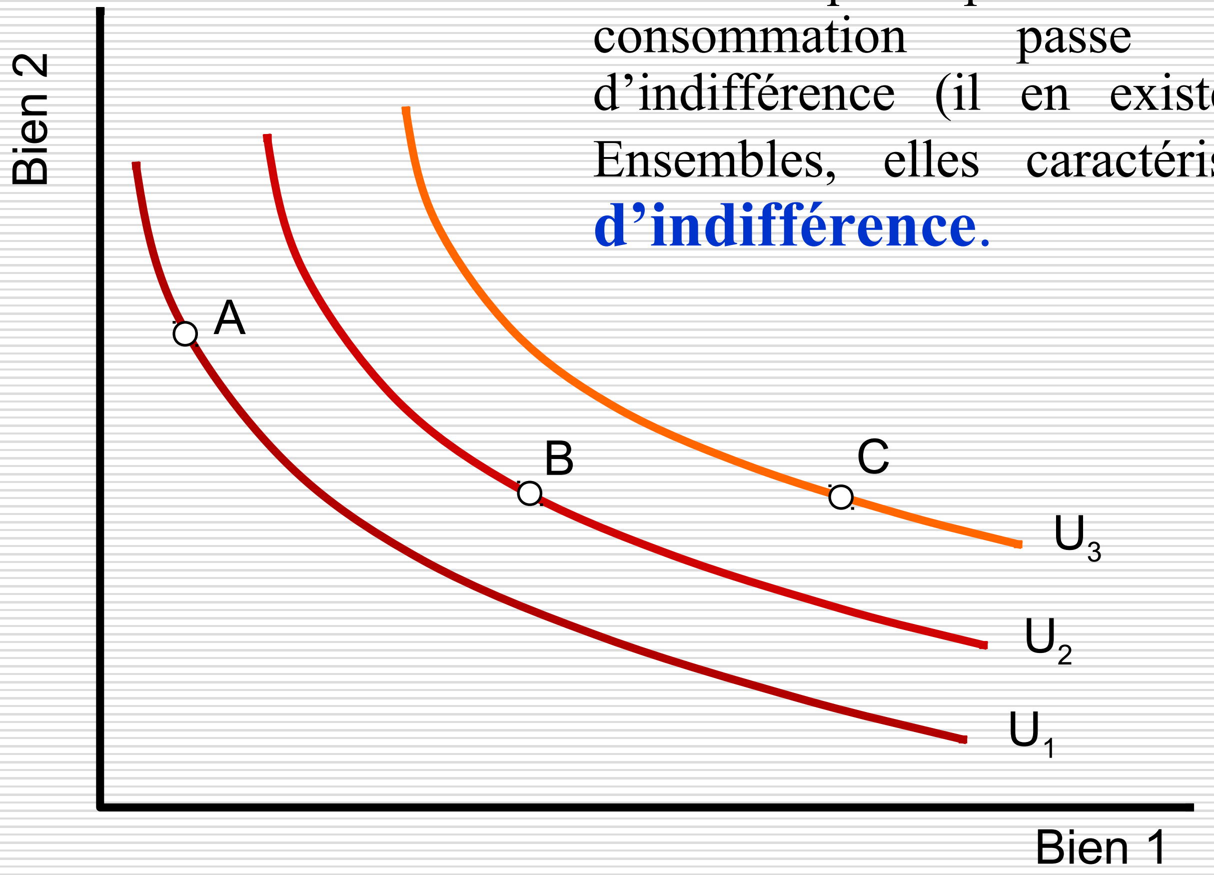
- Les CI possèdent traditionnellement quatre propriétés qui reprennent les propriétés de la relation préférence-indifférence

- **<u>P1</u>**: **plus la courbe d'indifférence s'éloigne de l'origine des axes, plus le niveau de satisfaction du consommateur est élevé**
- Tout panier situé à droite d'une courbe d'indifférence est préféré à tout autre panier situé sur cette courbe.
- Tout déplacement d'une CI à une autre signifie un changement du bien-être du consommateur



