

Recherche Opérationnelle : TD 3 et 4

**Formulation Mathématique de Problèmes
Économiques et Résolution par Programmation
Linéaire**

3A MAM

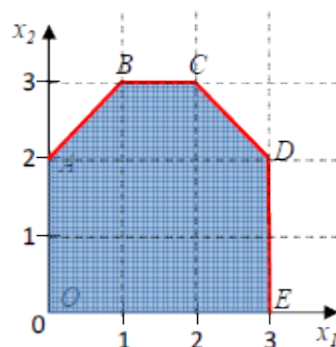
Exercice 1

Un élève de la formation à distance décide d'utiliser son temps libre à étudier l'informatique et la langue française. Il dispose d'un maximum de 16h de temps libre. Afin d'avoir le niveau requis en langue, 3 heures de travail autonome sont nécessaires au minimum tandis que la maîtrise de l'outil informatique requiert d'au moins 5 heures. La langue française étant très appréciée par notre élève, celui-ci décide d'y consacrer au moins trois heures de plus qu'à l'informatique dans l'objectif de pouvoir lire au moins un livre par semaine.

1. Établir un système d'inéquations donnant les durées x et y de travail personnel de l'élève en langue française et informatique respectivement de façon à respecter les contraintes évoquées.
2. Représenter l'aire des solutions réalisables sur un graphique et proposer trois solutions possibles lues graphiquement.

Exercice 2

Source : d'après Module 105 Prog. Math. et Optimisation, Gérard Michel Cochard.



Pour deux variables x_1 et x_2 satisfaisant un ensemble de contraintes, l'ensemble des solutions possibles est défini sur la figure ci-après.

1. Exprimer le système d'inéquations correspondant au graphique.

2. La fonction économique étant

$$z = x_1 + 2x_2$$

quelle est la solution optimum ?

Exercice 3

Source : d'après Module 105 Prog. Math. et Optimisation, Gérard Michel Cochard.

On donne le programme linéaire suivant :

$$(P) = \begin{cases} 2x_1 + x_2 & \leq 6 \\ x_1 + x_2 & \leq 3 \\ x_1 & \leq 2 \\ x_2 & \leq \frac{5}{2} \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{cases}$$

La fonction économique à maximiser est $z = 3x_1 + 2x_2$.

1. Déterminer graphiquement l'ensemble des solutions possibles.
2. Déterminer les solutions de base.
3. Déterminer la solution optimale.

Exercice 4

Un artisan fabrique deux types de meubles à l'ancienne en bois :

- Une armoire qui requiert 4 heures de travail et 3 kg de bois.
- Une commode qui requiert 6 heures de travail et 2 kg de bois.

L'artisan dispose de 24 kg de bois et ne travaille que 40 heures par semaine. Il limite sa production hebdomadaire à six meubles.

1. Traduire ces contraintes en un système d'inéquations.
2. Déterminer graphiquement l'ensemble des points satisfaisant les contraintes.

La vente d'une armoire rapporte 400 € et celle d'une commode 500 €.

3. Déterminer l'expression de la fonction qui exprime la vente hebdomadaire de l'artisan en considérant qu'il vend toute sa production.
4. Représenter sur le graphique antérieur la droite correspondant à une vente de 2 000 €.
5. Commenter quelle serait la solution optimum pour l'artisan.
6. Expliquer quelles sont les contraintes qui limitent réellement l'artisan dans son objectif de maximisation de la vente.

Exercice 5

Le Conseil Municipal de Lima, dans le cadre d'un programme de reboisement urbain, décide de planter des arbres dans différentes parties de la ville. On envisage en effet de planter au moins 1 500 ficus, 800 palmiers et 2 000 arbustes. Les fournisseurs nous proposent d'acheter les arbres par lots :

- Lot 1 (pour un prix de 4 500) : 20 ficus, 10 palmiers et 20 arbustes.
- Lot 2 (pour un prix de 2 500) : 15 ficus, 5 palmiers et 25 arbustes.

Nous voulons déterminer le nombre x de lots 1 et le nombre y de lots 2 à acheter afin que l'opération soit la moins coûteuse possible.

1. Exprimer les contraintes du problème sous forme d'un système d'inéquations.
2. Représenter sur un graphique l'ensemble des solutions réalisables.
3. Soit B le budget à évaluer pour l'achat de x lots 1 et y lots 2. Sur le graphique précédent, représenter les droites correspondant à un budget de 600 000 et de 400 000.
4. Expliquer comment trouver graphiquement la combinaison optimum de lots 1 et 2 à acheter afin de minimiser le coût.
5. Trouver les coordonnées de l'optimum et déterminer le coût correspondant.

Exercice 6

Source : d'après examen FOAD e-Miage décembre 2007, Mireille Bouferrache

Un éditeur dispose de deux dépôts D1 et D2 possédant respectivement 5 et 4 exemplaires d'un ouvrage. Trois librairies L1, L2 et L3 lui demandent respectivement 2, 3 et 4 exemplaires de cet ouvrage au cours de la journée. Les coûts unitaires de transport des dépôts vers les librairies sont donnés par :

	L1	L2	L3
D1	2	5	2
D2	7	3	6

Il s'agit de déterminer les x_{ij} , nombre d'exemplaires transportés de D_i à L_j , avec un coût minimum. Formuler (sans le résoudre) le programme linéaire correspondant.