2022春 过程控制系统

过程控制系统

授课教师：苗子博

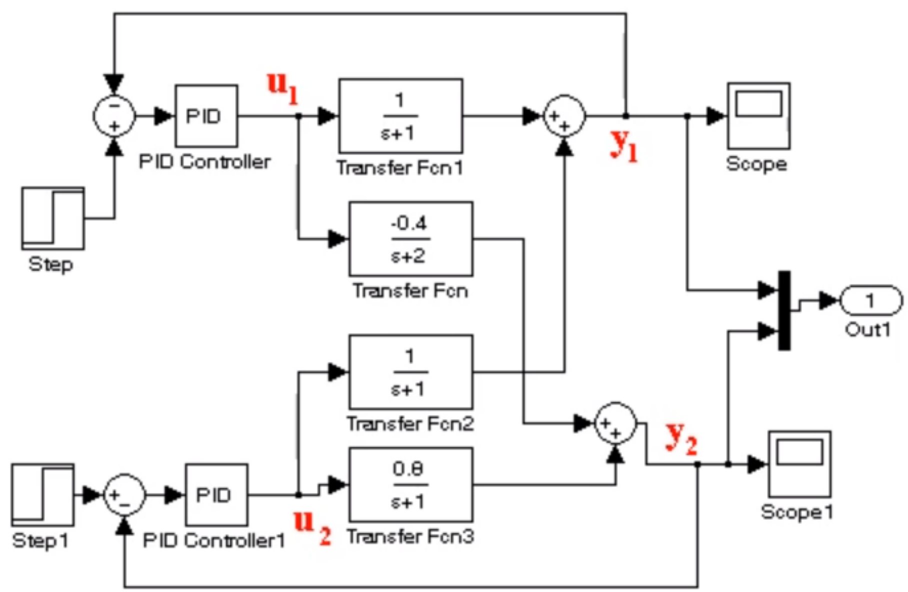
三、变量配对：

$$\lambda_{ij}=\frac{\left(\frac{y_i}{u_j}\right)_u}{\left(\frac{y_i}{u_j}\right)_y}=\frac{\left(\frac{y_i}{u_j}\right)_{\text{其它回路开环}}}{\left(\frac{y_i}{u_j}\right)_{\text{其它回路闭环}}}$$

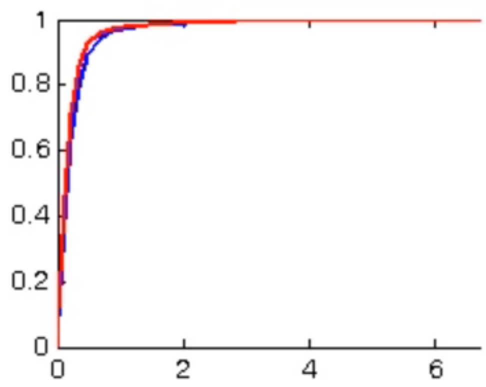
- 不能选择$\lambda_{ij}<0$ 的变量配对
- 不能选择$\lambda_{ij}=0$ 的变量配对
- 不能选择$\lambda_{ij}=\infty$的变量配对
- 应该选择λ_{ij} 最接近1的变量配对

例

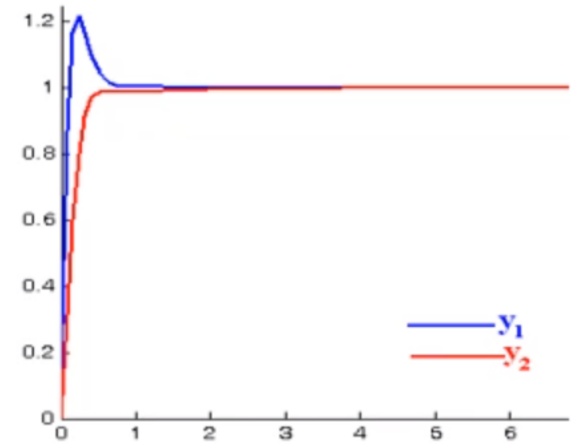
$$W_0(s)=\begin{bmatrix}\frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1}\\ \frac{-0.4}{s+2} & \frac{0.8}{s+1}\end{bmatrix} \qquad \Lambda=\begin{bmatrix}0.8 & 0.2\\ 0.2 & 0.8\end{bmatrix}$$



