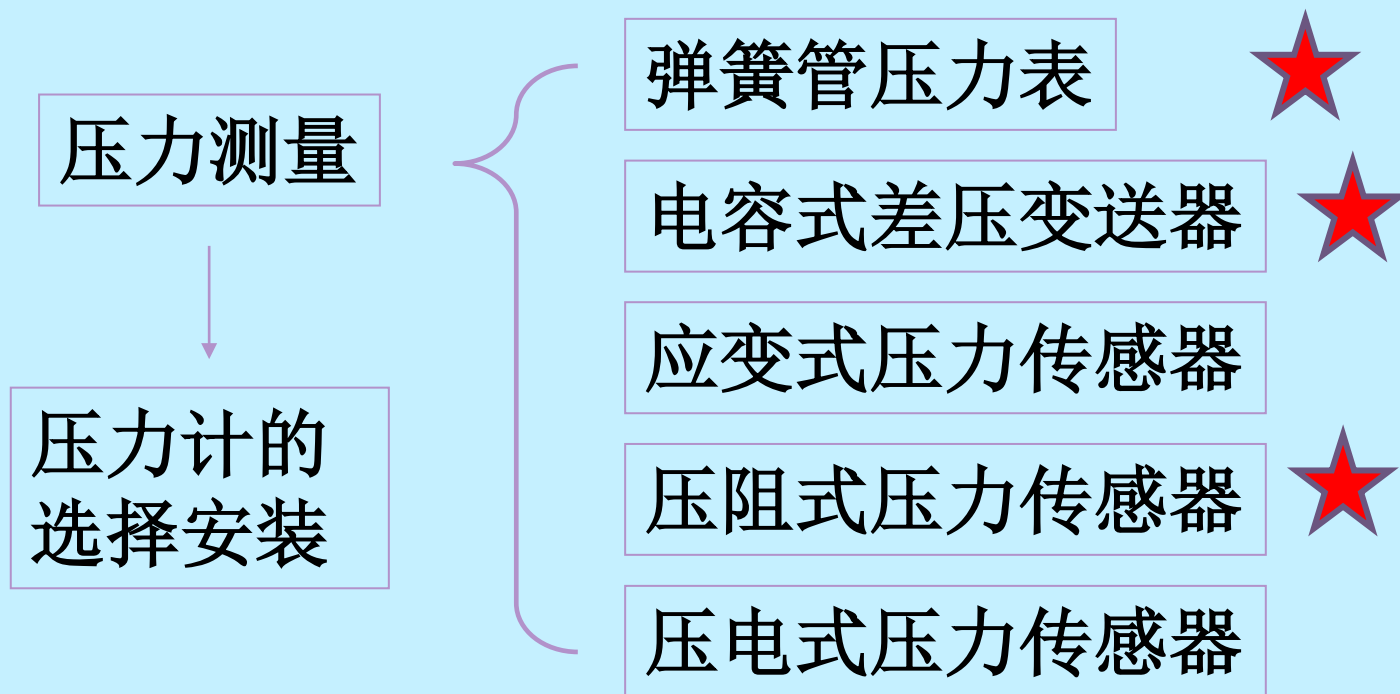


2022春 过程控制系统

过程控制系统

授课教师：苗子博

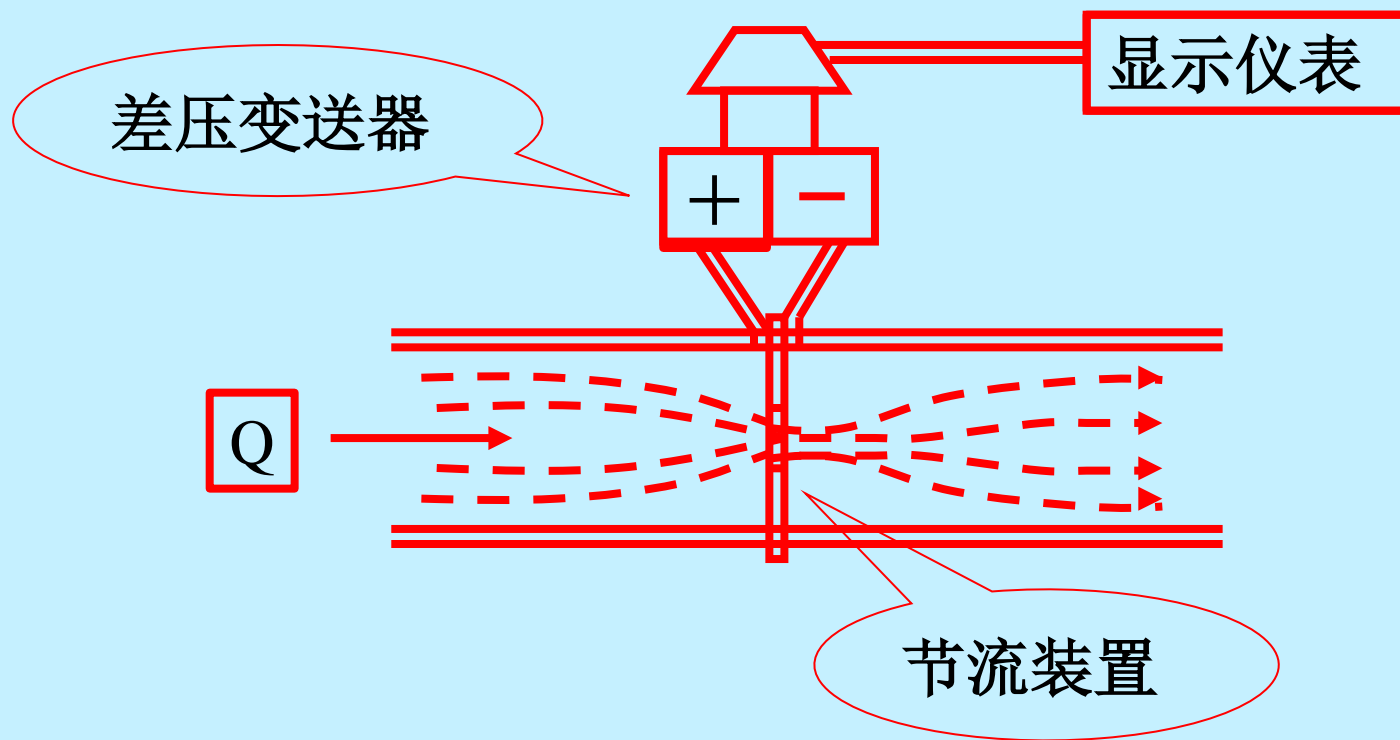
课前复习



流量检测及仪表

2.4.2 差压式流量计

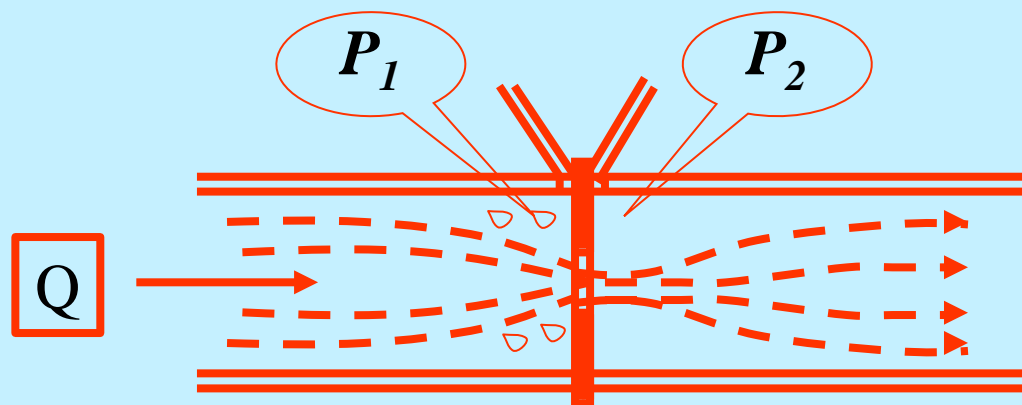
差压式（也称节流式）流量计是基于流体流动的节流原理，利用流体流经节流装置时产生的压力差而实现流量测量。



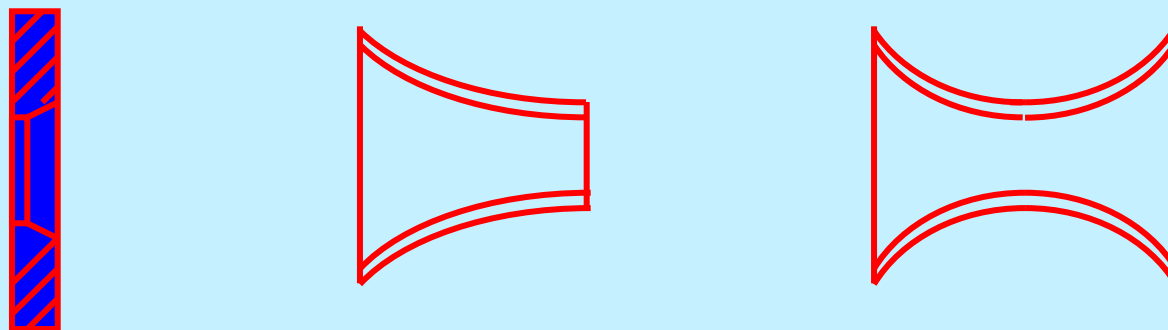
节流现象

流体在流过节流装置时，在节流装置前后的管壁处，流体的静压力产生差异的现象称为节流现象。

节流装置包括节流件和取压装置。



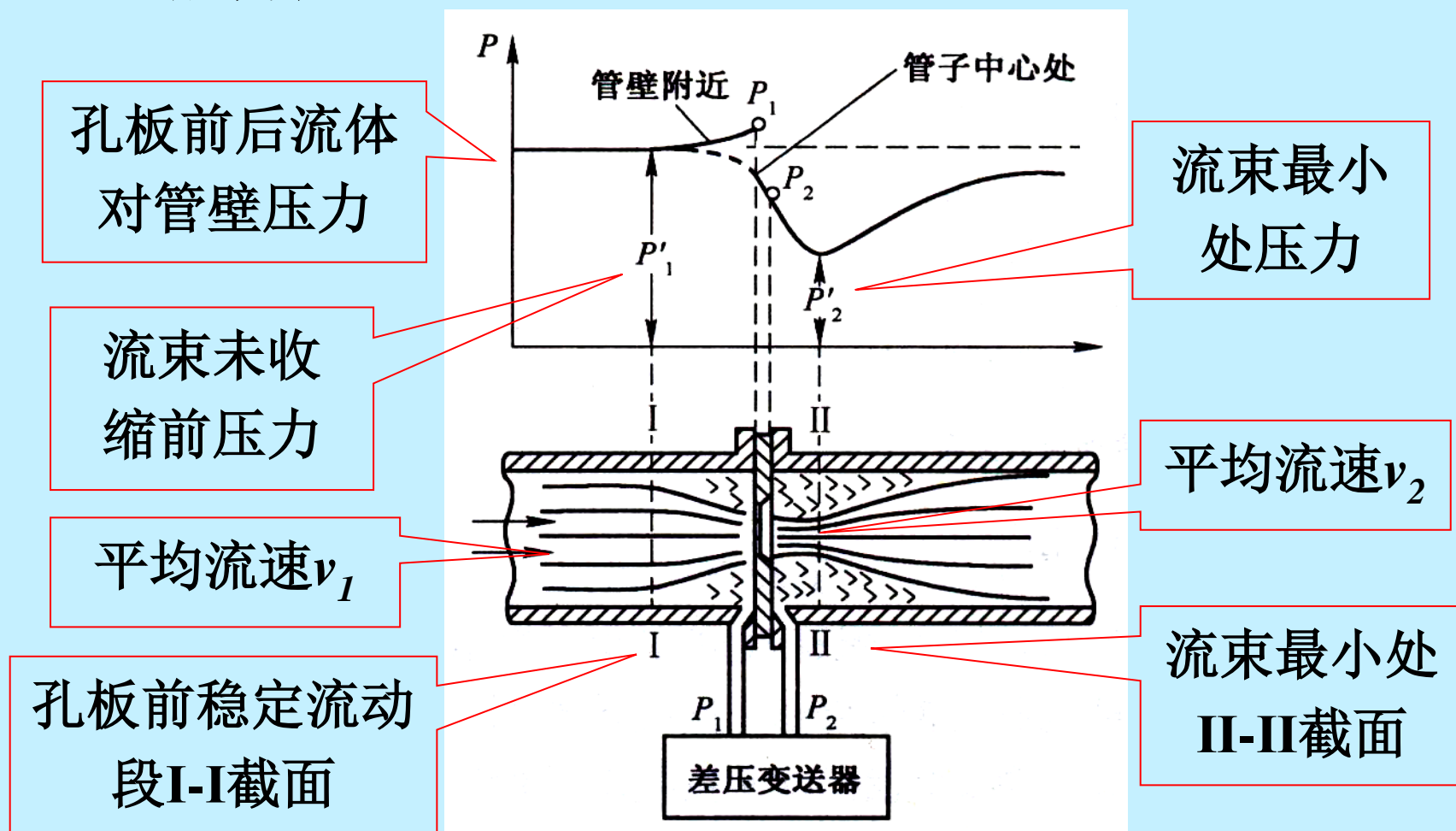
节流件是能使管道中的流体产生局部收缩的元件，应用最广泛的是孔板，其次是喷嘴、文丘里管等。



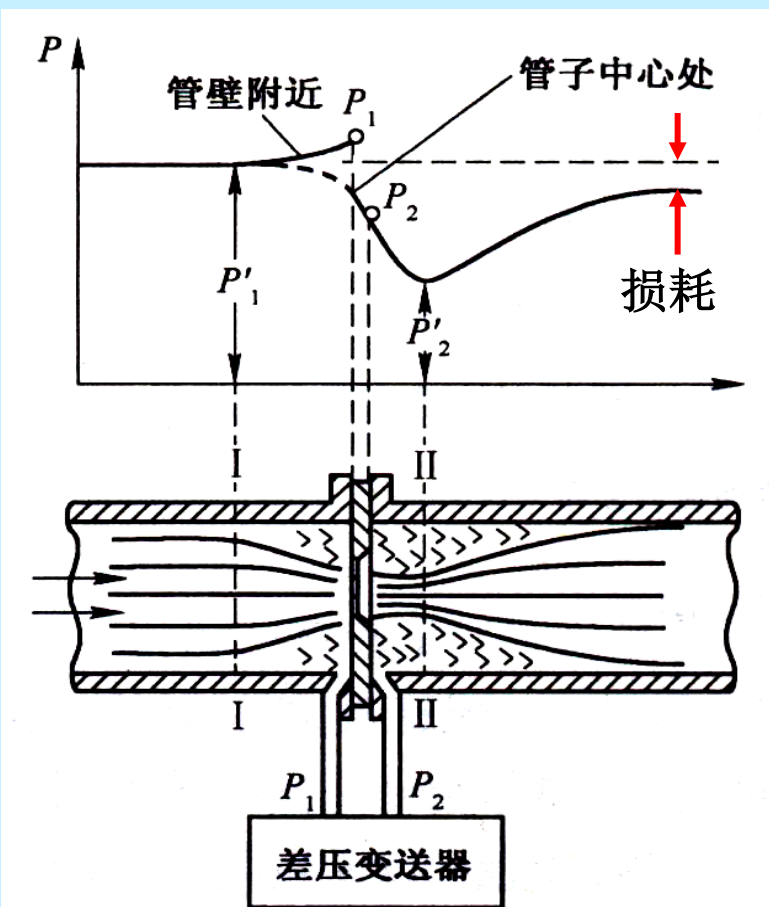
节流原理

具有一定能量的流体，才可能在管道中流动。
流动着的流体含有两种能量——静压能和动能。

静压能表现在流体对管壁的压力，动能表现在流体有流动速度。这两种能量在一定条件下可以互相转化。



但是，根据能量守恒定律，在没有再加能量的情况下，流体所具有的静压能和动能，加上克服流动阻力的能量损失，其总和是不变的。即：

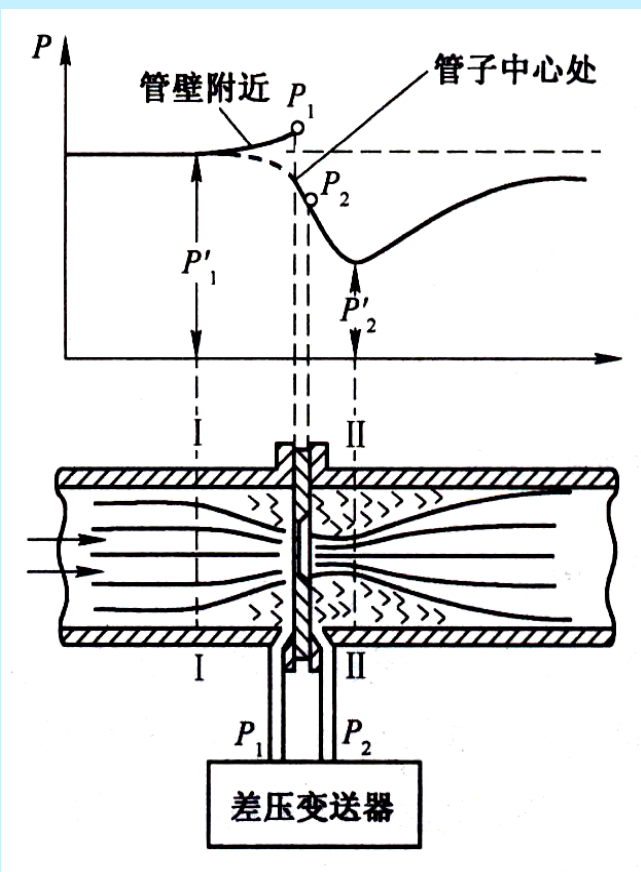


截面I处能量= 截面II处能量+损耗

根据伯努力方程可列出：

$$\frac{P'_1}{\rho_1 g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P'_2}{\rho_2 g} + \frac{v_2^2}{2g} + \xi \frac{v_2^2}{2g}$$

静压能 动能 静压能 动能 损耗



$$\frac{P_1'}{\rho_1 g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2'}{\rho_2 g} + \frac{v_2^2}{2g} + \xi \frac{v_2^2}{2g}$$

式中:

ξ ——为流体在截面I-I与II-II之间的动能损失系数;

g ——为重力加速度;

ρ_1 、 ρ_2 ——为流体在截面I-I和II-II处的密度。

如果流体是不可压缩的，那么 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

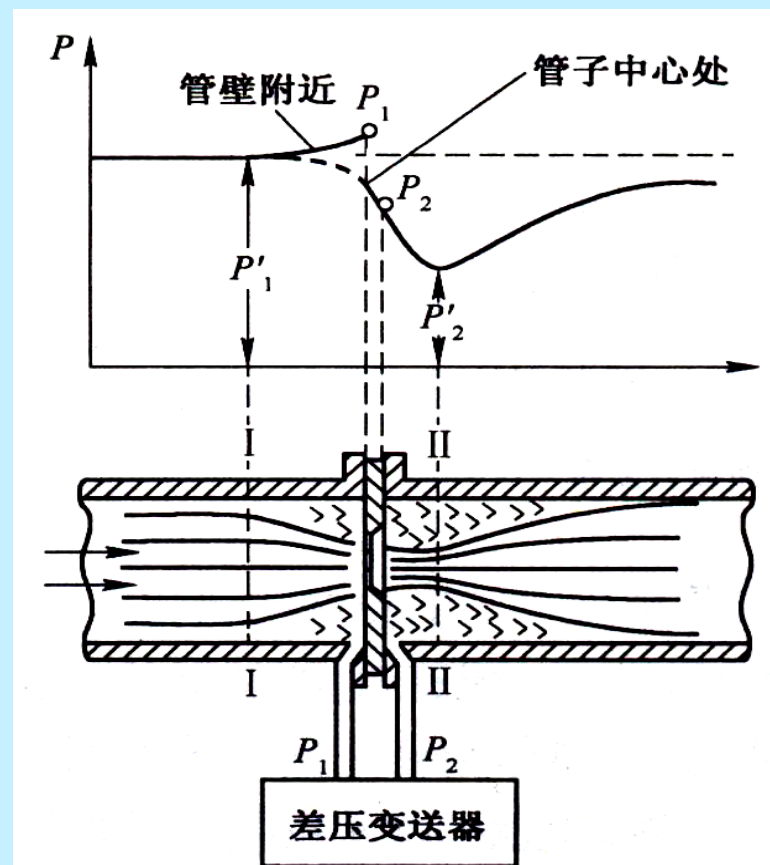
又因截面I、II处体积流量应相等，有

$$\begin{cases} v_1 S_1 = v_2 S_2 \\ \frac{P'_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P'_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \xi \frac{v_2^2}{2g} \end{cases}$$

联立求解两式，可得出：

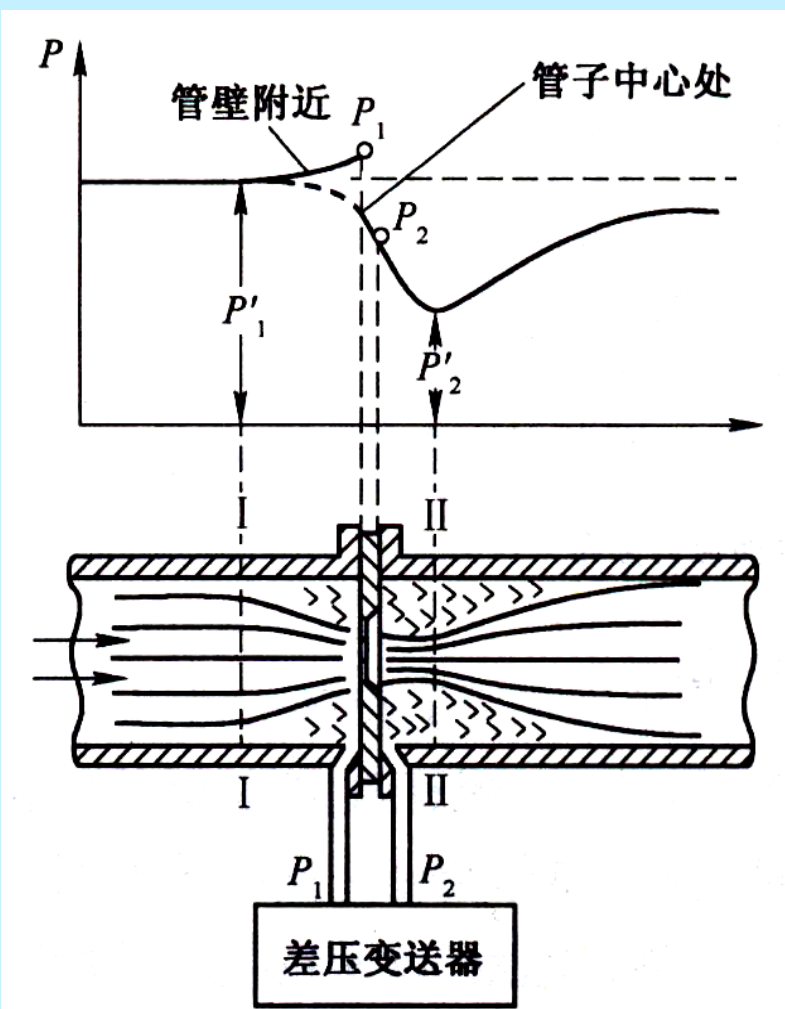
$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \xi}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P'_1 - P'_2)}$$

S_1 、 S_2 分别为I-I和II-II处的流束截面积。



为简化计算，引入两个系数：

截面收缩系数 μ 孔板口对管道的面积比 m



$$\mu = \frac{S_2}{S_0} \quad m = \frac{S_0}{S_1}$$

S_0 ——孔板的开孔面积。

另外，取紧挨孔板前后的管壁压差（ $P_1 - P_2$ ）代替（ $P'_1 - P'_2$ ），为此引用系数 ψ 加以修正：

$$\psi = \frac{P'_1 - P'_2}{P_1 - P_2}$$

将 $\mu = \frac{S_2}{S_0} \quad m = \frac{S_0}{S_1} \quad \psi = \frac{P_1' - P_2'}{P_1 - P_2}$

代入 v_2 式, 得

$$v_2 = \sqrt{\frac{\psi}{1 - \mu^2 m^2 + \xi}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2)}$$

因体积流量: $Q = v_2 S_2$

$$Q = \frac{\mu \sqrt{\psi}}{\sqrt{1 - \mu^2 m^2 + \xi}} \cdot S_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2)}$$

令 $\alpha = \frac{\mu \sqrt{\psi}}{\sqrt{1 - \mu^2 m^2 + \xi}} \quad \text{称流量系数}$

则得到（不可压缩的流体）流量基本方程式：

体积流量 $Q = \alpha S_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2)}$

质量流量 $Q_m = \rho Q = \alpha S_0 \sqrt{2\rho (P_1 - P_2)}$

如果流体是可压缩的（如蒸汽），则要对公式进行修正。

结论：流量与节流件前后压差的平方根成正比。只要测得差压 $(P_1 - P_2)$ 便可测得流量。

因为 $\alpha = \frac{\mu\sqrt{\psi}}{\sqrt{1 - \mu^2 m^2 + \xi}}$ ξ ——动能
损失系数

$$\mu = \frac{S_2}{S_0} \quad m = \frac{S_0}{S_1} \quad \psi = \frac{P_1' - P_2'}{P_1 - P_2}$$

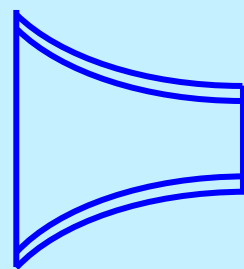
故流量系数 α 与节流装置的结构形式、取压方式、开孔面积与管道截面积之比 m 、管壁粗糙度、流体流动状态等因素有关；很难准确计算，一般通过实验确定。因此，节流装置都是标准化的，由厂家提供 α 数据。

标准节流装置

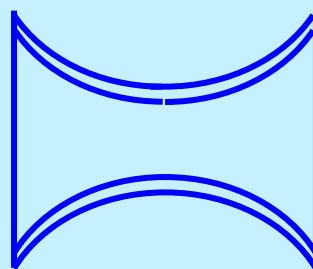
标准节流装置包括标准节流件和标准取压装置。
节流装置标准化的具体内容有：节流装置的结构、尺寸、公差、光洁度、取压孔位置和使用条件等。
标准节流件有：



孔板



喷嘴

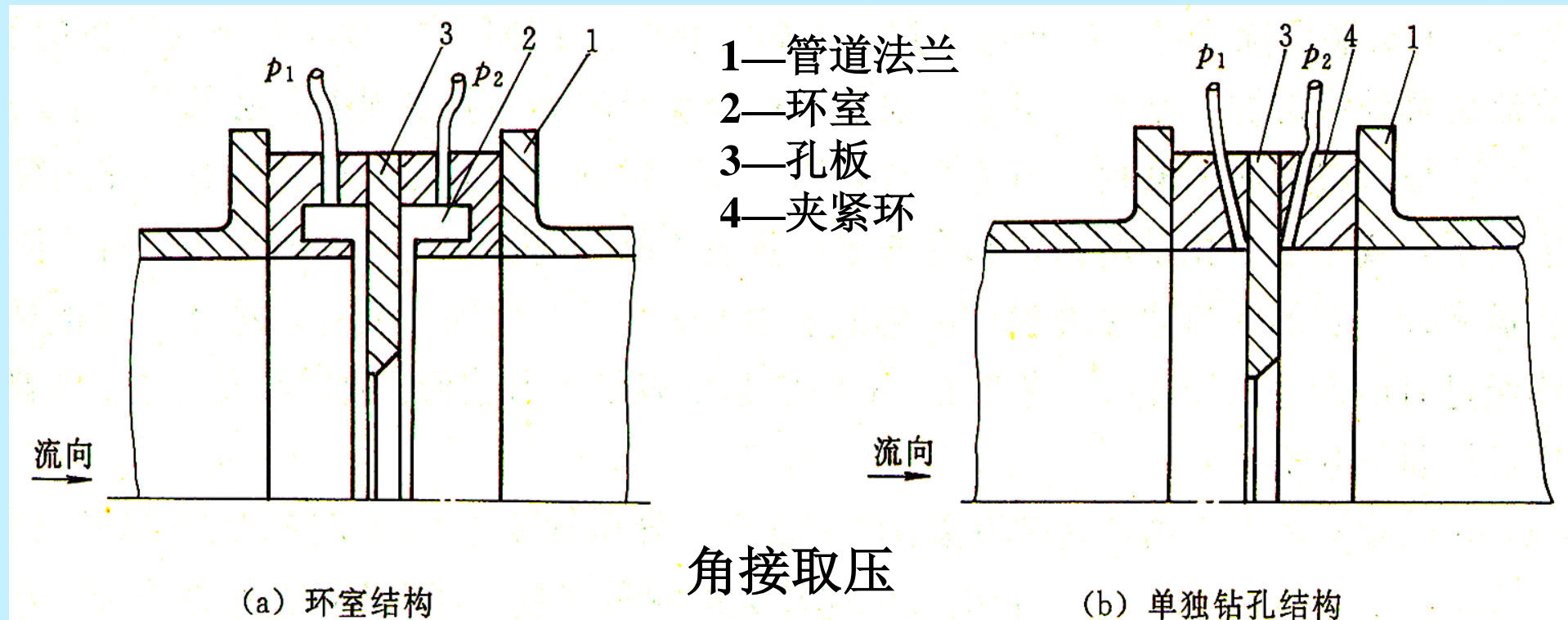


文丘里管



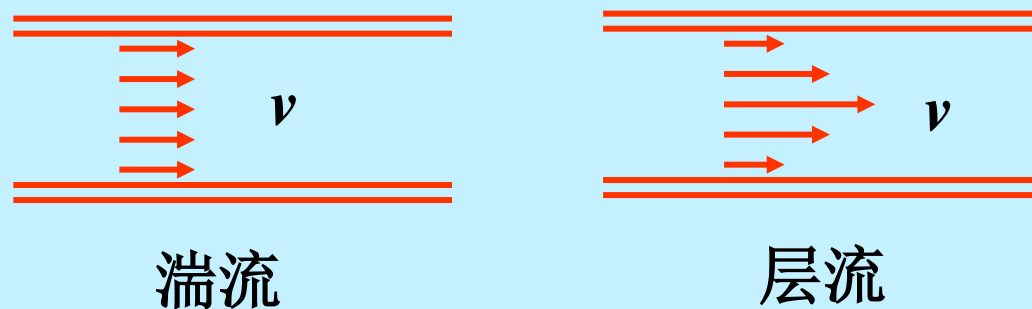
标准节流装置取压方法有角接取压法和法兰取压法两类。

如角接取压法是在孔板前后端面与管壁的夹角处取压。



当标准节流装置安装好后，只有流体流动状态是影响流量系数的可变因素。

因为，基本流量公式是在管道内流体均匀流动的前提下导出的，因此有一定适用范围。



可以用雷诺数 Re 反映流体的流动状态。雷诺数 Re 是无量纲系数。

标准节流装置使用条件

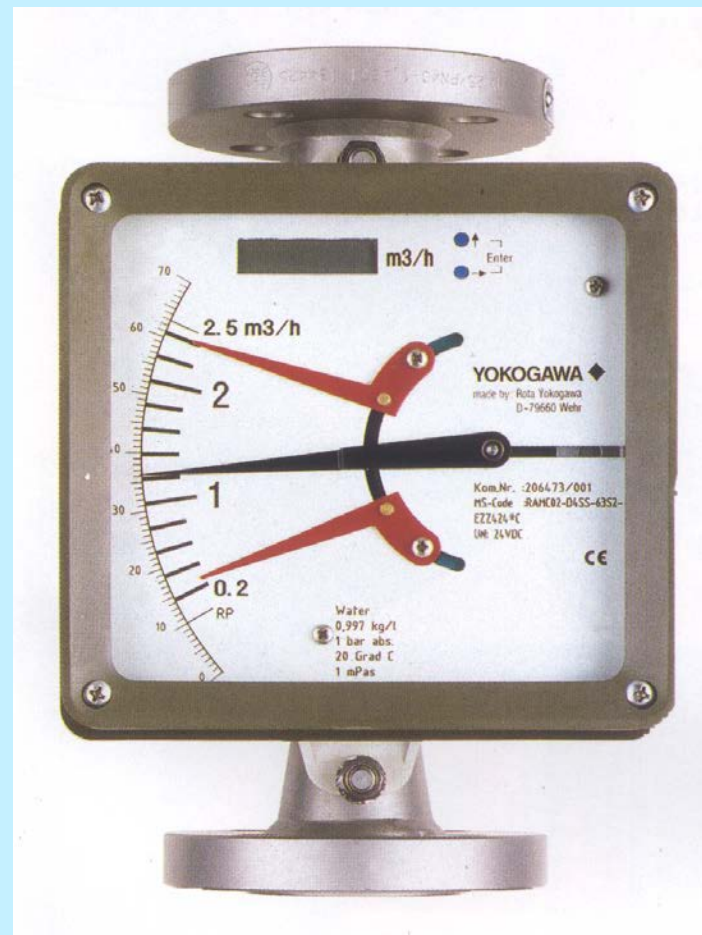
- ❑ 流体应当清洁，充满圆管并连续稳定地流动。
- ❑ 流体的雷诺数在 $10^4 \sim 10^5$ 以上，不发生相变。
- ❑ 管道必须是直的圆形截面，直径大于50mm。
- ❑ 为保证流体在节流装置前后为稳定的流动状态，在节流装置的上、下游必须配置一定长度的直管段。



