

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
Prof. Moisés Lima

Lista 4

1. Uma urna contém 4 bolas brancas e 6 bolas pretas. 3 bolas são retiradas com reposição. Seja X o número de bolas brancas. Determine:

a. A distribuição de X ; $X=0, 1, 2, 3$ e $P(X=x)=0,216; 0,432; 0,288; 0,064$

b. $E(X)$. **1,2**

2. Sabe-se que uma moeda mostra a face cara o quádruplo de vezes do que mostra a face coroa, quando lançada. Esta moeda é lançada 4 vezes. Seja X o número de caras que aparece. Determine:

a. $E(X)$; **3,2**

b. $VAR(X)$; **0,64**

c. $P(X \geq 2)$; **0,9728**

d. $P(1 \leq x < 3)$. **0,1792**

3. Uma urna contém 4 bolas brancas e 3 bolas pretas. Retiram-se 3 bolas sem reposição. Seja X o número de bolas brancas. Determine a distribuição de probabilidade de X . $X=0, 1, 2, 3$ e $P(X=x)=1/35; 12/35; 18/35; 4/35$.

4. Uma urna contém 4 bolas brancas e 3 bolas pretas. Retiram-se 3 bolas com reposição. Seja X o número de bolas brancas. Determine a distribuição de probabilidade de X . $X=0, 1, 2, 3$ e $P(X=x)=27/343; 108/343; 144/343; 64/343$.

5. Dada a tabela:

X	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0	p^2	p^2	p	p	p^2

a. Determine p ; **1/3**

b. Calcule $P(X \geq 4)$ e $P(X < 3)$; **4/9 e 2/9**

c. Calcule $P(|X - 3| < 2)$. **7/9**

6. A função de probabilidade da variável aleatória X é $P(X) = 1/5$ para $X = 1, 2, 3, 4, 5$. Calcular

$E(X)$ e $E(X^2)$ e, usando estes resultados calcular:

a. $E(X + 3)^2$; **38**

b. $VAR(3X - 2)$. **18**

7. Seja X o número de caras e Y o número de coroas quando são lançadas 2 moedas. Calcular a média e a variância de $Z=2X+Y$. **3 e 1/2**

8. Considere uma urna contendo 3 bolas vermelhas e 5 bolas pretas. Retire 3 bolas sem reposição e defina a variável aleatória X como sendo o número de bolas pretas. Obtenha a distribuição de X .

X	0	1	2	3
$P(x)$	1/56	15/56	30/56	10/56

9. Considere o lançamento de três moedas. Se ocorre o evento CCC, dizemos que temos uma sequência ao passo que se ocorre o evento CKC temos três sequências. Defina X a v.a número de caras obtidas e Y a v.a número de sequências. Assim, $X(CKK) = 1$ e $Y(CRR) = 2$. Obtenha a distribuição de X e de Y . Calcule $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$ e $V(Y)$.

X	0	1	2	3
$P(x)$	1/8	3/8	3/8	1/8

$E(X)=1,5$ $E(Y)=2$

Y	1	2	3
$P(y)$	1/4	1/2	1/4

10. Suponha que a v.a. V tenha a seguinte distribuição:

v	0	1
p	q	$1-q$

Obtenha $E(V)$ e $V(V)$.

1-q

$q(1-q)$

11. O tempo T , em minutos, necessário para um operário processar certa peça é uma v.a. com a seguinte distribuição de probabilidade:

T	2	3	4	5	6	7
p	0,1	0,1	0,3	0,2	0,2	0,1

a) calcule o tempo médio de processamento; **4,6.**

Para cada peça processada, o operário ganha um fixo de R\$ 2,00 mas se ele processa a peça em menos de 6 minutos, ganha R\$0,50 por minuto poupado. Por exemplo, se ele processa a peça em 4 minutos, recebe a quantia adicional de R\$1,00.

b) Determine a distribuição de probabilidade, a média e a variância de G: quantia em reais ganha por peça. $E(G)=2,75$
 $V(G)=0,4125$

12. Qual o preço justo a pagar para entrar em um jogo no qual se pode ganhar R\$25,00 com probabilidade 0,2 ou ganhar R\$10,00 com probabilidade 0,4? **R\$9,00**

13. Três bolas são retiradas, sem reposição, de uma urna que contém 4 bolas vermelhas, e 6 brancas. Seja X a v.a que representa o total de bolas vermelhas retiradas.

