Daina E. Dugas 27 PCM1

24 oct. 2011

LEÇON 5

NOMBRES COMPLEXES

I. LE CORPS DES NOMBRES COMPLEXES

Rappel

$$\forall\, \mathbf{a, b, c, d} \in \mathbb{R}, (\mathbf{a, b}) = (\mathbf{c, d}) \Leftrightarrow (\mathbf{a} = \mathbf{c}, \mathbf{b} = \mathbf{d})$$

Exercice 1

Montrer que pour tous réels a et b on a :

$$(a, b) \neq (0, 0) \Leftrightarrow \mathbf{a^2 + b^2 \neq 0}$$

Définition 1

Pour tous couples (a, b) et (c, d) de nombres réels on pose

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

$$(a, b).(c, d) = (a\,c - b\,d, a\,d + b\,c)$$

Exercice 2

Montrer que pour tous réels a et b on a :

$$(a, b).\,(a, -b) = (a^2 + b^2, 0)$$

Le résultat suivant est facile à prouver.

Proposition 1

$(\mathbb{R}^2, +, .)$ est un corps commutatif tel que :

1) **(0, 0) est le neutre pour +**
2) **(- a, - b) est le symétrique de (a, b)**
3) **(1, 0) est le neutre pour .**
4) **L'inverse de tout couple (a, b) non nul est**

$$(\mathbf{a, b})^{-1} = \left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{a^2 + b^2}}, \frac{\mathbf{-\,b}}{\mathbf{a^2 + b^2}}\right)$$