2.4.3 转子流量计

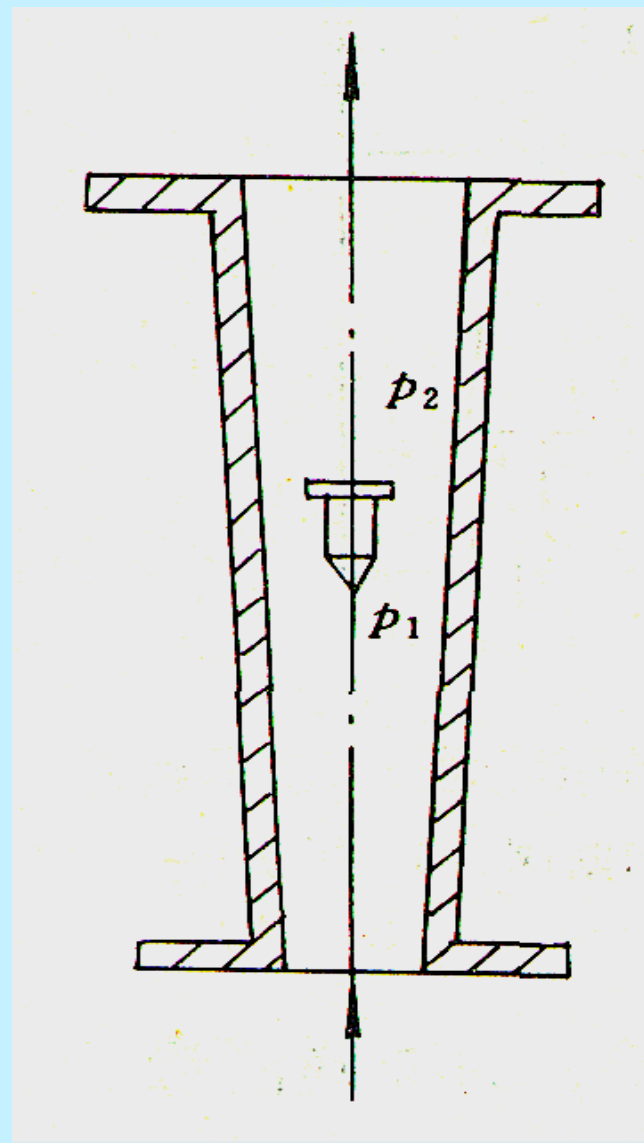
在工业生产中经常遇到小流量的测量，因流体的流速低，要求测量仪表有较高的灵敏度，才能保证一定的精度。

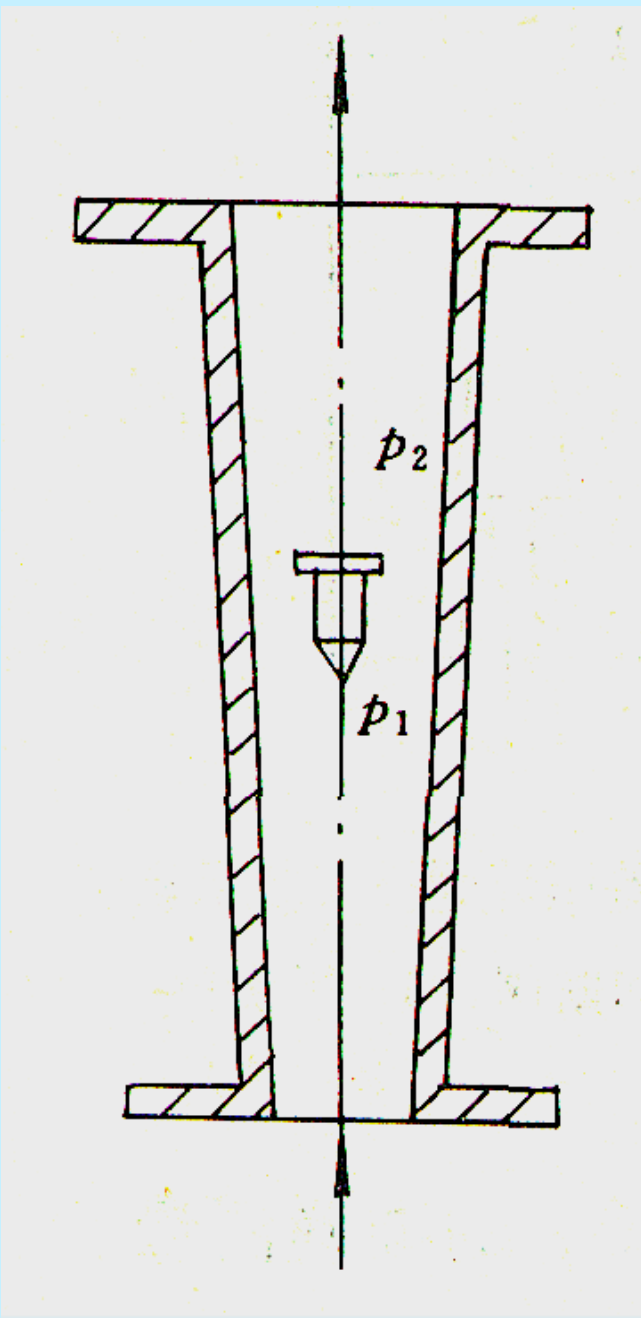
差压式流量计对管径小于50mm、低雷诺数的流体的测量精度是不高的。而转子流量计则特别适宜于测量管径50mm以下管道的流量，测量的流量可小到每小时几升。



工作原理

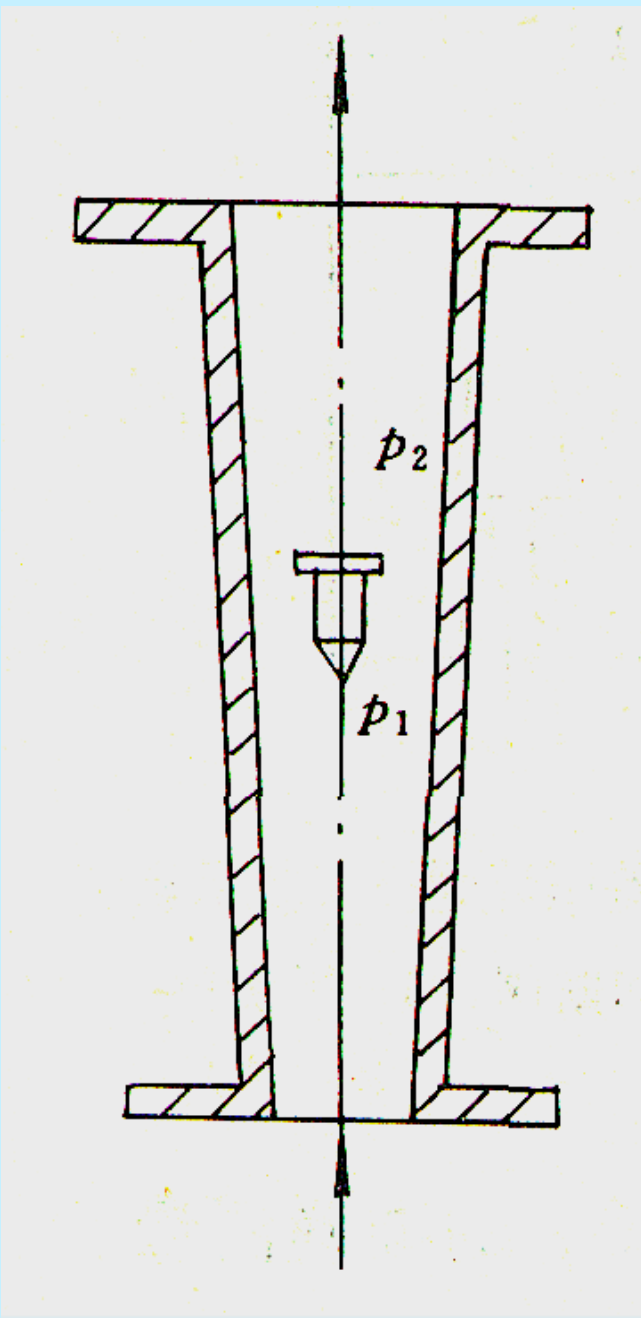
转子流量计与前面所讲的差压式流量计在工作原理上是不相同的。差压式流量计是在节流面积（如孔板流通面积）不变的条件下，以差压变化来反映流量的大小。而转子流量计，却是以压降不变，利用节流面积的变化来测量流量的大小，即转子流量计采用的是恒压降、变节流面积的流量测量方法。





当流体自下而上流过锥形管时，位于锥形管中的转子受到向上的浮力和推力，使转子浮起。当此力正好等于转子重力时，则作用在转子上的上下两个力达到平衡，此时转子就停浮在一定的高度上。

当被测流体的流量增大时，作用在转子上的向上的推力就加大，转子上移。而随着转子上移，流体的流通面积增大，流过此环隙的流体流速变慢，推力减小。



当流体作用在转子上的力再次等于转子在流体中的重力时，转子又稳定在一个新的高度上。这样，转子在锥形管中的平衡位置的高低与被测介质的流量大小相对应。如果在锥形管外沿其高度刻上对应的流量值，那么根据转子平衡位置的高低就可以直接读出流量的大小。这就是转子流量计测量流量的基本原理。

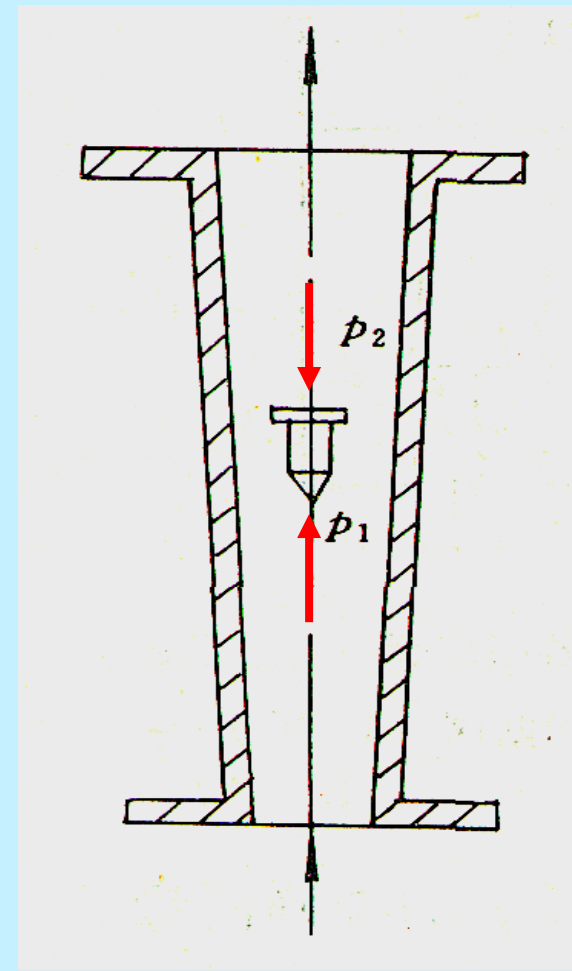
流量测量中转子的平衡条件是：压差力 = 重力

$$S\Delta P = (\rho_z - \rho_f) g V$$

式中：

S — 转子的最大横截面积； ΔP — 转子前后流体的压力差； V — 转子的体积；
 ρ_z — 转子材料的密度； ρ_f — 被测流体的密度； g — 重力加速度。

由于在测量过程中， V 、 S 、 ρ_z 、 ρ_f 、 g 均为常数，由上式可知， ΔP 也应为常数。

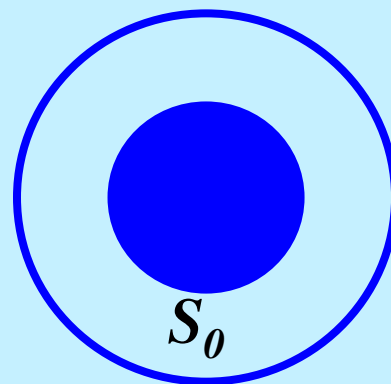


将平衡式变为:

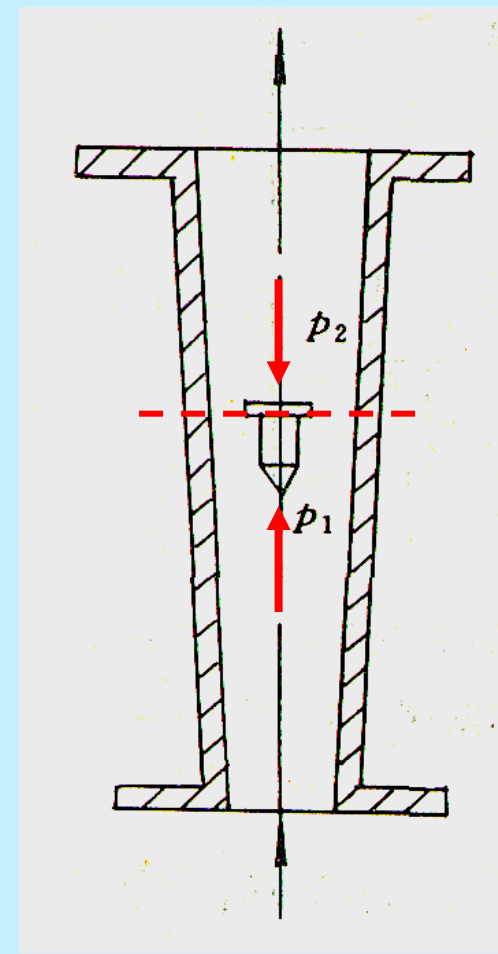
$$\Delta P = \frac{(\rho_z - \rho_f)gV}{S}$$

而流量基本公式为:

$$Q = \alpha S_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_f}}$$



即流过转子流量计的流量是转子与锥形管间环隙面积 S_0 的函数。



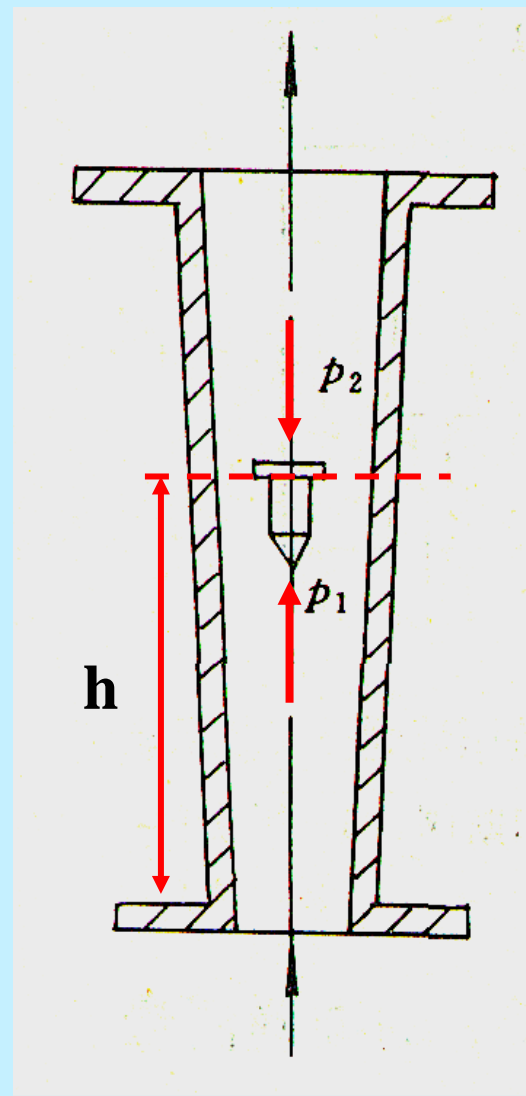
由于锥形管由下往上逐渐扩大，所以 S_0 是转子浮起的高度的函数。

根据转子浮起的高度 h 就可以得出被测介质的流量大小。

$$S_0 = k h$$

$$Q = \alpha k h \sqrt{\frac{2(\rho_z - \rho_f) g V}{\rho_f S}}$$

故：转子流量计是以定压降、变节流面积法测量流量的。



转子位置信号的引出:

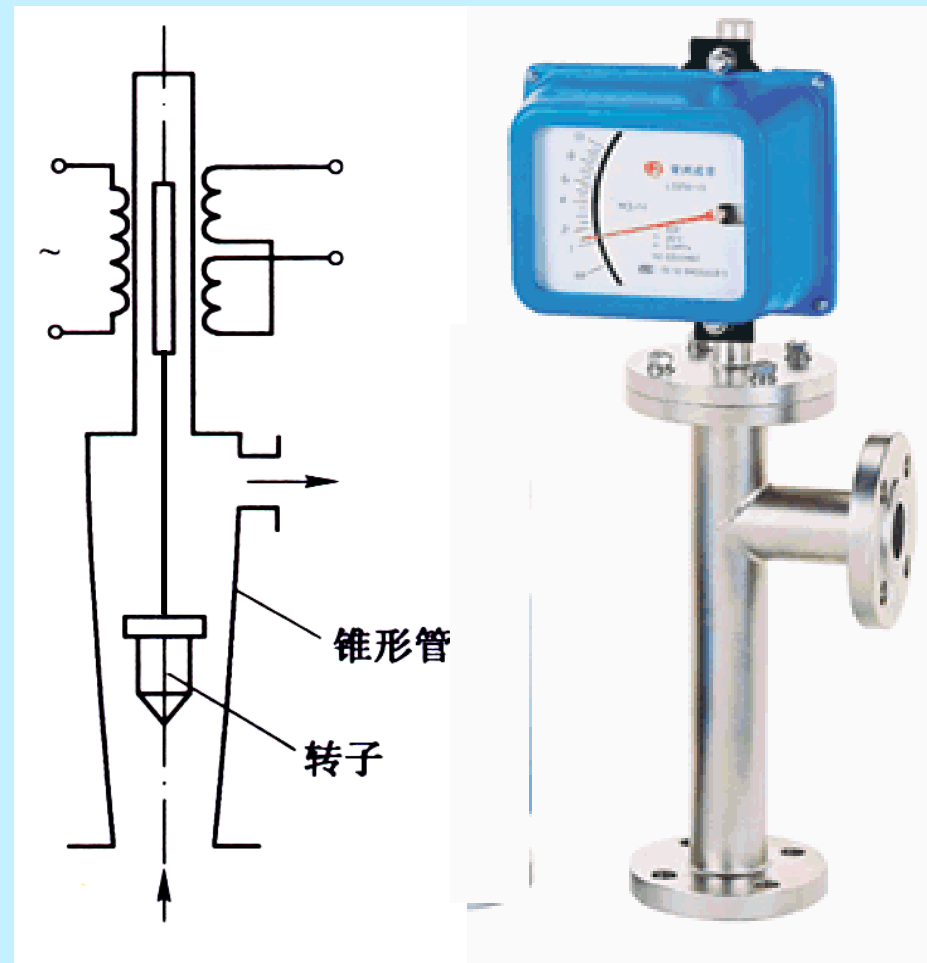
- 1、锥形管是玻璃的，直接目视转子的位置。
- 2、在转子内安装磁铁，锥形管外安装磁环随转子上下移动，触发显示。



3、在转子内安装磁铁，锥形管外安装双霍尔磁场传感器，测出磁场的水平分量和垂直分量，可确定转子位置。



4、在转子下方安装一导磁棒，使差动变压器输出随转子位置变化。



从流量公式可知，流量值与被测流体密度有关。为了便于成批生产，生产厂是在工业标准状态下（ 20°C ， 0.10133MPa ），用水或空气进行标度。

□ 对液体测量，仪表示值代表 20°C 时水的流量值。

□ 对气体测量，则是代表 20°C ， 0.10133MPa 压力下空气的流量值。

实际使用时，须对指示值进行修正。



例 一转子流量计，转子材料为钢，密度为 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ，用 20°C 的水标定（标定时水的密度为 $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ ），流量计测量上限为 $50 \text{ m}^3/\text{h}$ 。现用户用来测量某溶液A，其密度为 $\rho = 1527 \text{ kg/m}^3$ 。求

(1) 流量计显示 $30 \text{ m}^3/\text{h}$ 时，实际通过流量计的溶液A流量为多少？

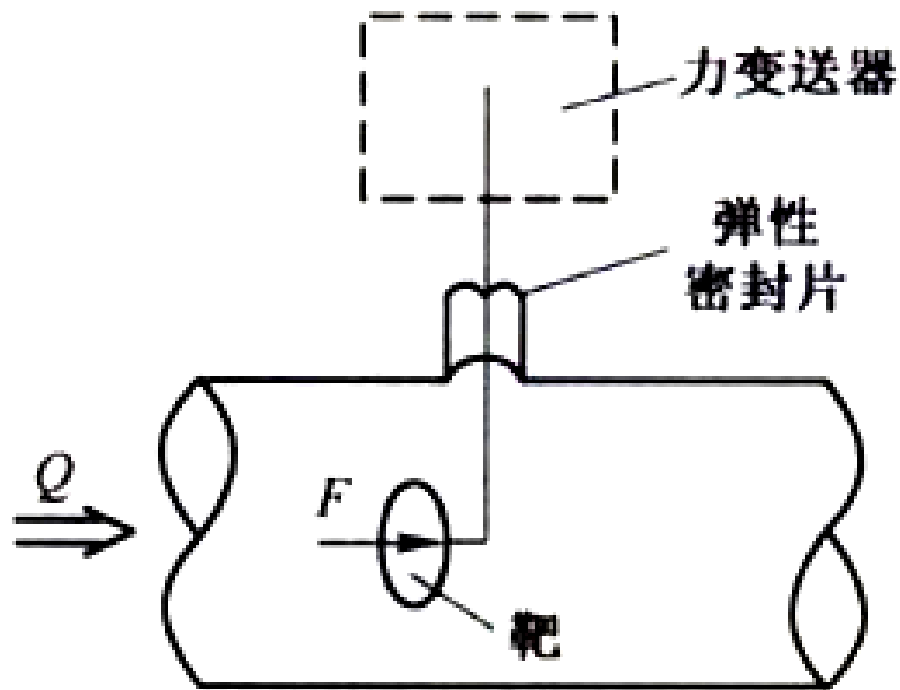
(2) 若转子材料改为铅，铅密度为 $\rho = 11350 \text{ kg/m}^3$ ，则测量水的最大流量为多少？

(3) 转子材料改为铅后，流量计显示为量程一半读数时，溶液A的实际流量为多少？

$$Q = \alpha k h \sqrt{\frac{2(\rho_z - \rho_f) g V}{\rho_f S}}$$

2.4.4 靶式流量计

使用悬在管道中央的靶作为节流元件，流体作用于靶上的推力与流速有定值关系。推力 F 经杠杆引出，由力平衡变送器测出。



理论分析及实验证明，
流体作用于靶上的推力 F 与
流体流速 v 的平方成正比

$$F = kS_d \frac{\gamma}{2g} v^2$$

式中:

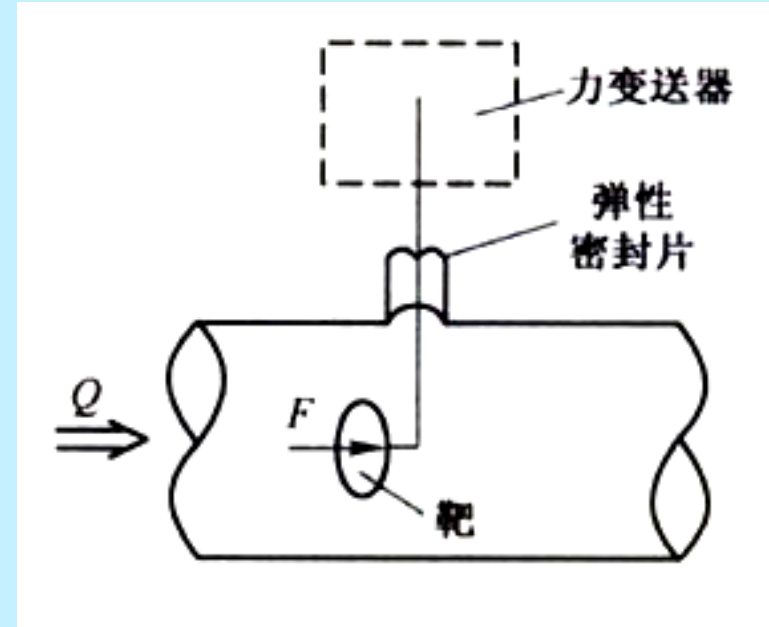
k —靶的推力系数;

S_d —靶的受力面积;

γ —流体比重;

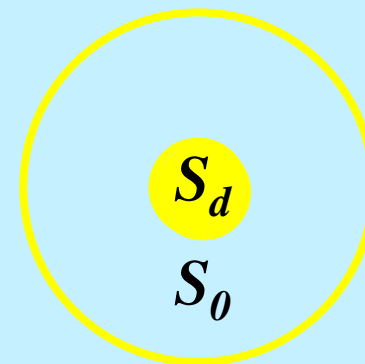
g —重力加速度;

v —靶与管壁间环形间隙
中流体平均流速



而通过管道的体积流量 $Q=S_0v$

$$\text{则 } Q = S_0 v = S_0 \sqrt{\frac{2gF}{k\gamma S_d}} = \alpha S_0 \sqrt{\frac{2gF}{\gamma S_d}}$$



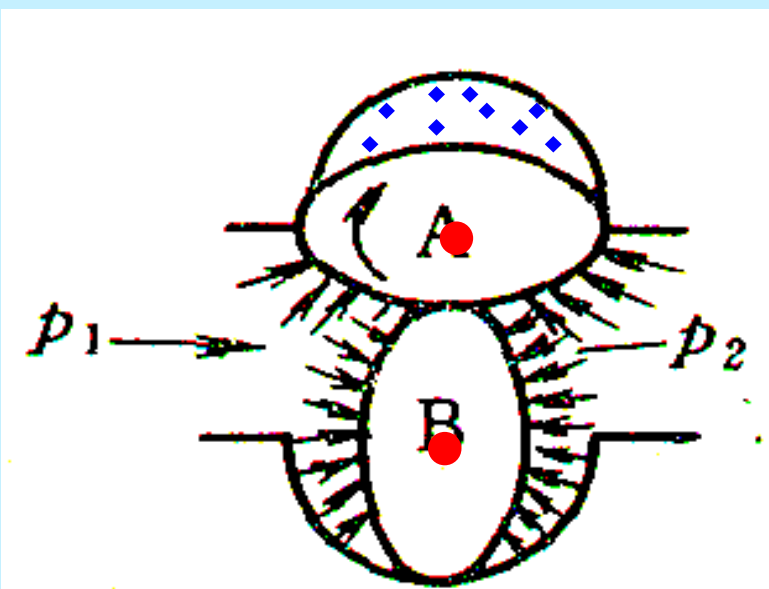
式中, $\alpha = \sqrt{\frac{1}{k}}$ —流量系数

- ❖ 和差压式流量计相似，流量和力是开方关系。
- ❖ 可用于较小的雷诺数状态，特别是于高粘度的流体，如重油、沥青等的流量测量。
- ❖ 精度为2~3%。

2.4.5 椭圆齿轮流量计

椭圆齿轮流量计是利用两个相互啮合的椭圆形齿轮在流体的推动下，连续转动来测流量的。

当流体要流过椭圆齿轮时，进口侧压力 p_1 大于出口侧压力 p_2 ，在此压力差的作用下，产生作用力矩使椭圆齿轮转动。

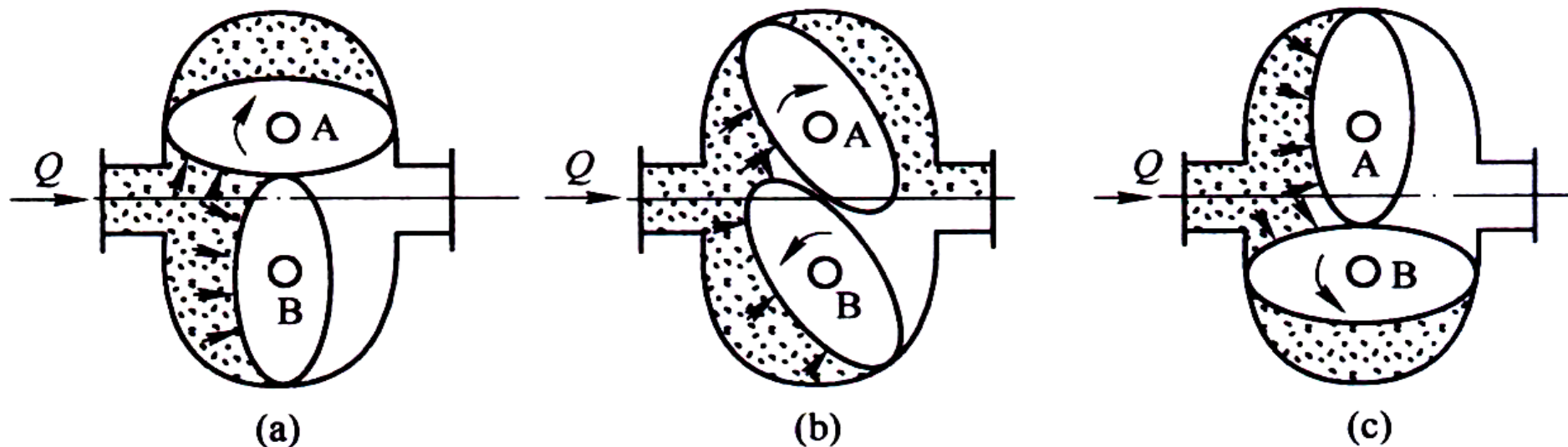


图（a）位置时，由于 $p_1 > p_2$ ，所产生的合力矩使A轮顺时针方向转动。A带动B转动。

转至（b）位置，A轮与B轮均为主动轮。

转至（c）位置，合力矩使B轮带动A轮转动。

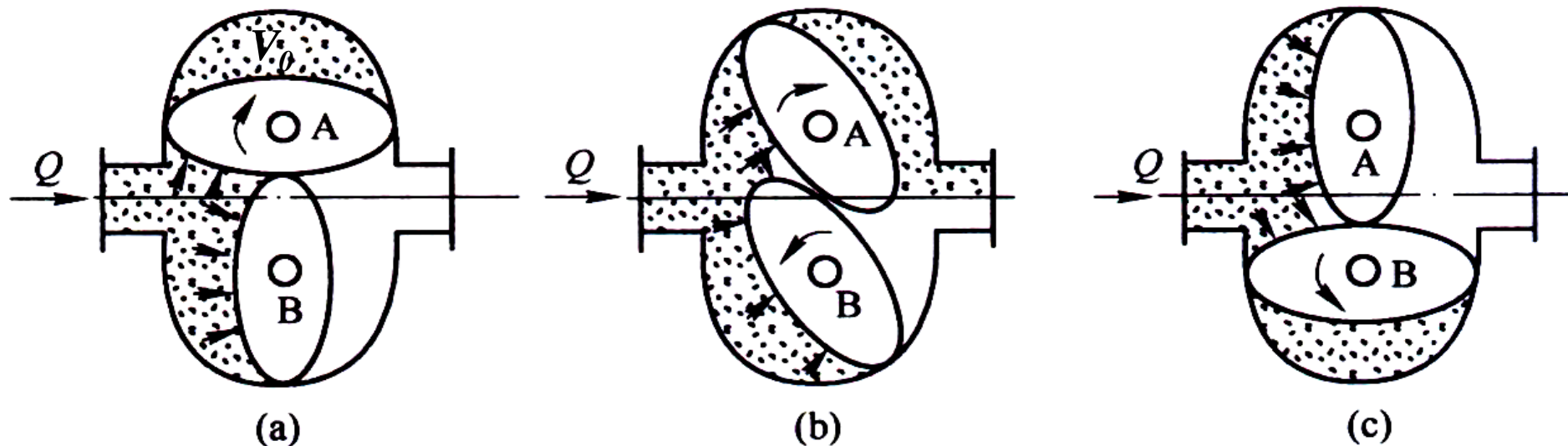
A、B轮转动时，连续将半月形容容积内的流体排出。



此图表示椭圆齿轮转动了1/4周的情况，其排出的流体为一个半月形容积 V_0 。所以，椭圆齿轮每转一周所排出的被测介质量为半月形容积的4倍。故通过椭圆齿轮流量计的体积流量 Q 为：

$$Q = 4nV_0 \quad n\text{—齿轮转速}$$

如果累计齿轮转速，则得到体积总量。



□特点

➤ 由于椭圆齿轮流量计是基于容积式原理测量的，与流体的粘度、密度、雷诺数等参数无关。因此，安装时不需要有直管段，对流体的流动状态无要求，特别适用于高粘度介质的流量测量。测量精度高，最高可达 $\pm 0.1\%$ 。

