Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Лебедев Ярослав Борисович

2022 Mar 16th

Содержание

Цель работы 3
Задание 4
Теоретическое введение 5
Выполнение лабораторной работы 7
Выводы 9
Список литературы 10

Цель работы

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия при двух случаях. Для этого написать программу в OpenModelica.

Задание

Вариант 15. На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=20 100) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=77, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=21. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)-R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае (формула условия):

1) если $I(0) \le I^*$

2) если $I(0) > I^*$

Формула условия

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии [2]. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни [1].

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t)>I^* тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону (формула 1):

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ 0, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases} \qquad (1)$$

Формула (1)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е. (формула 2):

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases} \qquad (2)$$

Формула (2)

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни) (формула 3)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \qquad (3)$$

Формула (3)

Постоянные пропорциональности □ □ - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени t=0 нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая (формула условия):

1) если $I(0) \le I^*$

2) если $I(0) > I^*$

Формула условия

Выполнение лабораторной работы

Работу я выполнял в OpenModelica. Для решения поставленной задачи необходимо было написать программу (Рис.1).

```
model lab6
parameter Real n=20100;
parameter Real a=0.01;
parameter Real b=0.1;
Real I(start=77);
Real R(start=21);
Real S(start=n-77-21);
equation
der(I)=-b*I;
der(S)=0;
//der(I)=-a*S;
//der(S)=a*S-b*I;
der(R)=b*I;
end lab6;
```

Рис.1. Программа

Результаты выполнения программы при первом условии (Рис.2-3).