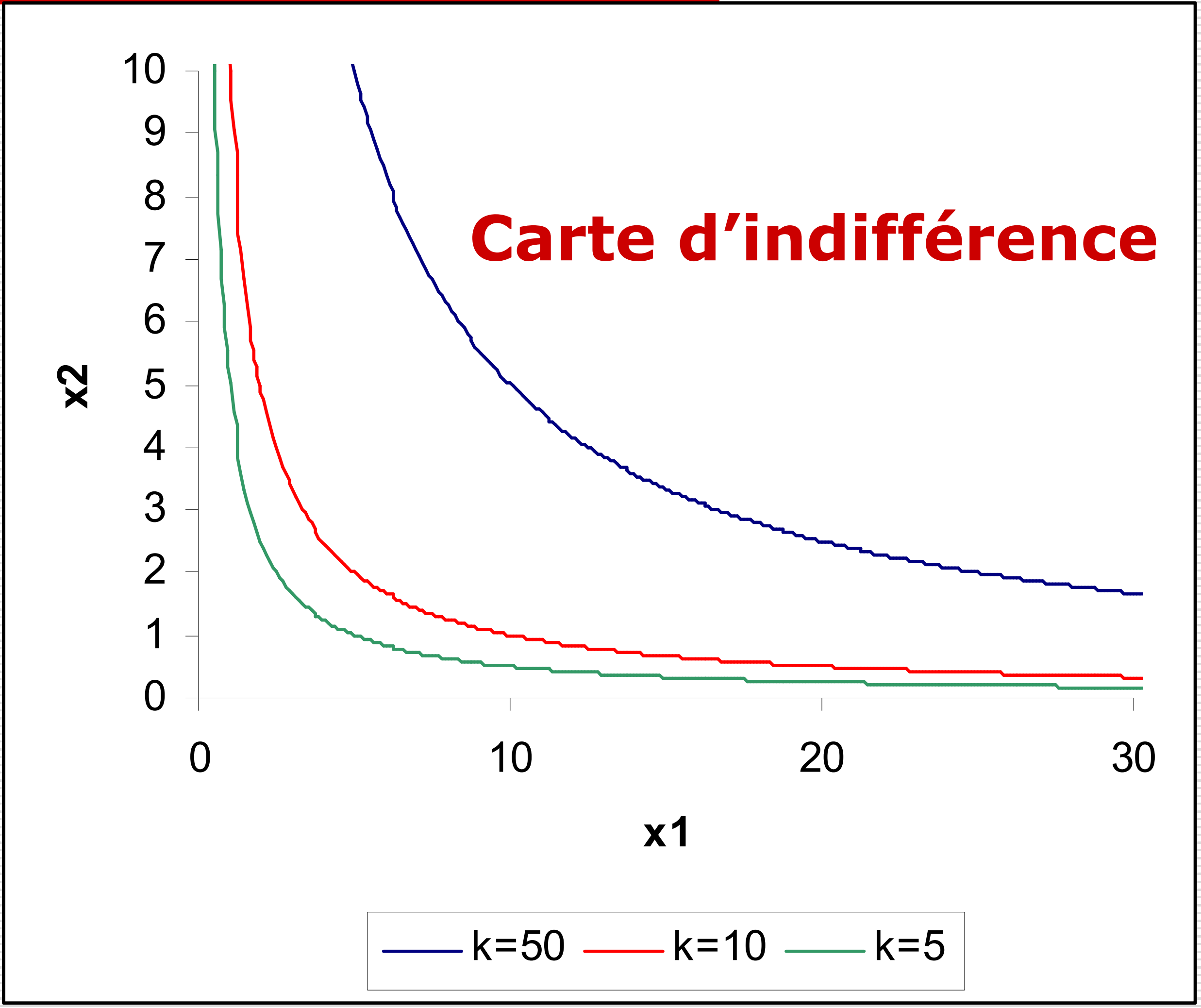
$$C \succ B \succ A$$

Carte d'indifférence



Par chaque point de l'espace de consommation passe une courbe d'indifférence (il en existe une infinité). Ensembles, elles caractérisent **la carte d'indifférence.**