➤ 椭圆齿轮流量计的使用温度不能过高，否则可能使齿轮膨胀卡死。另外被测流体中不能含有固体颗粒，否则会引起齿轮磨损以至损坏。



2.4.6 涡轮流量计

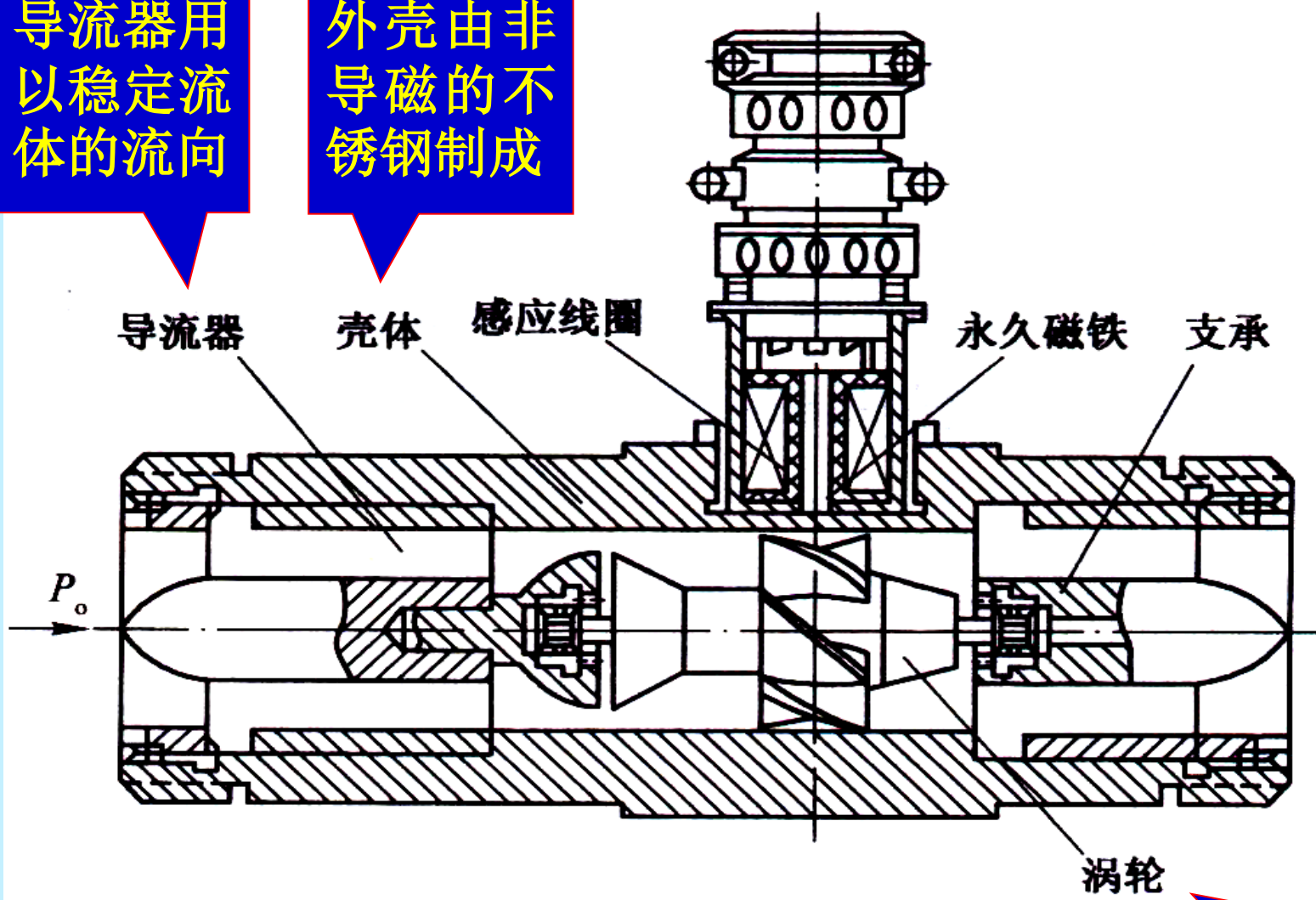
在测量管道内，安装一个可以自由转动的涡轮，当流体通过时，流体的动能使涡轮旋转。流体的流速越大，涡轮转速也就越高。

因此，测出涡轮的转速或转数，就可确定流过管道的流体流量或总量。日常生活中使用的某些自来水表、油量表等，都是利用这种原理制成的，都属于速度式仪表。



导流器用以稳定流体的流向

外壳由非导磁的不锈钢制成

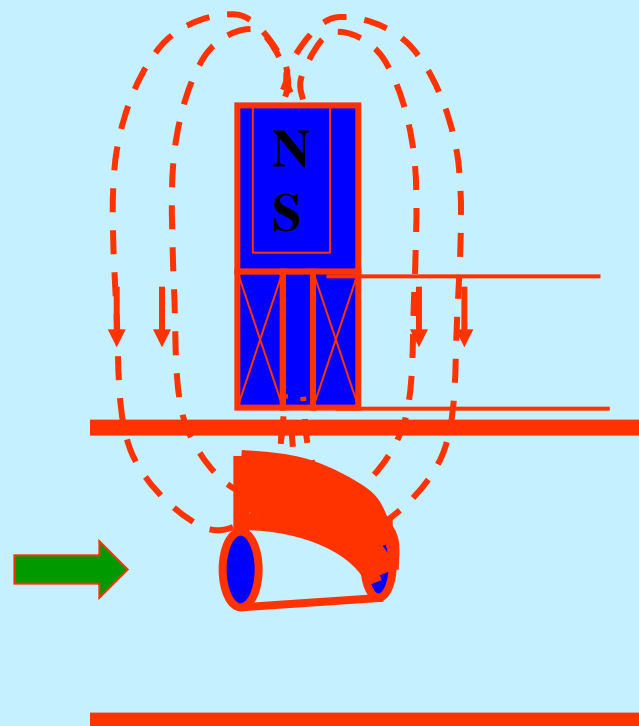


涡轮上的螺旋形叶片用高导磁系数的不锈钢材料制成。

涡轮流量计的工作过程

当流体通过涡轮叶片与管道之间的间隙时，叶片前后的压差力推动叶片旋转。高导磁性的涡轮叶片就周期性地扫过磁钢底部，

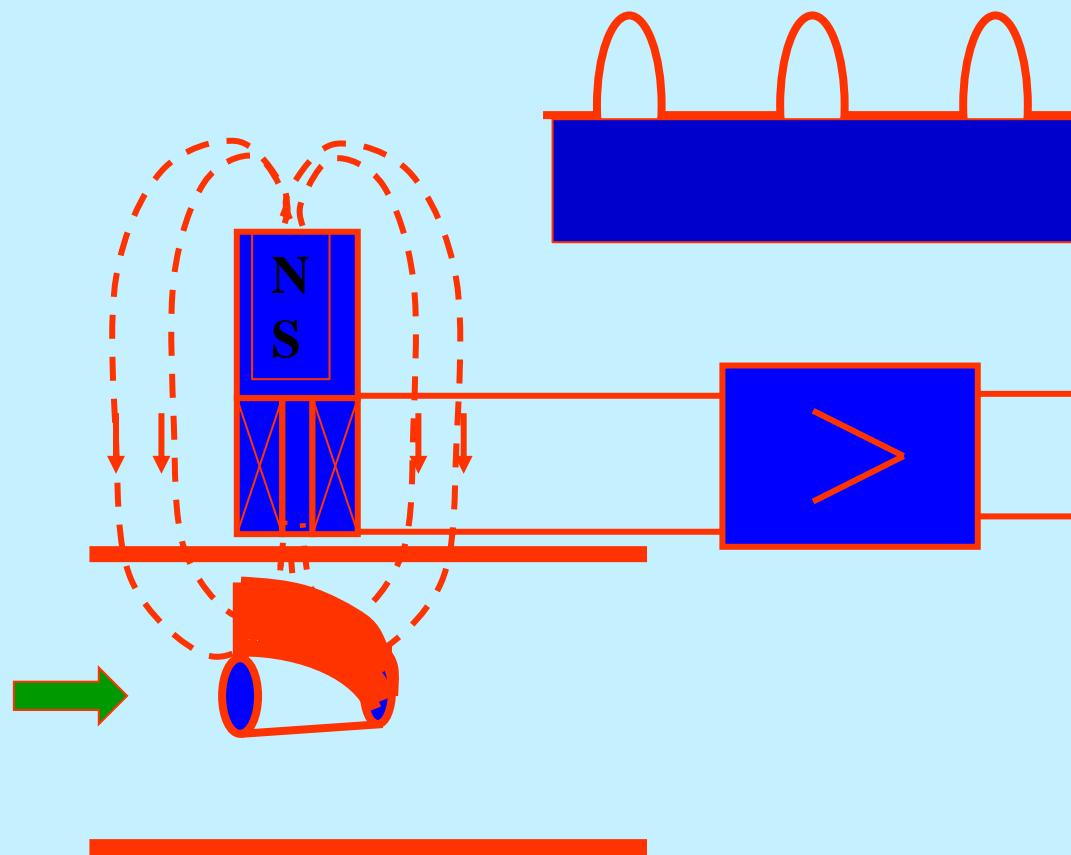
使磁路的磁阻发生周期性的变化，线圈中的磁通量也跟着发生周期性的变化，线圈中便感应出脉冲电信号。其频率与涡轮的转速成正比，即与流量成正比。



输出脉冲频率 f 与被测流量 Q 之间的关系:

$$f = NQ$$

N —仪表常数



□ 特点

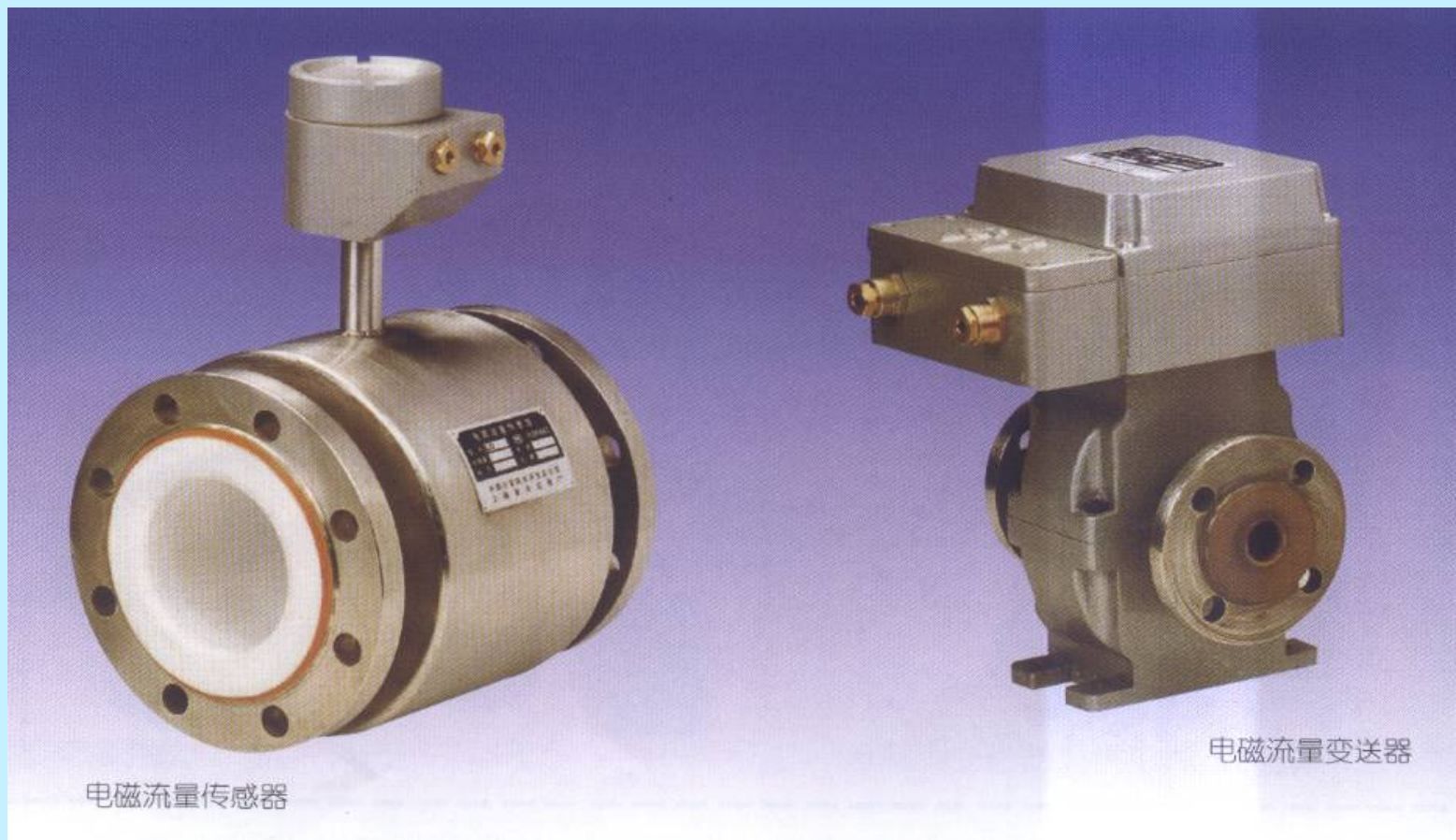
- 涡轮转速不用轴输出，没有齿轮传动误差和密封问题，因而涡轮流量计测量精度高（可达0.2级），耐高压（静压可达50MPa）。
- 输出信号为频率信号，不易受干扰，便于远传。
- 要求流体清洁，安装时，应加装过滤器，且前后要有一定的直管段。



插入式

2.4.7 电磁流量计

在流量测量中，当被测介质是具有导电性的液体介质时，可以应用电磁感应的方法来测量流量。

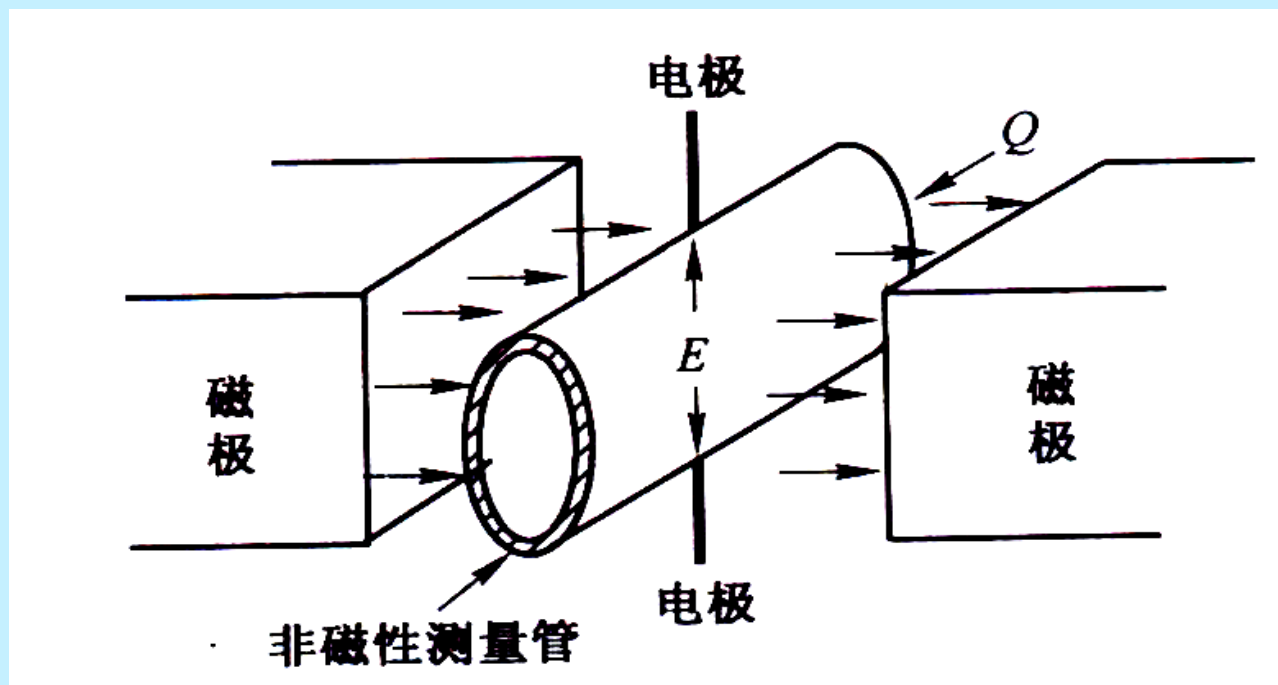


电磁流量传感器

电磁流量变送器

工作原理

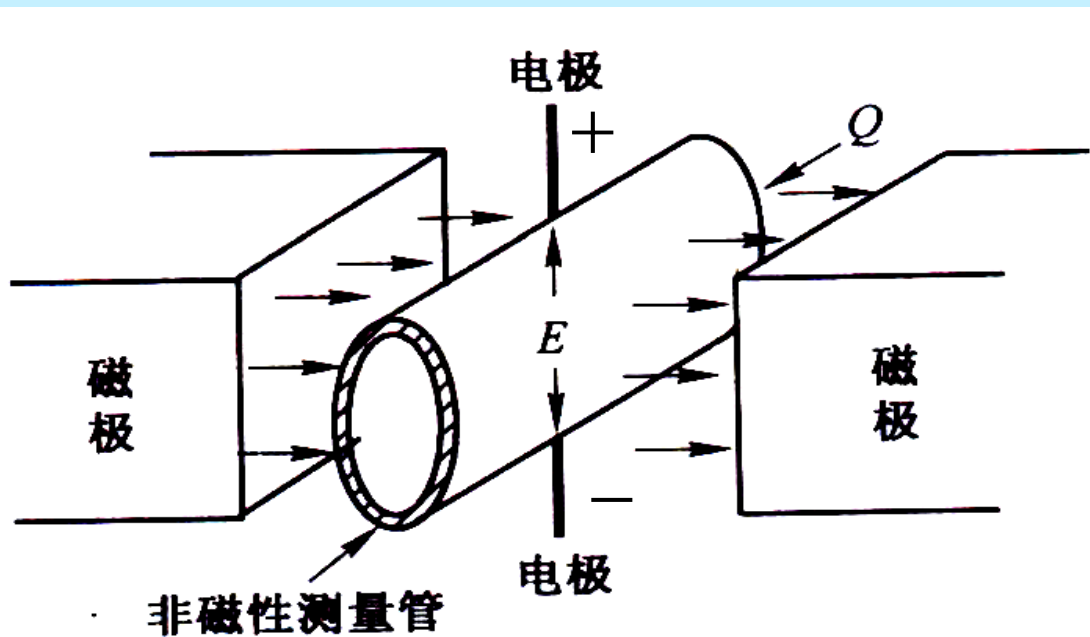
在管道两侧安放磁铁，流动的液体当作切割磁力线的导体，产生的感应电动势与流体的流速成正比关系。当磁感应强度 B 不变、管道直径一定时，流体切割磁力线而产生的感应电势 E 的大小仅与流体的流 v 速有关。



感应电势的方向由右手定则判断，其大小为：

$$E = BDv$$

当 BD 一定时，感应电势 E 与流速 v 成正比。



式中：

E — 感应电势；

B — 磁感应强度；

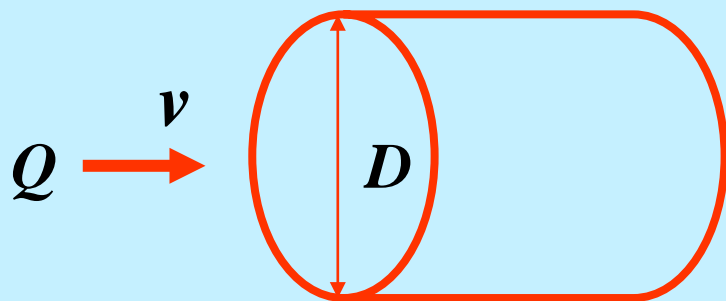
D — 管道直径；

v — 流体速度。

体积流量 Q 与流速 v 的关系为: $Q = \frac{1}{4} \pi D^2 v$

将 $v = BDE$ 代入可得:

$$Q = \frac{1}{4} \pi D^2 v = \frac{\pi D^2}{4B} E = kE$$



式中 $k = \frac{\pi D^2}{4B}$ 称为仪表常数

感应电势 E 与被测流量 Q 成正比关系。

变送器结构

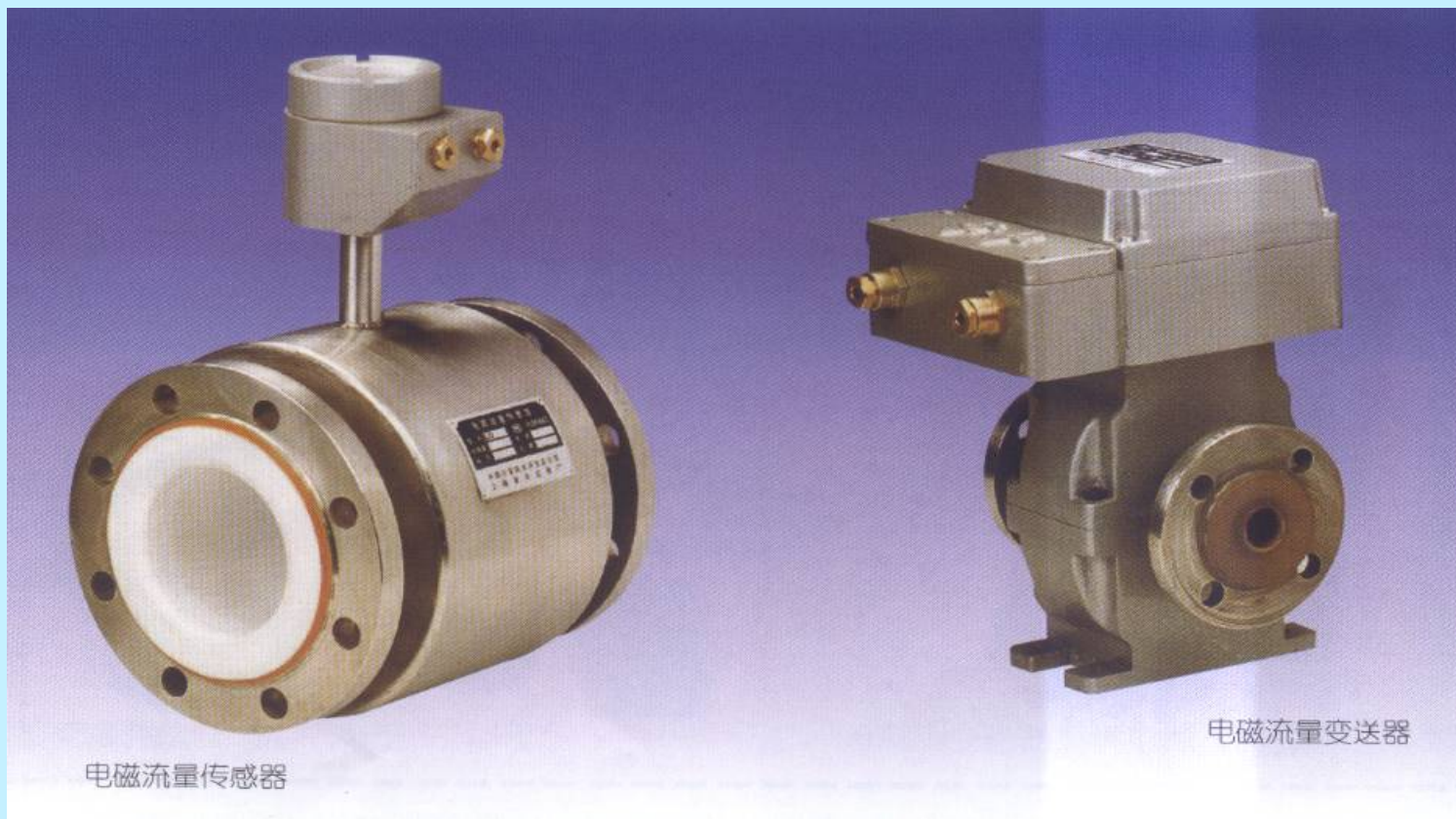
变送器由测量管和转换器两部分组成。

测量管两侧分别绕有马鞍形的励磁线圈。

为了避免直流磁场产生的直流感应电势使电极周围导电液体电解，导致电极表面极化，而减小感应电势，一般采用交流励磁。



为了避免磁力线被测量管的管壁短路，并使测量导管在磁场中尽可能地降低涡流损耗，测量导管应由非导磁的高阻材料制成，如不锈钢。但内壁必须涂一层绝缘衬里，如环氧树脂。以防止感应电势被短路。



电磁流量传感器

电磁流量变送器

优点：

- 测量导管内无任何阻碍物，因而被测流体的压力损失很小。
- 可以测量各种导电液体的流量，如酸、碱、盐溶液，流体可以含有固体颗粒、悬浮物或纤维等。
- 输出信号与流量之间的关系不受流体的物理性质（例温度、压力、粘度等）变化和流动状态的影响。
- 测量响应速度快，可用来测量脉动流量。

缺点

- 只能用来测量导电液体的流量，要求导电率不小于水的导电率。不能测量气体、蒸汽及石油制品等的流量。
- 由于感应电势数值很小，后级采用高放大倍数的放大器，很容易受外界电磁场干扰的影响。



2.4.8 旋涡式流量计

利用流体遇到阻碍物后产生的旋涡来测量流量。可以用来测量管道中的液体、气体和蒸汽的流量。旋涡式流量计有两类：旋进型旋涡流量计和卡曼型旋涡流量计（常称涡街流量计）。

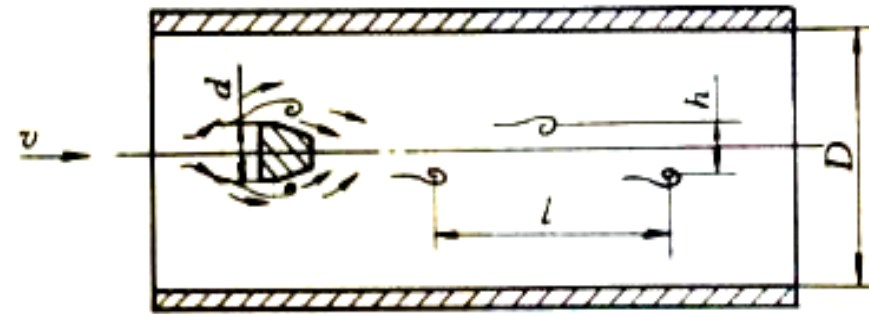


涡街流量计测量原理

在测量管道中垂直插入一个非流线形的柱状物（圆柱或三角柱）作为阻流体。当流体受到阻碍物阻挡时，会在阻碍物的下游处产生两列平行、且上下交替出现的旋涡。因为这些旋涡有如街道旁的路灯，故有“涡街”之称，又因此现象首先被卡曼（Karman）发现，也称作“卡曼涡街”。



(a) 圆柱卡曼涡街

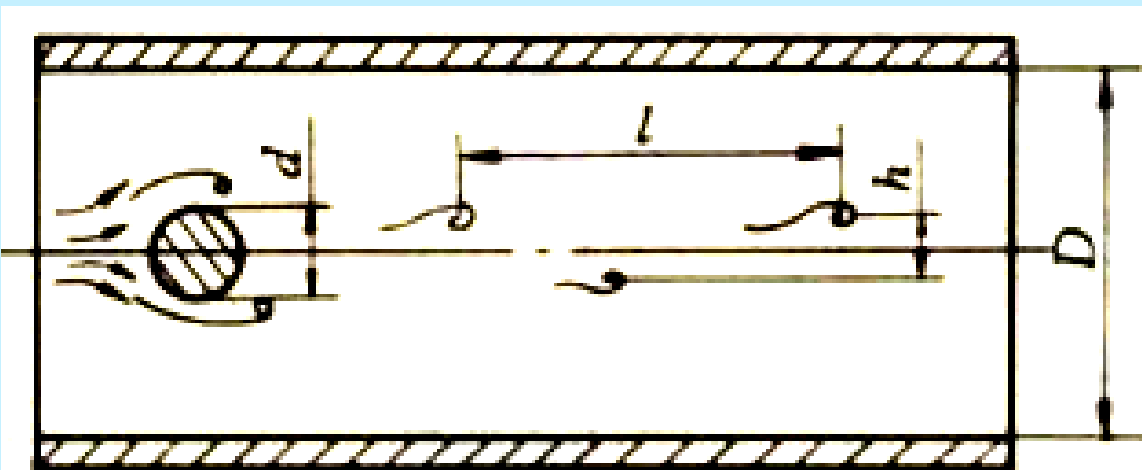


(b) 三角柱卡曼涡街

实验表明，当两列旋涡的间距 h 和同列相邻两个旋涡之间的距离 l 之比能满足 $h / l = 0.281$ 时，所产生的涡街是稳定的。满足如下关系：

$$f = S_t \frac{v}{d}$$

❖ 公式表明， S_t 为常数时，单侧旋涡的发生频率 f 与流体平均流速 v 成正比。



式中：

f — 单侧旋涡发生频率

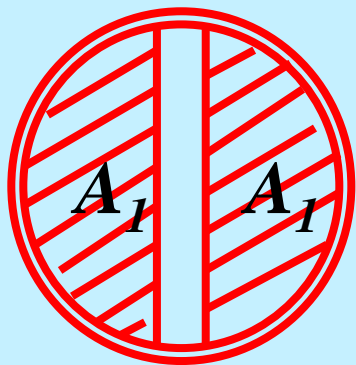
S_t — 斯特劳哈尔系数

v — 流体平均流速

d — 圆柱体直径

❖ 测得 f 便可算出体积流量 Q

$$Q = A_1 v = A_1 \frac{d}{S_t} f$$



A_1 —管道中旋涡发生体处流通截面积。

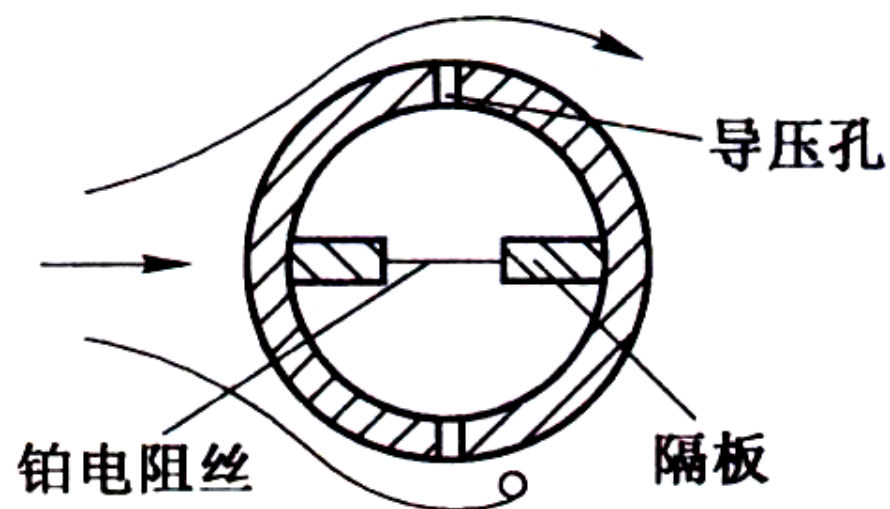
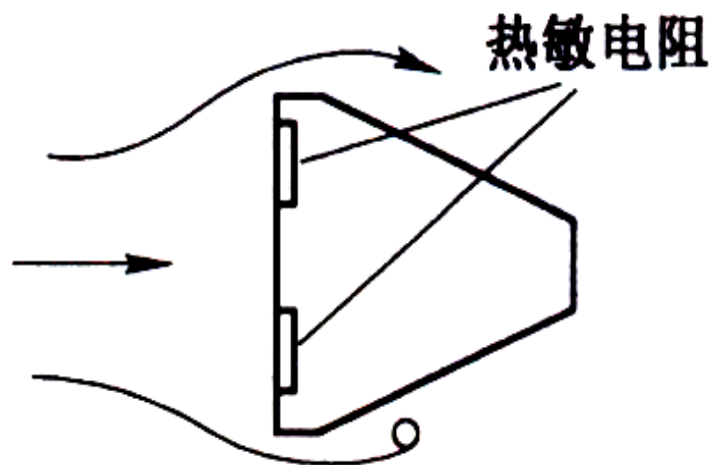
□ 旋涡流量计的特点是精确度高、测量范围宽、没有运动部件、压力损失小。