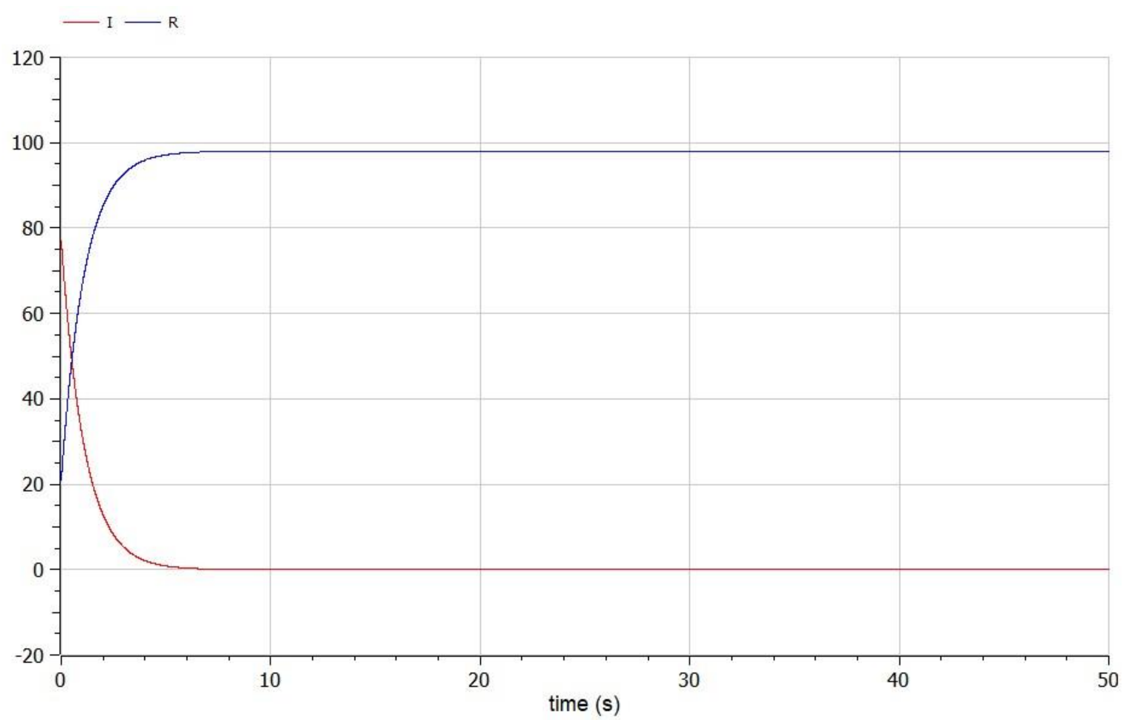

Рис.2.График при первом условии - 1

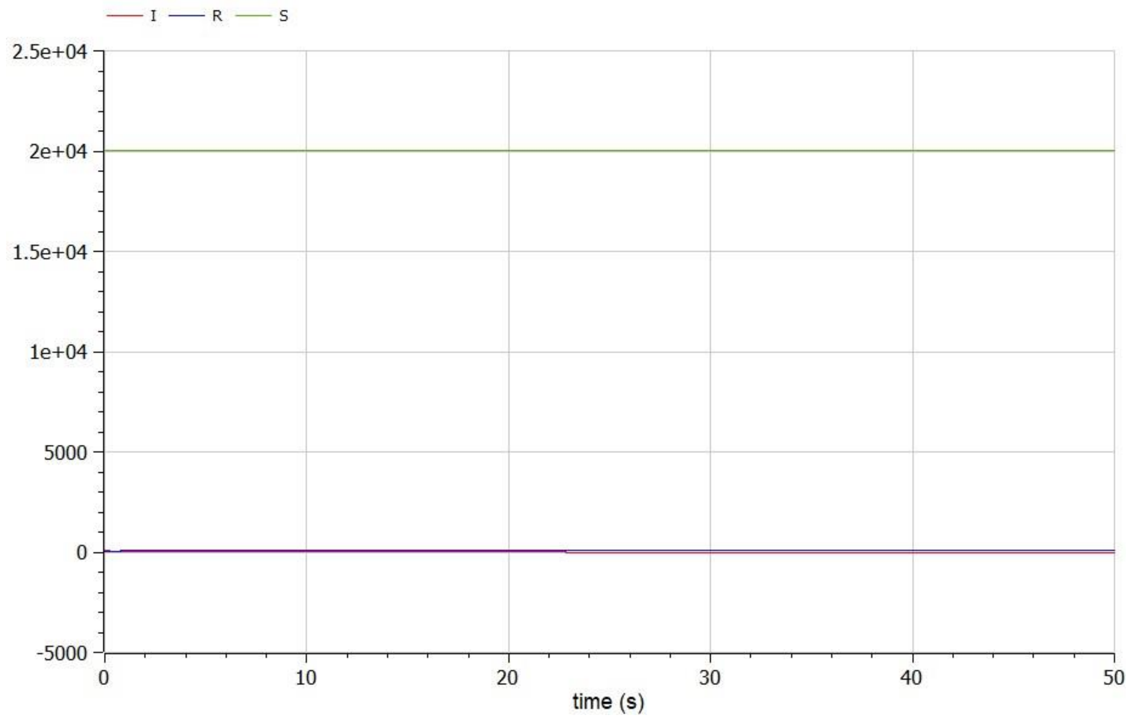

Рис.3.График при первом условии - 2

Результаты выполнения программы при втором условии (Рис.4).

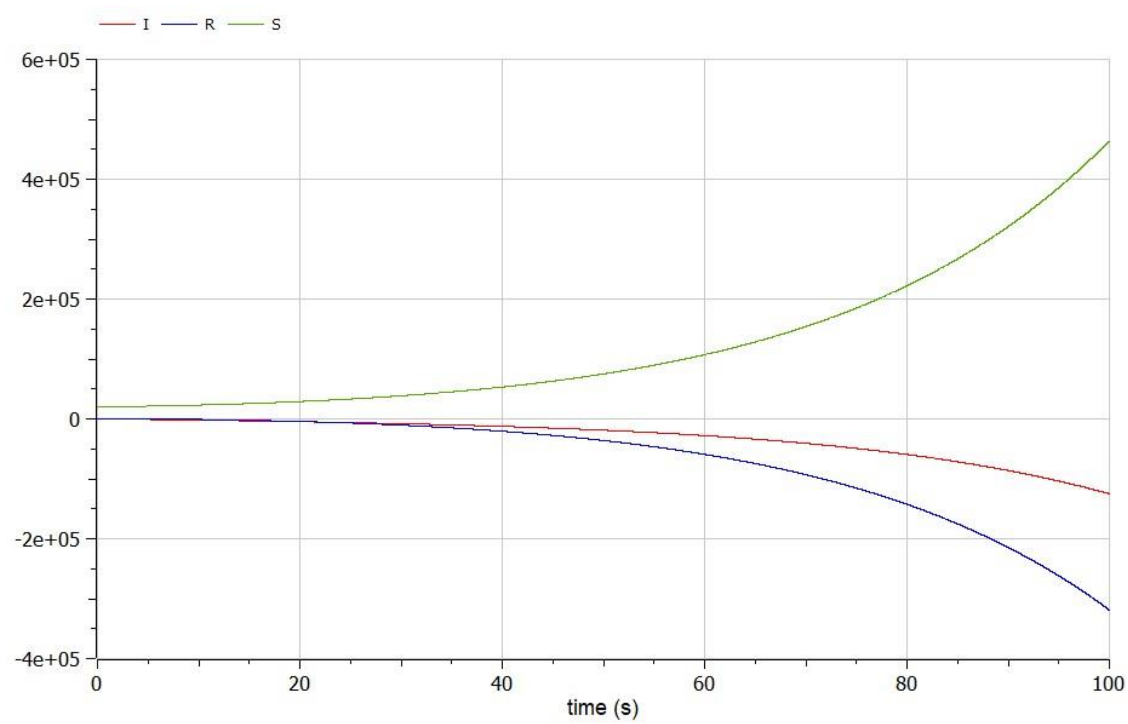

Рис.4. График при втором условии

Выводы

Построен графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрено, как будет протекать эпидемия при двух случаях. Для этого написана программа в OpenModelica.

Список литературы

1. Методические материалы курса
2. Задача об эпидемии, URL: https://studizba.com/files/show/doc/12476-1-model-epidemii.html