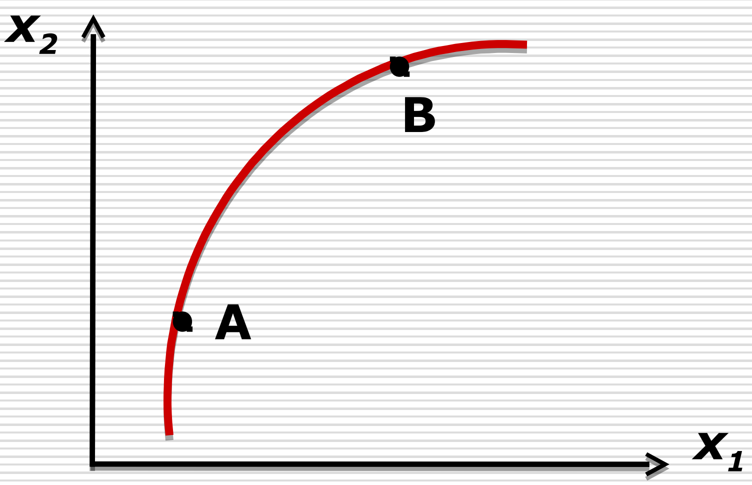
Ex: $U(x_1;x_2)=x_1.x_2$ $U(x_1;x_2)=k \rightarrow x_2=k/x_1$



Propriétés des courbes d'indifférence

- **P2**: les **CI sont des courbes *décroissantes***.

- *Que se passera-t-il dans le cas où une CI est croissante?*



- Les points A et B sont sur une même CI

$$A \sim B$$

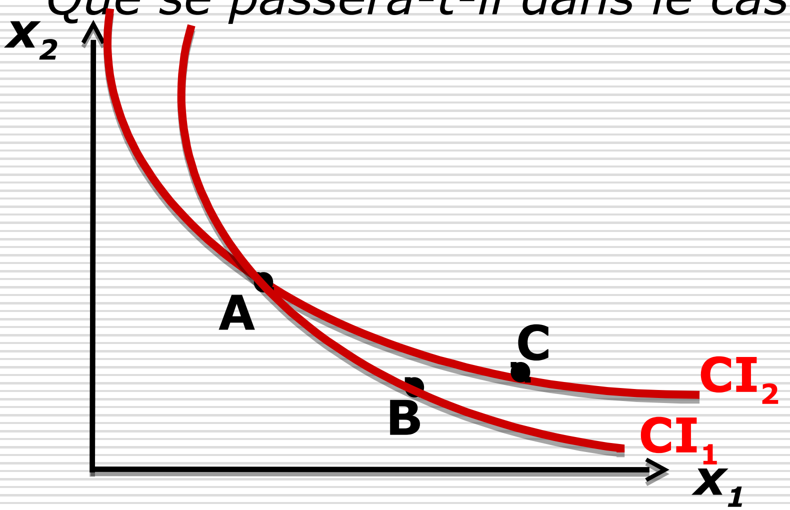
- ***Or***, le panier B contient plus de biens que le panier A

$$B \succ A$$

- ***Contradiction***

Propriétés des courbes d'indifférence

- **P3**: En vertu de l'axiome de transitivité, ***les CI ne peuvent se croiser***
- **Si la relation de préférence est transitive alors les courbes d'indifférences ne peuvent se couper. Si elles se coupaient, un même panier de bien offrirait deux niveaux de satisfaction différents. Ce qui est impossible.**
- *Que se passera-t-il dans le cas où deux CI se croisent?*