旋涡频率的检测

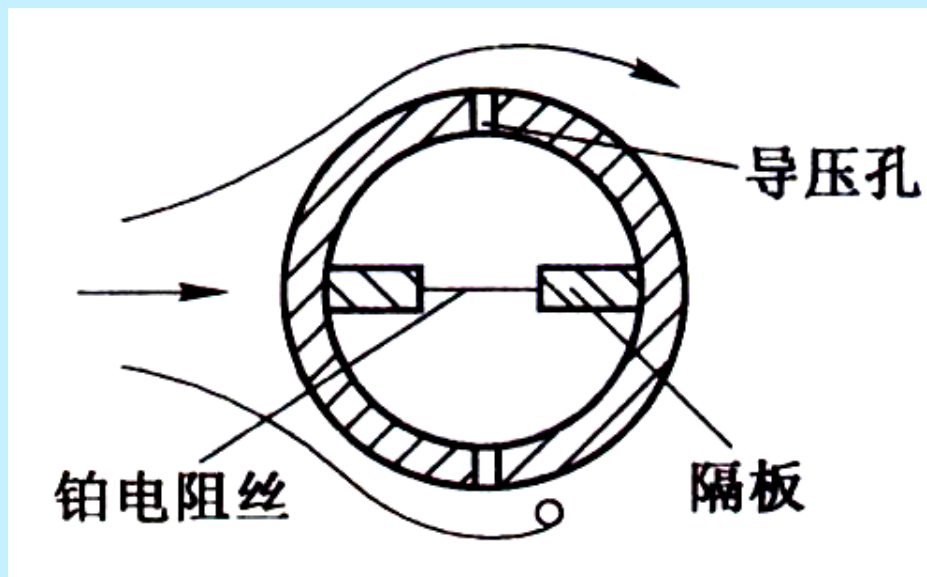
旋涡频率的检测方法很多。如：热敏检测法、超声波检测法、电容检测法、应力检测法等。

这些方法都是利用旋涡的局部压力、密度、流速等的变化作用于敏感元件，产生电信号，再经放大整形，得到脉冲信号输出。例1：热敏检测法

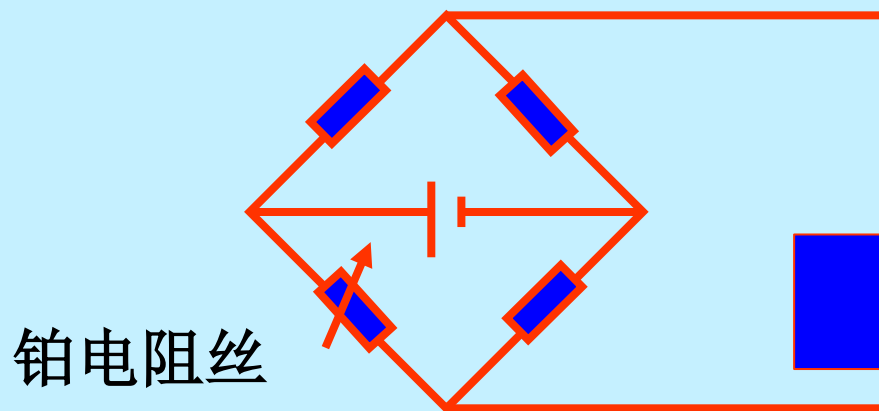


如图所示，圆柱形内腔的中心位置上安装一个铂电阻，通以电流时产生热量，使内腔温度高于腔外。当流体产生旋涡时，产生旋涡的一侧流体流速低，静压高，使一部分流体由导压孔进入内腔，向未产生旋涡的一侧流出，带走一部分热量，铂丝温度降低，电阻减小。每产生一个旋涡，铂电阻就变小一次。

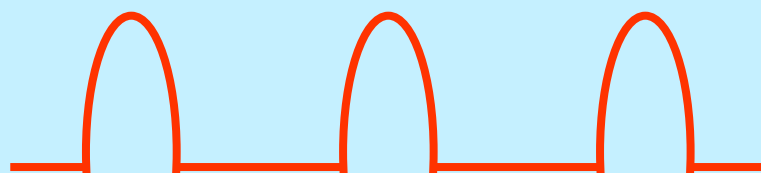
测量出铂电阻变化的频率就测定了旋涡频率，也就测得了流量。



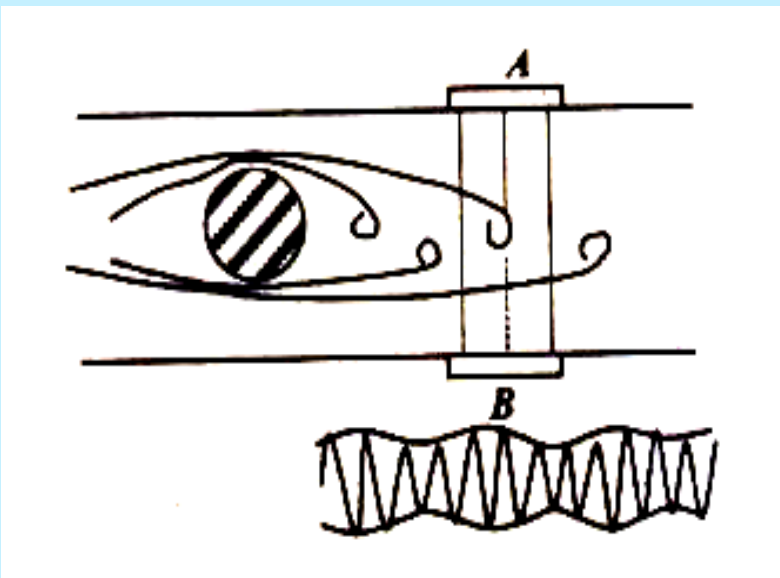
铂丝阻值的变化频率，采用一个不平衡电桥进行转换，经放大和整形，再变换成直流电流信号输出，供显示，累积流量或进行自动控制。



铂电阻丝



电桥输出信号频率 $f_v = 2f$



例2：超声波检测法

如图所示， A 为发射换能器，发射出超声波。 B 为接收换能器，接收 A 发射的超声波。

由于旋涡的旋转方向、压力和流体密度的周期变化，导致了对超声波的折射、反射和吸收等效应，而形成了对超声波束的调制作用，这时 B 所接收到的不再是一个等幅波信号，其幅度变化的次数与旋涡个数一致，从而测得流速的大小。

2.4.9 超声波流量计

超声波流量测量属于非接触式测量。它通过发射超声波，穿过流动的流体，被接收后，经过信号处理反映出流体的流速。根据流速便能算出流量。

超声波的测量有多种不同的方式。如：传播时间法、旋涡法、多普勒效应法等。



传播时间法

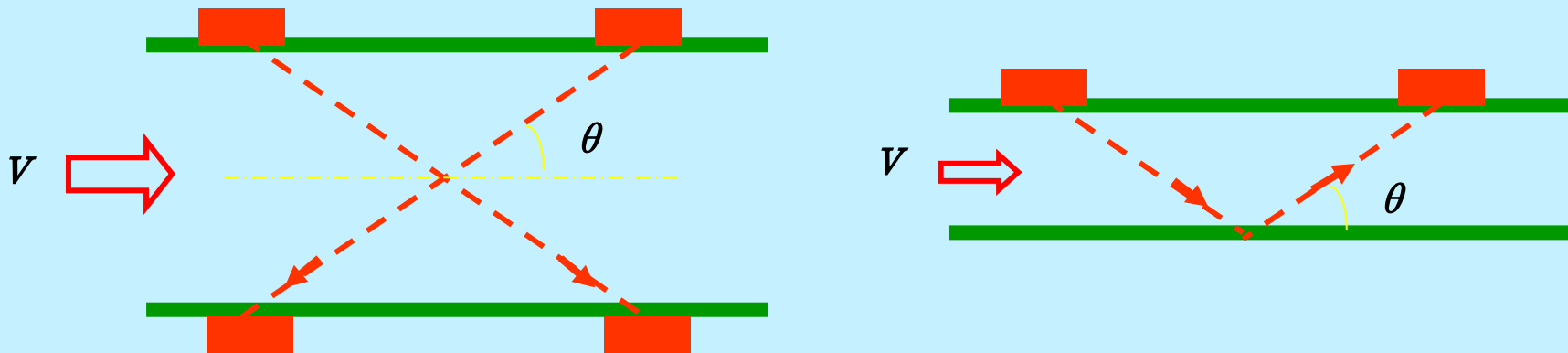
根据声波在流体中的传播速度顺流时会增大、逆流时会减小的原理测流速。检测方法有：

时差法—测超声波在顺流、逆流时的传播时间差

相位差法—测超声脉冲在顺流、逆流时的相位差

频差法—测超声脉冲在顺流、逆流时的重复频率

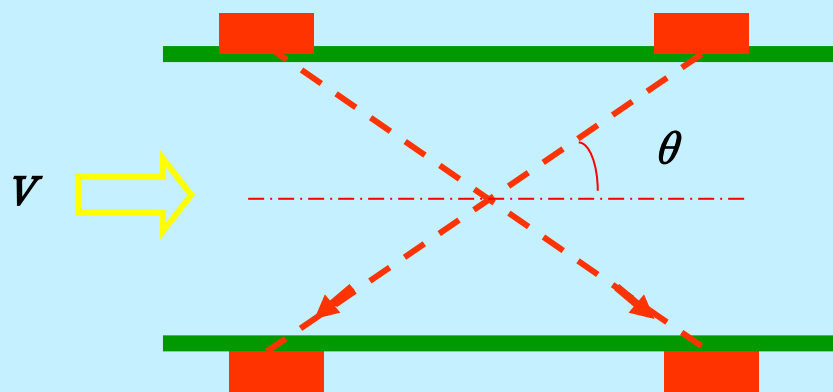
因频差法可以不受声速变化影响，使用较多。



频差法原理

根据超声脉冲在顺流、逆流时的重复频率差测量流速。顺流发射的一组换能器和逆流发射的一组换能器各自组成发射—接收的闭路循环系统。测量时由发射换能器发射一个脉冲，经过流体传播，被接收换能器接收放大后，再送至发射换能器发射第二个脉冲。如此循环，两组发射—接收的循环频率分别为

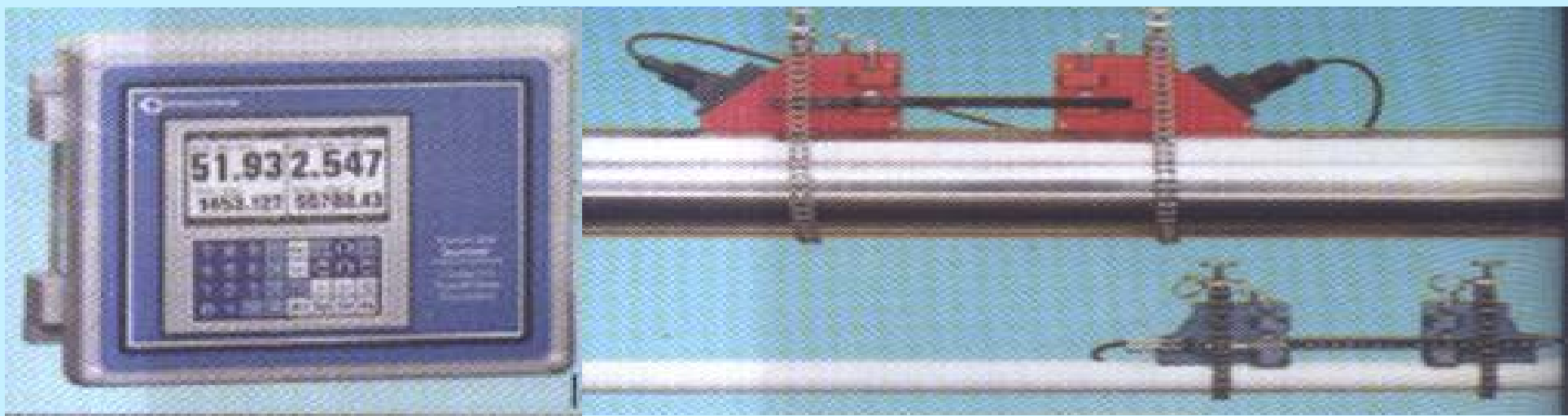
$$f_1 = \frac{c+v}{L} \quad f_2 = \frac{c-v}{L}$$



两组频率差值为 $\Delta f = \frac{2v}{L}$

则流速 $v = \frac{L}{2} \Delta f$

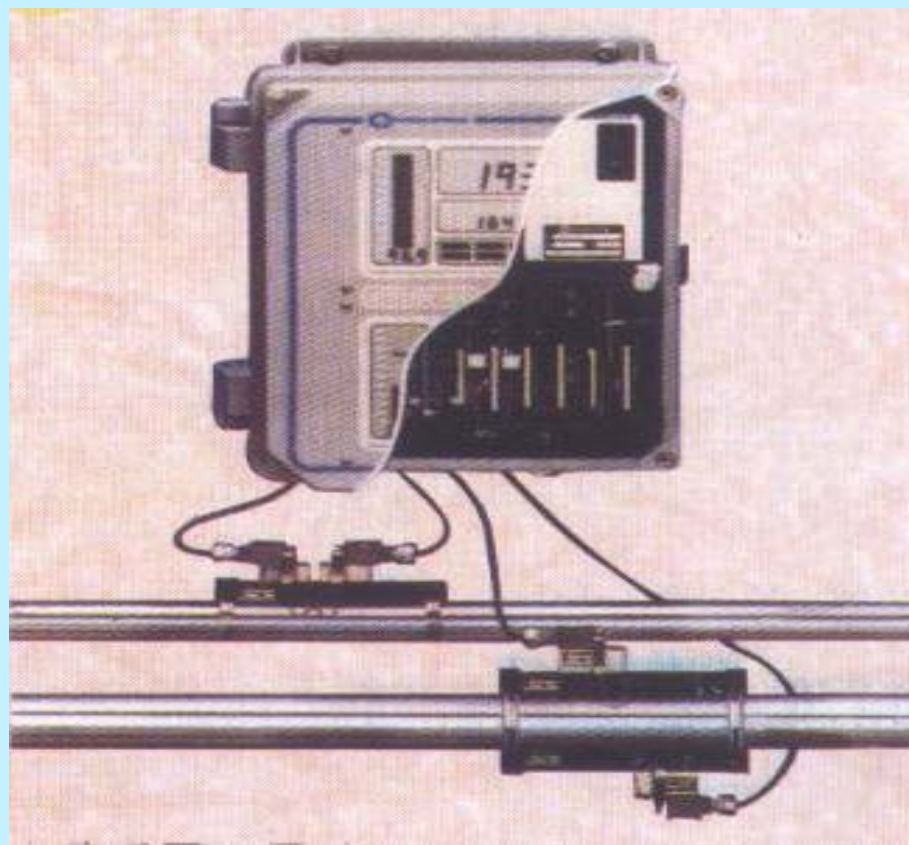
可见，只要测出一定时间内两组闭路循环系统的脉冲循环频率之差，就可测得流速。而流速乘以管道截面积则得流量。



特点:

❖ 超声波流量计属非接触式测量，不会影响被测流体的流动状况。测量液体流量精度可达0.2级，测量气体流量精度可达0.5级。量程范围可达20：1。

❖ 要求流体清洁，以避免对超声波束的干扰。测量管前后要有足够长的直管段，以保证流速均匀。



小结

流量测量



体积流量	质量流量	总量
------	------	----

差压式流量计

转子流量计

靶式流量计

椭圆齿轮流量计

涡轮流量计

电磁流量计

涡街流量计

超声波流量计



2.5 物位检测及仪表

物位测量在工业生产中具有重要的地位。例如蒸汽锅炉运行时，如果汽包水位过低，就会危及锅炉的安全，造成严重事故。

2.5.1 概述

物位的含义包括：

液位：容器中液体介质的高低

料位：容器中固体物质的堆积高度

界面：两种密度不同液体介质的分界面的高度

物位测量仪表可分为下列几种类型。

1. 静压式物位测量

利用液体或物料对某定点产生的压力随液位高度而变化的原理而工作。

2. 浮力式物位测量

利用浮子所受的浮力随液位高度而变化的原理工作。

3. 电气式物位测量

利用敏感元件将物位的变化转换为电量参数的变化，而得知物位。

4. 核辐射式物位测量

利用核辐射线穿透物料时，核辐射线的透射强度随物质层的厚度而变化的原理进行测量。

5. 声学式物位测量

测量超声波在物质中传播时间的长短，据此可测出物位。

6. 光学式物位测量

利用光波在传播中可被不同的物质界面遮断和反射的原理测量物位。



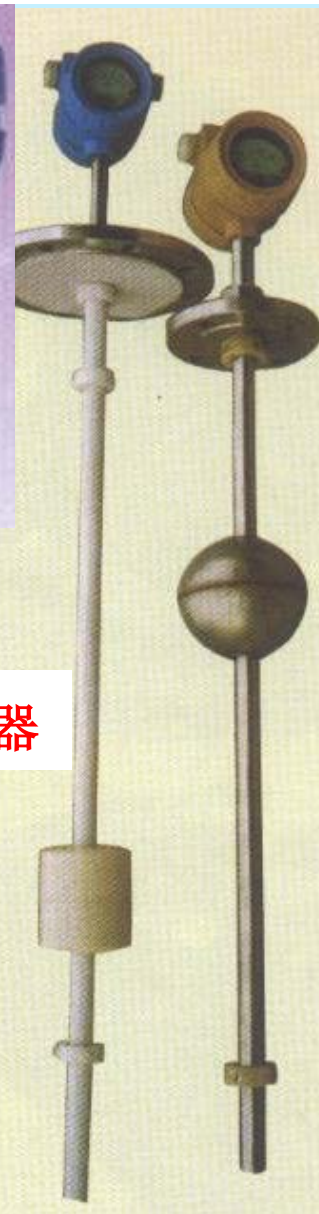
静压式液位变送器

WTLT型液位变送器(插入式法兰)



WTLT型液位变送器(平法兰)

浮球液位变送器



静压式液位变送器



浮球液位变送器



超声波物位变送器



电容式物位变送器



2.5.2 差压式液位变送器

利用测量容器底部和顶部的压差测液位。

2.5.2.1 测量原理

设容器上部空间为干燥气体，其压力为 p_2 ，下部取压点压力为 p_1 ，则：

$$p_1 = H\rho g + p_2$$

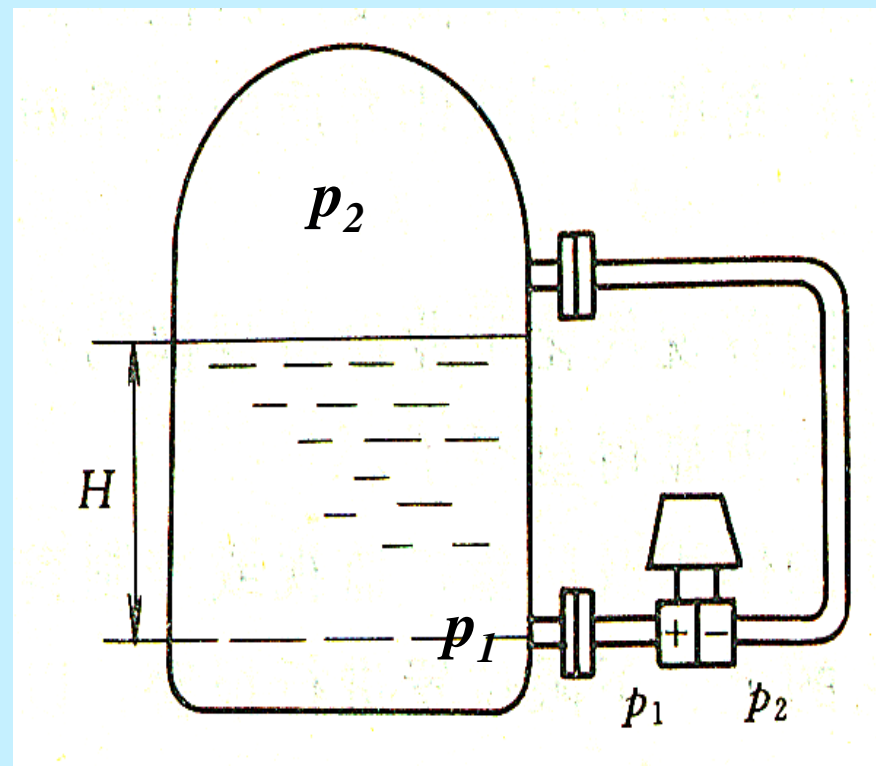
$$\Delta p = p_1 - p_2 = H\rho g$$

式中：

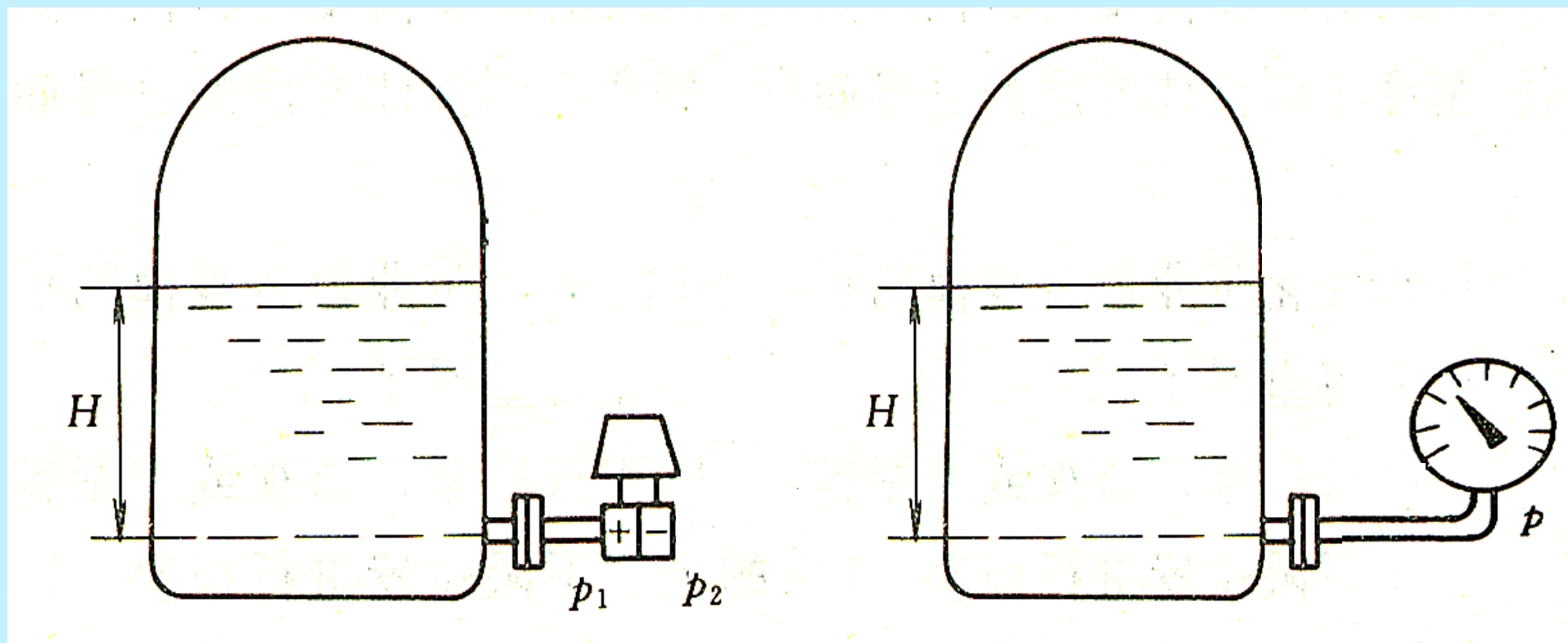
H —液位高度；

ρ —介质密度；

g —重力加速度。



若被测容器是敞口的，则气相压力为大气压，只需将差压变送器的负压室通大气，或用压力变送器、或用压力表即可测量。因为压力变送器和压力表都是测量与大气压之差。

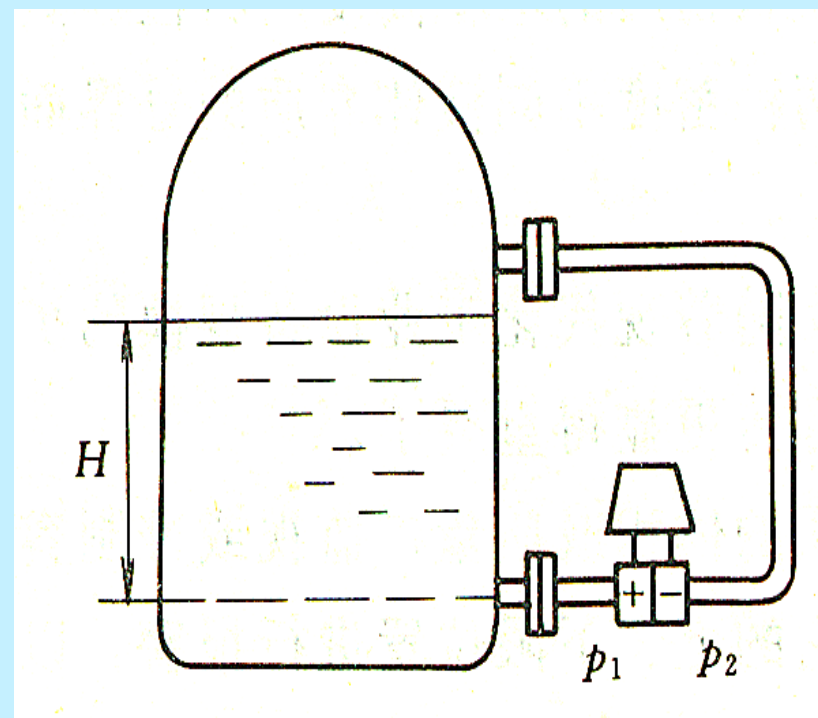


2.5.2.2 零点迁移

理想测量条件下，液位 $H=0$ 时，变送器的输入压差信号 $\Delta P=0$ ，差压变送器的输出为零点信号 4mA 。
零点是对齐的：

$$H=0\text{时}, \Delta p = H\rho g = 0, \quad I_0 = 4\text{mA}$$

应用时，由于差压变送器安装的实际情况限制，测量零点很难对齐，需要对差压变送器的零点进行迁移。



1、负迁移

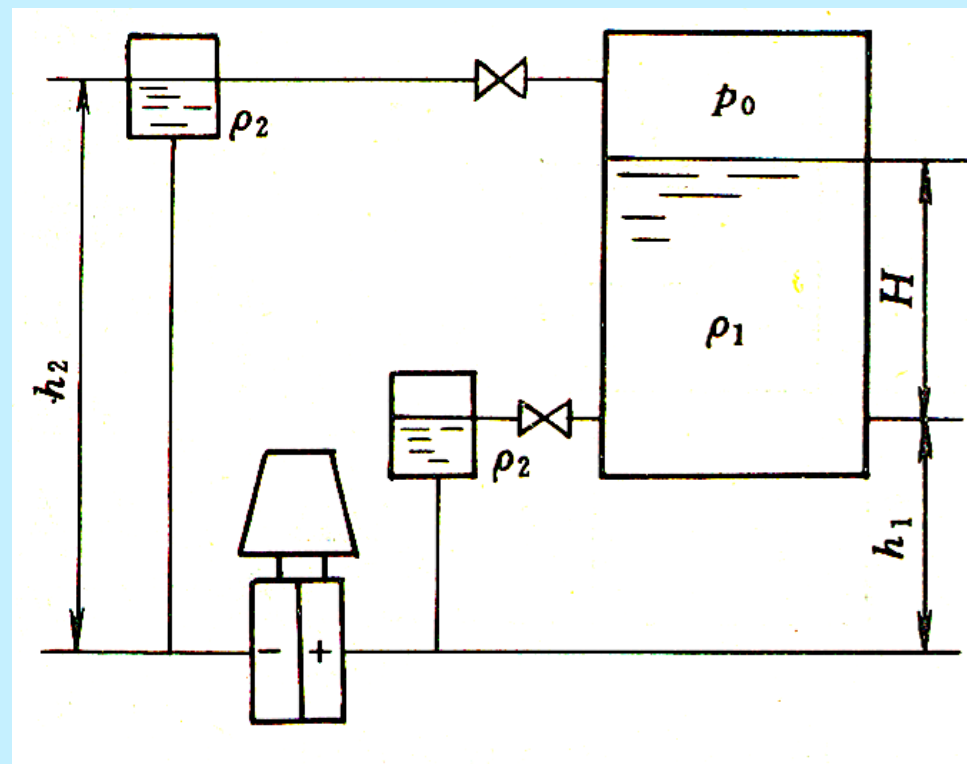
如图所示，变送器和容器之间用隔离罐隔离时：

$$\begin{aligned}\Delta p &= p_1 - p_2 = (h_1 \rho_2 g + H \rho_1 g + p_0) - (h_2 \rho_2 g + p_0) \\ &= H \rho_1 g - (h_2 - h_1) \rho_2 g\end{aligned}$$