仿真



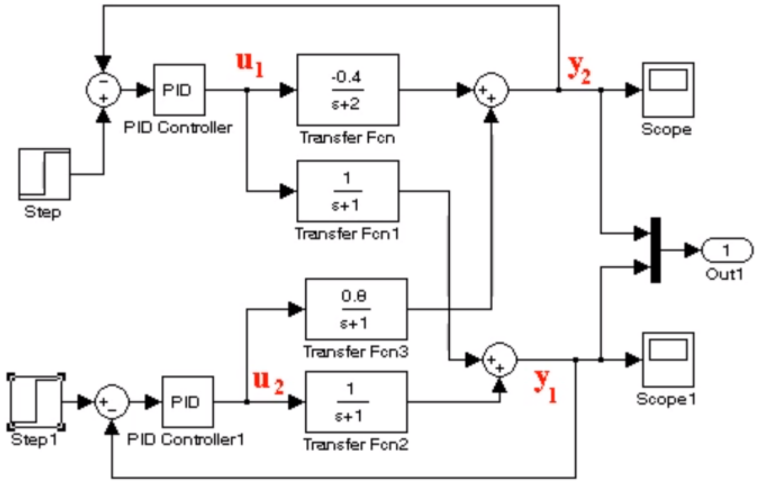
其他回路开环

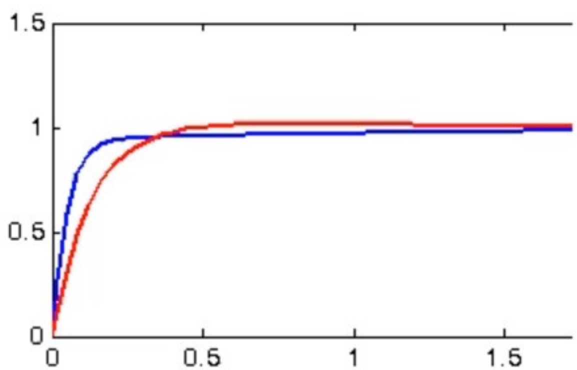


其他回路闭环

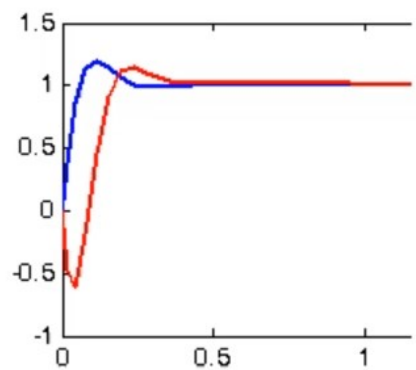
$$W_0(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{s+1} & \dfrac{1}{s+1}\\ \dfrac{-0.4}{s+2} & \dfrac{0.8}{s+1}\end{bmatrix}$$

