(#1) Ind. développez : $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-d)^2 - (d-a)^2$

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES SUR LE CHAPITRE 1

Si la somme de nbres positifs élevés au carré est nulle, c'est que chacun de ces nombres est NUL

Exercice 1

Soient a, b, c, d quatre réels vérifiant :

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = ab + bc + cd + da$$

Montrer que $a = b = c = d$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$\sqrt{2-x} + \sqrt{3-x} \geq 1$

Exercice 3

Parmi les relations suivantes, quelles sont celles qui sont vérifiées, quels que soient les quatre réels x_1, x_2, y_1, y_2, vérifiant $x_1 \leq y_1$ et $x_2 \leq y_2$?

1) $x_1^2 \leq y_1^2$ fausse

2) $x_1 - x_2 \leq y_1 - y_2$ F (on ne retranche pas les inégalités membre à membre) car en × par (−1), on change le sens de l'inégalité

3) $x_1 + x_2 \leq y_1 + y_2$ vraie

4) $x_1 x_2 \leq y_1 y_2$ fausse

5) $\frac{x_1}{x_2} \leq \frac{y_1}{y_2}$ fausse (on ne divise pas les inégalités membre à membre)

Même question si on suppose de plus que les quatre nombres sont positifs

1) vraie
2) fausse
3) vraie
4) vraie
5) F

Exercice 4

Soient a, b deux nombres réels tels que $0 \leq b \leq a$.

Simplifier l'expression :

$$\sqrt{a + 2\sqrt{a-b}\sqrt{b}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-b}\sqrt{b}}$$

$a + 2\sqrt{a-b}\sqrt{b} + 2\sqrt{a+2\sqrt{a-b}\sqrt{b}} \cdot \sqrt{a-2\sqrt{a-b}\sqrt{b}} + a - 2\sqrt{a-b}\sqrt{b}$

$2a + 2\sqrt{(a+2\sqrt{a-b}\sqrt{b})(a-2\sqrt{a-b}\sqrt{b})} = 2\left(a + \sqrt{a^2 - (2\sqrt{a-b}\sqrt{b})^2}\right)$

Exercice 5

Montrer que la racine carrée d'un nombre irrationnel positif est un nombre irrationnel

$= 2\left(a + \sqrt{a^2 - 4(a-b)b}\right)$

$= 2\left(a + \sqrt{a^2 - (4ab - 4b^2)}\right)$

$= 2\left(a + \sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2}\right)$

$E = 2\left(a + \sqrt{(a-2b)^2}\right)$

$E = 2\left(a + |a-2b|\right)$