当 $H=0$ 时，

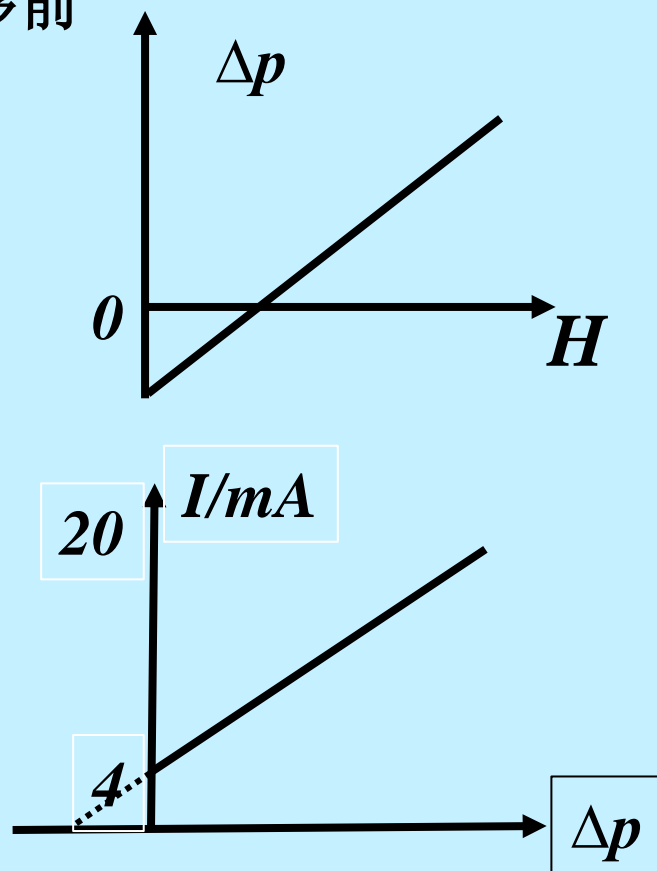
$$\Delta p = - (h_2 - h_1) \rho_2 g$$

此时，变送器应输出 $4mA$ 以下，但变送器的输出只能是 $4 \sim 20mA$

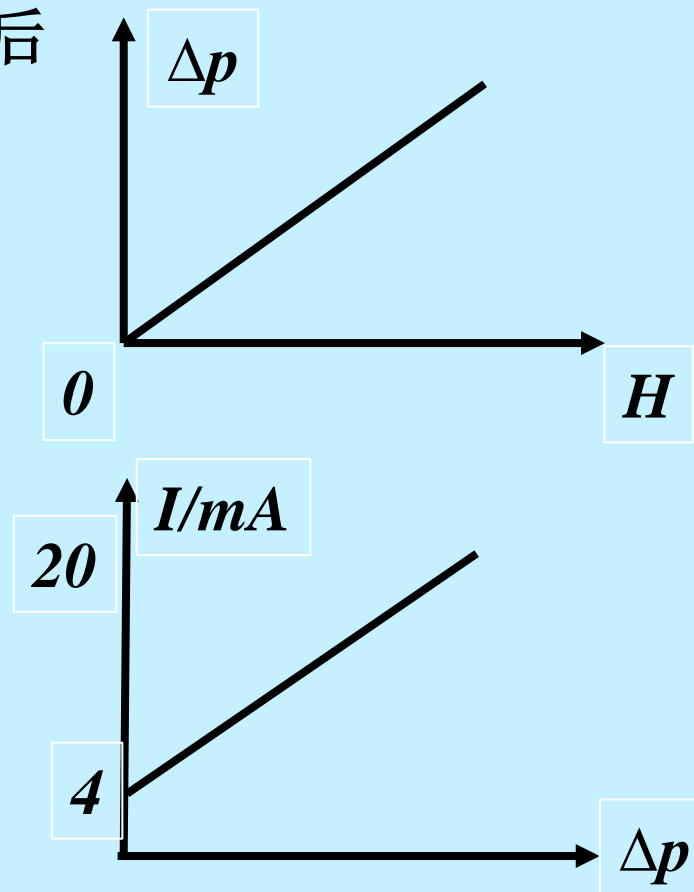


❖ 零点迁移的方法是，另加 $+(h_2-h_1)\rho_2g$ 信号，抵消 $-(h_2-h_1)\rho_2g$ 的影响。使： $H=0$ 时， $\Delta p=0$

迁移前



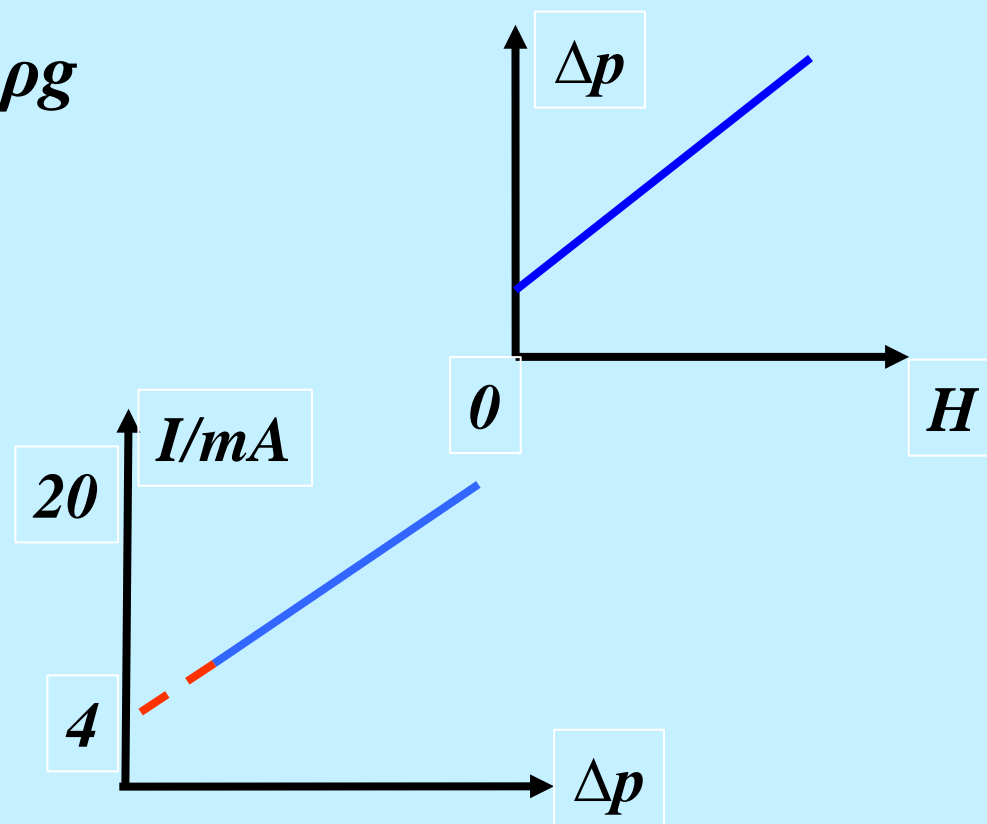
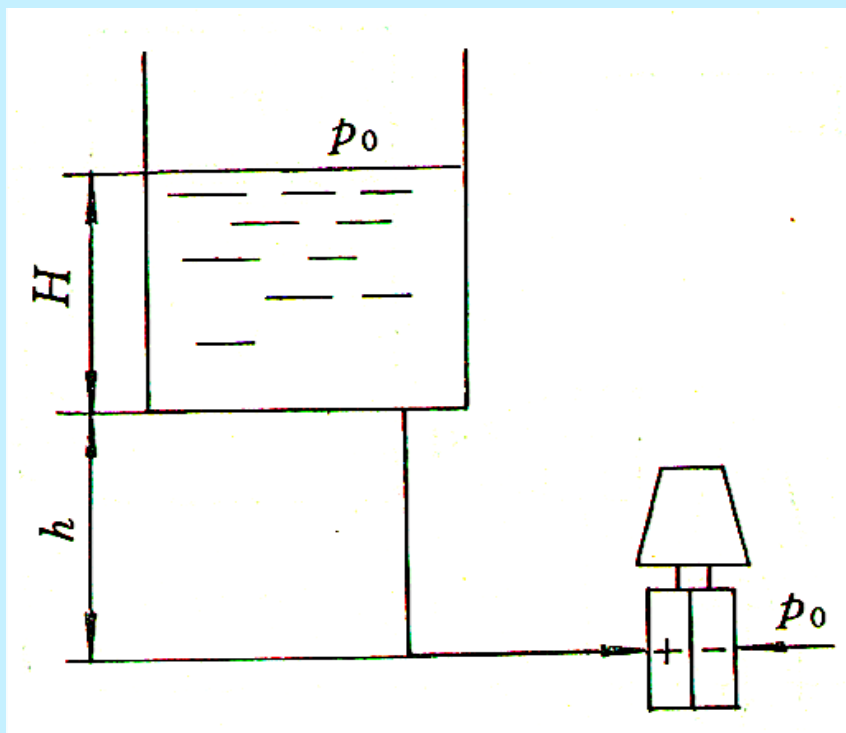
迁移后



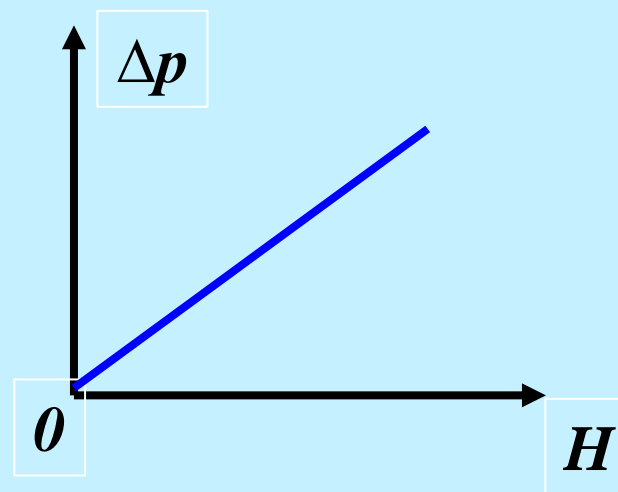
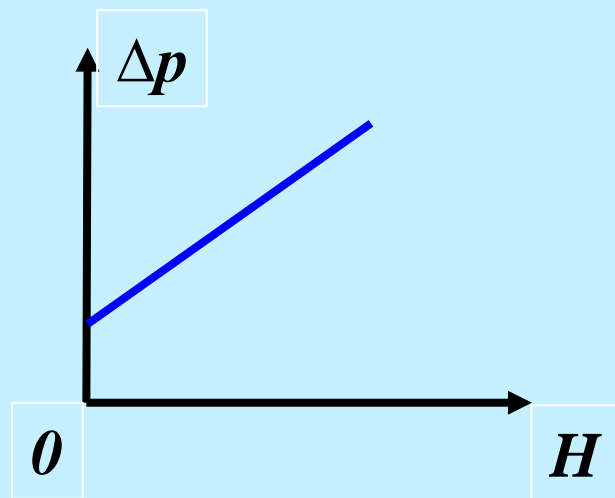
2、正迁移

有时变送器不能和容器底部安装在同一水平面上。如图所示，有： $\Delta P = H\rho g + h\rho g$

$H=0$ 时， $\Delta P = +h\rho g$



此时需要迁移 $+h\rho g$

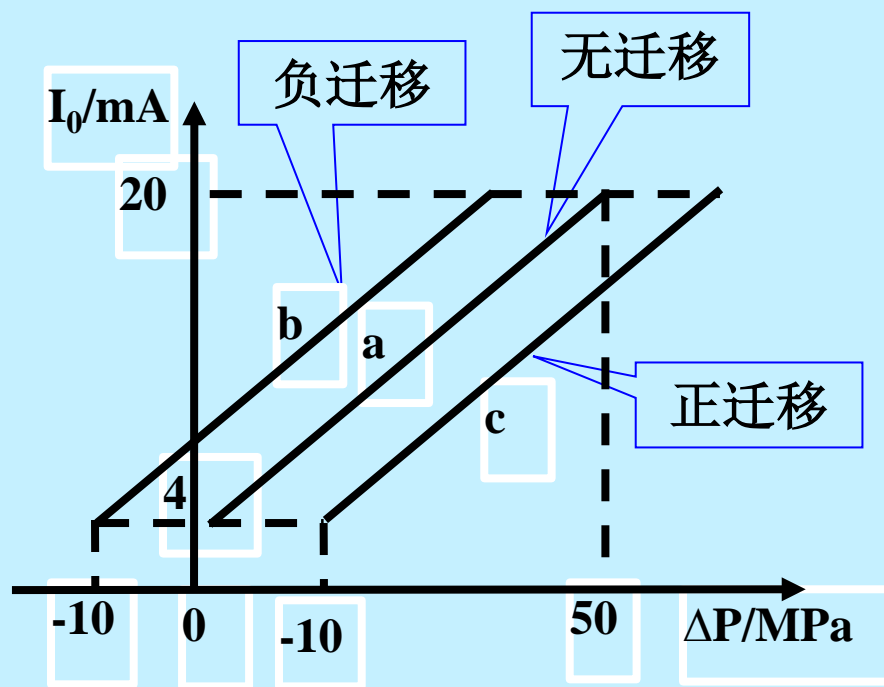


迁移的目的：

使变送器输出的起点与被测量起点相对应。

迁移同时改变了测量范围的上下限，相当于测量范围向正方向或负方向的平移。

例如，某差压变送器的测量范围为0~50MPa，对应输出从4mA变化到20mA，这是无迁移的情况，如图2.57中曲线a所示。若因安装的原因：



$H=0$ 时，

$\Delta P = -10 \text{ MPa}$ ，

则需负迁移。

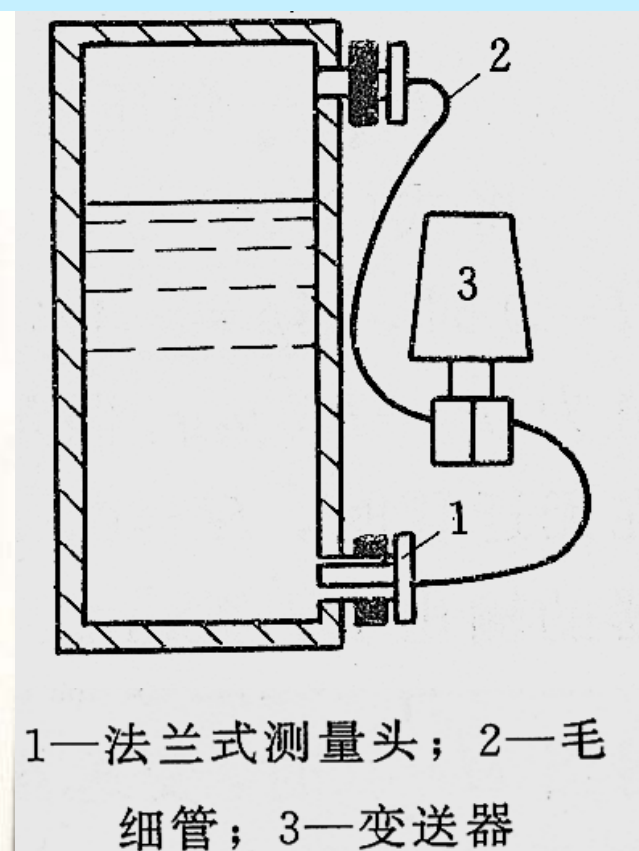
$H=0$ 时，

$\Delta P = 10 \text{ MPa}$ ，

则需正迁移。

2.5.2.3 用法兰式差压变送器测量液位

在测量含有结晶颗粒、有腐蚀性、粘度大、易凝固等液体液位时，引压管线可能被腐蚀、被堵塞。可使用加隔离膜盒的法兰式差压变送器。



2.5.3 电容式物位变送器

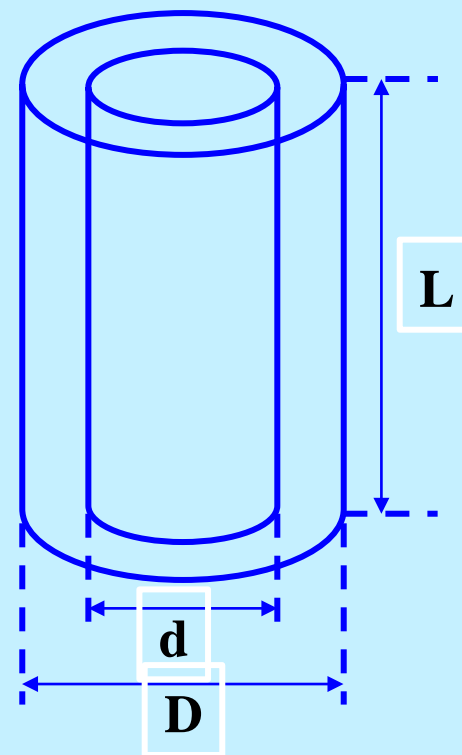
利用电容器的极板之间介质变化时，电容量也相应变化的原理测物位。可测量液位、料位和两种不同液体的分界面。

测量原理

圆柱形电容器的电容量为

$$C = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln \frac{D}{d}}$$

ϵ 为介电系数



设空气的介电系数为 ε_0 , 被测物料的介电系数为 ε

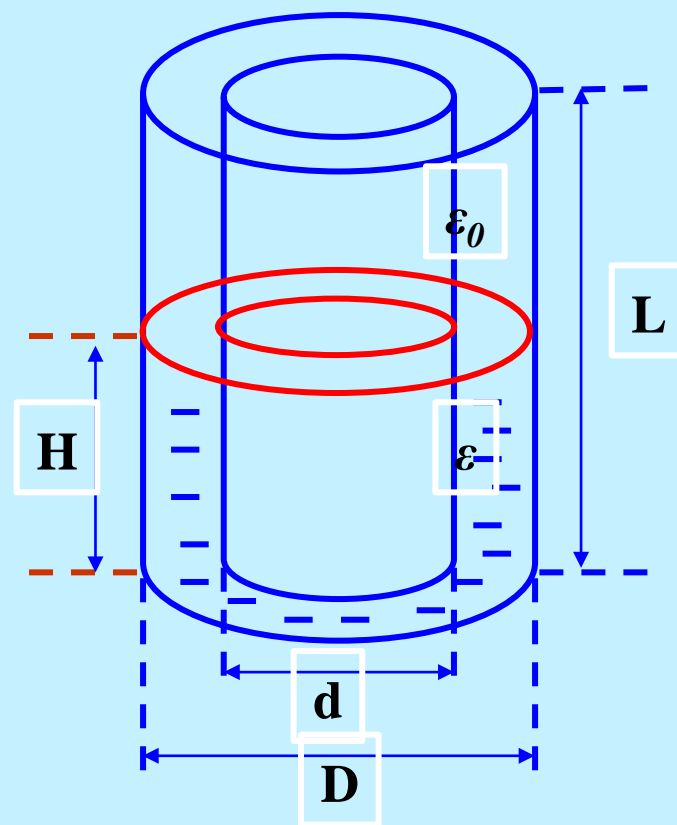
$H = 0$ 时:

$$C_0 = \frac{2\pi L \varepsilon_0}{\ln \frac{D}{d}}$$

$H > 0$ 时:

$$C = \frac{2\pi H \varepsilon}{\ln \frac{D}{d}} + \frac{2\pi (L-H) \varepsilon_0}{\ln \frac{D}{d}}$$

$$\Delta C = C - C_0 = \frac{2\pi H (\varepsilon - \varepsilon_0)}{\ln \frac{D}{d}}$$
$$= kH$$



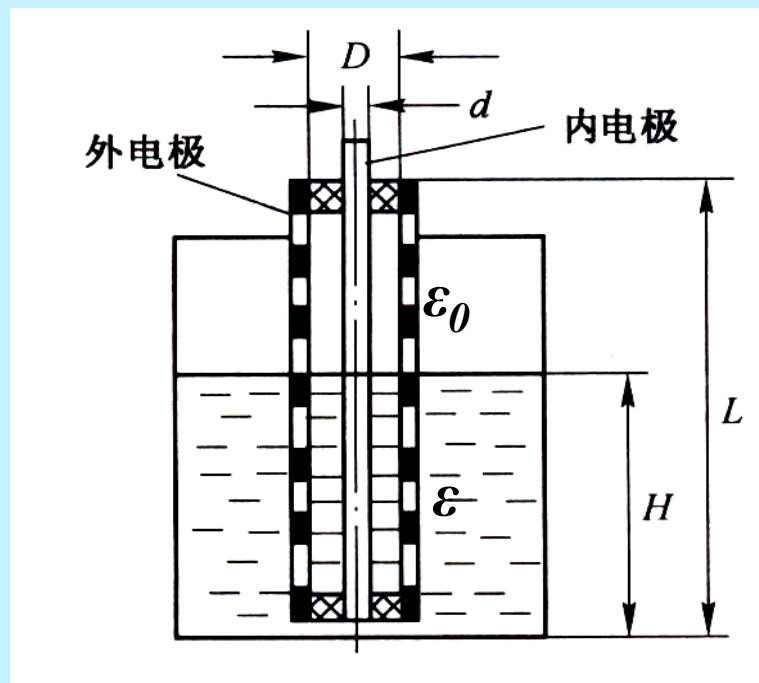
电容的变化量
与液位成正比。

2.5.3.1 液位的检测

对非导电介质液位的测量，用双电极式。对导电介质液位测量，金属容器的外壁即是电容的外电极。

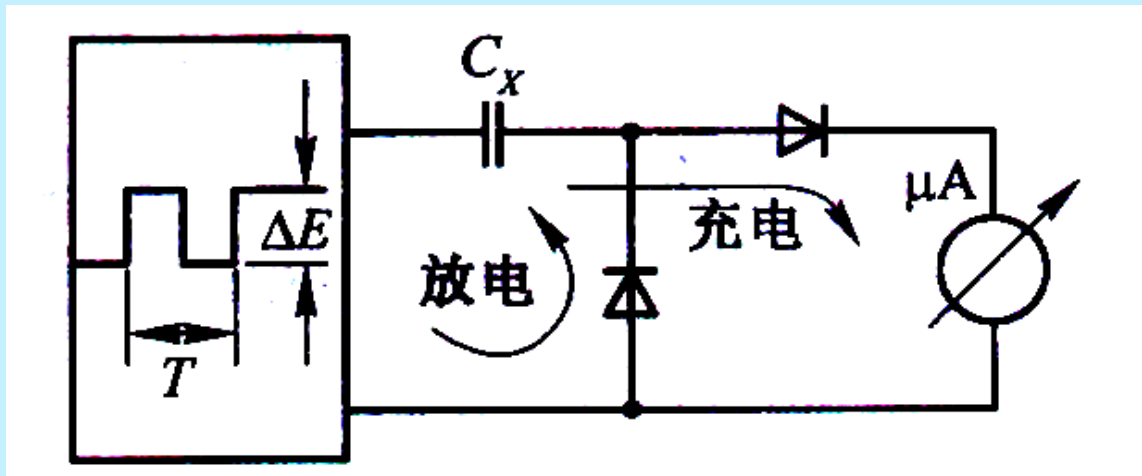
2.5.3.2 料位的检测

和导电介质液位测量一样，用单电极式。



测量电容量可用交流电桥，也可用其他方法测定。例如充放电法。

如图所示，用振荡器给液位电容 C_x 加上幅度和频率恒定的矩形波。若矩形波的周期 T 远大于充放电回路的时间常数，则每个周期都有电荷 $Q=C_x\Delta E$ 对 C_x 充放电，二极管将充电和放电电流检波，可用微安表测得平均电流。



流过微安表的平均电流为：

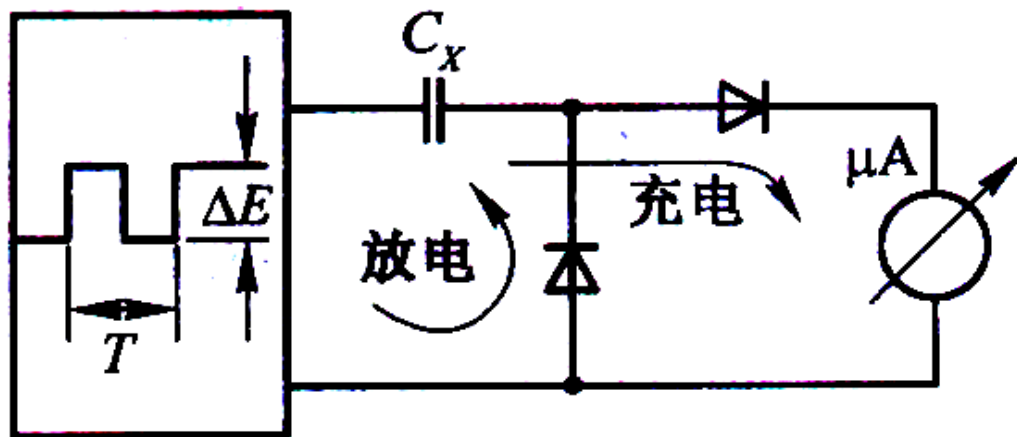
$$I = \frac{C_x \Delta E}{T} = C_x \Delta E f$$

式中，

ΔE —矩形波电压幅度，

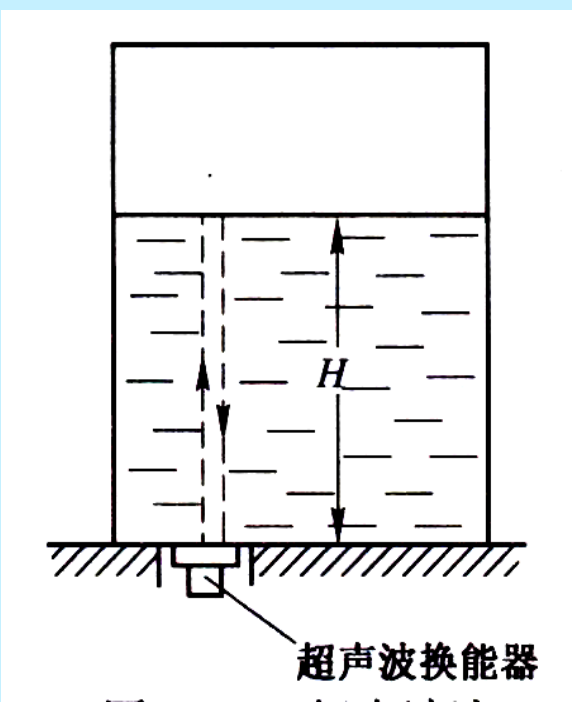
f —矩形波频率

可见，充电(或放电)的平均电流与液位电容成正比，微安表的读数可反映液面的高低。



2.5.4 超声波液位计

利用超声波在液体中传播有较好的方向性，且传播过程中能量损失较少，遇到分界面时能反射的特性，可用回声测距的原理，测定超声波发射后遇液面反射回来的时间，以确定液面的高度。



$$H = \frac{1}{2} vt$$

v —超声波在液体中的传播速度

若速度 v 为已知常数，便可测时间 t 算出液面高度 H 。

若测料位，则超声波
物位计安装在容器顶部。



2.6 成分检测及仪表

成分：在多种物质的混合物中某一种物质所占的比例。

氧化锆氧量计

气相色谱分析仪

红外线气体分析仪

工业酸度计



本章总结

检测仪表

温度
检测仪表

压力
检测仪表

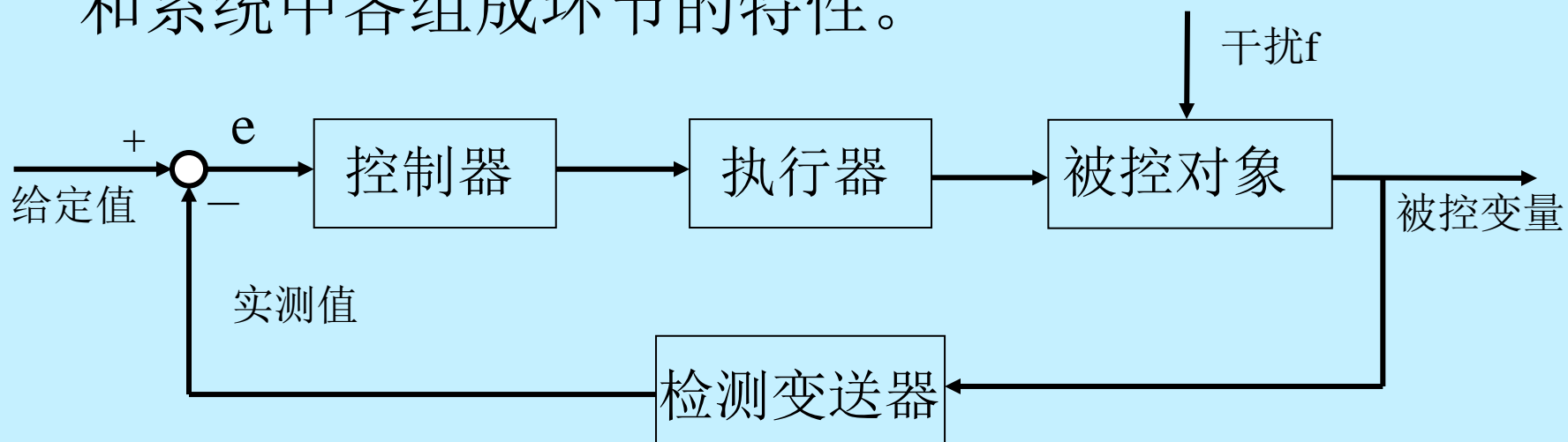
流量
检测仪表

液位
检测仪表

成分
分析仪表

第5章 被控过程的数学模型

控制系统的控制过程品质主要取决于系统的结构和系统中各组成环节的特性。



过程控制系统原理方框图

过程控制系统的主要任务是：对生产过程中的重要参数（温度、压力、流量、物位、成分、湿度等）进行控制，使其保持恒定或按一定规律变化。

第5章

被控过程的数学模型

本章学习重点

1. 被控过程数学模型的作用与要求、建立被控过程数学模型的方法

2. 机理法建模

a. 单容过程建模

b. 多容过程建模

3. 测试法建模

第5章 被控过程的数学模型

5.1 被控过程数学模型的作用与要求

被控对象大都是生产中的工艺设备，它是控制系统的重要环节。无论是设计、还是操作控制系统，都需要了解被控对象的特性。

动态数学模型：输入变量与输出变量之间动态关系的数学描述。

静态数学模型：系统运行在稳定的平衡工况下，输入变量与输出变量之间的数学关系。

其他分类方式：**参数**与非参数；**连续**与离散；**定常**与时变；**线性**与非线性等。

第5章 被控过程的数学模型

数学模型的作用：

- 1、设计过程控制系统及整定控制参数的重要依据；
- 2、指导生产工艺及其设备的设计与操作；
- 3、对被控过程进行仿真研究；
- 4、培训运行操作人员；
- 5、工业过程的故障检测与诊断。

数学模型的要求：

总得原则：一是尽量简单，二是正确可靠。

第5章 被控过程的数学模型

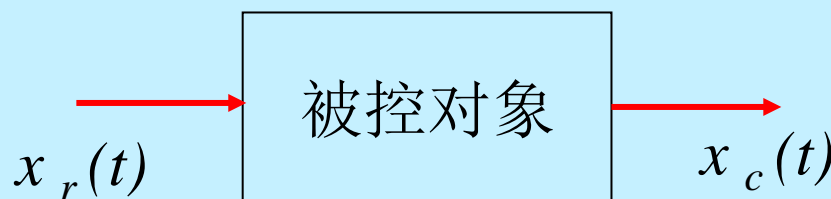
1、如果数学模型是根据输入输出数据估计得到的，选用的数学模型越复杂，需要计算的模型参数就越多。

计算过程的近似处理及误差积累，难以保证精度和模型的准确性；

2、当采用前馈控制、解耦控制等方法时，模型过于复杂，则控制规律和算法也会比较复杂、很难实现；

3、模型太复杂，控制系统进行在线参数整定与系统优化的计算量大，难以保证实时性。

最常用的是传递函数。主要采用具有纯滞后的一阶和二阶模型，带纯滞后的一阶最常用。



$$W(s) = \frac{X_c(s)}{X_r(s)}$$

第5章 被控过程的数学模型

5.2 建立被控过程数学模型的基本方法

求对象的数学模型有两条途径：

□ **机理法：**根据生产过程的内部机理，列写出有关的平衡方程，从而获取对象的数学模型。

机理法建模的**首要条件**是必须对生产过程的机理有充分的了解，并能比较准确地用数学语言加以描述。

机理法建模的基础是物质与能量平衡关系，利用物质与能量平衡的基本关系及相应的物理、化学定理，列写出相应的方程，并进行一定的运算、变换即可得到需要的传递函数。

第5章 被控过程的数学模型

常用的简化方法：1、一开始就引入假定，使复杂的方程简化；2、在得到较复杂的高阶方程后，用低阶方程去近似；3、对得到的原始模型进行仿真，得到一系列响应曲线，再用低阶模型近似。

□ 测试法：通过实验测试，来识别对象的数学模型。

混合法：由于影响生产过程的因素较多，单纯用机理法建模较困难，一般用机理法的分析结论，指导测试结果的辨识。

第5章 被控过程的数学模型

5.3 机理法建模

5.3.1 机理法建模的基本原理

通过分析生产过程的内部机理，找出变量之间的关系。如物料平衡方程、能量平衡方程、化学反应定律、电路基本定律等，从而导出对象的数学模型。被控变量与控制变量的变化都与物质和能量的流动与转换有密切关系，这一点是机理法建模的重要依据。