$$\Lambda=\begin{bmatrix}0.8 & 0.2\\ 0.2 & 0.8\end{bmatrix}$$



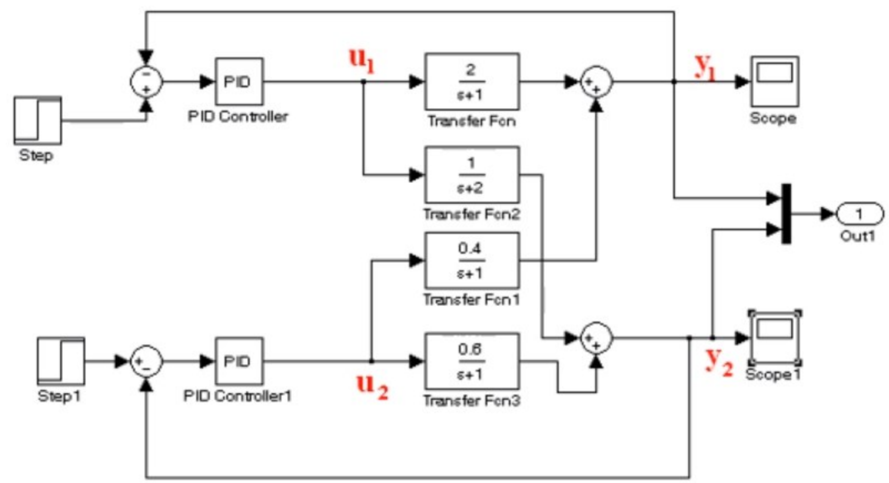


其他回路开环



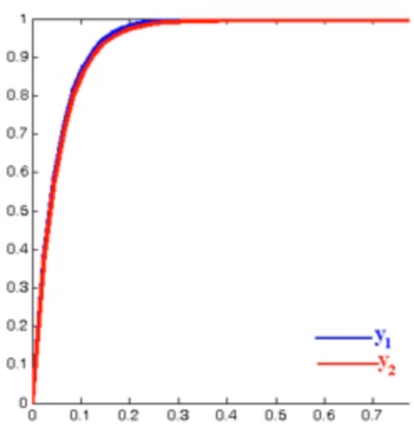
其他回路闭环

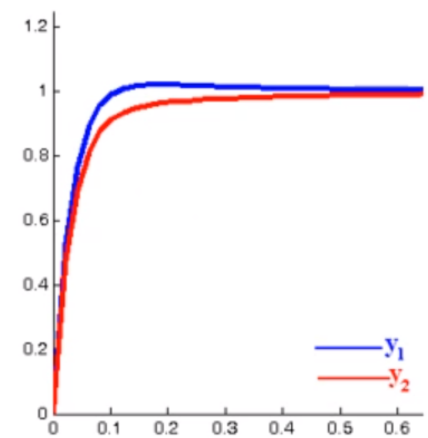
$$W_0(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{s+1} & \dfrac{0.4}{s+1} \\ \dfrac{1}{s+2} & \dfrac{0.6}{s+1} \end{bmatrix}$$



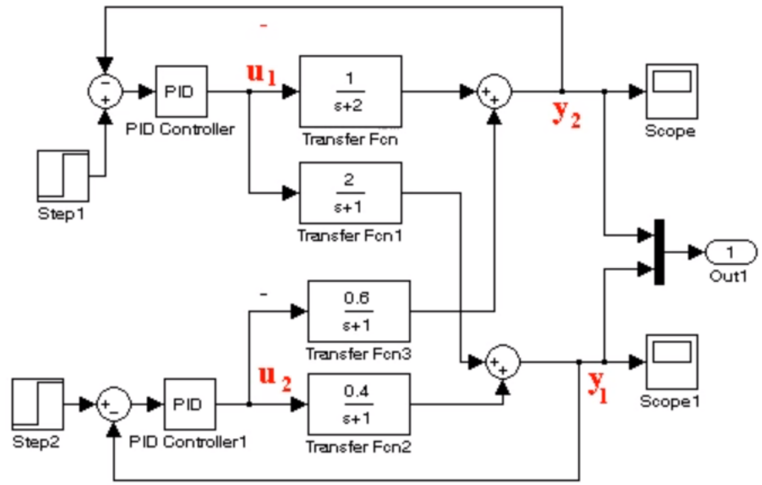
$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1.2 & -0.2 \\ -0.2 & 1.2 \end{bmatrix}$$