$$A \sim B \ et \ A \sim C$$

$$Donc \ B \sim C$$

- ***Impossible car B et C n'appartiennent pas à la même CI***

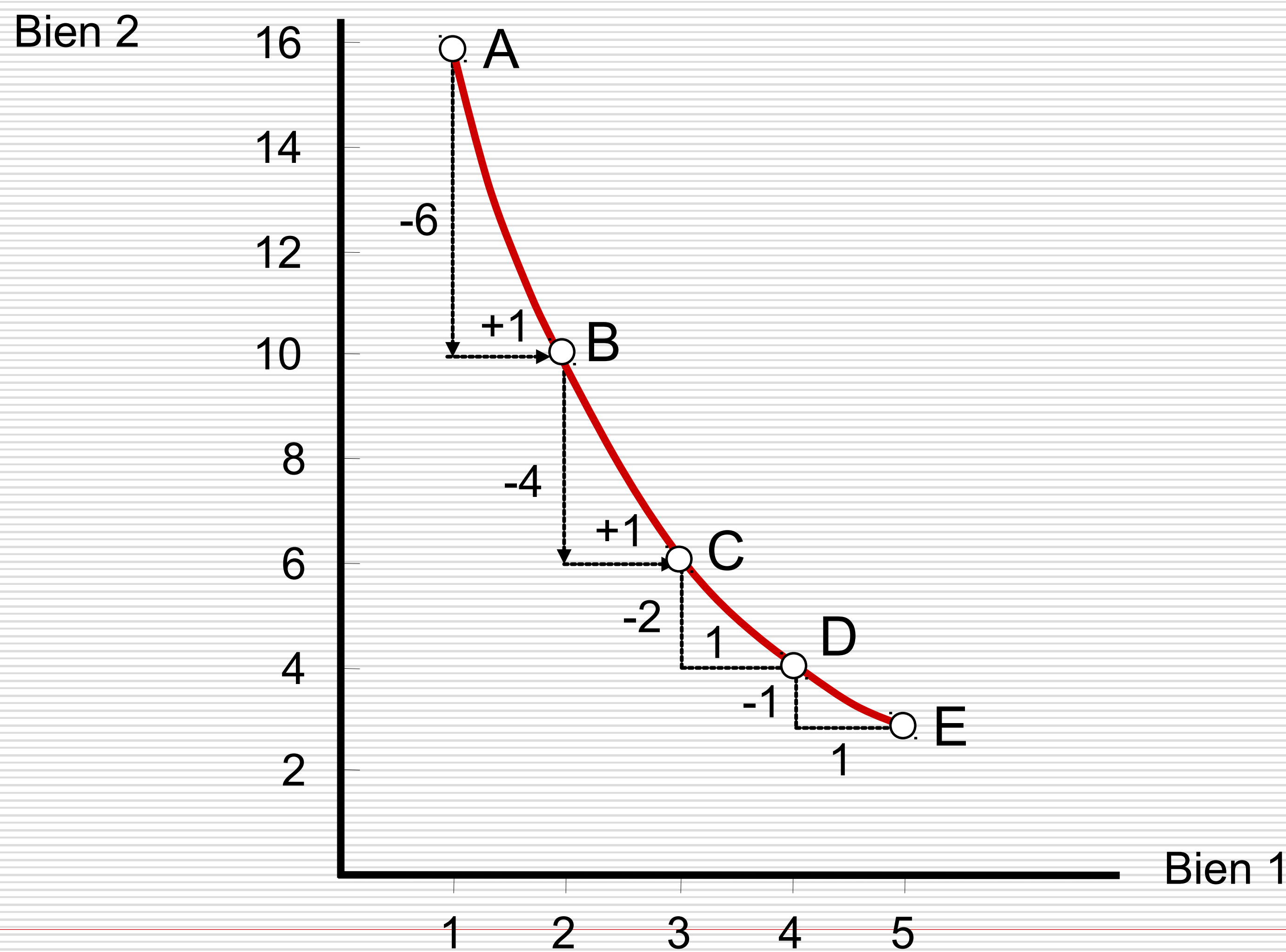
$$C \succ B$$

Propriétés des courbes d'indifférence

- **<u>P4</u>**: En vertu de l'axiome de stricte convexité, ***les CI sont strictement convexes par rapport à l'origine des axes***

- La courbe d'indifférence est **convexe car le consommateur aime les mélanges.** Si on augmente la quantité d'un bien dans un panier, pour rester sur la même courbe d'indifférence, il faut diminuer la quantité de l'autre bien, sinon on obtiendrait un panier strictement préféré.