1、流入量与流出量

2、静态平衡与动态平衡

第5章 被控过程的数学模型

物质与能量的动态平衡关系可表示为：

单位时间内被控过程流入量与流出量之差等于被控过程内部的存储变化率。

即

单位时间内物质/能量流入量－单位时间内物质/能量流出量＝被控过程内部物质/能量存储量的变化率

物质与能量的平衡关系是反映过程特性的基本关系，也是机理法建立被控过程的数学模型的基础。

第5章 被控过程的数学模型

机理法建模的步骤：

- 1、根据过程和模型使用目的作出合理假设
- 2、根据被控过程内在机理建立数学模型
- 3、简化

5.3.2单容过程建模

当对象的输入输出可以用一阶微分方程式来描述时，称为单容过程或一阶特性对象。大部分工业对象可以用一阶特性描述。

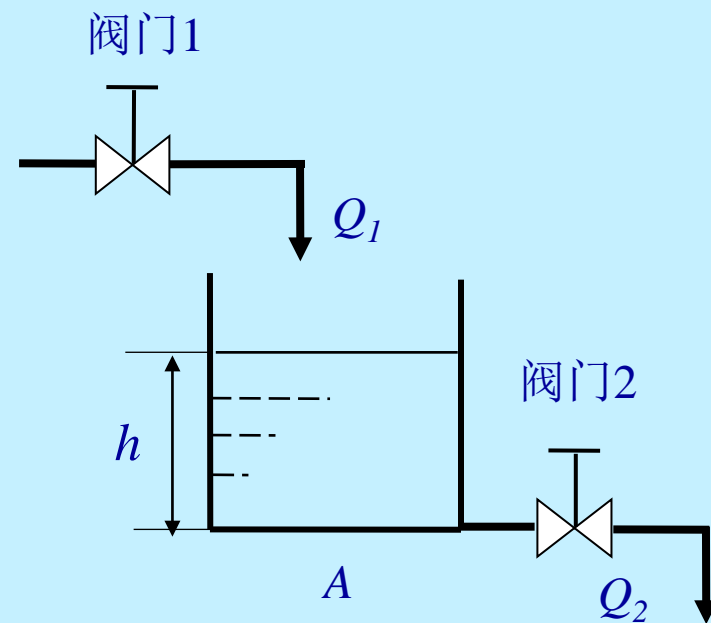
典型代表是水槽的水位特性。

第5章 被控过程的数学模型

5.3.2.1 单容贮液箱液位过程I

如图是一个水槽，水经过阀门1不断地流入水槽，水槽内的水又通过阀门2不断流出。工艺上要求水槽的液位 h 保持一定数值。在这里，水槽就是被控对象，液位 h 就是被控变量。

如果想通过调节阀门1来控制液位，就应了解进水流量 Q_1 变化时，液位 h 是如何变化的。



第5章 被控过程的数学模型

此时，对象的输入量是流入水槽的流量 Q_1 ，对象的输出量是液位 h 。

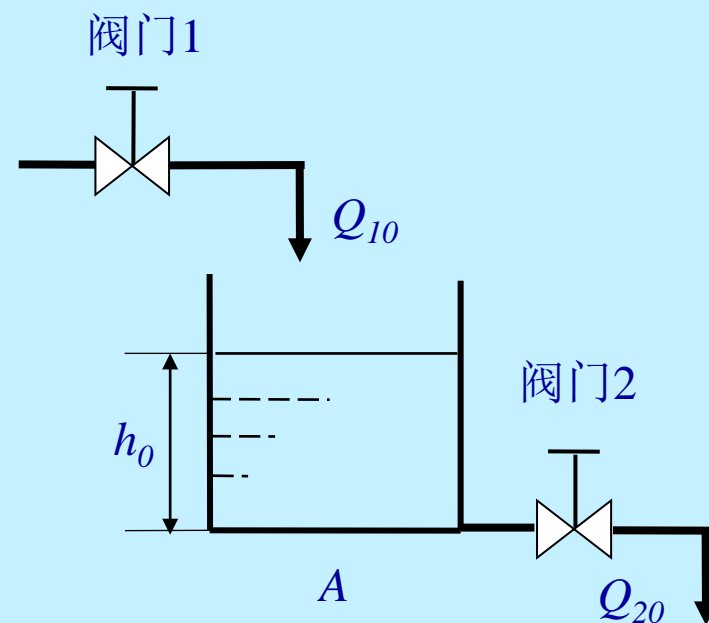
机理建模步骤：

从水槽的物料平衡关系考虑，找出表征 h 与 Q_1 关系的方程式。

设水槽的截面积为 A

$Q_{10} = Q_{20}$ 时，系统处于平衡状态，即静态。

这时液位稳定在 h_0 。



第5章 被控过程的数学模型

假定某一时刻，阀门1突然开大 $\Delta\mu_1$ ，则 Q_1 突然增大，不再等于 Q_2 ，于是 h 也就开始变化。

Q_1 与 Q_2 之差被囤积在水槽中，造成液位上升。

$$(\Delta Q_1 - \Delta Q_2) / A = d\Delta h / dt$$

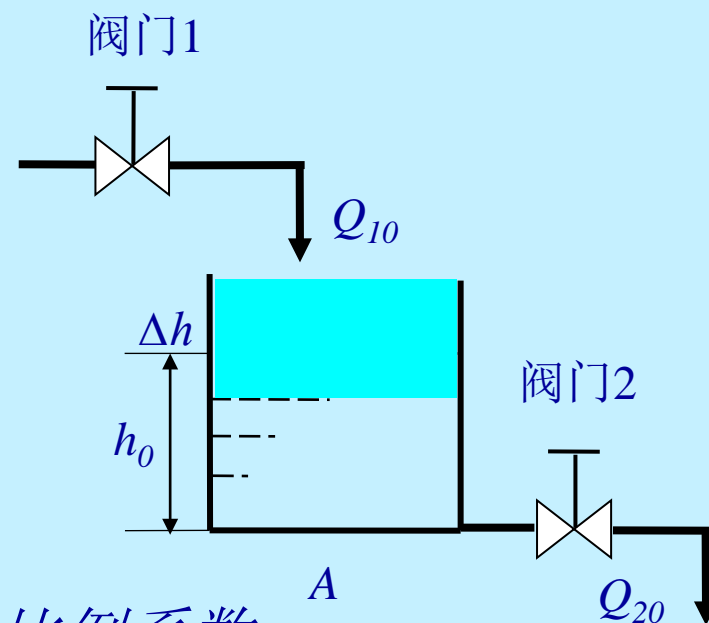
思考题 $\Delta Q_2 = \frac{\Delta h}{R_s}$

$$\Delta Q_1 = K_\mu \Delta\mu_1$$

式中：

R_s ——阀门2阻力系数； K_μ ——阀门1比例系数；

μ_1 ——阀门1的开度；



第5章

被控过程的数学模型

解得
$$\frac{d\Delta h}{dt} = \frac{1}{A} (K_{\mu} \Delta \mu_1 - \frac{1}{R_s} \Delta h)$$

即
$$AR_s \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = K_{\mu} R_s \Delta \mu_1$$

令: $T = AR_s$ ——时间常数; $K = K_{\mu} R_s$ ——放大倍数。

写成标准形式
$$T \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = K \Delta \mu_1$$

进行拉氏变换
$$TsH(s) + H(s) = K\mu_1(s)$$

传递函数为:
$$\frac{H(s)}{\mu_1(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$$

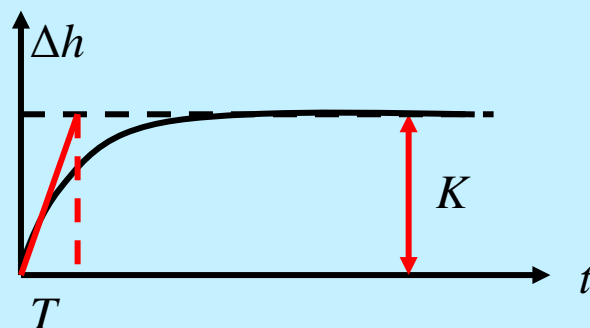
第5章 被控过程的数学模型

阶跃响应（飞升）曲线

输入量 μ_1 阶跃变化（ $\Delta\mu_1$ ）时，其输出（ Δh ）随时间变化的曲线。



因
$$\frac{H(s)}{\mu_1(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad \mu_1(s) = \frac{1}{s}$$



则
$$H(s) = \frac{K}{Ts + 1} \cdot \frac{1}{s}$$

时域表达式
$$\Delta h = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})\Delta\mu_1$$

又称一阶惯性特性或单容特性

第5章 被控过程的数学模型

对象的特性参数 K 、 T 反映了对象的物理本质。

因为工艺过程就是能量或物质的交换过程，在此过程中，肯定存在能量的储存和阻力。

(1) 容量系数——反映对象存储能量的能力。

如水槽面积 A ，它影响时间常数 T 的大小。

$$T = AR_S$$

(2) 阻力系数——反映对象对物料或能量传递的阻力。

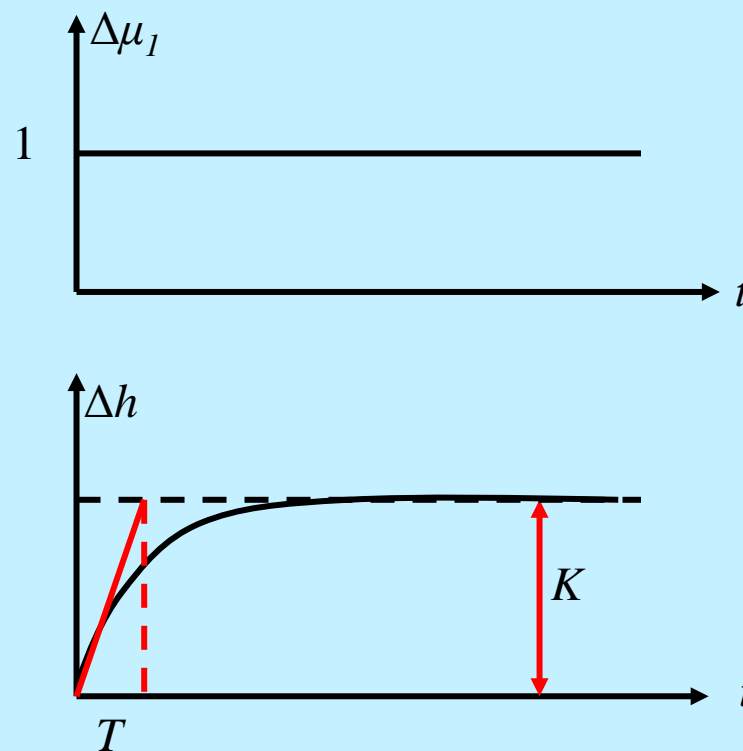
如阀门阻力系数 R_S ，它影响放大系数 K 的大小。

$$K = K_\mu R_S$$

第5章 被控过程的数学模型

5.3.2.2 被控过程的自衡特性与单容贮液箱液位过程II

从一阶惯性特性曲线可以看出，对象在扰动作用下，其平衡状态被破坏后，在没有人工干预或调节器干预下，能自动达到新的平衡状态，这种特性称为“**自衡特性**”。



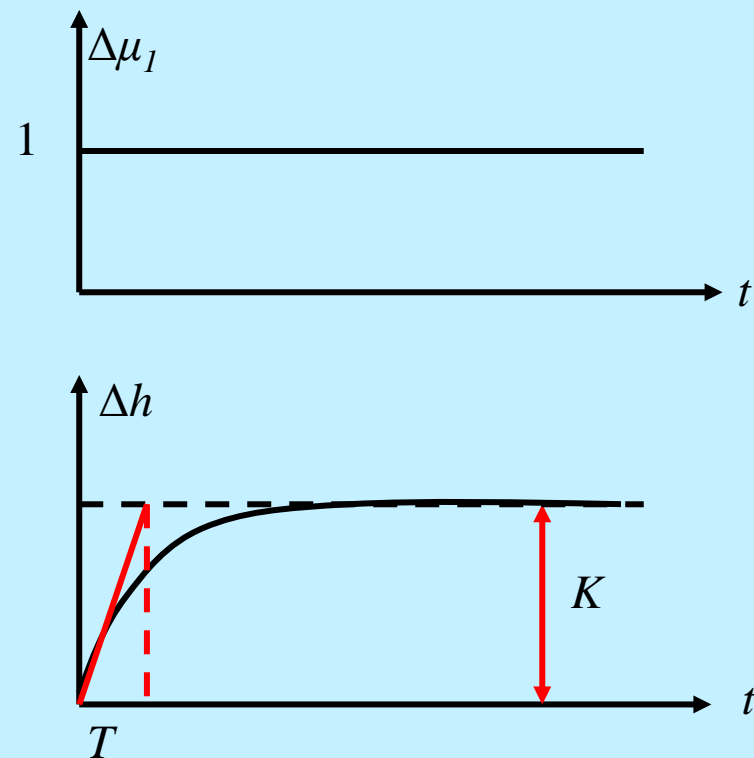
用**自衡率** ρ 表征对象自衡能力的大小

第5章 被控过程的数学模型

$$\rho = \frac{\Delta\mu_1}{\Delta h(\infty)} = \frac{1}{K}$$

与放大系数 K 互为倒数

如果 ρ 大，说明对象的自衡能力大。即对象能以较小的自我调整量 $\Delta h(\infty)$ ，来抵消较大的扰动量 $\Delta\mu_1$ 。



并不是所有被控过程都具有自衡特性。同样的单容水槽如果出水用泵抽出，则成为无自衡特性。

第5章 被控过程的数学模型

单容无自衡特性

若阀门1突然开大 $\Delta\mu_1$ ，则 Q_1 增大， Q_2 不变化。

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = A \frac{d\Delta h}{dt}$$

$$\Delta Q_1 = K_\mu \Delta\mu_1$$

$$\Delta Q_2 = 0$$

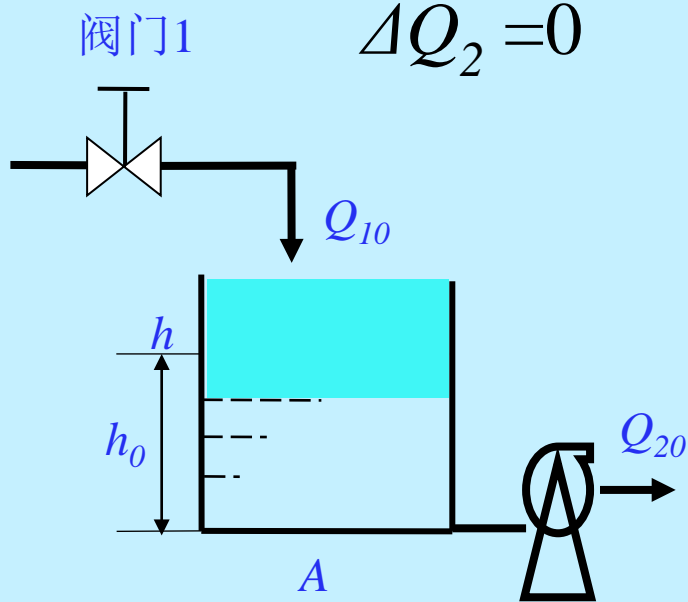
}

$$A \frac{d\Delta h}{dt} = K_\mu \Delta\mu_1$$

$$\text{令 } \varepsilon = \frac{K_\mu}{A} \quad \text{— 称飞升速度}$$

$$\text{则: } \frac{d\Delta h}{dt} = \varepsilon \Delta\mu_1$$

$$\text{传函: } W(s) = \frac{H(s)}{\mu_1(s)} = \frac{\varepsilon}{s}$$

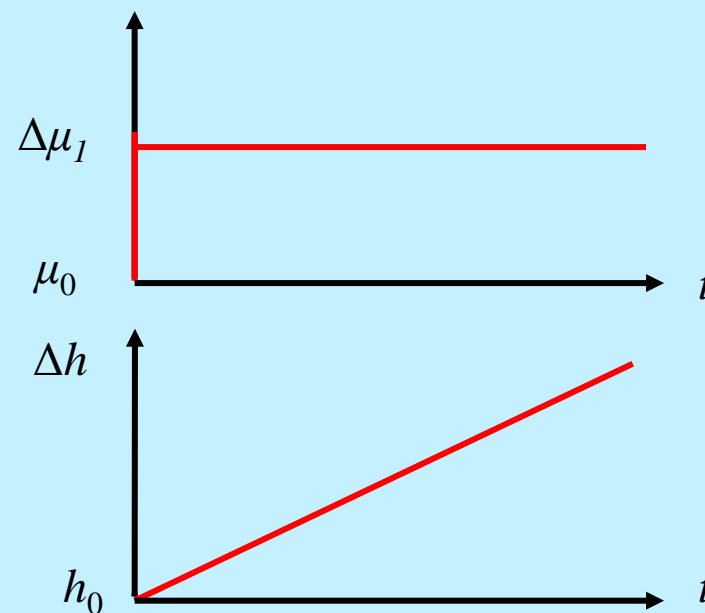
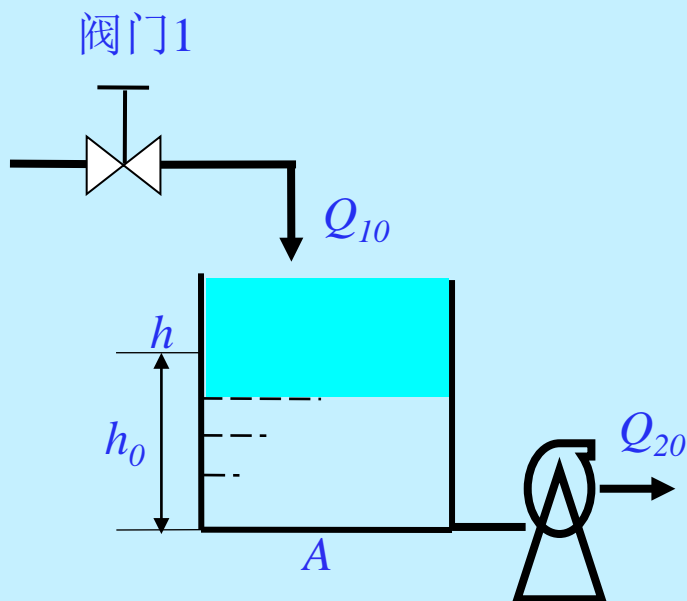


第5章 被控过程的数学模型

若阀门1阶跃增大 $\Delta\mu_1$ ，则 $\Delta h(t)$ 持续增长。

即： $\Delta h(t) = \int \varepsilon \Delta\mu_1 dt$

—又称积分特性

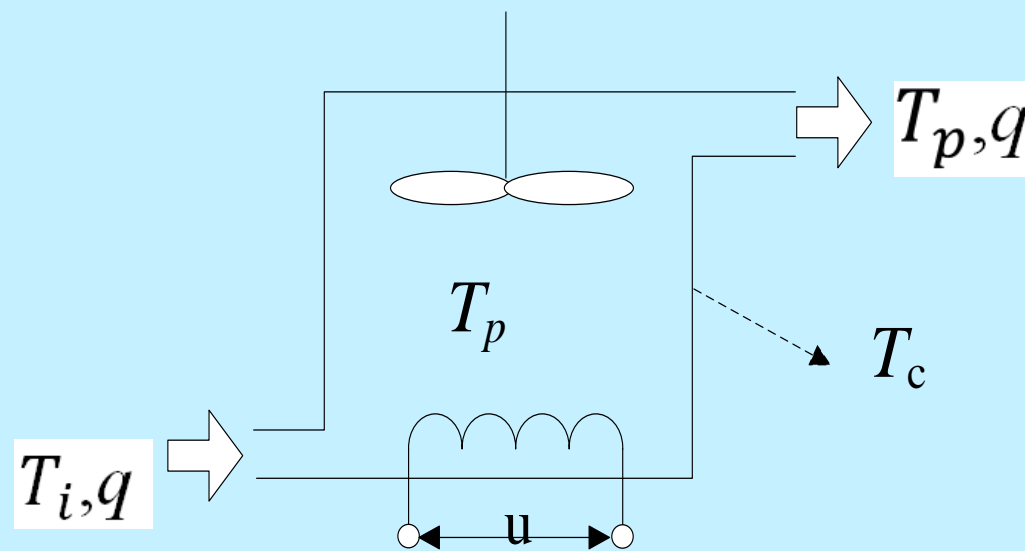


非自衡单容液位控制过程阶跃
响应曲线

第5章 被控过程的数学模型

5.3.2.3 单容温度过程建模及其他单容过程

如右图所示是某电容电加热过程，容器内物料的总热容为 C ，液体的比热容为 C_p ，流体流量（流入、流出相等）为 q ，液体以温度 T_i 流入加热容器，以温度 T_p 流出加热容器。求电加热电压 u 和液体输出温度 T_p 之间的关系。

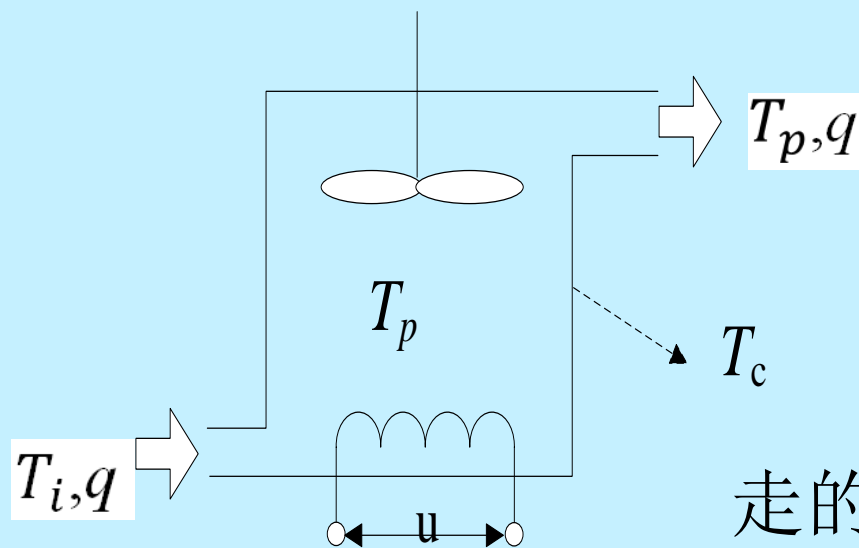


单电容电加热热力过程

第5章

被控过程的数学模型

把加热器看作一个独立的隔离体，设容器所在的环境温度为 T_c 。根据能量平衡关系，单位时间进入容器的热量 Q_i 与单位时间流出的热量 Q_o 之差等于容器内热量储存的变化率。



$$Q_i - Q_o = C \frac{dT_p}{dt}$$

而 $Q_i = Q_e + qC_p T_i$

式中 $qC_p T_i$ 为流入液体带走的热量。

$$Q_o = Q_r + qC_p T_p$$

式中 Q_r 为容器向周围散发的热量。

第5章

被控过程的数学模型

$$Q_r = AK_r(T_p - T_c)$$

当加热处于稳态时，即 T_p 保持不变，此时，从加热器输出的热量 Q_o 等于从外部输入的热量 Q_i 。

$$Q_i - Q_o = C \frac{dT_p}{dt} = 0$$

用增量表示变量对于稳态值的变化量可得：

$$\Delta Q_i - \Delta Q_o = C \frac{d\Delta T_p}{dt}$$

假设 q ， T_i ， T_c 不变，所以有

$$\Delta Q_i = \Delta(Q_e + qC_p T_i) = \Delta Q_e + 0 = \Delta Q_e$$

$$\Delta Q_o = \Delta(AK_r(T_p - T_c) + qC_p T_p) = (AK_r + qC_p)\Delta T_p$$

第5章

被控过程的数学模型

综合上述各式可得

$$\Delta Q_e - (AK_r + qC_p)\Delta T_p = C \frac{d\Delta T_p}{dt}$$

在工作点附近进行线性化处理可得

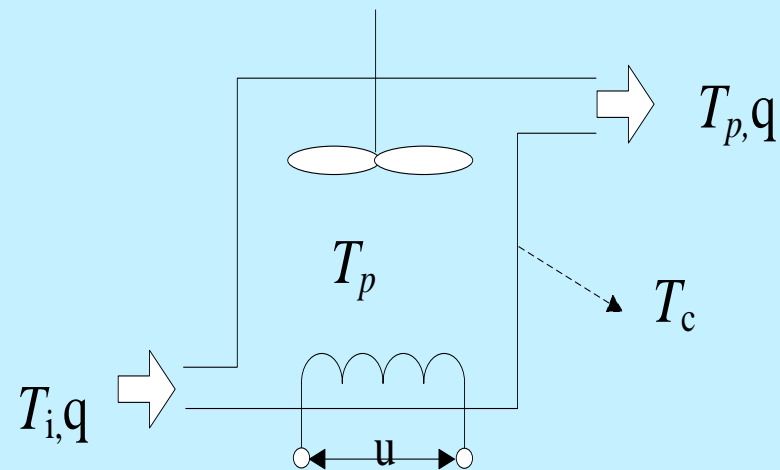
$$\Delta Q_e = K_q \Delta u$$

代入上式可得

$$K_q \Delta u - (AK_r + qC_p)\Delta T_p = C \frac{d\Delta T_p}{dt}$$

进行拉氏变换可得 $T_p(s) = \frac{K}{Ts + 1}$

$$\text{其中 } T = \frac{C}{AK_r + qC_p} \quad K = \frac{K_q}{AK_r + qC_p}$$



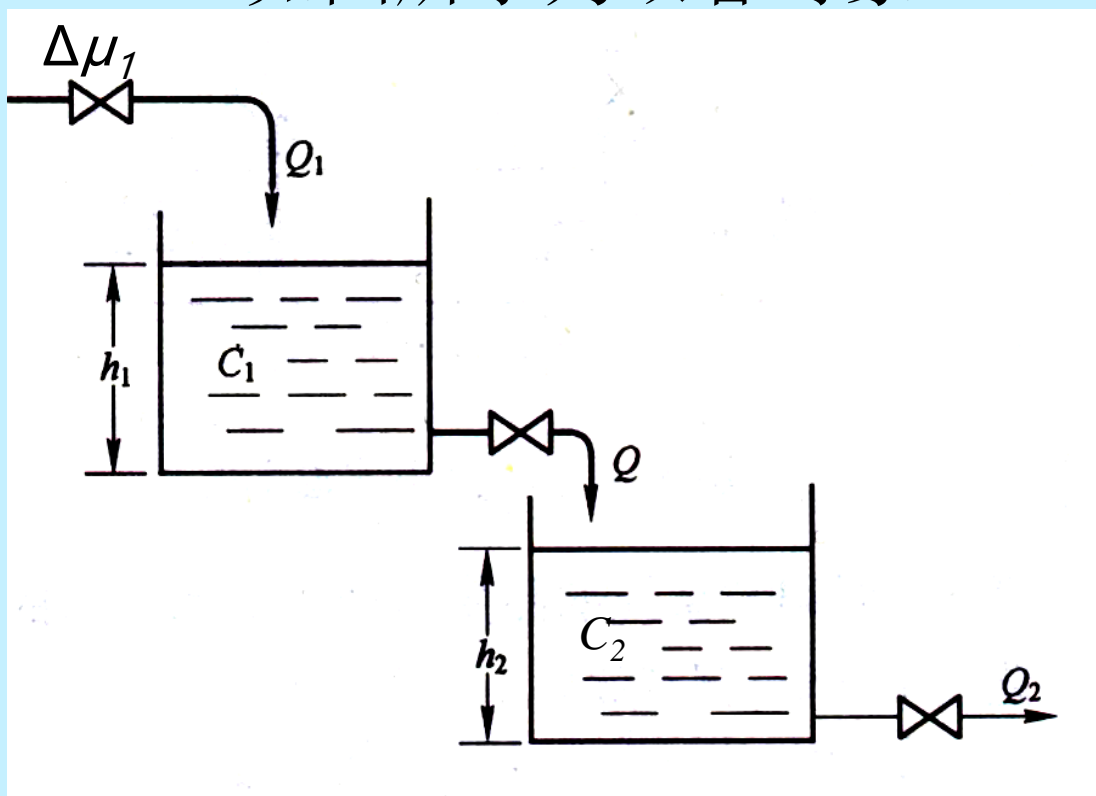
第5章 被控过程的数学模型

5.3.3 多容过程建模

有一个以上贮蓄容量的过程称为多容过程。

5.3.3.1 多容液位过程

如图所示为双容对象。



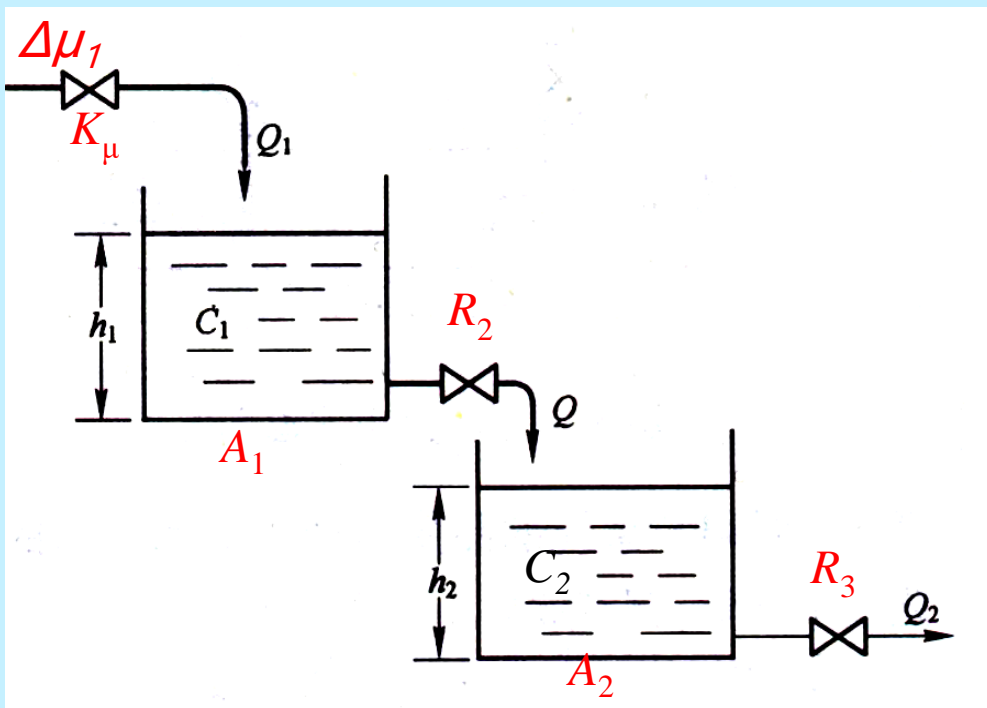
由两个一阶惯性环节串联起来，操纵变量是 $\Delta\mu_1$ ，被控变量是第二个水槽的水位 h_2 。

第5章 被控过程的数学模型

可以求出传递函数：

$$W(s) = \frac{H_2(s)}{\mu_1(s)} = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

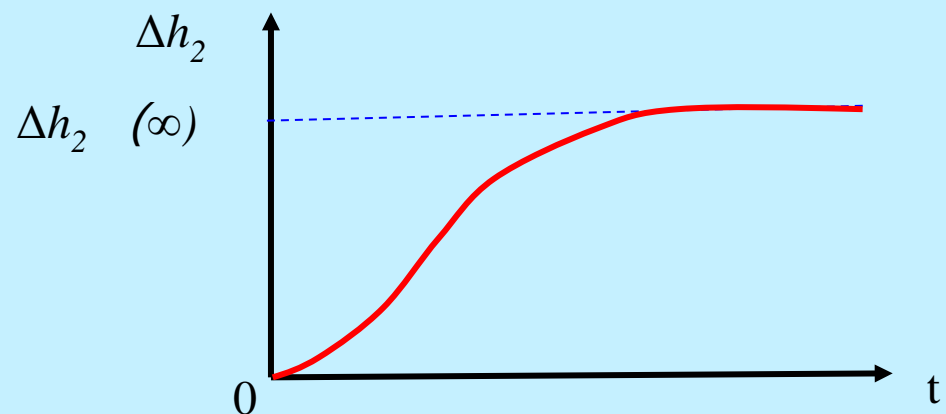
式中： $T_1 = A_1 R_2$ $T_2 = A_2 R_3$ $K = K_\mu R_3$



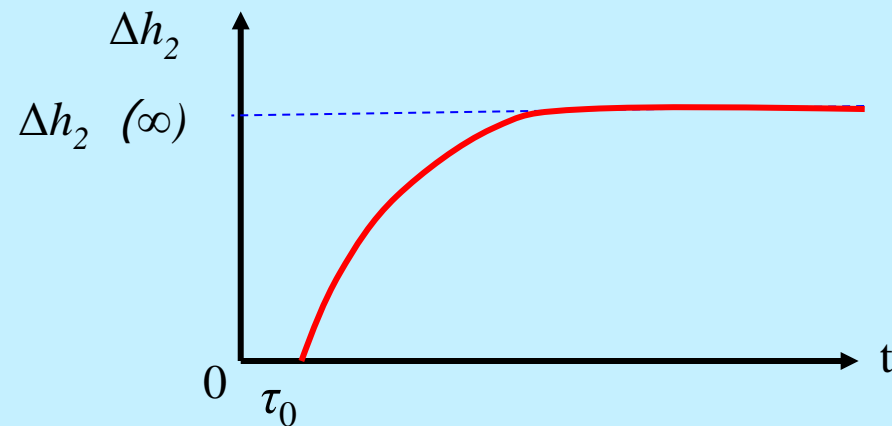
由两个一阶惯性特性乘积而成。又称二阶惯性。

第5章 被控过程的数学模型

当输入量是阶跃增量 $\Delta\mu_1$ 时，被控变量 Δh_2 的反应（飞升）曲线呈S型。



为简化数学模型，可以用带滞后的单容过程来近似。



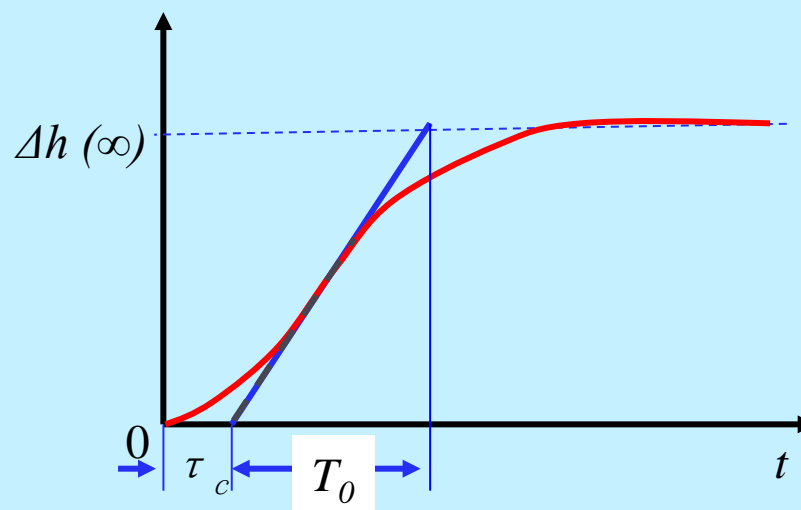
所谓**滞后**是指被控变量的变化落后于扰动变化的时间。

第5章 被控过程的数学模型

在S形曲线的拐点上作一切线，若将它与时间轴的交点近似为反应曲线的起点，则曲线可表达为带滞后的一阶特性：

$$\Delta h_2(t) = \begin{cases} K_0 \Delta \mu_1 (1 - e^{-\frac{-(t-\tau_c)}{T_0}}) & t \geq \tau_c \\ 0 & t < \tau_c \end{cases}$$

$$W(s) = e^{-s\tau_c} \frac{K_0}{T_0 s + 1}$$



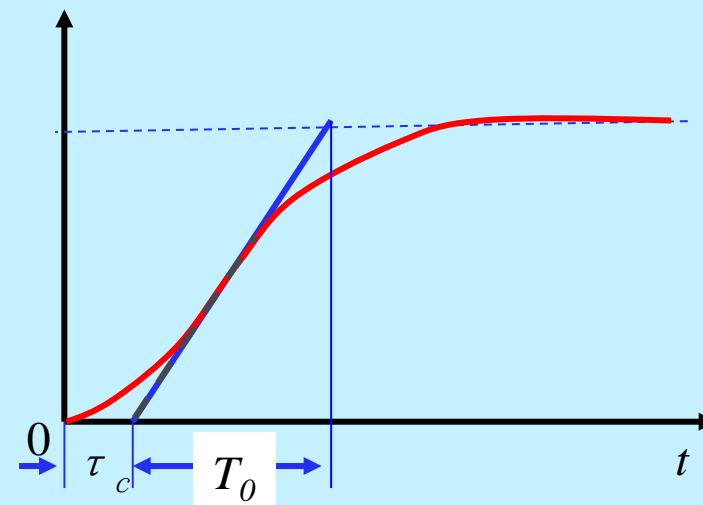
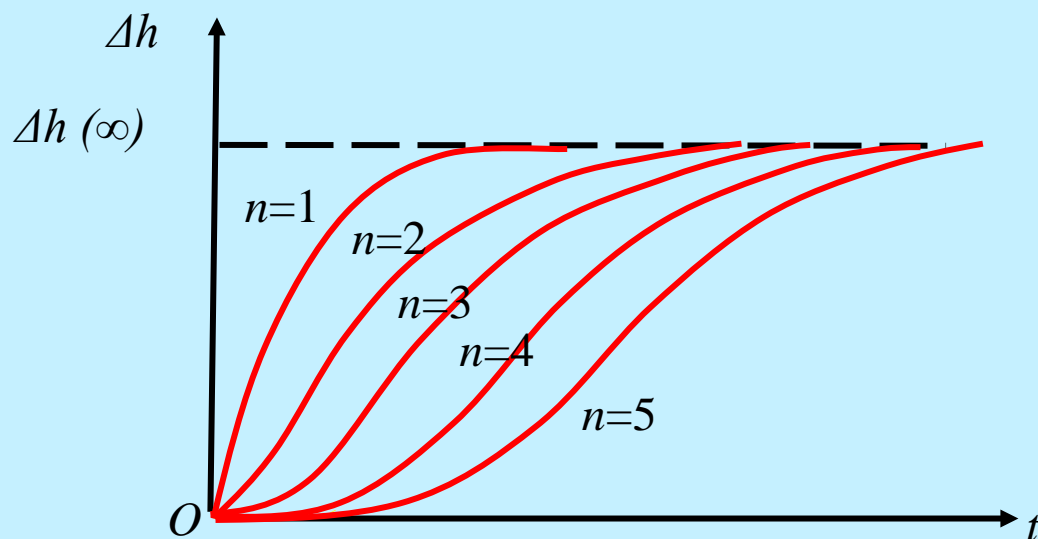
第5章 被控过程的数学模型

5.3.3.2 容量滞后与纯滞后

1. 容量滞后

切线在时间轴上截出的时间段 τ_c 为容量滞后。

被控过程的容量系数 C 越大， τ_c 越大；容量个数越多（阶数 n 越多），阶跃响应曲线上升越慢。



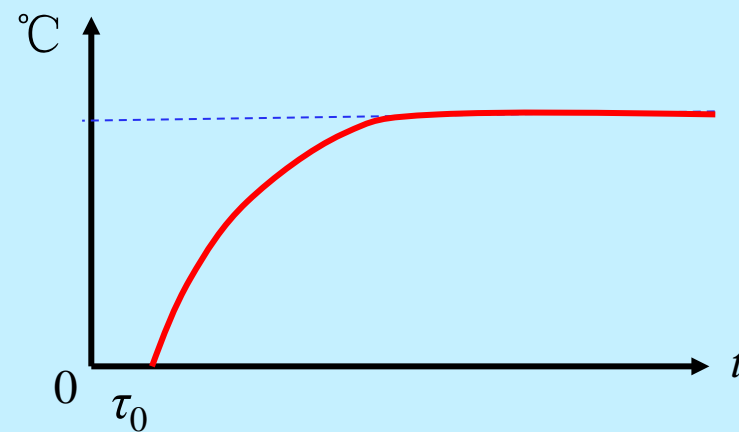
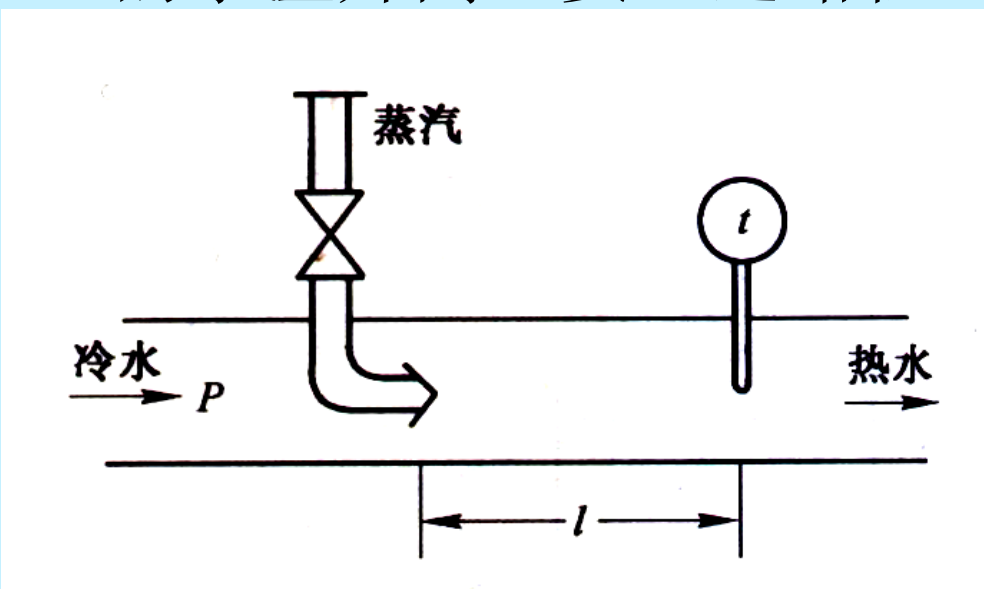
第5章

被控过程的数学模型

2. 纯滞后

由信号或能量的传输时间造成的滞后现象，是纯粹的滞后。

如图是一个用蒸汽来控制水温的系统。蒸汽作用点与被调量测量点相隔 l 距离，蒸汽量阶跃增大引起的水温升高，要经过路程 l 后才反应出来。



第5章

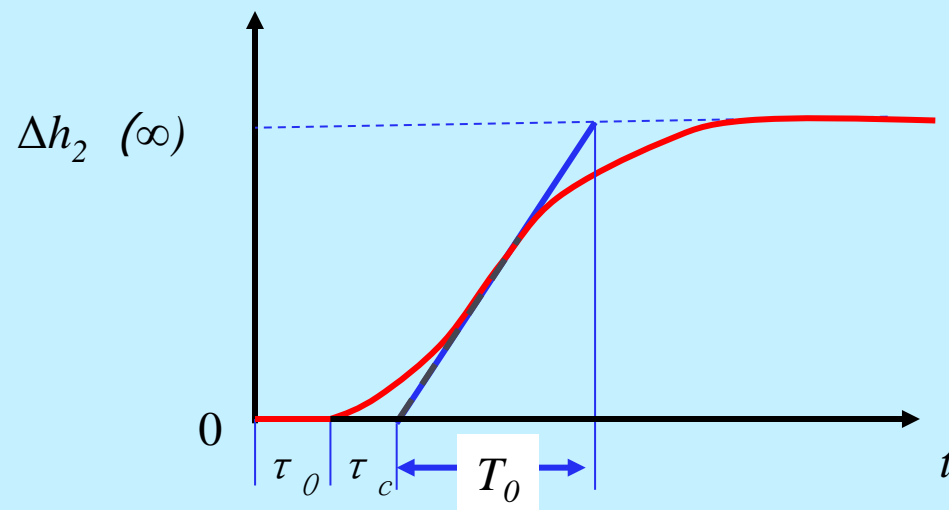
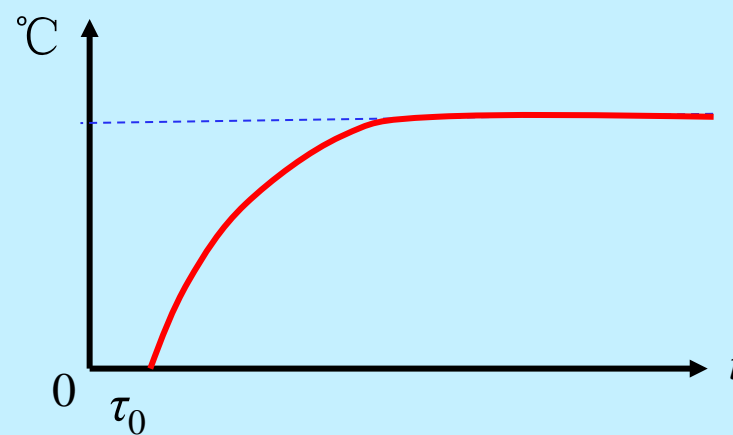
被控过程的数学模型

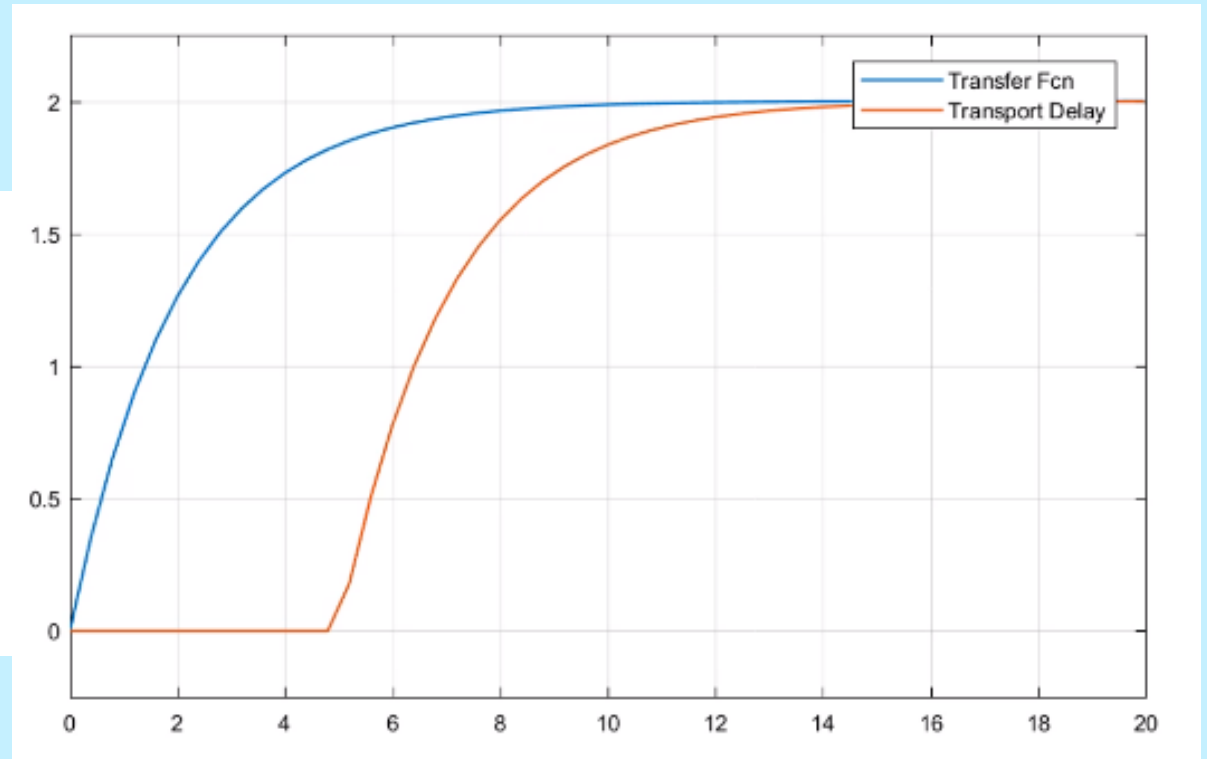
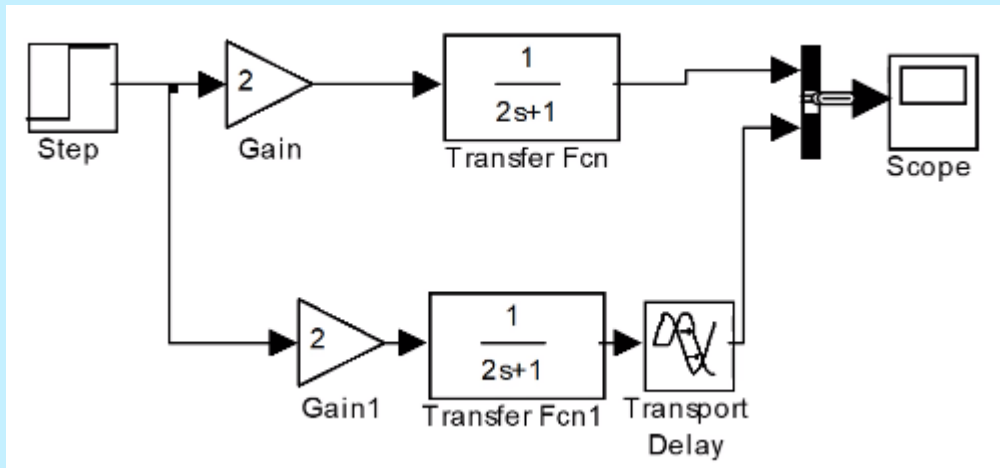
纯滞后时间 $\tau_0 = \frac{l}{v}$

v —— 水的流速;

❖ 有些对象容量滞后与纯滞后同时存在，很难严格区分。常把两者合起来，统称为滞后时间 τ 。

$$\tau = \tau_0 + \tau_c$$





第5章 被控过程的数学模型

5.4测试法建模

根据工业过程中某因果变量的实测数据，进行数学处理后得到的数学模型。

测定对象特性的实验方法主要有三种：

（1）时域法——输入阶跃或方波信号，测对象的飞升曲线或方波响应曲线。

（2）频域法——输入正弦波或近似正弦波，测对象的频率特性。

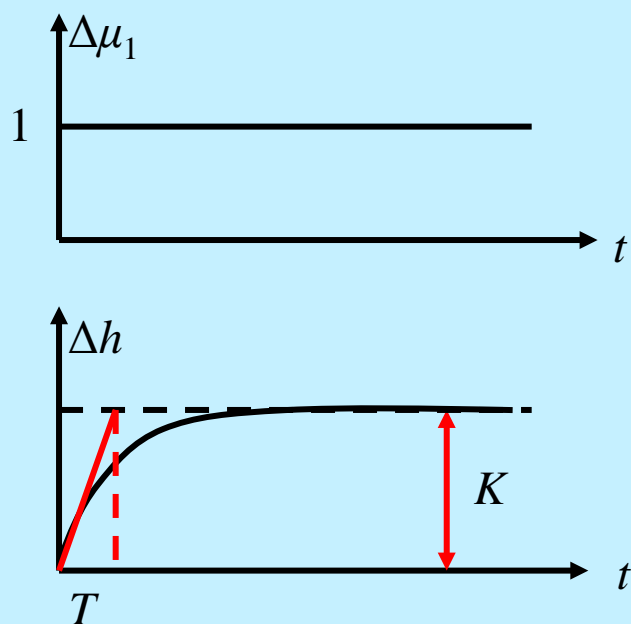
（3）统计相关法——输入随机噪音信号，测对象参数的变化。

第5章 被控过程的数学模型

5.4.1 阶跃响应曲线法建模

给对象输入一阶跃信号或方波信号测其输出响应。

1. 阶跃响应曲线的直接测定



在被控过程处于开环、稳态时，将选定的输入量做一阶跃变化（如将阀门开大），测试记录输出量的变化数据，所得到的记录曲线就是被控过程的阶跃响应曲线。

第5章 被控过程的数学模型

为了得到可靠的测试结果，应注意以下事项：

1、合理选择阶跃信号的幅度

一般阶跃扰动量取为被控过程正常输入信号的5%-15%.

2、试验时被控过程应处于相对稳定的工况

3、仔细记录阶跃曲线的起始部分

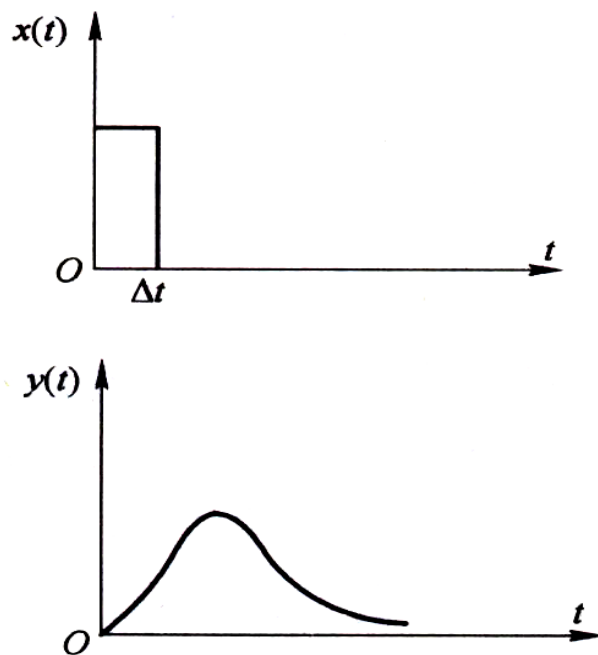
对有自衡能力的被控过程，试验过程应在输出信号达到新的稳定值时结束；对无自衡能力的被控过程，则应在输出信号变化速度不再改变时结束。

4、多次测试，消除非线性

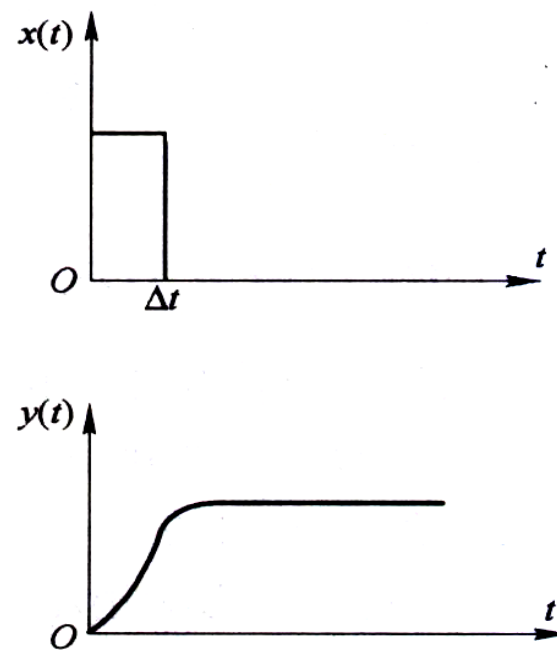
第5章 被控过程的数学模型

2. 矩形脉冲法测定被控过程的阶跃响应曲线

有些工艺对象不允许长时间施加较大幅度的扰动，那么施加脉宽为 Δt 的方波脉冲，得到的响应曲线称为“方波响应”。



(a) 有自衡对象的响应特性



(b) 无自衡对象的响应特性

第5章 被控过程的数学模型

方波响应可以转换成飞升曲线。

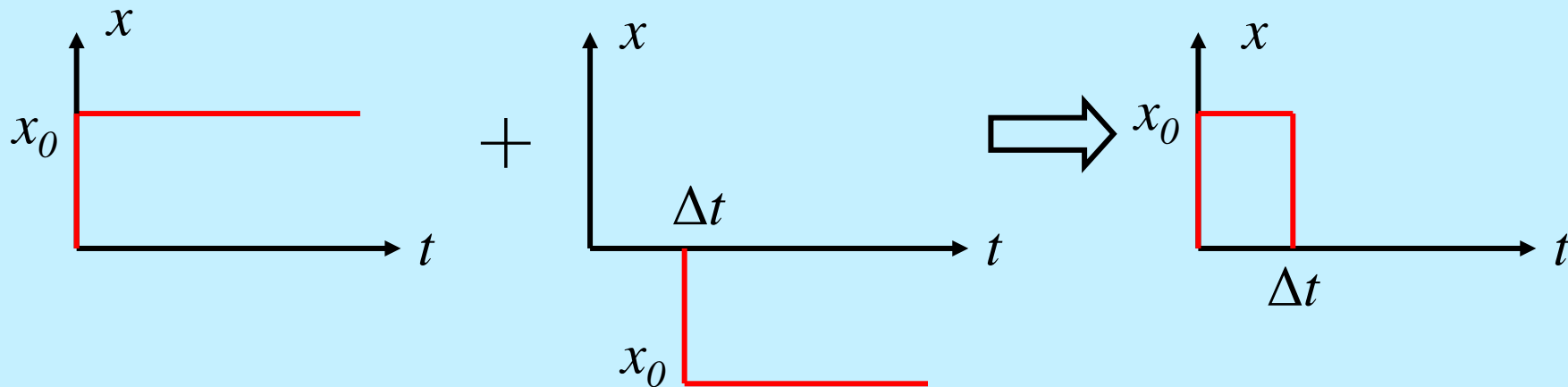
原理：方波信号是两个阶跃信号的代数和。

一个是在 $t = 0$ 时加入的正阶跃信号 $x_1(t)$

另一个是在 $t = \Delta t$ 时加入的负阶跃信号 $x_2(t)$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$\text{其中, } x_2(t) = -x_1(t - \Delta t)$$

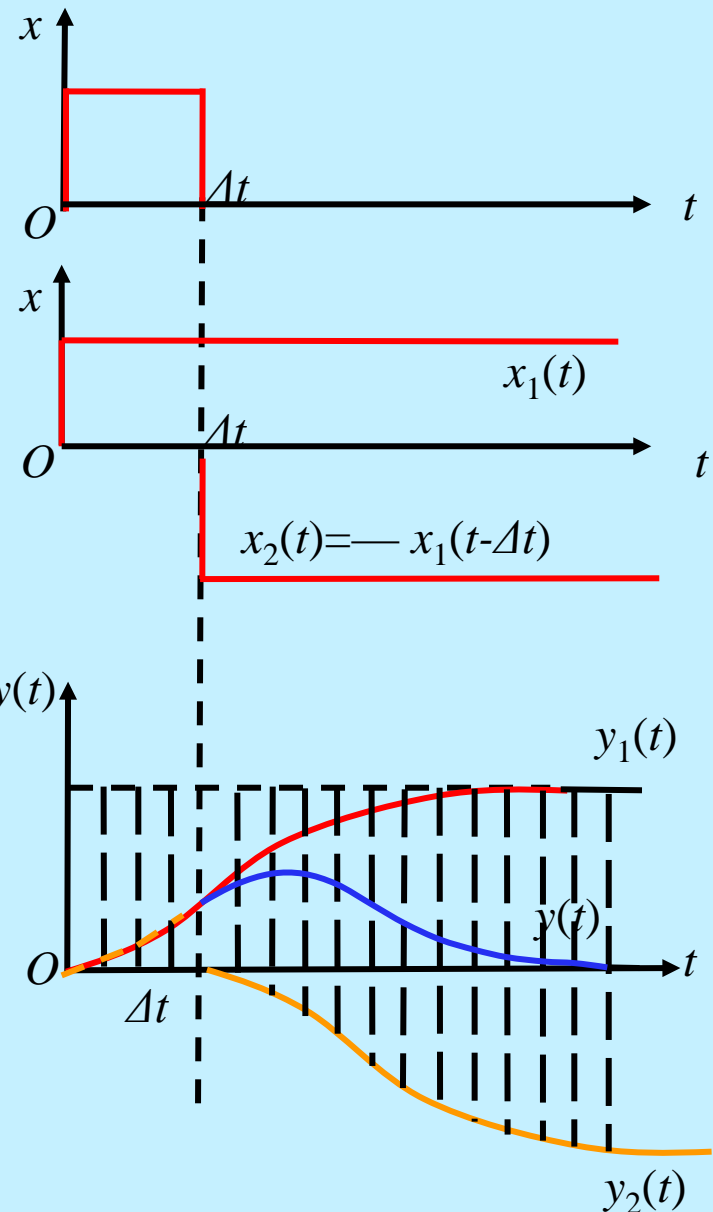


第5章 被控过程的数学模型

对应的响应也为两个阶跃响应之和：

$$\begin{aligned}y(t) &= y_1(t) + y_2(t) \\ &= y_1(t) - y_1(t - \Delta t)\end{aligned}$$

根据此式，方波响应可逐点拆分为飞升曲线 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 。



第5章 被控过程的数学模型

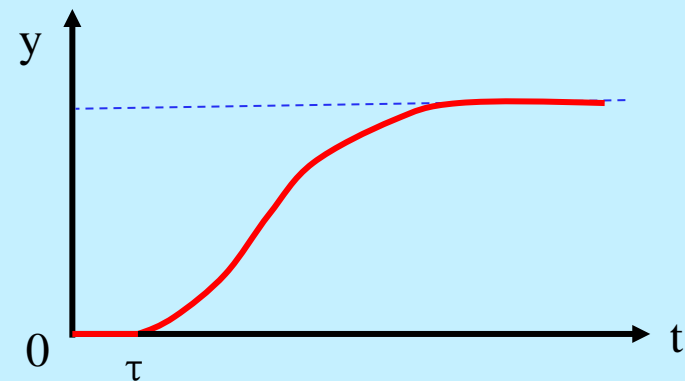
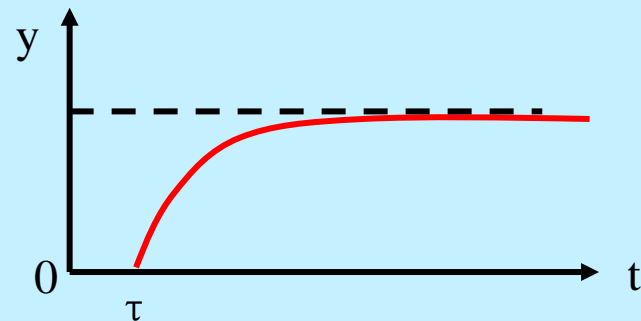
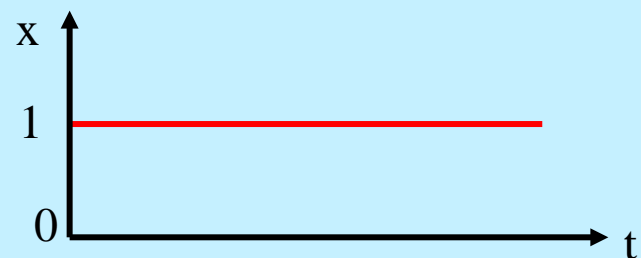
5.4.1.2 由阶跃响应曲线确定被控过程传递函数

大多数工业对象的特性可以用具有纯滞后的一阶或二阶惯性环节来近似描述：

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{Ts + 1}$$

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(Ts + 1)^n}$$



第5章 被控过程的数学模型

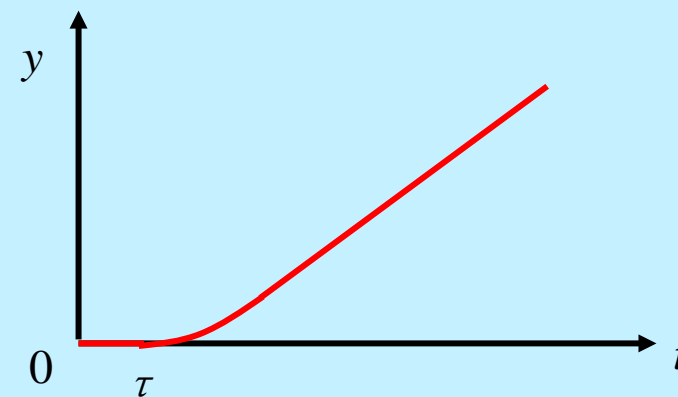
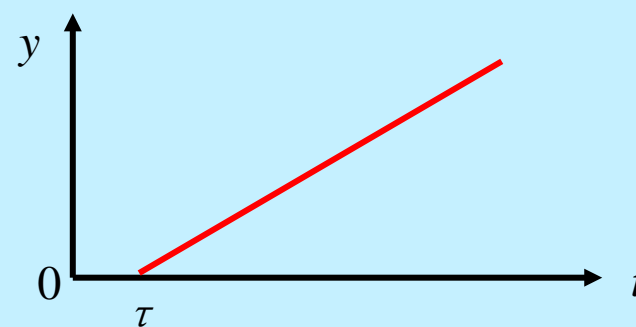
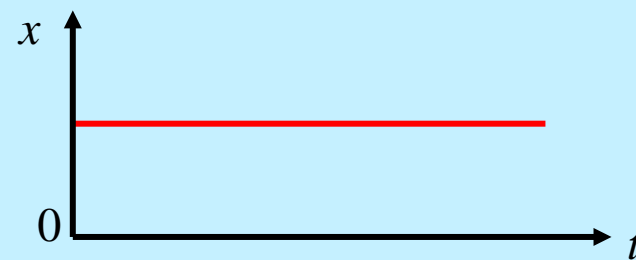
对于少数无自衡特性的对象，可用带滞后的积分特性近似描述：