$K_1 = 10, T_{I1} = 1$ $\quad$ $K_1 = 32, T_{I1} = 0.875$

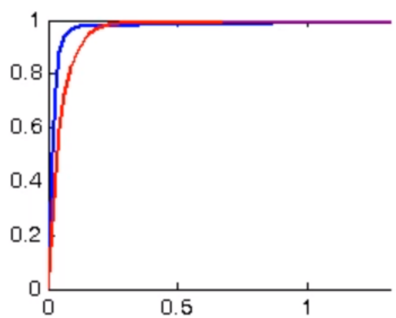


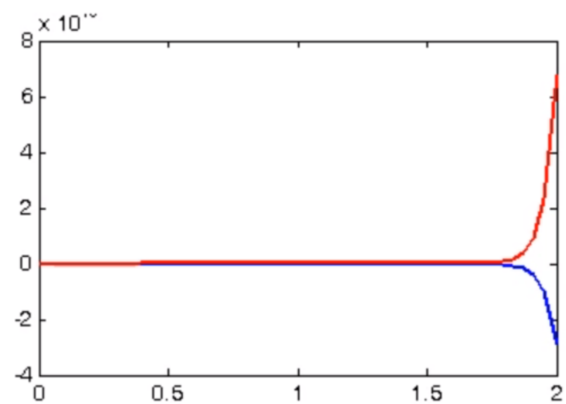


$$W_0(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} & \frac{0.4}{s+1} \\ \frac{1}{s+2} & \frac{0.6}{s+1} \end{bmatrix}$$



$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1.2 & -0.2 \\ -0.2 & 1.2 \end{bmatrix}$$





多变量控制系统设计

- 经合适输入输出变量配对后，若关联不大，则可采用常规的多个单回路PID控制；
- 尽管系统稳态关联严重，但主要控制通道动态特性相差较大，则可通过调整PID参数，使各回路的工作频率拉开；
- 若系统稳态关联严重，而且动态特性相近，则需要进行解耦设计。

当系统变量配对后，如果需要解耦的系统，下一步就是解耦系统设计。

什么是解耦呢？

原系统

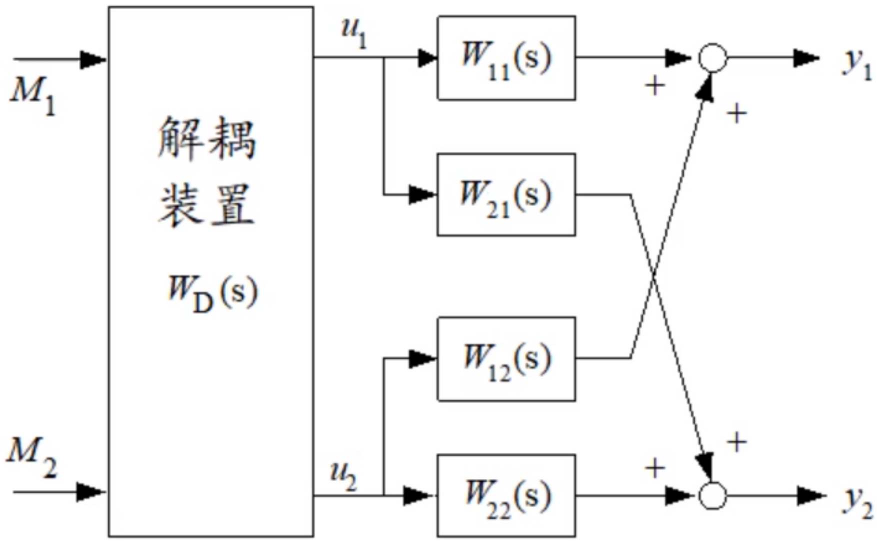
$$W_0(s)=\begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) & \cdots & W_{1n}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \\ W_{n1}(s) & & \cdots & W_{nn}(s) \end{bmatrix}$$

对角阵法

前馈补偿法

通过加一些装置，使得等效系统模型变为对角阵。

$$W_0'(s)=\begin{bmatrix} W_1(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n(s) \end{bmatrix}$$



