

实验 1. 贝叶斯线性回归

非线性数据生成

1. 利用sin函数+高斯噪声（方差为0.5）在 $[-5,5]$ 范围内随机生成三个训练数据集，即S（10个样本）、M（30个样本）、以及L（60个样本）。将sin函数曲线和三个样本数据集在三张图上绘制出来。

模型与算法

2. 采用下面的多项式线性基函数模型作为回归模型。用 $K=2$, $K=4$, $K=8$ 的模型，分别用极大似然原理拟合S, M, L三个数据集。将9种不同拟合结果的图像绘制出来，并分析结果。

K	S	M	L
2			
4			
8			

$$y = \boldsymbol{\Phi}^\top(\mathbf{x}) \mathbf{w} + \varepsilon = \sum_{k=0}^{K-1} \phi_k(\mathbf{x}) w_k + \varepsilon$$

$$\boldsymbol{\Phi}(x) = \begin{bmatrix} \phi_0(x) \\ \phi_1(x) \\ \vdots \\ \phi_{K-1}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ \vdots \\ x^{K-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^K$$

模型与算法

3. 采用下面的多项式线性基函数模型作为回归模型。用 $K=2$, $K=4$, $K=8$ 的模型，分别用Bayesian原理拟合S, M, L三个数据集。将9种不同拟合结果的图像绘制出来（每种情况下，从后验分布中抽样20个模型进行绘制），并分析结果。

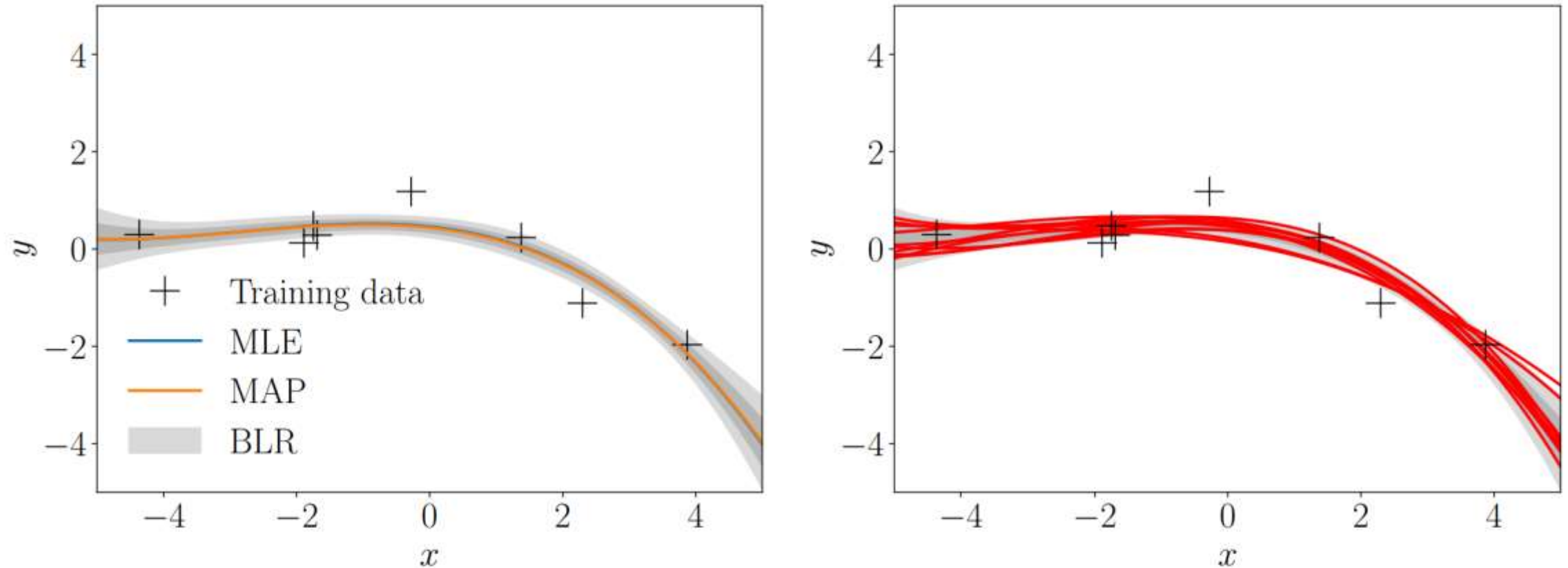
K	S	M	L
2			
4			
8			

模型参数先验: $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \frac{1}{4}\mathbf{I})$

$$y = \boldsymbol{\Phi}^\top(\mathbf{x})\mathbf{w} + \varepsilon = \sum_{k=0}^{K-1} \phi_k(\mathbf{x})w_k + \varepsilon$$

