Définition 1

Le corps commutatif $(\mathbb{R}^2, +, .)$ est appelé le corps des nombres complexes et est noté $\mathbb{C}$.. Ses éléments sont appelés nombres complexes.

$\mathbb{C}$ est un corps commutatif

II. CHANGEMENT DE NOTATION. FORME ALGÉBRIQUE

Proposition 1

1) Pour tous réels a et b on a :

i) $(a, 0) + (b, 0) = (a + b, 0)$; ii) $(a, 0).(b, 0) = (a\,b, 0)$; iii) $(a, b) = (a, 0).(1, 0) + (b, 0).(0, 1)$

2) $(0, 1).(0, 1) = (-1, 0)$

Preuve

Notations

Ce qui précède nous amène à confondre le nombre complexe $(a, 0)$ et le nombre réel a. Si par ailleurs nous désignons par i le nombre complexe $(0, 1)$ nous avons :

1) $\forall (a,b) \in \mathbb{C}, (a,b) = a + bi$

2) $i^2 = -1$

Remarque

Pour tout $(a, b, a', b') \in \mathbb{R}^4$, $a + b\,i = a' + b'\,i \Leftrightarrow (a = a', b = b')$

Définition 1

Pour tout nombre complexe z il existe un unique couple de réels (a, b) tel que $z = a + b\,i$

L'expression $a + b\,i$ est appelée la forme algébrique de z

Les nombres réels a et b sont appelés respectivement les parties réelle et imaginaire de z, et sont notés Re (z) et Im (z)

Tout nombre de la forme $b\,i$ $(b \in \mathbb{R})$ est dit imaginaire pur.