<u>Remarque</u>

On a : $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \mathrm{Im}(z) = 0$

<u>Définition 2</u>

Pour tout nombre $z = a + b\,i$, $(a, b \in \mathbb{R})$ le nombre $a - b\,i$ est appelé le conjugué de z et est noté $\bar{z}$

(5) <u>Proposition 2</u>

Pour tout z on a :

$$\mathbf{i)}\ z + \bar{z} = 2\,\mathrm{Re}(z);\ \mathbf{ii)}\ z - \bar{z} = 2\,i\,\mathrm{Im}(z)$$

$$\mathbf{iii)}\ z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \bar{z}\ ;\ \mathbf{iv)}\ z \text{ imaginaire pur } \Leftrightarrow z = -\bar{z}$$

$$\mathbf{v)}\ z.\bar{z} = (\mathrm{Re}(z))^2 + (\mathrm{Im}(z))^2$$

Preuve

alors

III. MODULE

<u>Définition 1</u>

Pour tout nombre complexe $z = a + i\,b$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, on appelle module de z le nombre réel positif

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

(7) <u>Proposition 1</u>

1) $\forall z \in \mathbb{C}, |z| \geq 0,$

2) $\forall z \in \mathbb{C}, (|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0)$:

3) $\forall z \in \mathbb{C}, |z|^2 = z\,\bar{z}$:

En particulier, pour tout $z \in \mathbb{C}^*$, $|z| = 1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$:

4) $\forall z \in \mathbb{C}, |\bar{z}| = |z|$:

5) $\forall z, z' \in \mathbb{C}, |zz'| = |z|\,|z'|$: