

TD RO : Théorie des Graphes

Exercice 1

1. Soit G un graphe connexe. Montrer que si x est un sommet de degré 1, alors $G \setminus \{x\}$ est encore un graphe connexe.
2. Montrer que si G est connexe d'ordre $n \geq 2$, alors il doit au moins avoir $n - 1$ arêtes. Qu'en est-il de la réciproque?
3. Soit un graphe G d'ordre n et ayant strictement plus de $(n - 1)(n - 2)/2$ arêtes. Montrez que ce graphe est connexe.
4. Montrer que dans un graphe non orienté la somme des degrés des sommets est un nombre pair. En déduire que tout graphe possède un nombre pair de sommets de degré impair.
5. Proposer un algorithme qui vérifie si un graphe est connexe.

Exercice 2

Considérons le problème de la création d'un emploi du temps pour les examens de fin d'année d'une certaine école. Cette école propose N modules distincts. Deux examens ne peuvent avoir lieu en même temps s'il existe au moins un étudiant inscrit aux deux. On dispose de M créneaux horaires différents t.q. $M < N$, et d'un nombre non fixé de salles.

Le responsable de la répartition des salles trouvant qu'il a bien trop de travail, décide de programmer son ordinateur personnel afin qu'il lui propose une affectation ne contredisant pas la contrainte sur les examens simultanés.

1. Proposer une formalisation à ce problème : supposons que les épreuves pouvant se dérouler simultanément sont programmées le même jour, le but est alors de minimiser le nombre de jours de la période des contrôles.
2. Proposer un algorithme glouton pour résoudre ce problème.
3. Dans le cas où nous ne disposerions que d'un nombre limité de salles K , modifier l'algorithme pour qu'il respecte cette contrainte.