- a) Faça a distribuição de probabilidade de X; **$X=0, 1, 2, 3$ $p(x)=1/6, 1/2, 3/10, 1/30$**
- b) Determine a média; **1,2**
- c) Determine a variância; **0,56**
- d) Determine o desvio-padrão. **0,75**

14. Uma empresa que fornece computadores e os correios tem 6 linhas telefônicas. Seja X o número de linhas em uso em determinado horário. Suponha que a distribuição de X seja a seguinte:

x	0	1	2	3	4	5	6
p(x)	0,1	0,15	0,2	0,25	0,2	0,06	0,04

Calcule a probabilidade dos seguintes eventos:

- a) {no máximo 3 linhas estão em uso} **0,7**
- b) {menos de três linhas estão em uso} **0,45**
- c) {pelo menos 3 linhas estão em uso} **0,55**
- d) {entre 2 e 5 linhas, inclusive, estão em uso} **0,71**
- e) {entre 2 e 4 linhas, inclusive, estão em uso} **0,65**
- f) {pelo menos 4 linhas não estão em uso} **0,45**

15. Uma loja de eletrodomésticos vende 3 modelos de *freezers* verticais com 13,5, 15,9 e 19,1 pés cúbicos de espaço, respectivamente. Seja X o volume de armazenagem comprado pelo próximo cliente a comprar um freezer. Assuma que a probabilidade de encontrar freezers com estas capacidades sejam respectivamente, 20%, 50% e 30%.

- a) Calcule $E(X)$, $E(X^2)$ e $V(X)$; **16,38 272,298 3,99**
- b) Se o preço de um freezer com X pés cúbicos de capacidade for $25X-8,5$, qual será o preço que se espera que o próximo cliente pague? **401**
- c) Qual é a variância do preço pago pelo próximo cliente? **2496**
- d) Suponha que, apesar de a capacidade nominal de um freezer ser X, a capacidade real seja $X-0,01X^2$. Qual a capacidade real esperada do freezer comprado pelo próximo cliente? **13,66**

16. Um indivíduo que possui um seguro de automóvel de uma determinada empresa é selecionado aleatoriamente. Seja Y o número de infrações no trânsito nos quais o indivíduo foi reincidente nos últimos 3 anos. Y assume os valores 0, 1, 2 e 3 com probabilidades respectivas: 0,6, 0,25, 0,1 e 0,05.

- a) Determine o número esperado de infrações; **0,6**
- b) Suponha que o indivíduo com Y infrações reincidentes incorra em multa de $US\$100Y^2$. Calcule o valor esperado da multa. **US\$110,00**

17. Dos carros de passeio vendidos no Brasil, sabe-se que 40% são populares. Na semana em que uma concessionária vender 6 carros, determine a probabilidade de serem comercializados:

- a. Dois carros populares;
- b. No máximo 3 carros populares;
- c. Entre 3 e 6 carros populares.

18. Dois Sabe-se que a proporção de estudantes que utilizam ônibus é de 2 estudantes para cada 5 passageiros. No ônibus em que houver exatamente 9 passageiros, qual a probabilidade de haver:

- a. Dois estudantes?
- b. Pelo menos 7 estudantes?
- c. Nenhum estudante?

19. Suponha que, em um experimento binomial, uma prova se repita n vezes. Determine a probabilidade de x sucessos, dada a probabilidade p de sucesso em uma prova:

- a. $n = 3$, $x = 2$, $p = 0,9$; **0,243**

- b. $n = 2, x = 0, p = 0,6$;
 c. $n = 8, x = 7, p = 0,99$; **0,075**
 d. $n = 6, x = 1, p = 0,05$.

20. Suponha que os nascimentos de menino e menina sejam igualmente prováveis e que o nascimento de qualquer criança não afete a probabilidade do sexo do próximo nascituro. Determine a probabilidade de:

- a. Exatamente 4 meninas em 10 nascimentos; **0,205**
 b. Ao menos 4 meninas em 10 nascimentos; **0,828**
 c. Exatamente 8 meninas em 20 nascimentos. **0,120**

21. De acordo com a Nielsen Media Research, 30% das televisões são sintonizadas no programa NFL Monday Night Football quando ele vai ao ar. Supondo que esse programa esteja sendo transmitido e que as televisões sejam escolhidas aleatoriamente, determine a probabilidade de:

- a. 5 dentre 15 televisões estarem sintonizadas no NFL Monday Night Football;
 b. Ao menos 5 dentre 15 televisões estarem sintonizadas no NFL Monday Night Football;
 c. Exatamente 4 dentre 16 televisões estarem sintonizadas no NFL Monday Night Football.