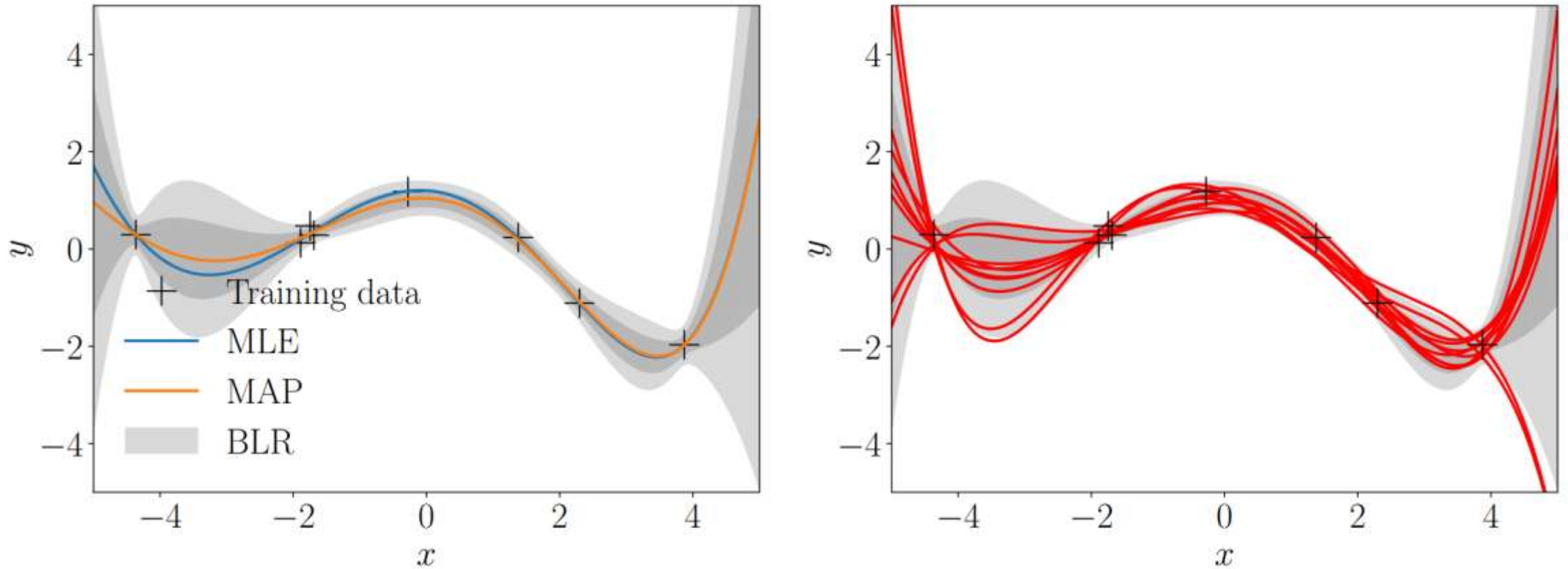
$$\boldsymbol{\Phi}(x) = \begin{bmatrix} \phi_0(x) \\ \phi_1(x) \\ \vdots \\ \phi_{K-1}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ \vdots \\ x^{K-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^K$$

Bayesian Linear Regression



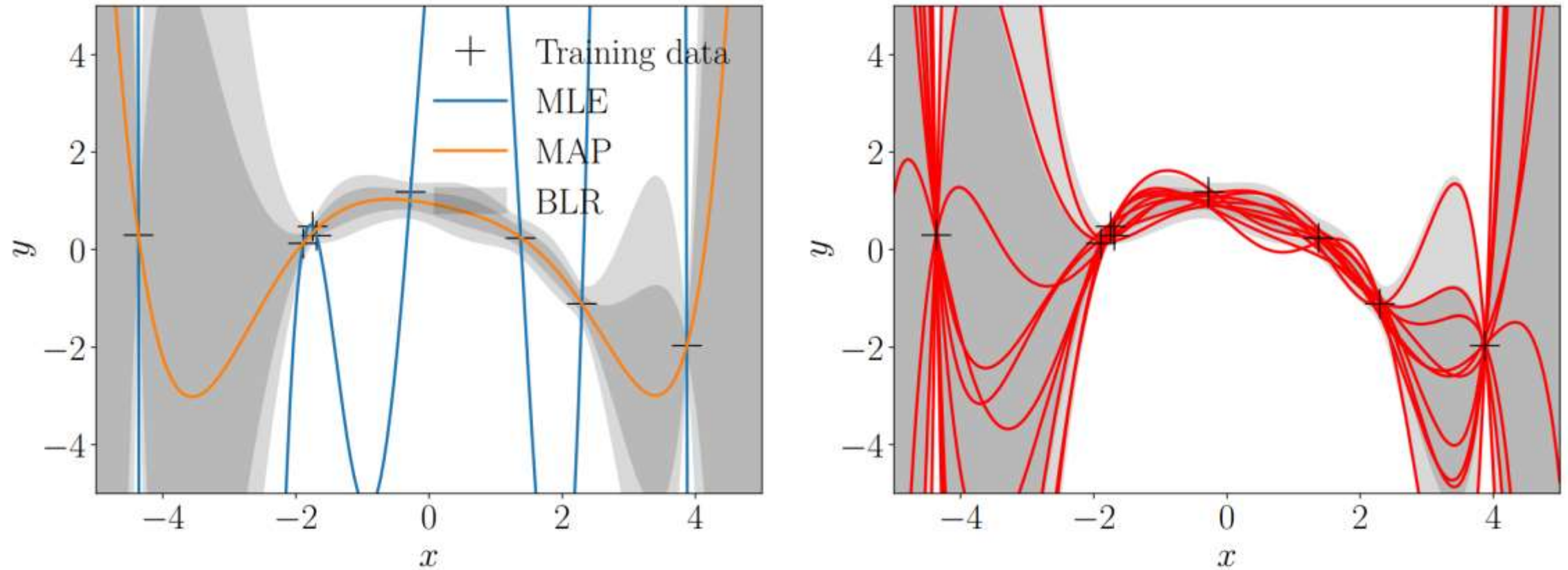
(a) Posterior distribution for polynomials of degree $M = 3$ (left) and samples from the posterior over functions (right).

Bayesian Linear Regression



(b) Posterior distribution for polynomials of degree $M = 5$ (left) and samples from the posterior over functions (right).

Bayesian Linear Regression



(c) Posterior distribution for polynomials of degree $M = 7$ (left) and samples from the posterior over functions (right).