传递函数阵逆存在

$$W_D(s)=\begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} W_1(s) & 0 \\ 0 & W_2(s) \end{bmatrix}$$

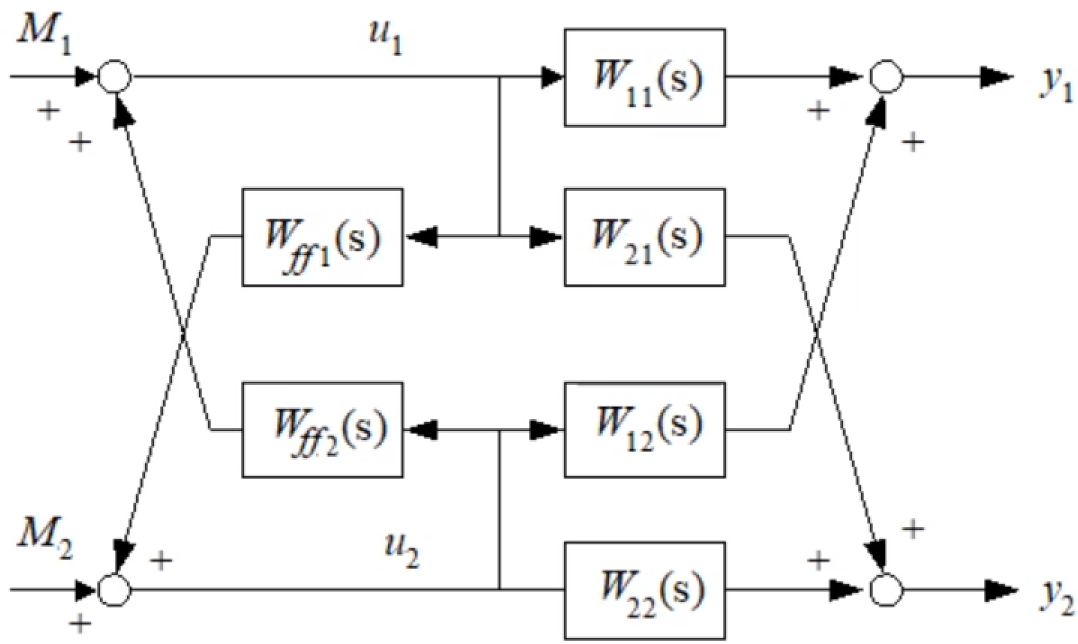
$$W_0(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} & \frac{0.4}{s+1} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{0.6}{s+1} \end{bmatrix}$$

解耦后不改变特征值

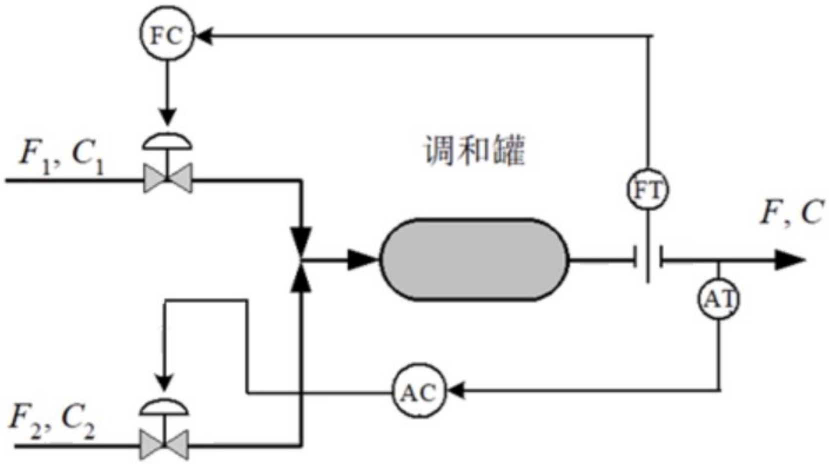
单位矩阵法

其他方法

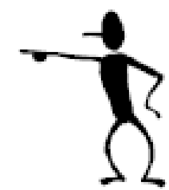
前馈补偿法



变量配对举例（调和过程）：



是非线性系统！



$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ C \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = u_1 + u_2$$

$$y_2 = \frac{C_1 u_1 + C_2 u_2}{u_1 + u_2}$$

动态模型：

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{2s+1} & \dfrac{1}{3s+1} \\ \dfrac{K_{21}e^{-5s}}{(2s+1)(10s+1)} & \dfrac{K_{22}e^{-5s}}{(3s+1)(10s+1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$$