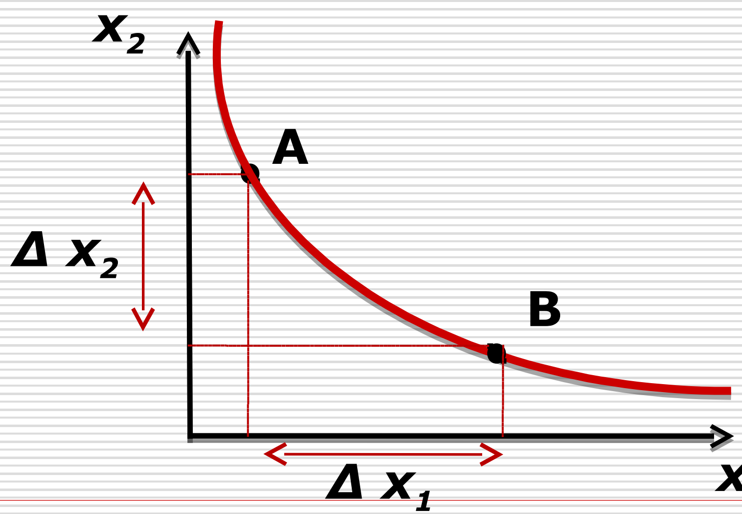
La convexité des courbes d'indifférence



Le taux marginal de substitution

- Tout déplacement *le long* d'une CI s'interprète comme un passage d'un panier de biens à un autre. Il se caractérise par :
  - La substitution entre les biens
  - Le maintien de la satisfaction du consommateur à un niveau inchangé

La substitution entre les biens le long d'une CI se mesure par le taux marginal de substitution d'un bien à un autre



- Lorsque le consommateur passe du panier A au panier B, la quantité du bien 2 diminue de Δx_2 et la quantité du bien 1 augmente de Δx_1

- Graphiquement, le TMS entre 2 points d'une CI est mesuré par la valeur absolue de la pente du segment de droite qui réunit ces 2 points

