UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
Prof. Moisés Lima

Lista 6

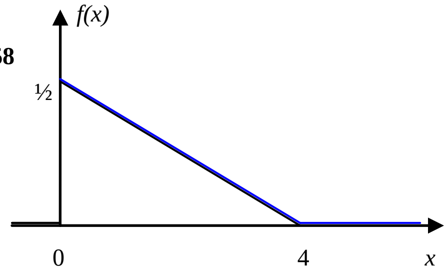
1. O diâmetro X de um cabo elétrico é uma variável aleatória contínua com f.d.p. dada por:

$$f(x) = \begin{cases} k(2x - x^2),\ se\ 0 \le x \le 1 \\ 0,\ c.c \end{cases}$$

a. Determine *k*; **3/2**
b. Calcule E(X) e VAR(X); **5/8 e 19/320**
c. Calcule $P(0 \le X \le 1/2)$. **5/16**

2. A variável aleatória X tem f.d.p. dada pelo gráfico abaixo. Determine:

a. $P(X > 2)$; **1/4**
b. *m* tal que $P(X > m) = 1/8$ **2,58**
c. E(X); **4/3**
d. VAR(X); **8/9**
e. F(X) e seu gráfico.
$x/2 - x^2/16$ (0<x<4)



3. Uma fábrica de tubos de imagem de aparelhos de TV determinou que a vida média dos tubos de sua fabricação é de 800 horas de uso contínuo e segue uma distribuição exponencial. Qual a probabilidade de que a fábrica tenha que substituir um tubo gratuitamente, se ela oferece 300 horas de garantia? **0,3127**

4. Uma variável aleatória contínua X tem f.d.p. dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 6(x - x^2),\ se\ 0 \le x \le 1 \\ 0,\ c.c \end{cases}$$

Calcule $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)$. **0,979264**

5. Sendo $f(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{k+44}{6}\right)e^{-2kx},\ se\ x \ge 0 \\ 0,\ c.c \end{cases}$, determine:

a. k; **4**
b. $P(8\mu - 3\sigma < X < 10\mu + 6\sigma)$. **0,0067**

sugestão: X~exponencial

6. A quantidade de óleo contida em cada lata fabricada por uma indústria tem peso distribuído normalmente com média de 990g e desvio padrão de 10g. Uma lata é rejeitada no comércio se tiver peso menor que 976g. Qual a probabilidade de uma lata ser rejeitada no comércio? **0,0807**

7. No exercício anterior, qual a probabilidade de num lote de 20 latas, 3 serem rejeitadas? **0,1435**

8. Dadas as funções abaixo, verificar qual o valor de *k* para que elas possam ser consideradas f.d.p. e calcular E(X) e VAR(X).

a. $f(x) = \begin{cases} kx^2,\ se\ 0 \le x \le 2 \\ 0,\ c.c \end{cases}$ **3/8** **3/2** **3/20**

b. $f(x) = \begin{cases} k(2 - x),\ se\ 0 \le x \le 1 \\ 0,\ c.c \end{cases}$ **2/3** **4/9** **13/162**

c. $f(x)=\begin{cases} ke^{-2x},\ x\geq 0 \\ 0,\ c.c \end{cases}$ **2** **1/2** **1/4**

9. Para cada uma das f.d.p. da questão anterior, fazer o gráfico da função de distribuição F(X).

10. Uma variável aleatória contínua X tem função de distribuição dada por:

$$F(X)=\begin{cases} 0,\ se\ x\leq 0 \\ x^5,\ se\ 0<x<1 \\ 1,\ se\ x\geq 1 \end{cases}.$$