$F_1 = 60$ T/hr，$F_2 = 40$ T/hr， $F = 100$ T/hr；

$C_1 = 70\ \%$， $C_2 = 20\ \%$， $C = 50\ \%$。

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{2s+1} & \dfrac{1}{3s+1} \\ \dfrac{0.2e^{-5s}}{(2s+1)(10s+1)} & \dfrac{-0.3\,e^{-5s}}{(3s+1)(10s+1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$$

模型预测控制 Model Predictive Control

模型预测控制的特点：

1、简化了建模过程和计算；

2、采用了滚动优化策略；

3、预测控制算法除一般线性过程外，已推广到有约束条件、大时延、非线性等过程，获取较满意的控制效果；

4、鲁棒性好。

模型预测控制MPC

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \qquad y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

无约束线性MPC

$$J = x_N' P x_N + \sum_{k=0}^{N-1} x(k)'Qx(k) + u(k)'\mathrm{R}u(k)$$

有约束线性MPC

$$u_{min} \le u_k \le u_{max}$$
$$y_{min} \le y_k \le y_{max}$$

轨迹跟踪问题

$$\min_{z} \quad \sum_{k=0}^{N-1} \|W^y(y_{k+1} - r(t))\|_2^2 + \|W^{\Delta u}\Delta u_k\|_2^2$$
$$[\Delta u_k \triangleq u_k - u_{k-1}],\ u_{-1} = u(t-1)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & u_{\min} \le u_k \le u_{\max},\ k = 0, \ldots, N-1 \\ & y_{\min} \le y_k \le y_{\max},\ k = 1, \ldots, N \\ & \Delta u_{\min} \le \Delta u_k \le \Delta u_{\max},\ k = 0, \ldots, N-1 \end{aligned}$$

已知无约束线性模型预测控制中的预测模型可以表示为

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

最优控制的成本函数可以表示为

$$J = x^T(N)Px(N) + \sum_{k=0}^{N-1} x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)$$（控制序列长度为 N）

其中$x(N)$是末态，P、Q、R均为实对称正定矩阵，分别刻画了末态、过程状态和控制量的惩罚。

（1）在进行求解时候，我们常常会使用如下的等价形式，即

$$J = x^T(0)Qx(0) + \bar{x}^T\bar{Q}\bar{x} + \bar{u}^T\bar{R}\bar{u}$$

这里$\bar{x} = [x(1) \quad \cdots \quad x(N)]^T$，$\bar{u} = [u(0) \quad \cdots \quad u(N-1)]^T$。

请给出$\bar{Q}$和$\bar{R}$的具体形式，用P、Q、R表示。

（2）另外，注意到$\bar{x}$可以由$x(0)$和$\bar{u}$表示，记为$\bar{x} = \bar{S}\bar{u} + \bar{T}x(0)$。请给出$\bar{S}$和$\bar{T}$的具体形式，用$A$、$B$表示。（提示：例如$x(2) = A^2x(0) + ABu(0) + Bu(1)$）

（3）所要求取的最优控制序列$\bar{u}^*$，即是在$x(0)$已知的情况下，使得成本函数J最小的控制序列。请证明

$$(\bar{R} + \bar{S}^T\bar{Q}\bar{S})\bar{u}^* + \bar{S}^T\bar{Q}\bar{T}x(0) = 0$$

解答：

预祝大家期末考试取得满意的成绩