## 第二届电魂网络 • 天元菲尔兹数学建模竞赛初中组题目

2022年11月11日

## A 题: 迎亚运, 与"江南忆"做游戏

杭州即将迎来 2022 年第 19 届亚洲运动会。一班级同学正在老师的带领下与亚运会吉祥物"江南忆"做游戏。7 名同学组成一队。游戏开始前,队内同学可以商定在游戏中采取的策略,但游戏进行过程中,队内同学之间不能互相交流。

游戏开始时,老师在每位同学的背后贴上印有三个吉祥物"琮琮"、"宸宸"和"莲莲"之一的图案,不同同学背后的图案可以不同,每个同学不能看到自己背后的图案。

1. 假设每位同学能看到除他自己外所有其他同学的图案。现老师要求所有同学分站为3列。每列所有同学背后的图案均完全相同时,视为"成功"。

试为同学们提供一种策略,并估算该策略有多大可能成功。什么样的策略可 使成功的可能性尽可能大?

2. 假设每位同学能看到除他自己外所有其他同学的图案。现老师在教室中并排摆出三个吉祥物的玩偶,要求每位同学站在其中一个玩偶的前方。一位同学背后的图案与其前方玩偶相同时视为该同学"成功"。

试为同学们提供一种策略,并估算该策略能确保有多少同学成功。什么样的 策略可使确保成功的同学数量尽可能多?

3. 现要求所有同学从前至后排成一列。假设每位同学能看到他前方所有同学背后的图案,但不能看到他自己及他后方所有同学的图案。现从最后一位同学开始,从后至前依次说出一个吉祥物的名称,每位同学所说的名称可被所有同学听到。一位同学背后的图案与他说出的名称相同时,视为该同学"成功"。

试为同学们提供一种策略,并估算该策略能确保有多少同学成功。什么样的 策略可使确保成功的同学数量尽可能多?如果每位同学只能看到前方至多 2 位 同学的图案,每位同学所说的名称只能被他前方至多 3 位同学听到,你的策略是 否需作调整。

4. 对以上三种场景, 当队内有更多同学时, 如何推广你的策略?

## B 题: 核酸检测点的设置

2019 年底开始新冠疫情席卷全球,由于其传播性强,且具有一定的致死率,对人类的生命安全构成了严重的威胁。为了有效控制新冠病毒的传播,及时切断传染源,需要尽早发现新冠病毒感染患者。

核酸检测是一个非常重要而有效的手段。新冠病毒在感染人体后,首先在呼吸道中进行繁殖,因此可以通过检测口咽部、鼻咽部中是否存在病毒核酸来判断 人体是否感染了病毒。

为了保障我国人民群众的生命安全,本着生命至上、人民至上的宗旨,我国 采取了动态清零政策进行疫情防控,在有疫情风险的区域进行常态化检测成为一 项重要措施,以消除居民的不安和焦虑的情绪。为了方便居民的核酸检测,往往 需要在居民小区中设置核酸检测点。

请根据不同类型的居民小区,研究以下问题:

问题 1: 如果在居民小区中设置 1 个检测点,请建立相应的数学模型,确定检测点的最佳位置。

问题 2: 如果在居民小区中设置 2 个检测点,如何修正问题 1 的模型?

问题 3: 在对居民小区进行集中检测时,如果居民区中有多个检测点,请给出合理的检测方案。