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{Ts}$$

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{T_1 s(T_2 s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{T_1 s(T_2 s + 1)^n}$$

由对象的阶跃响应曲线基本可以辨识对象的特性模型结构和特性参数。



第5章 被控过程的数学模型

1.由阶跃响应曲线确定一阶惯性加滞后环节模型

一阶对象的特性参数都具有明显的物理意义：

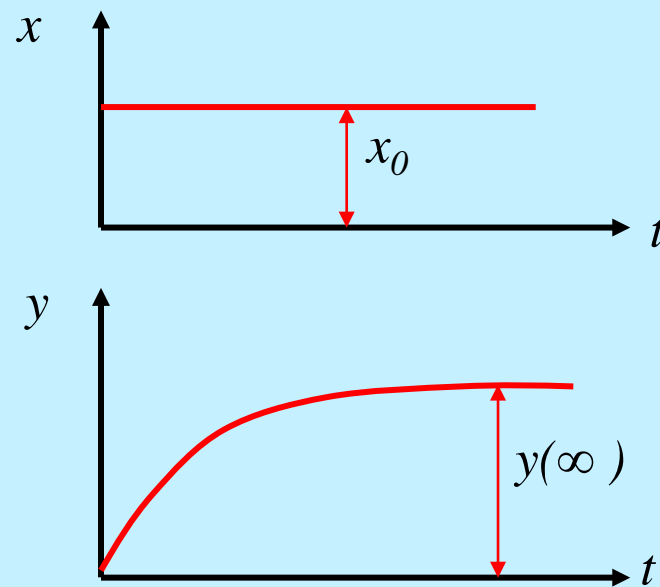
$$W(s) = e^{-s\tau} \frac{K_0}{T_0s + 1}$$

❖ 放大倍数 K 的物理意义

K 表明了稳态时，输出对输入的放大倍数。求法：

$$K = y(\infty) / x_0$$

❖ K 越大，表示对象的输入对输出的影响越大。

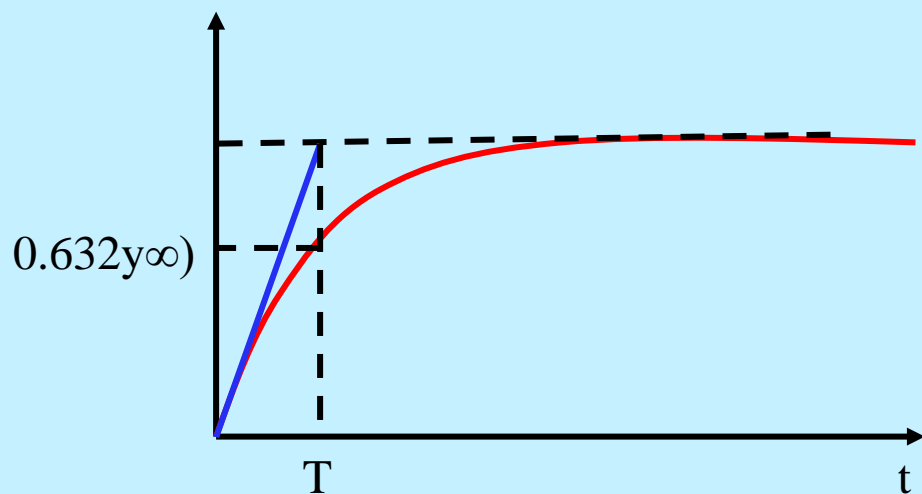


第5章 被控过程的数学模型

❖ 时间常数的物理意义

对象受到阶跃输入后，输出达到新的稳态值的63.2%所需的时间，就是时间常数 T 。

或对象受到阶跃输入后，输出若保持初始速度变化到新的稳态值所需时间就是时间常数。



求法：

$$y(t) = [Kx_0(1 - e^{-\frac{t}{T}})]_{t=T}$$

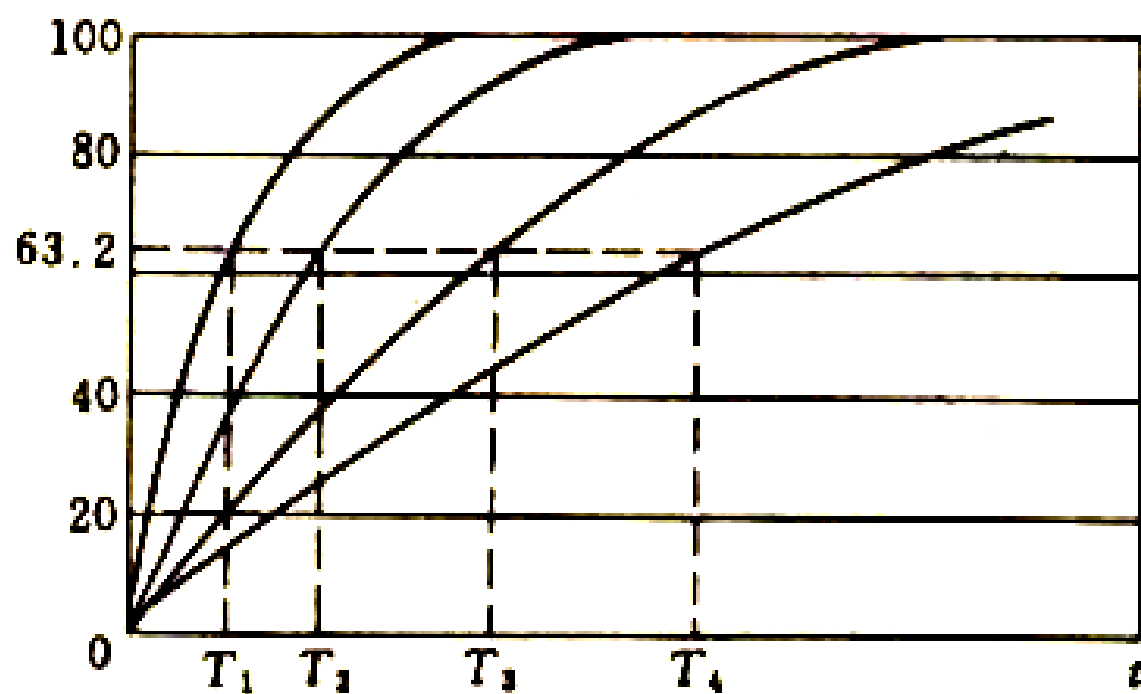
$$\begin{aligned} y(T) &= Kx_0(1 - e^{-1}) \\ &= 0.632Kx_0 \end{aligned}$$

第5章 被控过程的数学模型

❖ T 反映了对对象输出对输入的响应速度

T 越大，响应越慢。如水槽对象中 $T=AR_S$ ，说明水槽面积越大，水位变化越慢。

在相同的阶跃输入作用下，对象的时间常数不同时，被控变量的响应曲线如图所示。



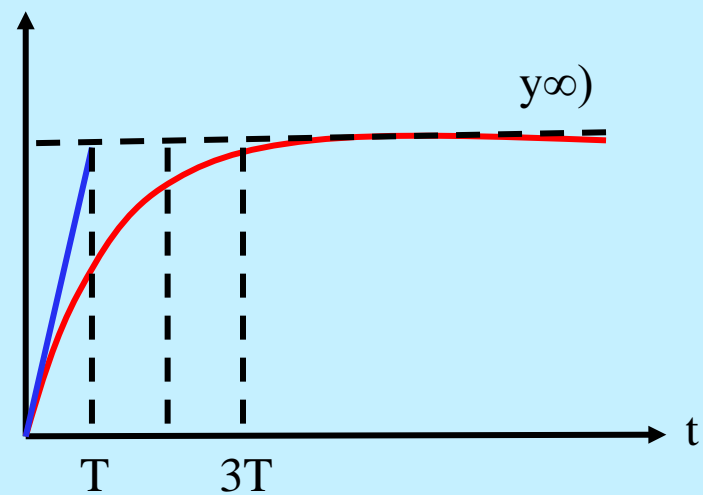
不同时间常数下的反应曲线

第5章 被控过程的数学模型

❖ T 也反映了过渡过程时间

被控变量变化到新的稳态值所需要的时间理论上需要无限长。

$$y(t) = Kx_0(1 - e^{-\frac{t}{T}})$$



当 $t \rightarrow \infty$ 时，才有 $y = Kx_0$ ，但是当 $t = 3T$ 时，便有：

$$y(3T) = Kx_0(1 - e^{-3}) \approx 0.95Kx_0 = 0.95y(\infty)$$

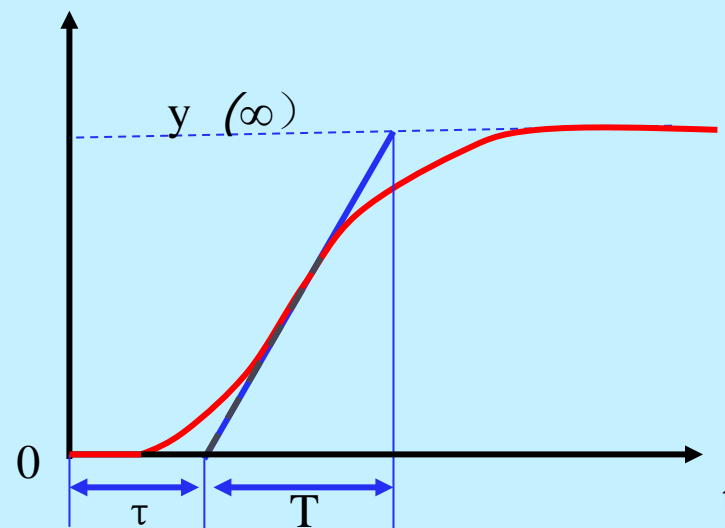
即：经过 $3T$ 时间，输出已经变化了满幅值的95%。
这时，可以近似地认为动态过程基本结束。

第5章 被控过程的数学模型

例：被控过程的单位阶跃响应是一条 S 形单调曲线，用有纯滞后的一阶环节近似描述该过程的特性。

作图法：

- 1) 在响应曲线的拐点处作一条切线，该切线与时间轴的交点切出 τ ；
- 2) 以 τ 为起点，与 $y(\infty)$ 的交点切出的时间段为 T ；
- 3) $K = y(\infty)/x_0$



$$W(S) = e^{-s\tau} \frac{K}{TS + 1}$$

第5章 被控过程的数学模型

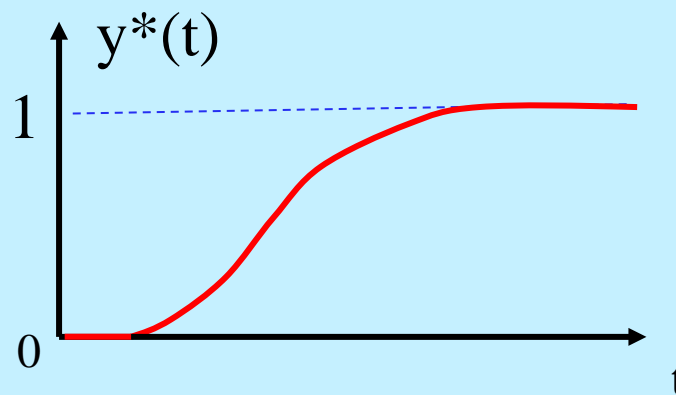
由于阶跃响应曲线的拐点不易找准，切线的方向也有较大的随意性，因而作图法求得的 T 、 τ 值误差较大。可以用算法来求特性参数。

算法的原理是根据曲线上的已知两点解方程。

两点法：

先将 $y(t)$ 转换成无量纲的形式 $y^*(t)$ 。

$$y^*(t) = \frac{y(t)}{Kx_0} = \frac{y(t)}{y(\infty)}$$



第5章 被控过程的数学模型

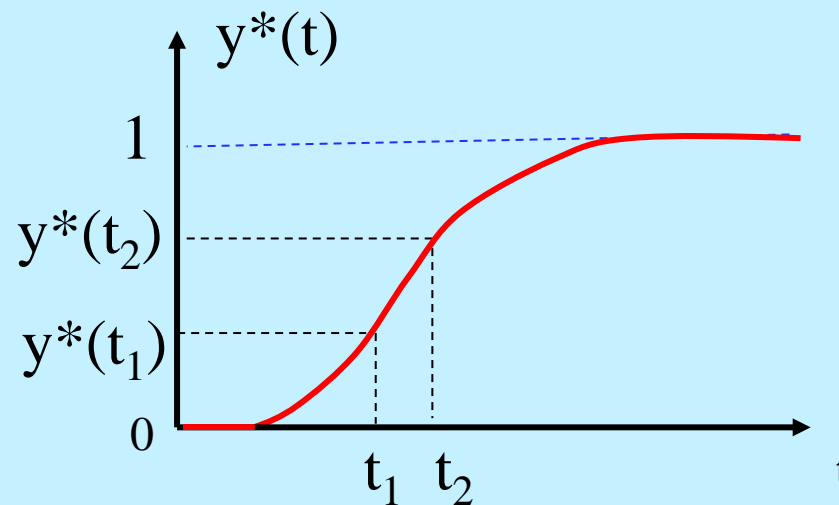
有滞后的一阶惯性环节，单位阶跃响应为：

$$y^*(t) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 - e^{-\frac{t-\tau}{T}} & t \geq \tau \end{cases}$$

在无量纲飞升曲线上，选取 t_1 、 t_2 两时刻的响应 $y^*(t)$ 的坐标值：

$$\begin{cases} y^*(t_1) = 1 - e^{-\frac{t_1-\tau}{T}} \\ y^*(t_2) = 1 - e^{-\frac{t_2-\tau}{T}} \end{cases}$$

解方程组



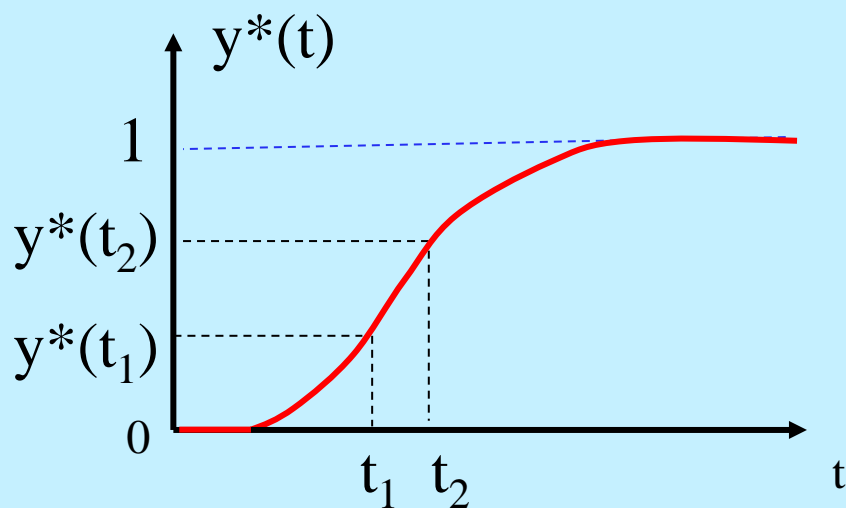
第5章 被控过程的数学模型

得

$$\tau = \frac{t_2 \ln[1 - y^*(t_1)] - t_1 \ln[1 - y^*(t_2)]}{\ln[1 - y^*(t_1)] - \ln[1 - y^*(t_2)]}$$

$$T = \frac{t_1 - t_2}{\ln[1 - y^*(t_1)] - \ln[1 - y^*(t_2)]}$$

为计算方便，取特殊两点：



$$y^*(t_1) = 0.39$$

$$y^*(t_2) = 0.63$$

则

$$\tau = 2 t_1 - t_2$$

$$T = 2 (t_1 - t_2)$$

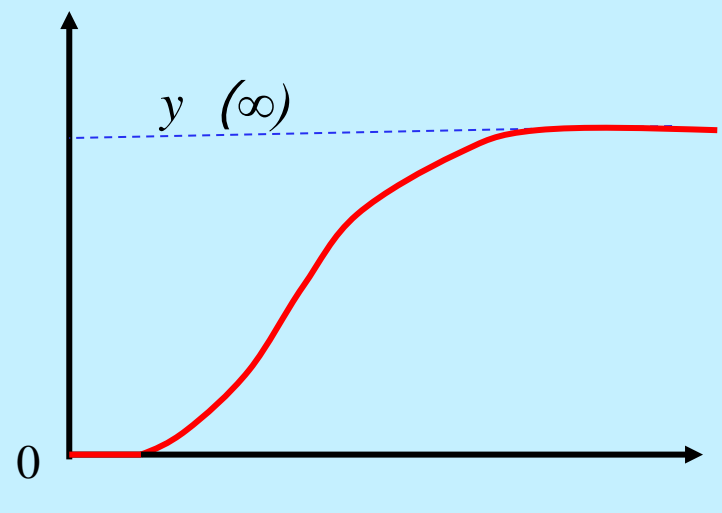
第5章

被控过程的数学模型

2、由阶跃响应曲线确定二阶及高阶模型特性参数 K, T_1, T_2, τ

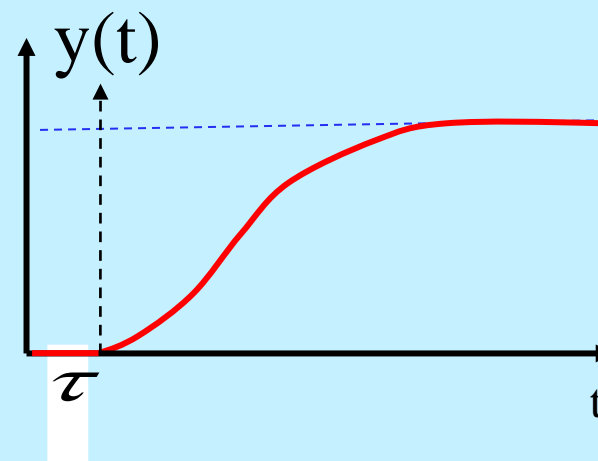
若用 $G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$

来近似如图所示的阶跃响应曲线。



放大倍数 K 为: $K = y(\infty) / x_0$

纯滞后时间 可根据阶跃响应曲线开始出现变化的时刻来确定。



第5章 被控过程的数学模型

在时间轴上截去纯滞后 τ ，化为无量纲形式的阶跃响应 $y^*(t)$

截去纯滞后并化为无量纲形式后可得到：

$$G(s) = \frac{1}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad T_1 > T_2$$

与上式对应的单位阶跃响应为：

$$y(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_2}}$$

可利用阶跃响应曲线上两个点的数据确定 T_1 和 T_2 ，一般选取 $y^*(t_1) = 0.4$ ， $y^*(t_2) = 0.8$ 两点，再从曲线上确定对应的 t_1 和 t_2 。

第5章

被控过程的数学模型

可得到方程组：

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_1}{T_1}} - \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_1}{T_2}} &= 0.6 \\ \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_2}{T_1}} - \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t_2}{T_2}} &= 0.2 \end{aligned} \right\}$$

可求出近似解：

$$T_1 + T_2 \approx \frac{1}{2.16} (t_1 + t_2)$$

$$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \approx 1.74 \frac{t_1}{t_2} - 0.55$$

第5章

被控过程的数学模型

当 $0.32 < t_1 < 0.46$ 时，被控过程可近似为二阶惯性环节；
当 $t_1 / t_2 < 0.32$ 时，被控过程可近似为一阶惯性环节；
当 $t_1 / t_2 = 0.32$ 时，被控过程可近似为一阶惯性环节，
时间常数为：

$$T_1 = \frac{t_1 + t_2}{2.12}, \quad T_2 = 0$$

当 $t_1 / t_2 = 0.46$ 时，被控过程可近似为

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^2}$$

时间常数为：

$$T_1 = T_2 = \frac{t_1 + t_2}{2 \times 2.18}$$

当 $t_1 / t_2 > 0.46$ 时，被控过程应采用高于二阶的环节近似，即

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n}$$

时间常数为：

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2.16n}$$

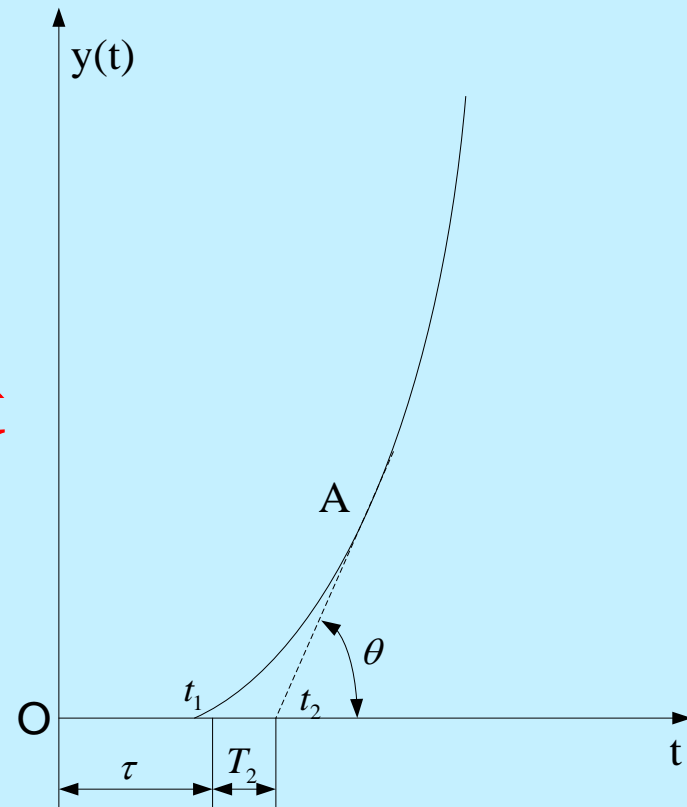
式中的 n 可根据 t_1 / t_2 查表。

3、由阶跃响应曲线确定无自衡被控过程数学模型的特性参数

无自衡被控过程的阶跃响应随时间 $t \rightarrow \infty$ 将无限增大，但其变化率会趋于一个常数。

若用 $G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{T_S}$ 来近似右图的阶跃响应曲线，为了确定时间常数 T ，作阶跃响应曲线的渐近线与时间轴交于 t_2 ，与时间轴的夹角为 θ 。可得到

$$\tau = t_2, y'(\infty) = \tan \theta = \frac{y(t)}{t - \tau}, t > \tau$$



则有 $T = \frac{x_0}{tg\theta}$

上述方法比较简单，但在 t_1 到A这一段误差较大。若要求保证这一段的精确度，可采用

$$G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{T_1 s (T_2 s + 1)}$$

来近似被控过程的传递函数。

在 $0 \sim t_1$ 之间 $y(t) = 0$ ，可取纯滞后 $\tau = t_1$ 。在阶跃响应达到稳态时主要是积分作用为主，则有

$$T_i = \frac{x_0}{tg\theta}$$

在 $t_1 \sim A$ 时间段，惯性环节起作用，可取 $T_2 = t_2 - t_1$

检验，设阶跃输入为 $x(t) = x_0 u(t)$ ，则

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{x_0}{T_1 s^2 (T_2 s + 1)} e^{-\tau s}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{x_0}{T_1} ((t - \tau) - T_2(1 - e^{-\frac{t-\tau}{T_2}})) u(t - \tau) \\ &= tg\theta((t - \tau) - T_2(1 - e^{-\frac{t-\tau}{T_2}})) u(t - \tau) \end{aligned}$$

在 $t = 0 \sim t_1$ 之间， $y(t)=0$;

当 $t \rightarrow \infty$ 时， $y(t) \rightarrow tg\theta(t - t_2) = \frac{x_0}{T_1} (t - t_2)$

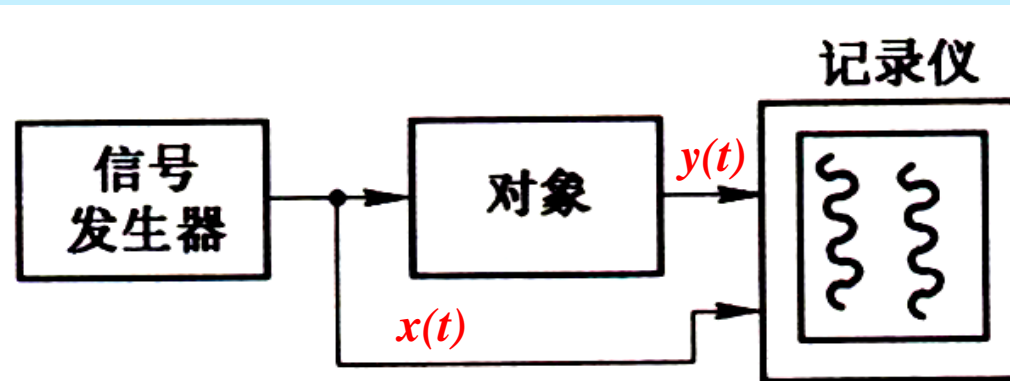
当 $t = t_2$ 时，
$$\begin{aligned} y(t_2) &= \frac{x_0}{T_1} ((t_2 - \tau) - T_2(1 - e^{-\frac{t_2-\tau}{T_2}})) \\ &= \frac{x_0 T_2}{T_1} e^{-1} = 0.368(t_2 - t_1)tg\theta \end{aligned}$$

5.4.2 测定动态特性的频域法

被控过程的动态特性也可用频率特性来表示：

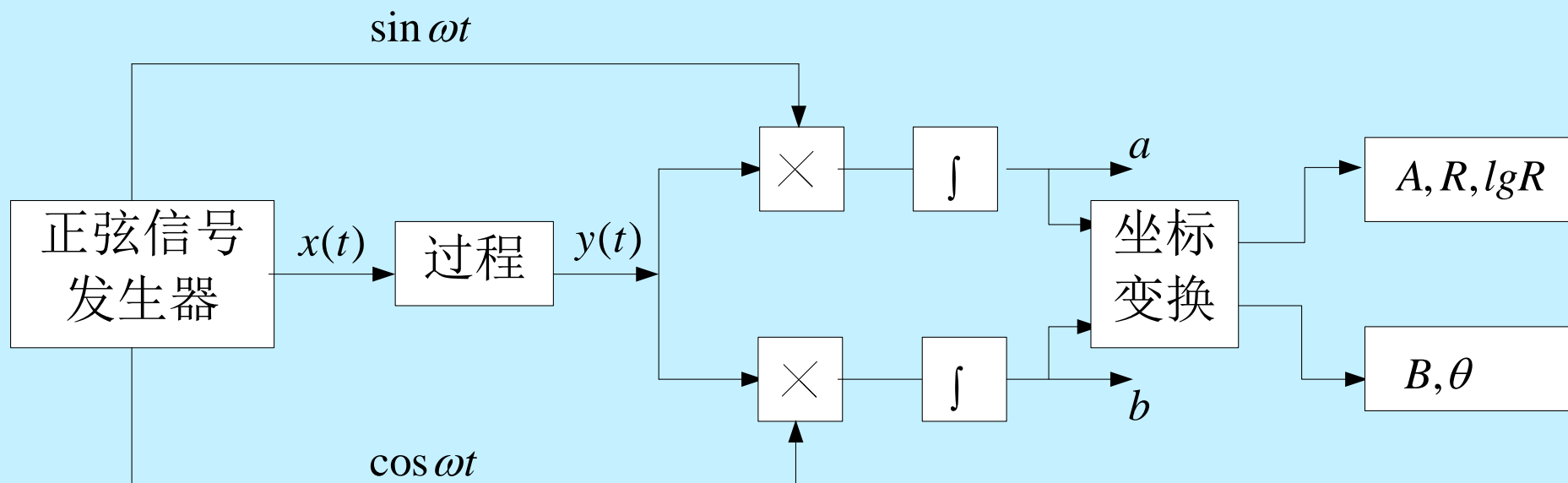
$$G(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = |G(j\omega)| \angle G(j\omega)$$

方法：在对象的输入端加特定频率的正弦信号，同时记录输入和输出的稳定波形（幅度与相位）。在选定范围的各个频率点上重复上述测试，便可测得该对象的频率特性。



优点：能直接从记录曲线上求得频率特性。

频率特性测试装置的工作原理：对激励输入信号进行波形变换，得到幅值恒定的正余弦参考信号，把参考信号与被测信号进行相关处理，所得常值部分保存了被测信号基波的幅值和相角信息。



被测过程频率特性 $G(j\omega)$ 的同相分量 $A = \frac{a}{R}$

正交分量 $B = \frac{b}{R}$

幅值 $|G(j\omega)| = \sqrt{A^2 + B^2}$

相角 $\angle G(j\omega) = \arctan \frac{b}{a}$

5.4.3测定动态特性的统计相关分析法

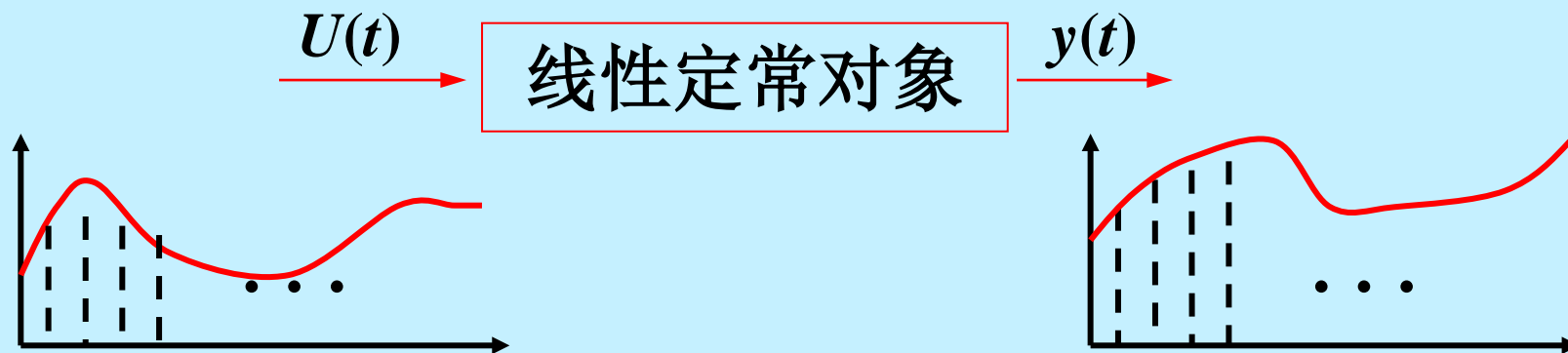
相关分析法是在生产正常进行中，向被控过程输入一种对正常生产过程影响不大的特殊信号——伪随机测试信号，通过对被控过程的输入、输出数据进行相关分析得到被控过程的数学模型；有时也可以不加专门信号，直接利用生产过程正常运行时所记录的输入、输出数据，进行相关分析得到数学模型。

这种方法对系统运行干扰程度低。若系统备有计算机在线工作，整个试验可由计算机完成。

5.4.4最小二乘法建立被控过程的数学模型

前面讨论的方法都是建立连续时间数学模型。为了适应计算机控制技术的发展，需要建立被控过程的离散时间数学模型。

如果对被控过程的输入信号 $u(t)$ 、输出信号 $y(t)$ 进行采样，则可得到一组输入序列 $u(k)$ 和输出序列 $y(k)$ ：



输入序列和输出序列之间的关系总可用差分方程进行描述（纯滞后时间已剔除）。

$$y(k)+a_1y(k-1)+a_2y(k-2)+\cdots+a_ny(k-n) \\ =b_1u(k-1)+b_2u(k-2)+\cdots+b_nu(k-n)$$

式中: k ——采样次数; n ——模型阶数

在确定了模型的阶数 n 后; 还需要确定上述模型中的参数 a_i 、 b_i 。

最小二乘法就是在 n 和 τ_0 已知的前提下, 根据输入、输出数据, 推算模型参数 a_1, a_2, \dots, a_n 及 b_1, b_2, \dots, b_n 的方法。

小结

机理法建模

单容对象

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{Ts + 1}$$



双容对象

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

测试法建模

时域法

频域法

统计法

作图法

计算法



练习题