22. Um teste de estatística consiste em 10 questões do tipo múltipla escolha, cada uma com 5 respostas possíveis. Para alguém que responda aleatoriamente (por palpite) todas as questões, determine a probabilidade de passar, se o percentual mínimo para aprovação é 60%. A probabilidade é suficientemente elevada para justificar o risco de tentar passar por palpite em lugar de estudar? **0,007; não.**

23. Seja $X \sim B\left(10; \frac{2}{5}\right)$. Calcule:

- a. $P(X = 3)$; **0,215**
 b. $P(X \leq 2)$; **0,167**
 c. $P(X \geq 4)$; **0,618**
 d. $P(X - 2 < 1)$; **0,167**
 e. $P(|X - 2| \leq 1)$; **0,376**
 f. $P(3 < X \leq 5)$; **0,451**
 g. $P(|X - 3| > 1)$; **0,413**
 h. $E(X)$ e $VAR(X)$; **4 e 2,4**
 i. $E(Z)$ e $VAR(Z)$ onde $Z = \frac{X - E(X)}{\sqrt{VAR(X)}}$. **0 e 1**

24. Seja $X \sim B(n; p)$. Sabendo-se que $E(X) = 12$ e $VAR(X) = 4$, determine

$n, p, E(Z)$ e $VAR(Z)$, sendo $Z = \frac{X - 6}{3}$. **18; 2/3; 2; 4/9.**

25. A probabilidade de um atirador acertar o alvo num único tiro é 0,05. Sabendo-se que o atirador disparou 10 tiros, determine a probabilidade de que:

- a. Nenhum tiro acerte o alvo; **0,5987**
 b. Mais de 2 tiros acerte o alvo. **0,0115**

26. Uma fábrica de automóveis verificou que ao testar seus carros na pista de prova há, em média, um estouro de pneu a cada 300 km, e que o número de pneus estourados segue uma distribuição de Poisson.

- a. Qual a probabilidade de que num teste de 900 km haja no máximo um pneu estourado? **0,199**
 b. Qual a probabilidade de que um carro ande 450 km na pista sem estourar nenhum pneu? **0,223**

27. Oito dados são lançados simultaneamente. Seja X o número de vezes que ocorre a face 3. Determine:

- a. $P(1 < X \leq 4)$; **0,3907**
 b. $P(X \geq 3)$; **0,1348**
 c. $E(X)$; **4/3**
 d. $VAR(X)$. **10/9**

28. Calcular em 9 lances de uma moeda não viciada, a probabilidade de que se tenha:

- a. menos de 3 caras; **0,0898**

- b. pelo menos 4 caras; **0,7461**
- c. exatamente 2 caras. **0,0703**

29. A probabilidade de um atirador no alvo em um único tiro é $1/4$. O atirador atira 20 vezes em direção ao alvo. Qual a probabilidade de acertar:

- a. exatamente 5 vezes; **0,2023**
- b. pelo menos 3 vezes; **0,9087**
- c. nenhuma vez; **0,0032**
- d. no máximo 4 vezes. **0,4148**

30. De acordo com a Divisão de Estatística Vital do Departamento de Saúde dos EUA, a média anual de afogamentos acidentais neste país é de 3 por 100.000 pessoas. Determinar a probabilidade que em uma cidade com 300.000 habitantes se verifiquem:

- a. nenhum afogamento; **0,000123**
- b. menos de 3 afogamentos; **0,006232**
- c. no máximo 2 afogamentos; **0,006232**
- d. mais de 4 e menos de 8 afogamentos. **0,268933**

31. Uma urna contém 8 bolas brancas e 12 bolas pretas. Retiram-se 10 bolas com reposição. Qual a probabilidade de que:

- a. no máximo 2 sejam brancas; **0,1673**
- b. três sejam brancas. **0,2149**

32. Num lote de 40 peças, 20% são defeituosas. Retiram-se 10 peças do lote. Qual a probabilidade de que:

- a. 3 sejam defeituosas; **0,222363**
- b. no máximo 2 sejam defeituosas. **0,688265**

33. as chamadas telefônicas chegam a uma razão de 48 por hora em uma empresa:

- a. determine a probabilidade de chegarem 3 chamadas em cinco minutos; **0,1952**
- b. determine a probabilidade de chegarem exatamente 10 chamadas em 15 minutos; **0,1048**
- c. se nenhuma chamada está sendo processada no momento, qual a probabilidade de a telefonista possa ter três minutos para tomar um café sem ser interrompida? **0,0907**

34. Estima-se que 40% dos clientes de uma loja pague suas contas com cartão de crédito. Determine a probabilidade dos clientes efetuarem exatamente dois pagamentos com cartão de crédito em cinco compras consecutivas. **34,6%**

35. (IBGE/99) Suponha que as pessoas se dirijam ao caixa de um mercado de acordo com um processo de Poisson com taxa média de dois clientes por minuto. A probabilidade de que, num intervalo de três minutos, no máximo dois clientes se dirijam ao caixa é dada por:

- a) $18e^{-2}$
 - b) $24e^{-2}$
 - c) $7e^{-3}$
 - d) $18e^{-6}$
 - e) $25e^{-6}$
- letra: e**

36. (IBGE/99) Numa certa população muito grande, 25% dos indivíduos apresentam algum problema cardiovascular. Se uma amostra aleatória simples e quatro pessoas é observada, a probabilidade de que três pessoas apresentem um problema dessa natureza é de , aproximadamente:

- a) 4,7%
 - b) 12,5%
 - c) 27,7%
 - d) 39,5%
 - e) 50%
- letra: a**