

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA  
Prof. Moisés Lima

Lista 5

1. As variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  são independentes e têm média e variância iguais a 5 e 6 para  $X$  e 4 e 3 para  $Y$ .

Calcule a média e a variância de:

- a.  $X-Y$ ;
- b.  $2X+3Y$ .

2. Sendo  $Z=5X+3Y-4$ , onde  $X$  e  $Y$  são independentes,  $E(X)=3$ ,  $VAR(X)=2$ ,  $E(Y)=4$  e  $VAR(Y)=3$ . Determinar  $E(Z)$  e  $VAR(Z)$ .

3. Lançam-se simultaneamente uma moeda e um dado.

- a) Determine o espaço amostral correspondente a esse experimento.
- b) Obtenha a tabela de distribuição conjunta considerando  $X$  o número de caras no lançamento da moeda e  $Y$  o número da face do dado.
- c) Verifique se  $X$  e  $Y$  são independentes.
- d) Determine:

$$P(X=1), P(X \leq 1), P(X < 1), P(X=2, Y=1), P(X \geq 0, Y \leq 4), P(X=0, Y \geq 1).$$

4. A tabela abaixo dá a distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ :

Y	X		
	1	2	3
0	0,1	0,1	0,1
1	0,2	0	0,3
2	0	0,1	0,1

- a) Determine as distribuições marginais de  $X$  e  $Y$ .
- b) Obtenha as esperanças e variâncias de  $X$  e  $Y$ .
- c) Verifique se  $X$  e  $Y$  são independentes.
- d) Calcule  $P(X=1|Y=0)$  e  $P(Y=2|X=3)$ .
- e) Calcule  $P(X \leq 2)$  e  $P(X=2, Y \leq 1)$ .

5. A tabela abaixo dá a distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ :

Y	X		
	-1	0	1
-1	1/12	0	1/12
0	1/6	0	1/6
1	1/4	0	1/4

- a) Determine as médias e variâncias de  $X$  e  $Y$ .
- b) Obtenha as distribuições condicionais de  $X$  dado que  $Y=0$  e de  $Y$  dado que  $X=1$ .
- c) Calcule  $E(X+Y)$  e  $V(X+Y)$ .
- d) Se  $Z = aX + bY$ , então determine  $a$  e  $b$  de modo que  $E(Z)=10$  e  $V(Z)=600$ .

6. A tabela abaixo dá a distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ :

Y	X		
	1	2	3
1	5/27	1/27	3/27
2	4/27	3/27	4/27
3	2/27	3/27	2/27

Determine a média e a variância de:

- a)  $X+Y$ .
- b)  $XY$ .

7. Usando os dados do problema 4, determine  $\text{Cov}(X,Y)$  e  $\rho(X,Y)$ .

8. Sejam  $X$  e  $Y$  com a distribuição conjunta na tabela abaixo:

Y	X		
	-1	0	1
-1	0	1/4	0
0	1/4	0	1/4
1	0	1/4	0

Mostre que  $\text{Cov}(X,Y)=0$ , mas  $X$  e  $Y$  não são Independentes.

9. Uma moeda perfeita é lançada 3 vezes. Sejam:

$X$ : número de caras nos dois primeiros lançamentos;

$Y$ : número de caras no terceiro lançamento;

$S$ : número total de caras.

- a) Verifique se  $X$  e  $Y$  são independentes.
- b) Calcule a média e a variância das 3 variáveis.

10. Considere a distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ :

X	Y		
	1	2	3
0	0,08	0,24	0,08
1	0,12	0,36	0,12

Determine:

- a)  $P(Y=3)$ .
- b)  $P(Y=2|X=0)$ .
- c)  $E(X)$ ,  $E(Y)$ .
- d)  $V(Y)$ .
- e)  $\text{cov}(X,Y)$ .

11. Considere a distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ :

Y	X		
	2	4	8
1	1/4	0	0
2	1/8	1/8	0
4	1/8	1/16	1/8
8	0	1/16	1/16
16	0	0	1/16

Determine:

- a)  $E(X)$ ,  $E(Y)$ .
- b)  $P(X=2|Y=4)$ .
- c)  $P(Y=4|X=8)$ .
- d)  $V(X)$ ,  $V(Y)$ .
- e)  $\text{Cov}(X,Y)$ .
- f)  $V(X+Y)$ .

12. Uma moeda é lançada 4 vezes. Seja  $X$  o número de caras nos dois primeiros lançamentos e seja  $Y$  o número de caras nos 3 últimos lançamentos.

a) Qual a distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ ? b) Determine  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $V(X)$ ,  $V(Y)$ .

c) Determine  $\text{Cov}(X,Y)$  e a correlação entre  $X$  e  $Y$ . d) Se  $Z=X+Y$ , obtenha  $E(Z)$  e  $V(Z)$ .

e)  $X$  e  $Y$  são independentes? f) Obtenha a distribuição condicional de  $X|Y=2$  e determine a média e a variâncias dessa distribuição.

**Respostas:**

- 1) a) 1 e 9.      b) 22 e 51.  
2) 23 e 77  
3) c) ind.      d)  $\frac{1}{2}$ , 1,  $\frac{1}{2}$ , 0,  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{2}$ .  
5) a)  $(0 \text{ e } \frac{1}{3})$  e  $(1 \text{ e } \frac{5}{9})$ .      c)  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{14}{9}$ .      d)  $a = \pm 10$  e  $b=30$ .  
6) a) 3,85 e 4,94.      b) 3,78 e 5,43.  
7) 0,12 e 0,197.  
8)  $P(X=1, Y=1) \neq P(X=1).P(Y=1)$ .  
9) a) ind.      b)  $(1 \text{ e } \frac{1}{2})$  e  $(\frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{4})$  e  $(\frac{3}{2} \text{ e } \frac{3}{4})$ .  
10) a) 0,2.      b) 0,6.      c) 0,6 e 2.      d) 0,4.      e) 0.  
11) a) 4 e 4.      b) 0,4.      c) 0,5.      d) 6 e 14,25.      e) 6.      f) 32,25.  
12) b) 1 e 1,5 e 0,5 e 0,75.      c) 0,25 e 0,408.      d) 2,5 e 1,75.      e) não.  
f) (0,1,2) com prob.  $(\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ . Média= $\frac{7}{6}$ . Variância=0,472.