Calcular E(X) e VAR(X). **5/6** **5/252**

11. Uma variável aleatória X tem f.d.p. dada por:

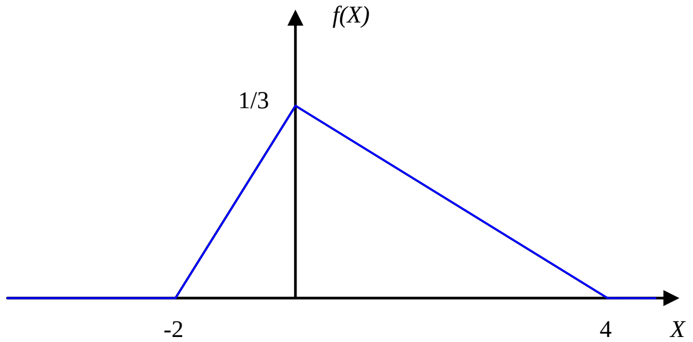
$$f(x)=\begin{cases} k,\ se\ 0\leq x\leq 2 \\ k(x-1),\ se\ 2<x\leq 4 \\ 0,\ c.c \end{cases}.$$

Determine *k* e E(X). **1/6** **22/9**

12. Determinar a média e a variância de X onde: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x^2},\ se\ 1\leq x\leq 2 \\ 0,\ c.c \end{cases}$. **1,3863** **0,0782**

13. O gráfico da f.d.p. de uma variável aleatória contínua X é dado abaixo. Calcular:

a. $P(X\geq 1)$; **3/8**
b. $P(X\leq 1)$; **5/8**
c. $E(X)$. **2/3**



14. Dada a f.d.p. de uma variável aleatória X

$$f(x)=\begin{cases} 6x(1-x),\ se\ 0\leq x\leq 1 \\ 0,\ c.c \end{cases}.$$

Calcule $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)$. **0,6174**

15. A duração de uma lâmpada é uma variável aleatória T cuja f.d.p. é dada por:

$$f(t)=\begin{cases} \dfrac{1}{1000}e^{\frac{-t}{1000}},\ se\ t\geq 0 \\ 0,\ c.c \end{cases},$$

onde T é medido em horas. Calcule a probabilidade de uma lâmpada:

a. queimar antes de 1000 horas; **0,632**
b. durar entre 800 e 1200 horas. **0,148**

16. Uma variável aleatória X tem distribuição de probabilidade uniforme no intervalo de -1/4 a 1/4. Calcule E(X) e VAR(X). **0,632** **0,148**

17. Foi feito um estudo sobre a altura dos alunos de uma faculdade, observando-se que ela se distribuía normalmente com média 1,72m e desvio padrão 5cm. Qual a porcentagem dos alunos:

a. Entre 1,67m e 1,77m? **68,27%**

b. Entre 1,62m e 1,82m? **95,45%**
c. Entre 1,57m e 1,87m? **99,73%**
d. Acima de 1,90m? **0,02%**

18. Uma variável aleatória X é normalmente distribuída com média 60 e variância 64. Determinar:

a. $P(X \geq 74)$; **0,04006** b. $P(|X - 60| \leq 8)$; **0,6827** c. $P(|X - 60| \geq 5)$. **0,5287**

19. Numa fábrica foram instaladas 1000 lâmpadas novas. Sabe-se que a duração média das lâmpadas é de 800 horas e desvio padrão 100 horas, com distribuição normal. Determine a quantidade de lâmpadas que durarão:
a. menos de 500 horas; **1,4**
b. mais de 700 horas; **841,3**
c. entre 516 e 814 horas. **553,4**

20. Os escores de QI têm distribuição normal com média 100 e desvio-padrão 15. A Mensa é uma organização para pessoas com QI elevado, e a admissão exige um QI superior a 131.5.
a. Escolhida aleatoriamente uma pessoa, determine a probabilidade de ela satisfazer aquela exigência da Mensa. **0,0179**
b. Em uma região típica de 75.000 habitantes, quantos serão candidatos à Mensa? **1343**

21.Suponha os escores z distribuídos normalmente com média 0 e desvio-padrão 1.
a. Se $P(0 < z < a) = 0,3212$, determine a. **0,92**
b. Se $P(-b < z < b) = 0,3182$, determine b. **0,41**
c. Se $P(z > c) = 0,2358$, determine c. **0,72**
d. Se $P(z > d) = 0,7517$, determine d. **-0,68**
e. Se $P(z < e) = 0,4090$, determine e. **-0,23**

22. Seja Y com distribuição binomial com parâmetros n=10 e p=0,4. Determine a aproximação normal para:

a) $P(3 < Y < 8)$; b) $P(Y \geq 7)$; c) $P(Y < 5)$.