Le taux marginal de substitution

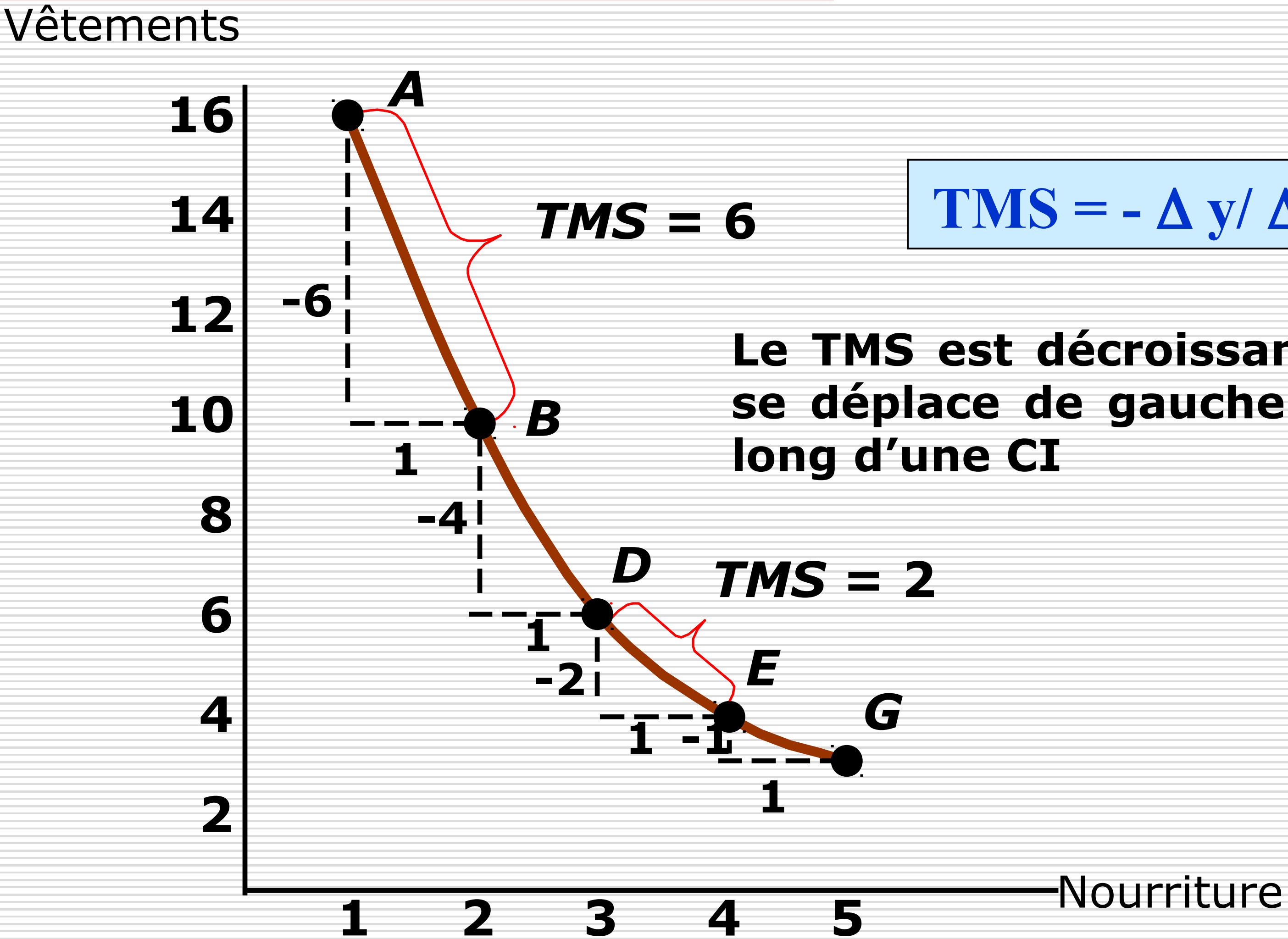
- Le TMS du bien 2 au bien 1 est la quantité de bien 2 à laquelle un consommateur est prêt à renoncer pour obtenir une unité supplémentaire de bien 1, sa satisfaction restant inchangée.

- Le TMS est le rapport entre quantités de biens cédées (numérateur) et quantités obtenues (dénominateur), qui laissent le consommateur en état d'indifférence

$$TMS = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

- le TMS est égal à la valeur absolue de la **pente de la courbe d'indifférence**.

La décroissance du taux marginal de substitution



$$TMS = -\Delta y / \Delta x$$

Le TMS est décroissant lorsqu'on se déplace de gauche à droite le long d'une CI

Le taux marginal de substitution

- Exemple

→ $TMS_{12} = 3$: le consommateur renoncera à trois unités de bien 2 pour obtenir une unité supplémentaire de bien 1 tout en gardant le même niveau de satisfaction.

Le taux marginal de substitution

c. **Fonction d'utilité et TMS**

- Considérons un consommateur confronté à différents choix de paniers ***(x₁,x₂)*** dont l'utilité est définie par ***U(x₁,x₂)***

- Le long d'une même CI, le consommateur est indifférent entre différentes quantités des deux biens. Donc ***dU=0***, d'où :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0 \Rightarrow \frac{-dx_2}{dx_1} = \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{Um_1}{Um_2}$$

- Le TMS est égal au rapport des utilités marginales respectives des biens 1 et 2

- **Exemple : fonction d'utilité Cobb-Douglas**

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} . x_2^{1/2}$$

$$V(x_1, x_2) = (U(x_1, x_2))^2 = x_1 . x_2$$

- **Exemple : fonction d'utilité Cobb-Douglas**

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} . x_2^{1/2}$$

$$TMS_2/1(x_1, x_2) = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{Um_1(x_1, x_2)}{Um_2(x_1, x_2)} = \frac{x_2}{x_1}$$

$$V(x_1, x_2) = (U(x_1, x_2))^2 = x_1 . x_2$$

$$TMS_{2/1}(x_1, x_2) = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{Vm_1(x_1, x_2)}{Vm_2(x_1, x_2)} = \frac{x_2}{x_1}$$